

Was schliesslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, so brauchen wir nur die am stärksten beanspruchte Diagonale zu berechnen, weil selbst diese noch sehr schwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich stark.

Die größte durch mobile Belastung erzeugte Sparrenspannung ist durch die Diagonale zu übertragen (siehe Art. 452, S. 422); dieselbe ist $S_5^p = -7742 \text{ kg}$, und es hat demnach eine Diagonale höchstens diese Kraft aufzunehmen. Die Spannung in der Diagonalen wird demnach kleiner sein, als $\frac{7742}{\cos \gamma}$; da nun nahezu (Fig. 322) $\cos \gamma = \frac{5,22}{7,02} = 0,744$ ist, wird $Y < \frac{7742}{0,744}$ oder $Y < 10406 \text{ kg}$ fein.

Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorstehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querschnittsbestimmungen kann nun, wie bei den früheren Beispielen, eine Tabelle aufgestellt werden.

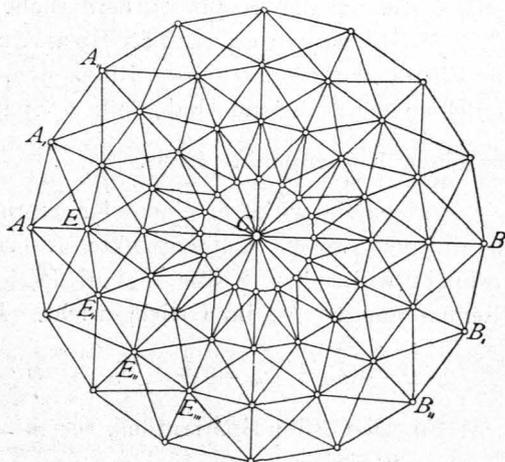
Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	P_2
Sparren:			Ringe:			
S_1	-4766	-5706	R_1	-24396	-29159	0
S_2	-4346	-5977	R_2	+2524	+18387	-19248
S_3	-4402	-6310	R_3	+953	+14472	-14684
S_4	-4651	-6786	R_4	+183	+11696	-11951
S_5	-5258	-7742	R_5	+98	+9913	-10023
Diagonalen:			R_6	+20636	+30319	0
Y	0	10406				
	Kilogramm.			Kilogramm.		

b) Flache Zeldächer.

Die Zeldächer bilden Pyramiden, und zwar in den allermeisten Fällen reguläre Pyramiden. Man kann sie aus einer Anzahl radial gestellter Binder, die unter die fog. Grate kommen, construiren, in welchem Falle die Berechnung eines jeden Binders unter Zugrundelegung der auf ihn entfallenden Belastungen genau so vorzunehmen ist, wie bei den Balkendächern gezeigt wurde, oder man legt auch hier, wie bei den Kuppeln, alle Constructionstheile in die Dachflächen, so dass sich eine der dortigen ganz analoge Construction ergibt. In diesem Falle (Fig. 323) werden eine Anzahl Bindersparren $A, C, A'', C, B, C, B'', C \dots$ angeordnet; zwischen denselben befinden sich horizontale Ringe $E, E', E'', E''' \dots$ und in den viereckigen Feldern der Dachflächen, wegen der ungleichmäßigen Belastungen, Diagonalen. Auch hier wird oft in der Dachmitte eine Laterne angeordnet, welche sich auf einen Laternenring stützt, gegen den sich die oberen Sparrenenden anlehnen. Wir werden hier nur die der Kuppelconstruction analogen Anordnungen betrachten, da die ersteren keine be-

456.
Zelt-
dächer.

Fig. 323.



fonderen Schwierigkeiten bieten. Obgleich die grössere oder geringere Neigung der Dachflächen keinen principiellen Unterschied bedingt, wollen wir die Zeldächer dennoch in flache und steile Zeldächer eintheilen, weil bei den ersteren die Belastung durch Schnee, bei den letzteren diejenige durch Wind die maßgebende mobile Belastung ist.

Zu den flachen Zeldächern gehören die Circus- und Theaterdächer, die Dächer über Locomotivschuppen etc., zu den steilen hauptsächlich die Thurmdächer.

1) Belastungen und Auflager-Reactionen.

457.
Belastungen.

Ueber die Belastung der flachen Zeldächer gilt dasselbe, was von den Belastungen der Kuppeldächer in Art. 450, S. 418 gesagt ist; wir bestimmen also auch hier das Eigengewicht, den Schnee- und den Winddruck pro 1^{qm} der Grundfläche, berücksichtigen aber vom Winddruck nur die verticalen Componenten v , für welche die Werthe in Art. 412, S. 379 angegeben sind. Die Knotenpunktsbelastungen sind den Grundflächen proportional, welche auf die einzelnen Knotenpunkte entfallen, demnach leicht zu ermitteln.

Auch hier betrachten wir nur totale Belastung des ganzen Zeldaches und solche partielle Belastungsarten, bei denen ganze Ringzonen mobil belastet sind.

458.
Auflager-
Reactionen.

Von den Auflager-Reactionen gilt gleichfalls dasselbe, was bei den Kuppeldächern gesagt wurde. Da auch hier ein fog. Mauerring die horizontalen Componenten der Spannungen in den untersten Sparrentheilen aufhebt, so sind für die in Aussicht zu nehmenden Belastungsarten die Auflager-Reactionen bei den einzelnen Sparren gleich den auf dieselben entfallenden Lasten.

2) Stabspannungen.

459.
Berechnung
der Stab-
spannungen.

α) Ungünstigste Beanspruchungen der einzelnen Stäbe. Die genaue Bestimmung der ungünstigsten Belastungsarten und der bei ungleichmäßig vertheilter Belastung entstehenden Spannungen ist auch hier sehr complicirt und schwierig. Werden nur totale Belastung des ganzen Daches und die Belastungen ganzer Ringzonen zu Grunde gelegt, so ergibt sich aus den aufzustellenden Gleichungen leicht, daß die ungünstigste Belastungsart für die Sparren, so wie für alle Ringe bei totaler Belastung des ganzen Daches stattfindet. Betreff der Diagonalen verfahren wir genau, wie bei den Kuppeldächern (siehe Art. 452, S. 419).

β) Spannungen in den Sparren. Es mögen wiederum $G_1, G_2 \dots G_m \dots$ die Eigengewichte der ganzen Ringzonen, $P_1, P_2 \dots P_m \dots$ die mobilen Belastungen derselben sein; alsdann sind, falls n Sparren vorhanden sind, die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte bezw. $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n} \dots \frac{G_m}{n} \dots$ und $\frac{P_1}{n}, \frac{P_2}{n} \dots \frac{P_m}{n} \dots$

Allgemein wirke in einem Knotenpunkte (Fig. 324) die Last Q ; alsdann sind die in dem m -ten Knotenpunkte E (von der Laterne, bezw. der Mitte an gerechnet) wirkenden Kräfte S_{m-1}, S_m, Q_m und die Mittelkraft H_m der beiden Ringspannungen R_m im Gleichgewicht. Demnach ist

$$0 = Q_m + S_m \sin \alpha - S_{m-1} \sin \alpha, \text{ woraus } S_m = -\frac{Q_m}{\sin \alpha} + S_{m-1}.$$

Für den ersten Sparrentheil, für $m = 1$, wird, falls eine Laterne vorhanden ist, $S_{m-1} = 0$; daher

$$S_1 = -\frac{Q_1}{\sin \alpha}; \quad S_2 = -\frac{Q_2}{\sin \alpha} - \frac{Q_1}{\sin \alpha} = -\frac{Q_2 + Q_1}{\sin \alpha};$$

$$S_3 = -\frac{Q_3}{\sin \alpha} - \frac{Q_2 + Q_1}{\sin \alpha} = -\frac{Q_3 + Q_2 + Q_1}{\sin \alpha} \text{ etc.}$$

Fig. 324.

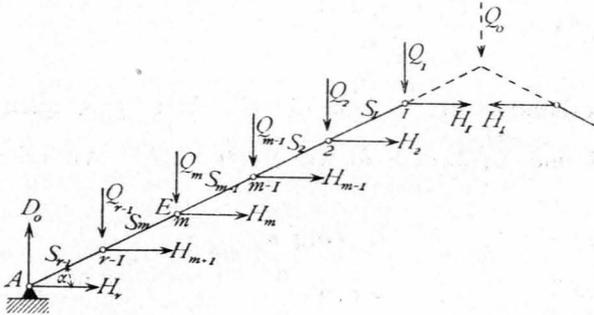
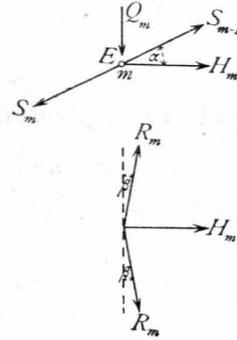
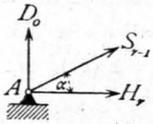


Fig. 325.



Allgemein, wird



$$S_m = -\frac{\sum_1^m (Q)}{\sin \alpha} \dots \dots \dots 333.$$

Die Sparrenspannungen durch das Eigenwicht werden erhalten, indem der Reihe nach für $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ bzw. $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n}, \frac{G_3}{n} \dots$ eingesetzt wird. Man erhält

$$S_m^g = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha} \dots \dots \dots 334.$$

Für $m = 1, 2, 3 \dots$ wird

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n \sin \alpha}; \quad S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n \sin \alpha}; \quad S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin \alpha} \text{ etc.} \quad 335.$$

Aus der Gleichung 333. ergibt sich, daß die Sparrenspannungen durch mobile Last am größten bei totaler Belaftung sind, und zwar wird

$$S_m^{pmax} = -\frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha} \dots \dots \dots 336.$$

und für $m = 1, 2, 3 \dots$

$$S_1^{pmax} = -\frac{P_1}{n \sin \alpha}; \quad S_2^{pmax} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha}; \quad S_3^{pmax} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha} \text{ etc.} \quad 337.$$

Falls keine Laterne vorhanden ist, gelten die Gleichungen 333. bis 337. ebenfalls; nur ist überall in die Summen auch Q_0 aufzunehmen, d. h. der Theil der Firtbelaftung, welcher auf den Sparren entfällt.

γ) Spannungen in den Ringen. Die algebraische Summe der in E (Fig. 325) wirkenden Horizontalkräfte ist gleich Null, d. h.

$$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha - S_m \cos \alpha,$$

woraus

$$H_m = (S_m - S_{m-1}) \cos \alpha = -\frac{\sum_1^m (Q) - \sum_1^{m-1} (Q)}{\sin \alpha} \cos \alpha = -Q_m \cotg \alpha.$$

Nun ist $H_m = 2 R_m \sin \beta$, und da nach Art. 452, S. 420 $\beta = \frac{\pi}{n}$ ist,

$$R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = - \frac{Q_m \cotg \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 338.$$

Die Belastung durch das Eigengewicht erzeugt demnach eine Spannung

$$R_m^g = - \frac{G_m \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 339.$$

Falls ein Laternenring vorhanden ist, so gilt die Gleichung 338. auch für diesen. Für denselben ist $m = 1$ und $\sum_1^{m-1} (Q) = 0$, so wie $\sum_1^m (Q) = Q_1$. Wir erhalten demnach für $m = 1, 2, 3 \dots$

$$R_1^g = - \frac{G_1 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^g = - \frac{G_2 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc.} \dots \dots \dots 340.$$

Die Gleichungen 339. und 340. ergeben, dass in sämtlichen Ringen durch das Eigengewicht Druck erzeugt wird; die Gleichung 339. gilt aber nicht für den Mauerring. Am Knotenpunkt A (Fig. 324) wirken die Kräfte $D_0 = \Sigma (Q)$, H_r und S_{r-1} ; mithin ist $S_{r-1} \cos \alpha + H_r = 0$, woraus $H_r = - S_{r-1} \cos \alpha$.

Ferner ist $D_0 + S_{r-1} \sin \alpha = 0$, woraus $S_{r-1} = - \frac{\sum_1^{r-1} (Q)}{\sin \alpha}$. Es wird demnach

$$H_r = \sum_1^{r-1} (Q) \cotg \alpha \text{ und, da } R_r = \frac{H_r}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \text{ ist, wird}$$

$$R_r = \frac{\sum_1^{r-1} (Q) \cotg \alpha}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 341.$$

Der Mauerring erhält also Zug.

Das Eigengewicht erzeugt in demselben die Spannung

$$R_r^g = \frac{(G_1 + G_2 + \dots + G_{r-1}) \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 342.$$

Die größte durch mobile Belastung erzeugte Spannung findet in einem Ringe nach Gleichung 338. statt, wenn Q_m seinen größten Werth hat. Da Q nie negativ wird, so ist die Ringspannung durch mobile Belastung, abgesehen vom Mauerring, stets Druck. Es wird demnach

$$R_1^{p \min} = - \frac{P_1 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}}; \quad R_2^{p \min} = - \frac{P_2 \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \text{ etc.};$$

allgemein

$$R_m^{p \min} = - \frac{P_m \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 343.$$

Weiters ist $R_1^{p \max} = R_2^{p \max} = R_m^{p \max} = 0$. Die größte Druckspannung in einem Ringe findet also schon statt, wenn nur die betreffende Zone belastet ist; die Be-

lastung der übrigen Zonen ist auf die Ringspannung ohne Einfluss. Wir können demnach auch sagen, dass die größte Ringspannung in allen Ringen bei mobiler Belastung des ganzen Daches stattfindet.

Im Mauerring findet der größte Zug durch mobile Belastung bei totaler Belastung statt, und es ist derselbe

$$R_r^{p,max} = \frac{(P_1 + P_2 \dots + P_{r-1}) \cotg \alpha}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \dots \dots \dots 344.$$

Druck findet in demselben nicht statt.

δ) Spannungen in den Diagonalen. Für dieselbe Belastungsart, welche bei den Kuppeln zu Grunde gelegt ist, ergibt sich die Spannungsdifferenz in zwei benachbarten Sparren, zwischen denen die Belastungsgrenze liegt, zu

$$\Delta = \frac{\sum_1^m (P + G)}{n \sin \alpha} - \frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha} = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha}$$

und die Spannung in der Diagonalen, welche dieselbe übertragen soll, höchstens zu

$$Y = \frac{\sum_1^m (P)}{n \sin \alpha \cos \gamma},$$

wenn γ der Winkel zwischen der Diagonalen und dem Sparren ist. Demnach wird

$$Y_1 \leq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc.} \dots 345.$$

Um die Stabspannungen auf geometrischem Wege (Fig. 326 und 327) zu ermitteln, seien die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte 1, 2, 3, 4; alsdann ergibt sich leicht, wenn $\alpha\beta = 1$, $\beta\gamma = 2$, $\gamma\delta = 3$, $\delta\varepsilon = 4$ gemacht wird, $\beta\zeta = S_1$, $\zeta\alpha = H_1$, $\gamma\eta = S_2$, $\eta\zeta = H_2$, $\delta\vartheta = S_3$, $\vartheta\eta = H_3$, $\varepsilon\kappa = S_4$, $\kappa\vartheta = H_4$; ferner $\varepsilon\alpha = D_0$, $\alpha\kappa = H_5$, $\zeta\lambda = R_1$, $\eta\mu = \mu\zeta = R_2$, $\vartheta\nu = \nu\eta = R_3$, $\kappa\sigma = \sigma\vartheta = R_4$ und $\alpha\sigma = \sigma\kappa = R_5$ (= Mauerringspannung).

Je nachdem nun die Kräfte 1, 2, 3, 4 die Eigengewichte oder die mobilen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construieren.

c) Steile Zeldächer (Thurmdächer).

Als verticale Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der großen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese verticale Belastung erzeugt, da die Con-

Fig. 326.

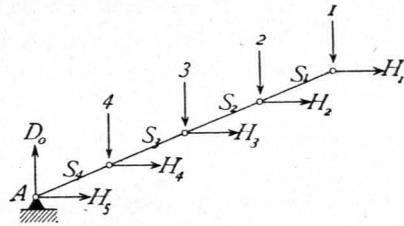
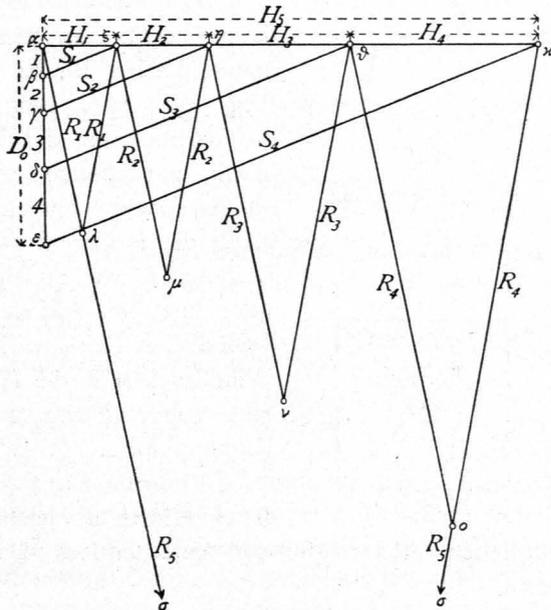


Fig. 327.



460.
Graphische
Ermittlung
der Stab-
spannungen.