

fruction genau so, wie bei den flachen Zeltdächern, aus Sparren und Ringen zusammengefügt wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen sind. Auf diese Berechnung soll deshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen spielt der Winddruck hier eine große Rolle, und es sollen die durch diesen erzeugten Spannungen berechnet werden. Wir werden zunächst die Berechnung für ein vierseitiges Pyramidendach zeigen, für welches eine genaue Berechnung möglich ist.

1) Vierseitiges Pyramidendach.

461. Belaftung.

Der Winddruck auf eine Pyramidenseite ist am größten, wenn die Windrichtung im Grundriss normal zu der betreffenden Rechteckseite steht. Alsdann ist der Winddruck pro 1<sup>qm</sup> schräger Dachfläche (Fig. 328 und 329) nach Gleichung 273.  $v = 120 \sin^2(\alpha + 10^\circ)$ ; die vom Winde getroffene schräge Dachfläche ist

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

mithin der Gesamtdruck gegen eine Pyramidenseite

$$N = \frac{a h v}{2 \sin \alpha} \quad 346.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrieebene II einen ideellen Binder  $ACB$  (Fig. 330) und bestimmen die darin durch den Winddruck entstehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Horizontalen und Diagonalen, wie in Fig. 330 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck  $W$  in der Höhe  $e_0$  über dem Firfipunkt  $C$ ;

außerdem wirken in den Knotenpunkten  $C, E, F, G \dots$  die Kräfte  $N_0, N_1, N_2, N_3 \dots$  normal zur Dachfläche; die Größe dieser Kräfte ist leicht aus den auf die

bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

$\alpha$ ) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder.

Um die Sparrenspannung  $S_1$  (Fig. 330) an der Windseite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch  $CE$ , etwa nach III, und betrachte das Fragment oberhalb des Schnittes. Wählt man  $\mathcal{F}$  als Momentenpunkt, so heißt die Gleichung der statischen Momente (Fig. 331):

$$0 = S_1 e_1 \sin \alpha - W(e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun ist  $\overline{C\mathcal{F}} = \frac{e_1}{\sin \alpha}$  und  $\cos(180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{C\mathcal{F}} = -\cos 2\alpha$ , daher

Fig. 328.

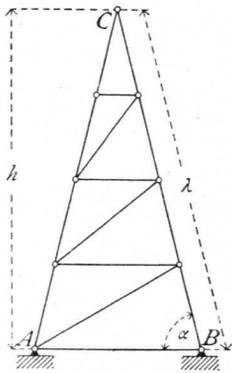


Fig. 329.

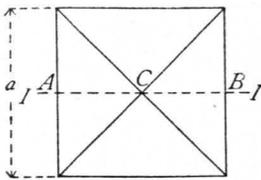


Fig. 330.

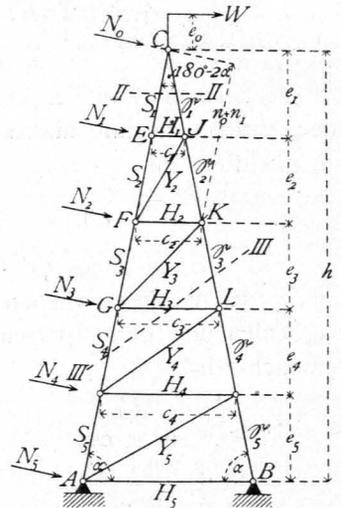
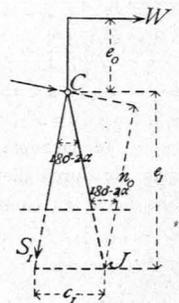


Fig. 331.



462. Berechnung d. Spannungen im ideellen Binder.

$n_0 = -\overline{CF} \cos 2\alpha = -\frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha}$ . Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W(e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0 e_1 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{c_1 \sin^2 \alpha}.$$

Für irgend einen Sparren  $FG$  ist  $K$  der conjugirte Punkt, und es ergibt sich  $S_3$  aus der Momentengleichung

$$0 = S_3 c_2 \sin \alpha - W(e_0 + e_1 + e_2) - N_0(n_0 + n_1) - N_1 n_1 + N_2 c_2 \cos \alpha,$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} [W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0(n_0 + n_1) + N_1 n_1 - N_2 c_2 \cos \alpha],$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} [W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0(n_0 + n_1) + N_1 n_1] - N_2 \cotg \alpha.$$

Für irgend einen Sparren  $KL$  auf der Unterwindseite ist  $G$  der conjugirte Punkt und

$$0 = \mathfrak{S}_3 c_3 \sin \alpha + W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0(e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_1(e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_2 e_3}{\sin \alpha},$$

woraus

$$\mathfrak{S}_3 = -\frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[ W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0(e_1 + e_2 + e_3) + N_1(e_2 + e_3) + N_2 e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben so ergeben sich leicht alle Sparrenspannungen, fowohl auf der Windseite, wie auf der Unterwindseite.

Die Sparren auf der Windseite werden gezogen, diejenigen auf der Unterwindseite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Horizontalen und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung  $H_3$  in  $GL$  zu finden, schneide man schräg nach  $III III$ ; alsdann ist  $C$  der conjugirte Punkt, und die Momentengleichung für  $C$  heist

$$0 = H_3(e_1 + e_2 + e_3) - W e_0 + \frac{N_1 e_1}{\sin \alpha} + \frac{N_2(e_1 + e_2)}{\sin \alpha} + \frac{N_3(e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$H_3 = -\frac{N_1 e_1 + N_2(e_1 + e_2) + N_3(e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}.$$

Die Spannung  $Y_3$  endlich in der Diagonalen  $GK$  wird, da für  $GK$  wiederum  $C$  der conjugirte Punkt ist, durch die Momentengleichung für  $C$  gefunden. Dieselbe heist, wenn  $y_3$  der Hebelsarm von  $Y_3$  für den Momentenpunkt  $C$  ist,

$$0 = Y_3 y_3 + W e_0 - \frac{N_1 e_1}{\sin \alpha} - \frac{N_2(e_1 + e_2)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1 e_1 + N_2(e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}.$$

Ob die Diagonalen und Horizontalen Druck oder Zug erhalten, hängt von der Größe des Momentes  $W e_0$  wesentlich ab. Ist  $W = 0$ , so werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Horizontalen gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengesetzten Windrichtung findet entgegengesetzte Beanspruchung statt.

463.  
Graphische  
Ermittlung  
d. Spannungen  
im ideellen  
Binder.

β) Graphische Ermittlung der Spannungen im ideellen Binder. Wird zunächst von der Kraft  $W$  abgesehen, so ergibt sich ohne Schwierigkeit der in Fig. 332 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabspannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten sind.

Fig. 332.

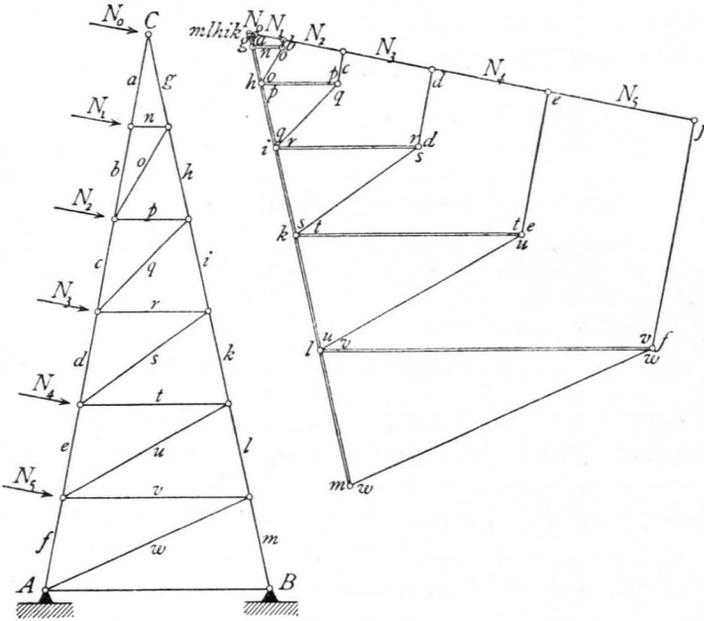
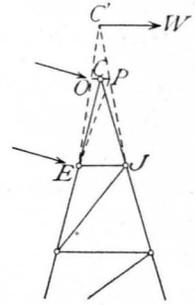


Fig. 333.



Falls noch ein Winddruck  $W$  vorhanden ist, so empfiehlt es sich, für die graphische Bestimmung der Spannungen statt der wirklich vorhandenen Stäbe  $EC$  und  $JC$  zwei Stäbe  $EC'$  und  $J'C'$  einzuführen, wobei  $C'$  der Schnittpunkt der Kraft  $W$  mit der Mittelverticalen Fig. 333 ist; die Er-

mittlung kann dann für den Turm mit der Spitze  $EOC'P$  nach der Cremona'schen Methode erfolgen. Die Spannungen in  $EC$  und  $J'C$  können mit geringem Fehler denjenigen, welche sich für  $EO$  und  $PJ'$  ergeben haben, gleich gesetzt werden.

464.  
Wirkliche  
Stab-  
spannungen.

γ) Reduction der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabspannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder  $ACB$  (Fig. 334) statt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen Binders wird nun durch zwei Stabspannungen der beiden wirklichen Binder geleistet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel  $(90 - \alpha)$  einschließen.

Fig. 334.

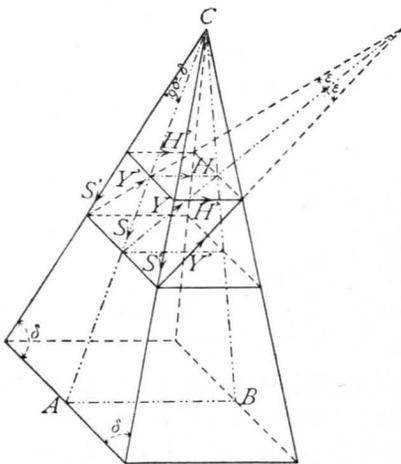


Fig. 335.



Die Spannung  $S$  in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen  $S'$  ersetzt; demnach ist  

$$S = 2 S' \cos (90 - \delta) = 2 S' \sin \delta,$$
woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}; \quad \cdot 346.$$

eben fo

$$\mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{2 \sin \delta} \dots \dots \dots 347.$$

Ferner wird

$$H = 2 H', \text{ woraus } H' = \frac{H}{2}; \dots \dots \dots 348.$$

$$Y = 2 Y' \cos \varepsilon, \text{ woraus } Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \dots \dots \dots 349.$$

Auch auf constructivem Wege ist die Reduction leicht durchzuführen. Man construire (Fig. 335) den Winkel  $(90 - \delta)$ , bzw.  $\varepsilon$ , was keine Schwierigkeiten macht. Ist  $\sphericalangle r m n = 90 - \delta$ , fo ist  $\overline{m r} = \frac{\overline{m n}}{\sin \delta}$ . Man trage demnach die Werthe für  $\frac{S}{2}$  und  $\frac{\mathcal{E}}{2}$  auf der Linie  $m n$  ab, projicire diese Abschnitte auf  $m r$ ; alsdann erhält man in den Projectionen die gefuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben fo ist die Division durch  $\cos \varepsilon$  vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, fo erhält jede derselben event. Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, fo sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 390, S. 355) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtfeitiges Pyramidendach.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, horizontal an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck fo, als wenn die Seitenflächen vertical ständen.

Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriß normal zu der Seite  $m n$  (Fig. 336) angenommen wird, die Seitenlänge des regulären Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit  $a$ , die Höhe der Pyramide mit  $h$  und der Druck pro Flächeneinheit mit  $p$  bezeichnet wird, fo ist der Druck gegen die Fläche  $F$  demnach

$$W = \frac{p a h}{2} \dots 350.$$

Der Winddruck auf die Fläche  $F_1$  ergibt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgender Mafsen. Auf  $1 \text{ qm}$  der normal getroffenen Fläche  $m n$  (Fig. 337) und deren Verlängerungen kommt ein Winddruck  $p$ ; einem Quadrat-Meter dieser Fläche entspricht aber  $\frac{1}{\cos \gamma}$  der (immer vertical gedachten) Fläche  $n o$ ; auf  $1 \text{ qm}$  der letzteren kommt also

Fig. 337.

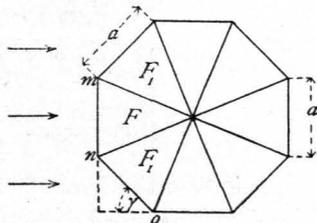
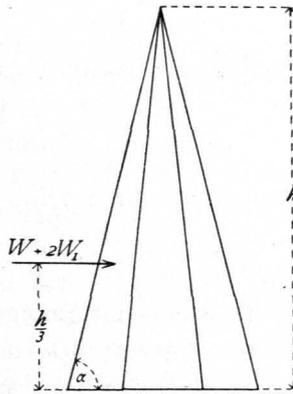


Fig. 336.

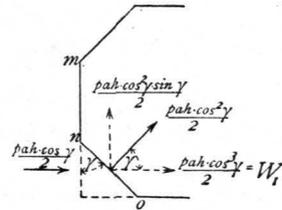
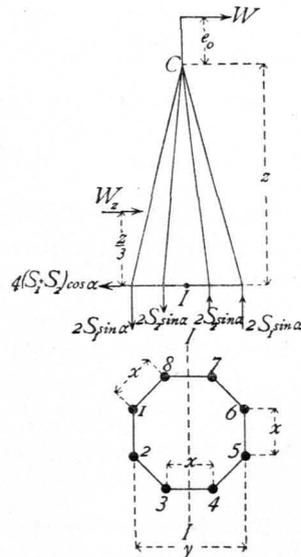


Fig. 338.



465.  
Belastung.