bemerkt wird, ein Gewölbeſtück betrachten, deſſen Dimenſion normal zur Bildfläche gleich der Einheit, alſo gleich 1^m iſt. Alsdann fällt die Kraftebene mit der mittleren Verticalebene zuſammen.

---

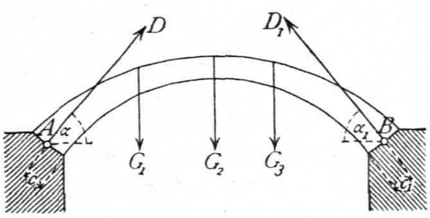
1. Kapitel.

Die Stützlinie und das Reſultantenpolygon.

a) Allgemeines.

Für die Ermittelung der im Gewölbe auftretenden inneren Kräfte und die Stabilitätsunterſuchung deſſelben iſt zunächſt — genau wie bei den früher behandelten Bauconſtructionen — die Kenntniſs der äuſseren auf das Gewölbe wirkenden Kräfte nöthig, alſo der Belaſtungen und der Auflager-Reactionen. Die Belaſtungen ſind in den meiſten Fällen gegeben, bezw. aus den Tabellen in Art. 359, S. 318 leicht zu beſtimmen. Schwieriger iſt hier die Ermittelung der Auflager-Reactionen oder, wie ſie hier heiſsen, der Kämpfer-Reactionen. Bei den bisherigen Conſtructionen genügten zu deren Beſtimmung die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen; hier iſt dies nicht der Fall. Wird ein beliebiges Gewölbe (Fig. 341) betrachtet, ſo wird bei jedem Auflager — hier Kämpfer genannt — auf das Gewölbe eine Anzahl von Kräften übertragen, deren Mittelkraft eben die geſuchte Kämpfer-Reaction iſt; von dieſen Kämpfer-Reactionen iſt aber jederſeits weder Gröſse, noch Richtung, noch Angriffspunkt (A, bezw. B) bekannt. Wir haben demnach in den Kämpfer-Reactionen 6 Unbekannte: D, D_1, α, α_1, c, c_1 (wenn c und c_1 die Abſtände der Punkte A und B von den inneren Laibungspunkten der Widerlager bezeichnen). Da die Statik vermittels der Gleichgewichtsbedingungen nur 3 Gleichungen zur Verfügung ſtellt, ſo iſt die Ermittelung der Kämpfer-Reactionen auf rein ſtatiſchem Wege nicht möglich. Die Löſung der Aufgabe wird möglich, wenn man das Gewölbe als elaſtiſchen Bogen auffaſst und annimmt, daſs bei den durch die Belaſtungen erfolgenden Deformationen die Widerlager und die anſchlieſsenden Bogenenden genau unveränderte Lage behalten. Dieſe mit der Wirklichkeit nahezu übereinſtimmende Annahme giebt weitere 3 Gleichungen, ſo daſs jetzt für die 6 Unbekannten 6 Gleichungen vorhanden ſind, die Aufgabe alſo gelöst werden kann. 470. Kämpfer-Reactionen.

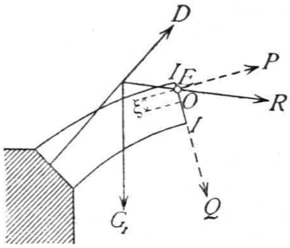
Fig. 341.



Wir werden ſehen, daſs für die einfachen Fälle des Hochbaues, bei denen faſt ſtets eine ruhende Belaſtung in Frage kommt, die Elaſticitätsgleichungen nicht aufgeſtellt zu werden brauchen. Vorläufig wollen wir annehmen, daſs die Kämpfer-Reactionen nach Gröſse, Richtung und Lage auf irgend welche Art gefunden und bekannt ſeien.

Iſt Letzteres der Fall, ſo ſind alle äuſseren, auf das Gewölbe wirkenden Kräfte bekannt; es können demnach für irgend einen beliebigen, normal zur Bildebene genommenen Querſchnitt II (Fig. 342) des Gewölbes die ſämmtlichen äuſseren Kräfte an der einen Seite deſſelben zu einer Reſultirenden vereinigt werden. 471. Stützlinie.

Fig. 342.



Betrachtet man etwa denjenigen Gewölbetheil, welcher zwiſchen dem linken Widerlager und dem Querſchnitte *II* liegt, ſo ſei dieſe Reſultirende gleich *R*. Damit Gleichgewicht vorhanden ſei, müſſen im Querſchnitt *II* eine Anzahl innerer Kräfte wirken, deren Reſultirende gleiche Gröſse, gleiche Richtung, gleichen Angriffspunkt und entgegengeſetzten Sinn hat, wie die Kraft *R*. Mit der Kraft *R* kennen wir alſo auch die Reſultirende der hier thätigen inneren Kräfte. Zerlegt man *R* in eine Componente *P*, welche parallel iſt zu der an die Bogenaxe im betrachteten Querſchnitte gezogenen Tangente, und in eine zu erſterer normale Componente *Q*, ſo heiſst die erſtere die Axialkraft, die zweite die Transverſalkraft (ſiehe Art. 295, S. 257). Die Transverſalkraft iſt für die hier zu betrachtenden Fälle von geringer Bedeutung; von weſentlicher Bedeutung dagegen iſt Gröſse und Lage von *P*. Die durch die Axialkraft in den einzelnen Faſern des Querſchnittes *II* erzeugten Druck-, bezw. Zugſpannungen können ohne merkbaren Fehler nach den im Art. 296, S. 261 für gerade Balken berechneten Gleichungen beſtimmt werden. Man erhält demnach die Spannung *N* in einer um *z* von der Mittellinie entfernten Faſer nach Gleichung 33. und 50.

$$N = \frac{P}{F} + \frac{Mz}{J} = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F\xi z}{J}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 358.$$

M iſt das Moment der äuſseren Kräfte für den Punkt *O*, d. h. für denjenigen Punkt, in welchem die Mittellinie des Gewölbes den Querſchnitt *II* ſchneidet; es iſt alſo hier $M = P\xi$, da *Q* in Bezug auf *O* kein Moment hat. Die poſitiven Werthe für *N* ſind hier Druckbeanſpruchungen; die negativen Werthe bedeuten Zug.

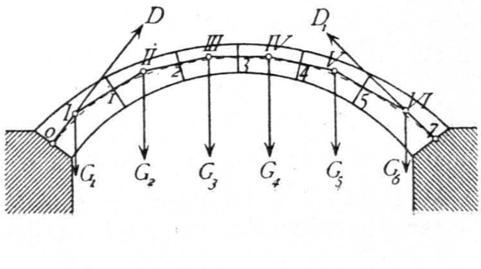
Von hervorragender Bedeutung für den Werth von *N* iſt die Gröſse von ξ oder, was daſſelbe iſt, die Lage des Punktes *E*, des Schnittpunktes der Reſultirenden *R* mit dem von ihr afficirten Querſchnitte. Man hat deſshalb für dieſe Punkte *E* eine beſondere Bezeichnung eingeführt: die Stützlinie. Die Stützlinie iſt die Verbindungslinie aller derjenigen Punkte, in denen die Gewölbequerſchnitte von den auf ſie wirkenden reſultirenden Kräften geſchnitten werden.

Den verſchiedenen Belaſtungsarten entſprechen verſchiedene Reſultirende für die einzelnen Querſchnitte; es folgt daraus, daſs bei demſelben Gewölbe jeder Belaſtungsart auch eine beſondere Stützlinie entſpricht.

472. Reſultantenpolygon.

Zerlegt man das Gewölbe in eine Anzahl von Theilen (Fig. 343), ermittelt die Kämpfer-Reactionen (*D* und D_1), ſo wie die Belaſtungen der einzelnen Theile (G_1, G_2, G_3 ... G_6) und ſetzt zunächſt *D* mit der erſten Laſt G_1 zu einer Reſultirenden zuſammen, dieſe letztere mit G_2 und fährt ſo bis zum rechten Kämpfer fort, ſo erhält man ein Polygon *0 I II III IV V VI* 7, welches man das Reſultantenpolygon nennt. Aus dem Reſultantenpolygon ergiebt ſich ſofort die Stützlinie, wenn man die Schnittpunkte der einzelnen Reſultanten mit den bezüglichen Querſchnitten, d. h. die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5 und 7 mit einander verbindet. Je kleiner die einzelnen Theile des Ge-

Fig. 343.



wölbes angenommen werden, defto mehr nähert fich das Refultantenpolygon einer continuirlich verlaufenden Curve, der fog. Seilcurve, die für diefen fpeciellen Fall identifch mit der Stützlinie ift.

Die Form des Refultantenpolygons, fo wie der Seilcurve ift von der Lage der Angriffspunkte der Reactionen D und D_1 unabhängig. Denn, wenn man D um ein Stück verfchiebt, dabei jedoch die frühere Gröfse und Richtung beibehält, fo ergiebt fich ein neues Polygon, welches mit dem alten identifch ift und nur um ein beftimmtes Stück höher oder tiefer liegt, als diefes. Handelt es fich demnach, wie häufig, nur um die Ermittelung der Form (nicht der Lage) der Seilcurve, fo find nur 4 Unbekannte: D, D_1, α, α_1 vorhanden, mithin die Aufgabe bei Annahme einer diefer Unbekannten ftatifch zu löfen.

Die Ermittelung der Form und Lage der Stützlinie auf ftatifchem Wege fetzt nach Obigem die Kenntnifs der Kämpfer-Reactionen oder wenigftens dreier von den fechs Unbekannten voraus, welche die Kämpfer-Reactionen nach Gröfse, Richtung und Lage beftimmen; denn alsdann find nur noch drei Unbekannte vorhanden, welche mit Hilfe der Statik ermittelt werden können. Mit Hilfe der Elafticitätstheorie der Gewölbe hat *Winkler* folgenden wichtigen Satz gefunden, den wir hier nur angeben wollen, wegen des Beweifes auf unten ftehende Quellen[170]) verweifend.

473. Ergebniffe d. Elafticitätstheorie.

Bei conftantem Querfchnitt ift unter allen ftatifch möglichen Stützlinien nahezu diejenige die richtige, welche fich der Bogenaxe durchfchnittlich am meiften nähert, wenn man das Wort »durchfchnittlich« im Sinne der Methode der kleinften Quadratfummen deutet. Es ift alfo diejenige Stützlinie nahezu die richtige, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von der Bogenaxe ein Minimum ift. Läfft fich demnach eine Stützlinie conftruiren, welche mit der Mittellinie des Gewölbes zufammenfällt, fo wird diefe die richtige fein.

Man conftruire alfo die Mittellinie des Bogens derart, dafs fie für die gegebene Belaftung mit der unter gewiffen Annahmen conftruirten Seilcurve übereinftimmt; alsdann ift diefe Mittellinie die richtige Stützlinie — natürlich nur für die angenommene Belaftung. Da es fich aber im Hochbau meiftens um conftante Belaftungen handelt, fo ift diefe Ermittelung in der Regel genügend.

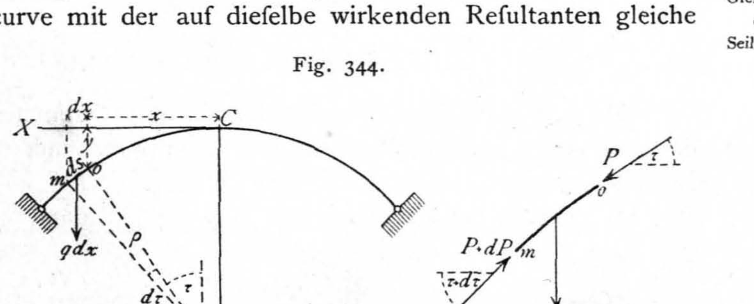
Wir werden ferner weiter unten fehen, dafs es in vielen Fällen, in denen die Auffuchung der genauen Stützlinie fchwierig ift, genügt, gewiffe Grenzlagen der Stützlinie zu ermitteln; da aber die Stützlinie leicht aus dem Refultantenpolygon conftruirt werden kann, fo wird für alle diefe Fälle zunächft das Refultantenpolygon aufgefucht.

b) Seilcurve und Refultantenpolygon.

Aus der Erklärung des Begriffes der Seilcurve geht hervor, dafs an jeder Stelle die Tangente an die Seilcurve mit der auf diefelbe wirkenden Refultanten gleiche Richtung hat. Um nun die Gleichung der Seilcurve aufzuftellen, betrachten wir ein Bogenftück von der Länge ds (Fig. 344). Wir nehmen die Belaftungen vertical und pro Längeneinheit der Horizontalprojection gleich q

474. Gleichung der Seilcurve.

Fig. 344.



170) Winkler, E. Beitrag zur Theorie der Bogenträger. Zeitfchr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover. 1879, S. 199. Lage der Stützlinie im Gewölbe. Deutfche Bauz. 1879, S. 117 u. 127.

an, wobei q allgemein variabel ift. Alsdann wirken auf das Bogenftück $m\,o$ von der Länge $d\,s$ drei Kräfte: die Laft $q\,d\,x$ und die beiden Tangentialkräfte P, bezw. $P + d\,P$. Das Bogenftück ift unter Einwirkung diefer Kräfte im Gleichgewicht; mithin findet ftatt

$$0 = P \cos \tau - (P + d\,P) \cos (\tau + d\,\tau).$$

Führt man die Multiplication durch und läfft man die unendlich kleinen Glieder zweiter Ordnung fort, fo wird $0 = d\,P \cos \tau - P \sin \tau\, d\,\tau = d\,(P \cos \tau)$, d. h. $P \cos \tau$ ift eine Conftante. Nun ift $P \cos \tau$ die Horizontalcomponente der Bogenfpannung an beliebiger Stelle; wir bezeichnen diefelbe mit H; alsdann ift

$$P \cos \tau = H, \qquad \text{359.}$$

und es heifst das gefundene Gefetz: Bei verticaler Belaftung ift die Horizontalcomponente der Bogenfpannung conftant. Man nennt H den Horizontalfchub des Gewölbes.

Die zweite Gleichgewichtsbedingung ergiebt

$$0 = q\,d\,x + P \sin \tau - (P + d\,P) \sin (\tau + d\,\tau),$$

und man findet in gleicher Weife, wie oben

$$0 = q\,d\,x - d\,(P \sin \tau) \quad \text{oder} \quad d\,(P \sin \tau) = q\,d\,x.$$

Nach Gleichung 359. ift jedoch $P = \frac{H}{\cos \tau}$, alfo

$$d\,(H \operatorname{tg} \tau) = q\,d\,x = d\left(H \frac{d\,y}{d\,x}\right) = H \frac{d^2 y}{d\,x};$$

daher

$$q = H \frac{d^2 y}{d\,x^2} \quad \text{und} \quad \frac{d^2 y}{d\,x^2} = \frac{q}{H} \qquad \text{360.}$$

Ift die Function q gegeben, fo erhält man durch zweimalige Integration die Gleichung der Seilcurve.

In vielen Fällen ift eine andere Form diefer Gleichung bequemer. Nennt man den Krümmungsradius der Seilcurve an der betrachteten Stelle ρ, fo ift nach Fig. 344 $d\,s = \rho\,d\,\tau$; ferner ift

$$\frac{q}{H} = d\,\frac{\frac{d\,y}{d\,x}}{d\,x} = d\,\frac{\operatorname{tg} \tau}{d\,x} = \frac{\frac{d\,\tau}{\cos^2 \tau}}{d\,x}, \text{ d. h. } \frac{q}{H}\,d\,x = \frac{d\,\tau}{\cos^2 \tau} \quad \text{und} \quad \cos \tau = \frac{d\,x}{d\,s},$$

d. h. $d\,x = d\,s \cos \tau = \rho\,d\,\tau \cos \tau$. Wird diefer Werth von $d\,x$ in die Gleichung für $\frac{q}{H}\,d\,x$ eingeführt, fo ergiebt fich

$$\frac{q}{H}\,\rho\,d\,\tau \cos \tau = \frac{d\,\tau}{\cos^2 \tau} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{H}{q \cos^3 \tau} \qquad \text{361.}$$

Für gegebene Werthe von q, für ein angenommenes H, erhält man demnach die den verfchiedenen Werthen von τ entfprechenden Krümmungsradien durch Gleichung 361.

Im Scheitel der Curve fei $q = q_0$, $\rho = \rho_0$; alsdann wird, da $\tau_0 = 0$ ift,

$$\rho_0 = \frac{H}{q_0}, \quad \text{woraus} \quad H = q_0\,\rho_0 \qquad \text{362.}$$

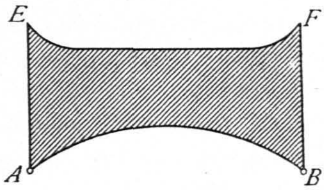
Die conftante Horizontalcomponente der Bogenfpannungen ift alfo das Product aus der Belaftung pro Längeneinheit der Horizontalprojection im Scheitel multiplicirt mit dem Krümmungsradius der Seilcurve im Scheitel.

Wird der Werth für H aus Gleichung 362. in Gleichung 361. eingeſetzt, ſo wird

$$\rho = \frac{q_0 \rho_0}{q \cos^3 \tau} \quad \text{und} \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{q_0}{q \cos^3 \tau} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 362_a.$$

Gewöhnlich ſtellt man die Belaſtung des Bogens durch verticale Streifen von gleichem ſpecifiſchem Gewichte dar, ſo daſs alſo die verſchiedenen Belaſtungen der einzelnen Stellen durch verſchieden hohe Streifen repräſentirt werden. Man erhält ſo eine Fläche, deren untere Begrenzung die Seilcurve, deren obere Begrenzung die durch die Endpunkte der Streifen gelegte Linie iſt. Dieſe (in Fig. 345 ſchraffirte) Fläche wird die Belaſtungsfläche, die obere Grenzlinie die Belaſtungslinie genannt.

Fig. 345.



Die Differentialgleichung der Seilcurve $\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{q}{H}$ ergiebt bei gegebener Belaſtung, alſo bei gegebener Function q, durch einmalige Integration den Ausdruck $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{H} \int q \, dx + C$ und durch wiederholte Integration

$$y = \frac{1}{H} \int dx \int q \, dx + C x + C_1.$$

In dieſer Gleichung ſind drei Conſtante H, C und C_1, deren Annahme den Verlauf und die Lage der Seilcurve beſtimmt.

Handelt es ſich nur um die Form der Seilcurve, nicht um deren Lage, so kann man zwei Conſtante beliebig annehmen, da dieſe ja nur die Lage der Seilcurve beeinfluſſen. So kann man etwa $C = C_1 = 0$ annehmen und erhält als Gleichung der Seilcurvenform $y = \frac{1}{H} \int dx \int q \, dx$; dieſelbe giebt Auffchluss über die gegenſeitige Lage der Curvenpunkte, nicht aber darüber, an welcher Stelle die Curve liegt.

Da es uns vorläufig nur auf die Form der Seilcurve ankommt, ſo werden wir zunächſt nur zwei Punkte der Seilcurve, nämlich die Kämpferpunkte vorſchreiben, und zwar ſollen dieſelben in gleicher Höhe liegen; damit ſind zwei Conſtante angenommen. Alsdann iſt für ſymmetriſch zu einer Verticalaxe angeordnete Belaſtung die Seilcurve gleichfalls zu dieſer Axe ſymmetriſch; die letztere wird am beſten als Y-Axe gewählt.

Hier ſind nun hauptſächlich zwei Aufgaben zu löſen. Einmal, wenn die Belaſtungslinie gegeben iſt, die zugehörige Seilcurve zu ermitteln, ſodann für eine gegebene Bogenform die zugehörige Belaſtungslinie zu finden. Was die erſt erwähnte Aufgabe anlangt, ſo iſt dieſelbe meiſtens in beſtimmterer Form ſo geſtellt, daſs die obere Grenzlinie der Belaſtungsfläche eine gerade horizontale Linie oder aus zwei geraden Linien zuſammengeſetzt iſt und die Seilcurve geſucht wird. Da dieſe Aufgabe eine etwas umſtändliche Rechnung erfordert, im Hochbau auch wohl in dieſer Form nur ausnahmsweiſe geſtellt wird und wir die graphiſche Ermittelung der Seilcurve für dieſen Fall zeigen werden, ſo können wir uns mit der Angabe der Quellen[171]), in welchen das Nähere darüber nachgeſehen werden kann, begnügen.

171) Schwedler, J. W. Theorie der Stützlinie. Ein Beitrag zur Form und Stärke gewölbter Bögen. Zeitſchr. f. Bauw. 1859, S. 109.

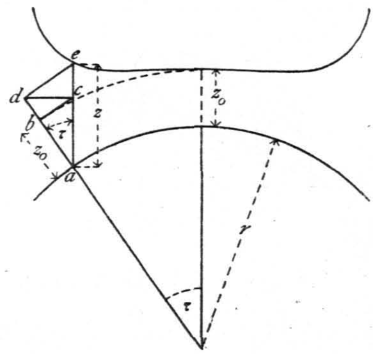
Ritter, A. Lehrbuch der Ingenieur-Mechanik. Hannover 1876. S. 335.

Die zweite Aufgabe werden wir im folgenden Artikel behandeln, indem wir für den wichtigſten Fall der Praxis, für den Kreisbogen die Belaſtungslinie aufſuchen.

475. Belaſtungslinie für Kreisgewölbe.

Beim Kreiſe iſt der Krümmungsradius conſtant, d. h. $\rho = \rho_0 = r$; mithin übergeht die Gleichung 362a. der Seilcurve in $q = \frac{q_0}{\cos^3 \tau}$. Um in der Gleichung

Fig. 346.



nur geometriſche Gröſsen zu behalten, nennen wir die Höhen der Belaſtungsfläche im Scheitel, bezw. an einer beliebigen Stelle, die dem Centriwinkel τ entſpricht, z_0, bezw. z (Fig. 346); alsdann iſt, wenn γ das ſpecifiſche Gewicht des Belaſtungsmaterials bedeutet, $q_0 = \gamma z_0$, $q = \gamma z$, $\gamma z = \frac{\gamma z_0}{\cos^3 \tau}$ und

$$z = \frac{z_0}{\cos^3 \tau} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 363.$$

Gleichung 363. iſt die Gleichung der Belaſtungslinie für den Kreis als Bogenaxe. Für $\tau = 0$ wird $z = z_0$, entſprechend der Annahme; für $\tau = 90^0$ wird $z = \frac{z_0}{0} = \infty$; demnach würde dem Halbkreis als Seilcurve am Widerlager eine unendlich groſse Belaſtungshöhe entſprechen, mit anderen Worten: eine halbkreisförmige Seilcurve exiſtirt nicht.

Die Gleichung 363. giebt ein bequemes Mittel an die Hand, die Belaſtungslinie für den Kreisbogen zu conſtruiren. Um die dem Punkte a entſprechende Belaſtungshöhe z zu erhalten, trage man die gegebene Scheitelbelaſtungshöhe $z_0 = \overline{a\,b}$ in der Richtung des Radius ab, ziehe durch a eine Verticale und durch b die Normale zum Radius, welche die erwähnte Verticale in c ſchneidet, ferner durch c eine Horizontale $c\,d$ und durch d eine Normale $d\,e$ zum Radius; alsdann iſt $\overline{a\,e} = z$. Denn es iſt

$$\overline{a\,c} = \frac{\overline{a\,b}}{\cos \tau}, \quad \overline{a\,d} = \frac{\overline{a\,b}}{\cos^2 \tau}, \quad \overline{a\,e} = \frac{\overline{a\,b}}{\cos^3 \tau} = \frac{z_0}{\cos^3 \tau}.$$

Wie man ſieht, iſt der Verlauf der Belaſtungslinie von der angenommenen, reſp. gegebenen Gröſse z_0 und der Gröſse des Radius abhängig. Man hat für das Verhältniſs $\frac{r}{z_0}$ eine beſondere Bezeichnung eingeführt und nennt dieſen Quotienten den **Modulus**. Bei kleinen Belaſtungshöhen im Scheitel, etwa für $\frac{r}{z_0} = 10$, läuft die Belaſtungslinie bis zu einem Centriwinkel von etwa 30 Grad jederſeits nahezu concentriſch mit dem Kreisbogen; bei gröſserer Belaſtungshöhe, etwa für $\frac{r}{z_0} = 3$, iſt ſie in der Mitte bis zu einem Centriwinkel von beiläufig 30 Grad jederſeits nahezu horizontal. Für eine oben gerade abgegrenzte Belaſtung, bei welcher $\frac{r}{z_0}$ nahezu gleich 3 iſt, kann alſo der flache Stichbogen als Seilcurve betrachtet werden.

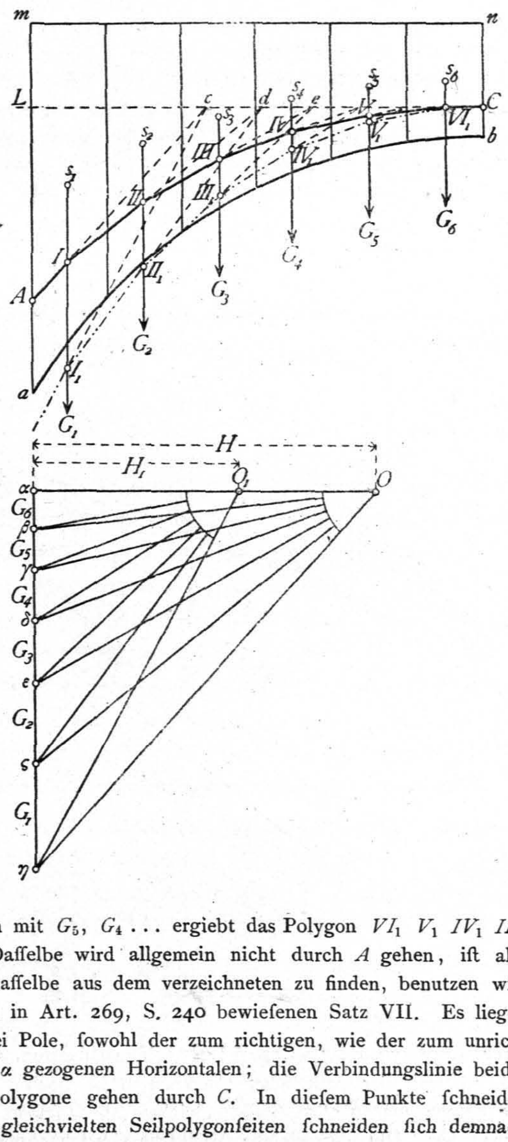
476. Conſtruction der Seilcurve.

Die Seilcurve, bezw. das Reſultantenpolygon iſt nach Art. 474, S. 443 genau beſtimmt, wenn drei Elemente für den Verlauf gegeben ſind; alsdann iſt alſo auch eine graphiſche Löſung der Aufgabe, d. h. eine Conſtruction der Seilcurve möglich. Als dieſe drei Elemente werden gewöhnlich drei Punkte angenommen, durch welche die Seilcurve verlaufen ſoll; ſtatt deſſen kann auch Gröſse, Richtung und Angriffspunkt einer Kämpfer-Reaction oder auch der Mittelkraft an beliebiger Stelle des Bogens angenommen werden. Wir werden weiter unten ſehen, daſs die Annahme dreier Punkte, zweier in den Kämpfern und eines im Verlaufe der Curve, für viele

Fälle zweckmäfsig ift. Defshalb werden wir hier die Conftruction des Refultantenpolygons, welches durch drei vorgefchriebene Punkte geht, zeigen; aus dem Refultantenpolygon ergiebt fich dann leicht die Seilcurve, bezw. Stützlinie.

Bei einem zu einer Verticalaxe fymmetrifchen Bogen mit fymmetrifch zu diefer Axe disponirter Belaftung (Fig. 347) ift die Seilcurve nach Art. 474, S. 443 fymmetrifch zu diefer Axe, alfo bei continuirlichem Verlauf der Curve in der Mitte horizontal. Defshalb genügt die Verzeichnung nur einer Hälfte derfelben; für diefe Hälfte find die drei angenommenen Elemente: die beiden vorgefchriebenen Punkte C und A und die für den Scheitel vorgefchriebene horizontale Richtung der Seilcurve. Die Belaftungsfläche fei $a\,b\,n\,m$, und es folle das Refultantenpolygon durch A und C gehen, ferner in C horizontal fein.

Fig. 347.

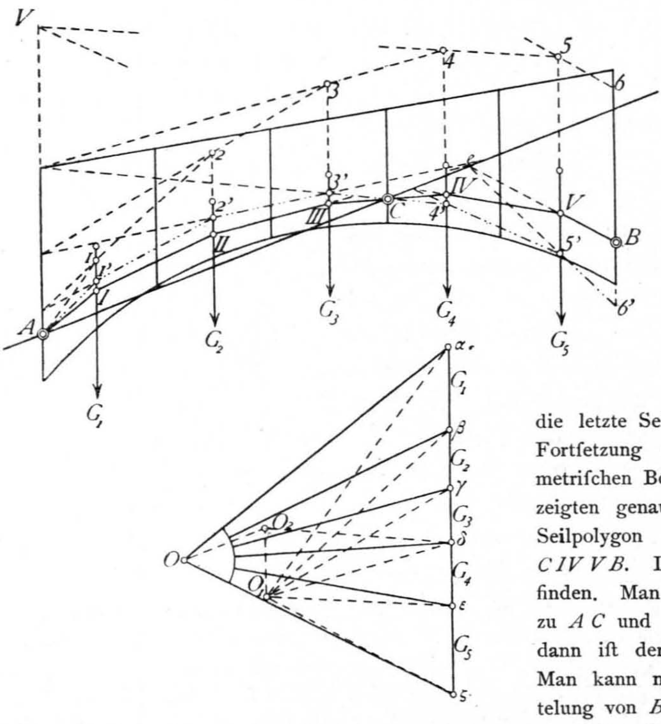


Man zerlege nun die Belaftungsfläche in eine Anzahl verticaler Lamellen, deren Gewichte G_6, G_5, G_4 ... G_1 leicht durch Multiplication der Flächengröfsen der einzelnen Lamellen mit der (normal zur Bildfläche gedachten) Einheit und dem fpecififchen Gewichte der Belaftung ermittelt werden. Diefe Gewichte haben ihre Angriffspunkte in den Schwerpunkten s_6, s_5 ... s_1 der einzelnen Lamellen. Die Gewichte G_6, G_5, G_4 ... G_1 werden nun zu einem Kraftpolygon $\alpha\beta\gamma$ ... η an einander getragen und die im Punkte C wirkende Horizontalkraft zunächft beliebig mit $H_1 = O_1\,\alpha$ angenommen; die Zufammenfetzung derfelben mit G_6 ergiebt als Refultirende $O_1\,\beta$, welche Kraft durch den Schnittpunkt VI_1 von H_1 und G_6 geht. Die weitere Zufammenfetzung diefer und der folgenden Refultanten mit G_5, G_4 ... ergiebt das Polygon VI_1 V_1 IV_1 III_1 II_1 I_1, welches in Fig. 347 ftrichpunktirt ift. Daffelbe wird allgemein nicht durch A gehen, ift alfo noch nicht das richtige Refultantenpolygon. Um daffelbe aus dem verzeichneten zu finden, benutzen wir, da das Refultantenpolygon ein Seilpolygon ift, den in Art. 269, S. 240 bewiefenen Satz VII. Es liegen hier, da die Refultante in C horizontal ift, die zwei Pole, fowohl der zum richtigen, wie der zum unrichtigen Refultantenpolygon gehörige, auf der durch α gezogenen Horizontalen; die Verbindungslinie beider Pole ift alfo eine Horizontale; beide Refultantenpolygone gehen durch C. In diefem Punkte fchneiden fich alfo die beiden erften Seilpolygonfeiten. Alle gleichvielten Seilpolygonfeiten fchneiden fich demnach auf einer durch C gelegten Horizontalen CL. Die auf G_1 folgende Seite des richtigen Refultantenpolygons geht nach der Annahme durch A; aufserdem durch den Punkt c, in welchem die auf G_1 folgende Seite des unrichtigen Polygons die Linie CL fchneidet. Die Verbindungslinie $A\,c$ ergiebt alfo die richtige Seite. Diefelbe ift bis zur Verticalen von G_1 ausgezogen. Die Seilpolygonfeite zwifchen G_1 und G_2' geht einmal durch I, ferner nach obigem Satze durch d, ift alfo $I\,II\,d$. In diefer Weife erhält man das richtige Refultantenpolygon $A\,I\,II\,III\,IV\,V\,VI_1\,C$. Der zugehörige Werth von H wird erhalten, indem man durch η eine Linie parallel zu $A\,c$ zieht und den Schnittpunkt O derfelben mit der durch α gehenden Horizontalen auffucht. Es wird $O\,\alpha = H$; O ift aufserdem der Pol des Refultantenpolygons. Die Gröfsen der einzelnen Refultanten werden durch die Strahlen $O\,\alpha$, $O\,\beta$, $O\,\gamma$ ... dargeftellt.

Bei einem beliebig geftalteten Bogen mit beliebiger Belaftung (Fig. 348) genügt die Unterfuchung einer Hälfte nicht; vielmehr ift alsdann der ganze Bogen zu betrachten. Das Refultantenpolygon, welches durch drei vorgefchriebene Punkte verläuft, ergiebt fich alsdann, wie folgt.

Die Laften feien G_1, G_2, G_3, G_4, G_5; alsdann wird zunächft das Kraftpolygon $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon\,\zeta$ und für einen beliebig angenommenen Pol O_1 ein Seilpolygon conftruirt, welches letztere durch einen der gegebenen Punkte, etwa A gehen möge $(A\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)$. Allgemein wird daffelbe nicht durch die beiden anderen vorgefchriebenen Punkte B und C gehen, ift alfo noch nicht das richtige. Wir conftruiren nun zunächft ein zweites Seilpolygon, welches durch A und C geht, indem wir einen neuen Pol O_2 annehmen, durch A eine Linie parallel zu $O_1\,O_2$ ziehen und nun diefes Seilpolygon nach dem Satze VII des Art. 269, S. 240 ermitteln. Der Einfachheit halber nehmen wir den Pol O_2 in der gleichen Verticalen mit O_1 an; alsdann ift die Schnittlinie der gleichvielten Seiten des bereits conftruirten und des gefuchten Seilpolygons die durch A gelegte Verticale $A\,V$. Man erhält, indem man zunächft diejenige Seite des neuen Seilpolygons ermittelt, welche durch C geht, das ftrichpunktirte Seilpolygon $A\ 1'\ 2'\ 3'\ 4'\ 5'\ 6'$, welches durch A und C, aber nicht durch B geht. Das endgiltig richtige Seilpolygon geht nun jedenfalls durch A und C; die gleichvielten Seiten des richtigen und des ftrichpunktirten Polygons fchneiden fich auf einer Linie, welche der Verbindungslinie des richtigen Poles mit dem Pol O_2 parallel ift. Diefe Linie geht jedenfalls durch A, weil fich in A zwei gleichvielte Seilpolygonfeiten fchneiden, und aus gleichem Grunde durch C; mithin ift $A\,C$ diefe Linie. Man ziehe alfo $A\,C$, ermittele den Schnittpunkt der auf die letzte Laft G_5 folgenden Seite des ftrichpunktirten Seilpolygons mit AC, d. h. e, verbinde e mit B; alsdann ift $e\,B$ die letzte Seite des richtigen Seilpolygons. Die Fortfetzung der Conftruction ift der für fymmetrifchen Bogen und fymmetrifche Belaftung gezeigten genau analog und ergiebt das richtige Seilpolygon oder Refultantenpolygon $A\,I\,II\,III\,C\,IV\,V\,B$. Der richtige Pol O ift nun leicht zu finden. Man ziehe durch O_2 eine Linie parallel zu $A\,C$ und durch ζ eine Parallele zu $B\,e$; alsdann ift der Schnittpunkt beider der Punkt O. Man kann natürlich auch fofort nach der Ermittelung von $B\,e$ diefen Pol auffuchen und dann das Refultantenpolygon in gewöhnlicher Weife conftruiren, wobei die erfte Seite durch A gelegt wird.

Fig. 348.



Betreff der praktifchen Conftruction ift noch Folgendes zu beachten. Die Belaftung wird durch eine Fläche von an allen Stellen gleichem fpecififchem Gewichte dargeftellt. Die gegebenen Belaftungen haben aber nicht das gleiche fpecififche Gewicht, müffen defshalb auf daffelbe fpecififche Gewicht, am bequemften auf dasjenige des Wölbmaterials reducirt werden; man erfetzt alfo die Laften durch eben fo fchwere Mauerwerkskörper.