

eben fo

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{2 \sin \delta} \dots \dots \dots 347.$$

Ferner wird

$$H = 2 H', \text{ woraus } H' = \frac{H}{2}; \dots \dots \dots 348.$$

$$Y = 2 Y' \cos \varepsilon, \text{ woraus } Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \dots \dots \dots 349.$$

Auch auf constructivem Wege ist die Reduction leicht durchzuführen. Man construire (Fig. 335) den Winkel $(90 - \delta)$, bzw. ε , was keine Schwierigkeiten macht. Ist $\sphericalangle r m n = 90 - \delta$, fo ist $\overline{m r} = \frac{\overline{m n}}{\sin \delta}$. Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{\mathcal{E}}{2}$ auf der Linie $m n$ ab, projicire diese Abschnitte auf $m r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben fo ist die Division durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, fo erhält jede derselben event. Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, fo sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 390, S. 355) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtfeitiges Pyramidendach.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, horizontal an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck fo, als wenn die Seitenflächen vertical ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriß normal zu der Seite $m n$ (Fig. 336) angenommen wird, die Seitenlänge des regulären Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit a , die Höhe der Pyramide mit h und der Druck pro Flächeneinheit mit p bezeichnet wird, fo ist der Druck gegen die Fläche F demnach

$$W = \frac{p a h}{2} \dots 350.$$

Der Winddruck auf die Fläche F_1 ergibt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgender Mafsen. Auf 1^{qm} der normal getroffenen Fläche $m n$ (Fig. 337) und deren Verlängerungen kommt ein Winddruck p ; einem Quadrat-Meter dieser Fläche entspricht aber $\frac{1}{\cos \gamma}$ der (immer vertical gedachten) Fläche $n o$; auf 1^{qm} der letzteren kommt also

Fig. 337.

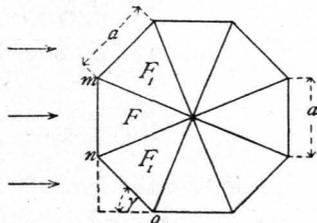
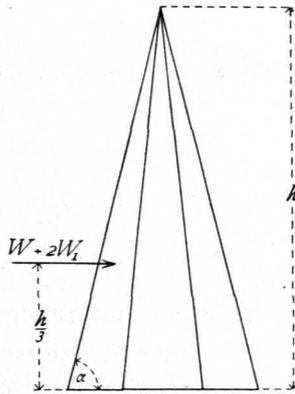


Fig. 336.

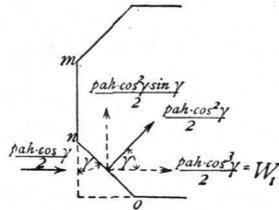
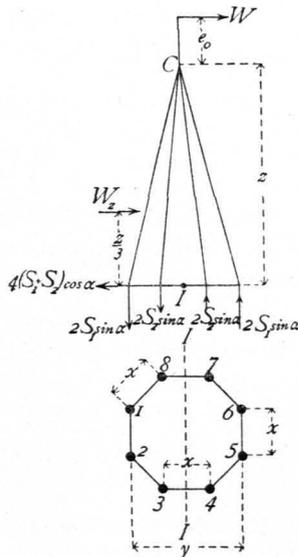


Fig. 338.



465.
Belastung.

ein Winddruck $\frac{p}{1} = p \cos \gamma$, mithin auf die ganze Fläche F_1 der Winddruck

$\frac{p \cos \gamma a h}{2}$. Von diesem Winddruck kommt nur die normal zur Fläche stehende

Componente zur Geltung, d. h. $\frac{p \cos \gamma a h}{2} \cos \gamma = \frac{p a h}{2} \cos^2 \gamma$.

Diese Componente zerlegt sich nun in eine Seitenkraft, welche dieselbe Richtung hat, wie W , und in eine normal hierzu stehende. Die erstere ist

$$W_1 = \frac{p a h \cos^3 \gamma}{2} \dots \dots \dots 351.$$

Ein genau gleicher Winddruck wirkt (Fig. 337) auf die andere Fläche F_1 ; mithin ist der gesammte Winddruck auf die Pyramide

$$W + 2 W_1 = \frac{p a h}{2} (1 + 2 \cos^3 45^\circ) = \frac{p a h}{2} \left(1 + \frac{2 \cos 45^\circ}{2}\right) = 0,854 p a h. \quad 352.$$

Der Angriffspunkt dieser Kraft liegt in der Höhe $\frac{h}{3}$ über der Basis der Pyramide.

Für irgend einen Pyramidentheil (Fig. 338) der Höhe z erhält man, wenn die Seite des Achteckes, welches für diesen Theil die Basis bildet, mit x und die ganze Basisbreite mit y bezeichnet wird,

$$W_z = 0,854 p x z \dots \dots \dots 353.$$

W_z greift in der Höhe $\frac{z}{3}$ über dieser Basis an.

466.
Spannungen
in den
Sparren.

Außer W_z wirke auf das Thurmkreuz (Fig. 338) noch ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem First; alsdann ist das Moment des Windes, bezogen auf die horizontale, in der Basis des betreffenden Thurmstückes gelegene Schwerpunktsaxe II des Querschnittes

$$M_z = W_z \frac{z}{3} + W (e_0 + z) \dots \dots \dots 354.$$

Dieses Moment muß durch die Spannung der Sparren an der betrachteten Stelle aufgehoben werden.

Sind die Spannungen in den vier Sparren 1, 2, 5, 6, welche um $\frac{y}{2}$ von der Axe II abstehen, S_1 , diejenigen in den vier um $\frac{x}{2}$ von der Axe II abstehenden

Sparren 3, 4, 7, 8 gleich S_2 , so ist, wenn mit geringem Fehler der Sparrenwinkel gegen die Horizontalebene gleich α gesetzt wird, das Moment der Sparrenspannungen für die Axe II gleich $2 S_1 y \sin \alpha + 2 S_2 x \sin \alpha$; folglich muß $M_z = (2 S_1 y + 2 S_2 x) \sin \alpha$ sein. Man kann annehmen, daß bei gleicher Querschnittsfläche aller Sparren stattfindet

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x}{y}, \text{ d. h. } S_2 = \frac{S_1 x}{y}, \text{ also } M_z = \left(2 S_1 y + \frac{2 S_1 x^2}{y}\right) \sin \alpha,$$

$$M_z = \frac{2 S_1}{y} (y^2 + x^2) \sin \alpha, \text{ woraus } S_1 = \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots \dots \dots 355.$$

Für M_z sind der Reihe nach die Werthe einzuführen, welche sich bei den verschiedenen Höhen z ergeben. Diese Spannung kann in jedem Sparren sowohl

als Zug, wie als Druck stattfinden, weil der Wind von allen Seiten kommen kann. Man erhält demnach

$$S = \pm \frac{M_x y}{2(x^2 + y^2) \sin \alpha} \dots \dots \dots 355a.$$

Die genaue Berechnung der bei einseitiger Windbelastung in den Ringen und in den Diagonalen entstehenden Spannungen ist sehr complicirt. Wir machen, um eine einfache Rechnung zu erhalten, die Annahme, daß wir, wenn der Wind die Flächen EF , FO und EL (Fig. 339) be-
 lastet, die Punkte L und O als feste Stütz-
 punkte betrachten können. Alsdann wirkt
 auf EF die Kraft N_1 , auf EL und FO je
 $N_1 \cos^2 45^\circ = \frac{N_1}{2}$; in E und F wirken als-
 dann je $\frac{N_1}{2}$ und $\frac{N_1}{4}$, wie in Fig. 340 ge-
 zeichnet. Die Gleichgewichtsbedingungen für
 Punkt F lauten nun:

$$0 = R_1 + \frac{N_1}{4} \sin 45^\circ - R_2 \sin 45^\circ \quad \text{und} \quad 0 = R_2 \cos 45^\circ + \frac{N_1}{2} + \frac{N_1}{4} \cos 45^\circ,$$

woraus

$$R_2 = - \frac{N_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos 45^\circ \right)}{\cos 45^\circ} = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{1}{\cos 45^\circ} + \frac{1}{2} \right) = - 0,957 N_1 \quad \dots \dots \dots 356.$$

$$R_1 = R_2 \sin 45^\circ - \frac{N_1}{4} \sin 45^\circ = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} + \frac{\sin 45^\circ}{2} + \frac{\sin 45^\circ}{2} \right),$$

$$R_1 = - 0,854 N_1 \dots \dots \dots 357.$$

Da der Wind von allen Seiten kommen kann, so sind alle Ringtheile für die Spannung $R_2 = - 0,957 N_1$ zu dimensioniren.

Um die in den Dachflächen angebrachten Diagonalen zu berechnen, bestimme man die auf die einzelnen Punkte L , bezw. O (Fig. 339 u. 340) wirkenden horizontalen Kräfte. Auf L und O wirkt je R_2 , und es zerlegt sich R_2 jederseits in eine Componente $R_2 \cos 45^\circ$, welche in die Linie LP , bezw. OT fällt, und in eine normal dazu gerichtete Componente $R_2 \sin 45^\circ$, welche in die Richtung LO fällt. Um die beiden letzteren Componenten aufzuheben, empfiehlt sich die Anbringung der Zughorizontalen LO , die in Fig. 339 punktirt ist; der in dieser herrschende Zug ist $R_2 \sin 45^\circ$. Die in die Ebene LPC , bezw. OTC fallenden Componenten sind nun durch das in diesen angeordnete Gitterwerk auf die festen Stützpunkte der Thurmbasis zu übertragen. Um die Diagonalen zu berechnen, denken wir wieder zunächst die beiden Dachflächen durch einen in der Symmetrieebene liegenden, ideellen Binder ersetzt, ermitteln die unter dem Einflusse der Lasten $R_2 \cos 45^\circ$ in demselben entstehenden Diagonalspannungen auf bekannte Weise und finden aus diesen ideellen Diagonalspannungen die wirklichen Diagonalspannungen genau so, wie in Art. 464, S. 434 angegeben ist. Als Belastung der einzelnen Knotenpunkte des ideellen Binders ist selbstverständlich überall $2 R_2 \cos 45^\circ$ einzuführen.

467.
Spannungen
in den
Ringen.

Fig. 339.

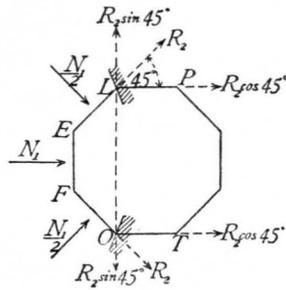
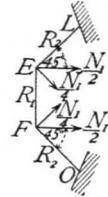


Fig. 340.



468.
Spannungen
in den
Diagonalen.