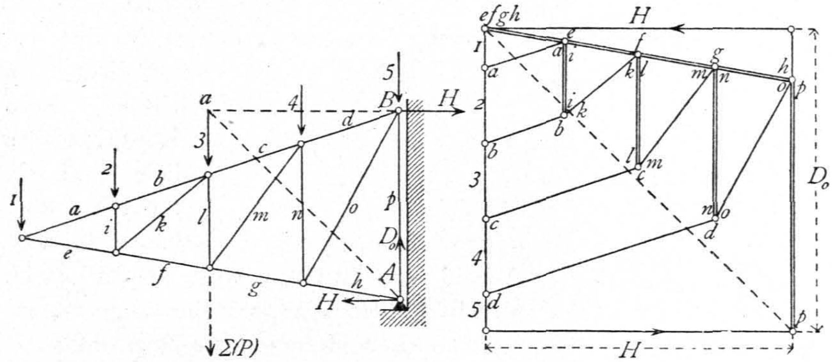
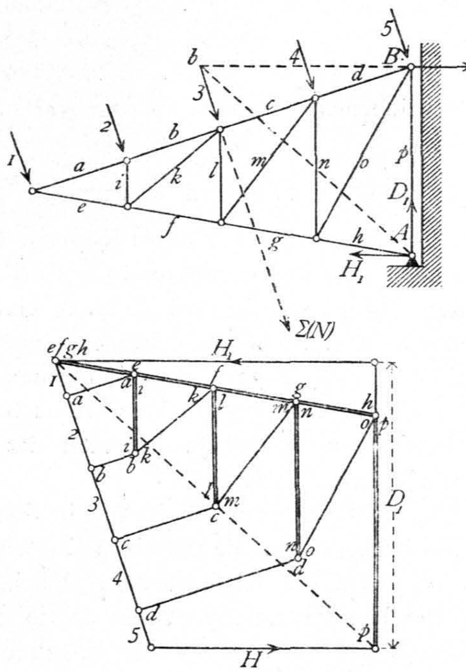
Fig. 309.



H_1 mit D_1 zu einer zweiten Reſultirenden, welche durch A geht. Beide Kräfte halten das Dach im Gleichgewicht, haben alſo die Richtung $b\,A$, bezw. $A\,b$.

Iſt $\alpha\delta = \Sigma(N)$, ſo ziehe man durch δ eine Parallele zur Richtung von H, durch α eine Parallele zur Richtung von W; man erhält ε, und es iſt $\delta\varepsilon = H$, $\varepsilon\alpha = W$. Nun zerlege man $\varepsilon\alpha$ in D_1 und H_1, und es wird $\varepsilon\zeta = D_1$, $\zeta\alpha = H_1$.

Fig. 310.



2) Stabſpannungen. Um die Stabſpannungen zu ermitteln, ſind hier nur Belaſtung durch das Eigengewicht, durch totale Schnee- und totale Windbelaſtung ins Auge zu faſſen. 448. Stab-ſpannungen.

Die Berechnung für die verſchiedenen möglichen Formen iſt nach der Momentenmethode ohne Schwierigkeit durchzuführen, und zwar ſowohl wenn die Laſten vertical, als wenn ſie normal zur Dachfläche gerichtet ſind; es braucht darauf hier nicht weiter eingegangen zu werden.

Das graphiſche Verfahren iſt in den Fig. 309 und 310 für einen Conſole-Dachſtuhl, und zwar für Belaſtung durch Eigengewicht und durch Winddruck durchgeführt. Zuerſt ſind die äuſseren Kräfte, wie oben gezeigt, ermittelt, in cycliſcher Reihenfolge an einander getragen und dann der Kräfteplan conſtruirt, der ohne Weiteres verſtändlich iſt.

---

4. Kapitel.

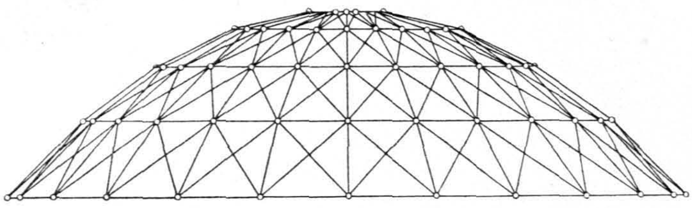
Kuppel-, Zelt- und Thurmdächer.

a) Kuppeldächer.

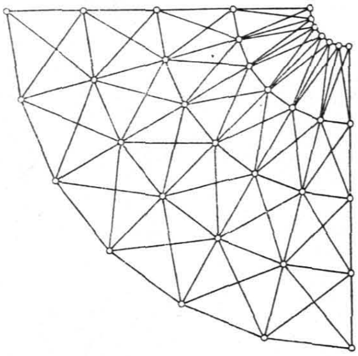
Die Kuppelfläche entſteht durch Rotation einer Curve um eine verticale Mittelaxe; ſie iſt alſo eine Rotationsfläche. 449. Allgemeines.

Während man früher die Kuppeldächer aus einer Anzahl radial geſtellter

Fig. 311.



Binder construirte, sind bei den neueren, von *Schwedler* erfundenen und vielfach mit bestem Erfolg ausgeführten Kuppeldächern sämmtliche Constructionstheile in die Kuppelfläche verlegt. Eine



Anzahl von Sparren wird in der Richtung der Meridiane der Kuppelfläche angeordnet und in verschiedenen Höhen durch horizontale Ringe mit einander verbunden; letztere sind den Parallelkreisen der Kuppelfläche eingeschriebene Polygone. In den so entstehenden Vierecken sind alsdann, wegen der ungleichmäfsigen Belastung, noch Diagonalen angeordnet, und zwar gekreuzte Zugdiagonalen. Gewöhnlich ist eine Belastung der Kuppelmitte durch eine sog. Laterne vorhanden. Die ganze Construction bildet demnach ein der Kuppelfläche eingeschriebenes Polyeder; in Fig. 311 sind Ansicht und Grundrifs derselben dargestellt.

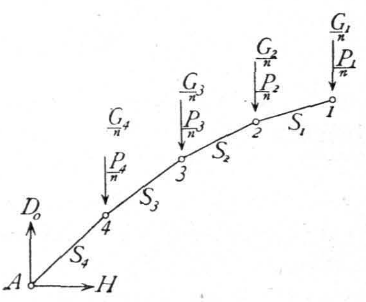
1) Belastungen und Auflager-Reactionen.

450. Belastungen. Die hier zu betrachtenden Kuppeln sind meistens so flach, dafs der Winddruck nur eine ganz untergeordnete Rolle spielt; wir werden denselben defshalb hier als in allen Theilen der Kuppel constant einführen, wobei eine mittlere Dachneigung angenommen werden soll. Ferner genügt es, nur die verticale Componente $\mathfrak{v}$ (vergl. Art. 412, S. 379) des Winddruckes zu berücksichtigen; die in die Dachfläche fallende Componente kann vernachlässigt werden. Endlich empfiehlt es sich, alle Belastungen auf das Quadratmeter der Grundfläche, also der Horizontalprojection des Daches zu beziehen.

Auch hier greifen die Lasten in den Knotenpunkten der Construction an; es sind demnach die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Flächen zu berechnen und mit diesen die Belastungen pro Flächeneinheit der Grundfläche zu multipliciren.

451. Auflager-Reactionen. Die Horizontalcomponenten der in den untersten Sparrenstangen vorhandenen Spannungen werden durch einen Ring, gegen welchen sich sämmtliche Sparrenfüfse setzen, den sog. Mauerring, aufgehoben; in Folge davon wirken als Reactionen nur Verticalkräfte. Wir brauchen dieselben nur für gleichmäfsige und solche Belastung zu bestimmen, bei welcher, wenn auch nur einzelne, so doch stets ganze Ringzonen belastet sind. Sind n Sparren vorhanden und ist der Grundrifs der Kuppel ein reguläres n-Eck, so können wir annehmen, dafs bei den erwähnten Belastungen alle Sparren gleiche Lasten tragen. Die

Fig. 312.



Kuppel trage eine Laterne, deren Gewicht im Eigengewicht der erſten Ringzone mit enthalten ſei. Die Eigengewichte der ganzen Ringzonen ſeien bezw. (Fig. 312) G_1, G_2, G_3, G_4 ...., die mobilen Laſten der ganzen Ringzonen P_1, P_2, P_3, P_4 ....; alsdann iſt, wenn die Auflager-Reaction auf jeden Sparren D_0 beträgt, für totale Belaſtung der ganzen Dachfläche

$$n\,D_0 = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \ldots\ldots + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \ldots\ldots = \Sigma\,(G) + \Sigma\,(P).$$

Wenn etwa nur die drei oberſten Zonen mobil belaſtet ſind, ſo wird

$$n\,D_0 = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + \ldots\ldots + P_1 + P_2 + P_3\,.$$

ſein. Auf dieſe Art ſind die Reactionen leicht zu ermitteln.

2) Stabſpannungen.

α) Ungünſtigſte Beanſpruchung der einzelnen Stäbe. Die genaue Unterſuchung der für jeden Stab ungünſtigſten Belaſtungsweiſe und die Berechnung der dabei entſtehenden Beanſpruchungen iſt ſehr complicirt, da die elaſtiſchen Verſchiebungen der einzelnen Punkte in Frage kommen. 452. Berechnung der Stabſpannungen.

Wir machen deſshalb, nach *Schwedler*, für die Grenzen der Spannungen die folgenden vereinfachenden Annahmen:

a) die Sparren erhalten den Maximaldruck, wenn die ganze Kuppel mobil belaſtet iſt;

b) ein Ring erhält ſeinen Maximalzug, wenn der innerhalb deſſelben befindliche Kuppeltheil *in maximo* belaſtet, der Ring ſelbſt mit ſeiner Zone aber unbelaſtet iſt; bei der entgegengeſetzten Belaſtungsart treten die entgegengeſetzten Grenzen ein;

c) die Diagonalen zwiſchen zwei Sparren ſind im Maximum des Zuges, wenn die halbe Kuppel auf einer Seite des durch die Mitte der Diagonalen gehenden Durchmeſſers *in maximo* belaſtet, die andere leer iſt.

β) Spannungen in den Sparren. Wir betrachten nur zwei Belaſtungsarten, nämlich die Belaſtung der ganzen Kuppel durch mobile Laſt und die Belaſtung der Kuppel durch Eigengewicht. Die zweite Belaſtungsart ergiebt die Minimalſpannungen. Die Maximalſpannungen der Sparren ſind gleich den Summen der bei den beiden angeführten Belaſtungsarten ſich ergebenden Spannungen. Die Formeln für beide Belaſtungsarten unterſcheiden ſich nur durch die Gröſse der Laſten.

Fig. 313.

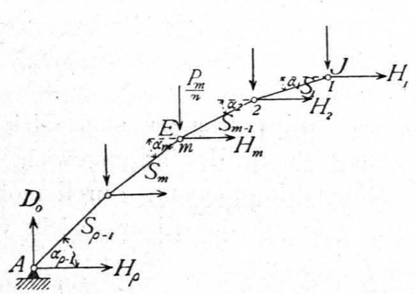
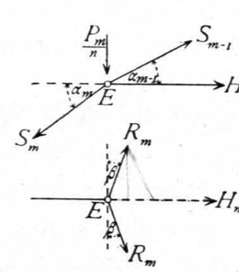


Fig. 314.



Was zunächſt die mobile Belaſtung betrifft, ſo ſind im m-ten Knotenpunkte (vom Laternenringe an gerechnet) in E (Fig. 313 und 314) folgende Kräfte im Gleichgewichte: die Spannungen der Sparren S_{m-1} und S_m, die Laſt $\frac{1}{n}\,P_m$, endlich die beiden Ringſpannungen R_m. Letztere ſind einander, der Symmetrie wegen, gleich und haben in der Horizontalebene des m-ten Ringes die Mittelkraft H_m. Die algebraiſche Summe der Verticalkräfte für den Punkt E iſt gleich Null; mithin

$$0 = \frac{1}{n} P_m + S_m \sin \alpha_m - S_{m-1} \sin \alpha_{m-1},$$

woraus

$$S_m = \frac{S_{m-1} \sin \alpha_{m-1}}{\sin \alpha_m} - \frac{1}{n} \frac{P_m}{\sin \alpha_m}.$$

Für den erften Knotenpunkt, den Knotenpunkt am Laternenringe, für $\mathfrak{J}$ ift $S_{m-1} = 0$; mithin folgt der Reihe nach für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$S_1 = -\frac{1}{n} \frac{P_1}{\sin \alpha_1}; \quad S_2 = -\frac{1}{n} \frac{P_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2} - \frac{1}{n} \frac{P_2}{\sin \alpha_2} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2};$$

$$S_3 = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} - \frac{1}{n} \frac{P_3}{\sin \alpha_3} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3},$$

oder allgemein

$$S_m = -\frac{1}{n \sin \alpha_m} \sum_1^m (P) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 319.$$

Eben fo ergiebt fich die Spannung in den Sparren für eine Belaftung durch das Eigengewicht zu

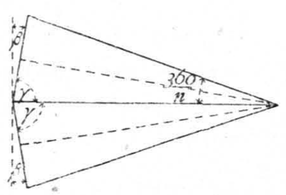
$$S_1' = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}; \quad S_2' = -\frac{(G_1 + G_2)}{n \sin \alpha_2}; \ldots S_m' = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin \alpha_m} \quad . \quad 320.$$

γ) Spannungen in den Ringen. Die Gleichgewichtsbedingung, nach welcher die algebraifche Summe der Horizontalkräfte im Punkte E gleich Null ift, lautet (Fig. 314):

$0 = H_m + S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - S_m \cos \alpha_m$, woraus $H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}$.

Da H_m die Refultirende der beiden Ringfpannungen R_m ift, fo ergiebt fich $H_m = 2 R_m \sin \beta$, woraus $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \beta}$. Nun ift (Fig. 315) $\beta = \frac{360}{2n} = \frac{\pi}{n}$, fonach $R_m = \frac{H_m}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$. Wird in diefe Gleichung der für H_m gefundene Werth eingefetzt, fo folgt

Fig. 315.



$$R_m = \frac{S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1}}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 321.$$

Wir beftimmen nach Gleichung 321. die Ringfpannung durch das Eigengewicht und die Maximal- und Minimalringfpannung durch mobile Belaftung.

Durch das Eigengewicht wird

$$R_m^g = \frac{-\frac{\sum_1^m (G) \cos \alpha_m}{n \sin \alpha_m} + \frac{\sum_1^{m-1} (G) \cos \alpha_{m-1}}{n \sin \alpha_{m-1}}}{2 \sin \frac{\pi}{n}},$$

$$R_m^g = -\frac{\sum_1^m (G) \operatorname{cotg} \alpha_m - \sum_1^{m-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2 n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 322.$$

Man erhält

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für den Laternenring, d. h. für } m=1: & R_1^g = -\dfrac{G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \\ \text{für den Ring 2, d. h. für } m=2: & R_2^g = -\dfrac{(G_1+G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2 - G_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \\ \text{für den Ring 3, d. h. für } m=3: & R_3^g = -\dfrac{(G_1+G_2+G_3) \operatorname{cotg} \alpha_3 - (G_1+G_2) \operatorname{cotg} \alpha_2}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \end{array}\right\} \quad 323.$$

etc.

Für den Mauerring ift S_m, alfo auch das erfte Glied im Zähler gleich Null; mithin

$$R_\rho^g = \frac{\sum\limits_1^{\rho-1} (G) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} = \frac{(G_1 + G_2 + \ldots + G_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad 324.$$

Um die durch mobile Belaftung erzeugten Ringfpannungen zu ermitteln, fetzen wir in die Gleichung 321. die Werthe für S_m und S_{m-1} ein. Wir erhalten, wenn wir die zwifchen den Knotenpunkten *1* und *m* befindlichen mobilen Laften mit $\mathfrak{S}_1^m (P)$ bezeichnen, wobei nur ein Theil der Knotenpunkte belaftet zu fein braucht, während $\sum\limits_1^m (P)$ die Belaftung fämmtlicher Knotenpunkte von *1* bis *m* bedeutet,

$$R_m = -\frac{\mathfrak{S}_1^m (P) \operatorname{cotg} \alpha_m - \mathfrak{S}_1^{m-1} (P) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}}{2\,n \sin \dfrac{\pi}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 325.$$

Druckmaximum findet ftatt, wenn im Zähler der Minuendus möglichft grofs, der Subtrahendus möglichft klein ift, d. h. wenn (totale Belaftung der Zonen vorausgefetzt) die Knotenpunkte von *1* bis $m - 1$, d. h. die innerhalb des betrachteten Ringes liegenden Knotenpunkte unbelaftet find, die zu dem Ringe gehörigen Knotenpunkte dagegen belaftet find, wofür wir auch fagen können, wenn die ganze äufsere Kuppel, incl. der zum Ringe gehörigen Zone, belaftet ift, da die Belaftung der aufserhalb des Ringes liegenden Zonen auf die Ringfpannung ohne Einflufs ift. Ein Wachfen des Minuendus $\mathfrak{S}_1^m (P) \operatorname{cotg} \alpha_m$ durch Belaftung der inneren Knotenpunkte hat ein Wachfen auch des Subtrahendus $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P) \operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ zur Folge, und da $\operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ ftets gröfser ift, als $\operatorname{cotg} \alpha_m$, fo wächst dadurch der Subtrahendus mehr als der Minuendus; der Druck wird demnach dadurch verringert, dafs innerhalb des Ringes Laften angenommen werden. Die angegebene Belaftungsart erzeugt alfo in der That Druckmaximum. Eben fo ergiebt fich Zugmaximum, wenn $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P)$ möglichft grofs, $\mathfrak{S}_1^m (P)$ möglichft klein wird. Jede Laft zwifchen Knotenpunkt *1* und $m - 1$ vergröfsert den Subtrahendus in Gleichung 325. mehr als den Minuendus, weil $\operatorname{cotg} \alpha_{m-1}$ gröfser ift, als $\operatorname{cotg} \alpha_m$, vergröfsert alfo den Zug. Für $\mathfrak{S}_1^m (P)$ und $\mathfrak{S}_1^{m-1} (P)$ ift alfo unter diefen Umftänden der gleiche Werth $\sum\limits_1^{m-1} (P)$ als ungünftigfter Zugwerth einzuführen. Zugmaximum findet demnach ftatt, wenn nur der innere Kuppeltheil, excl. der Zone, zu welcher der Ring gehört, belaftet ift. Die hier gefundenen Refultate ftimmen demnach mit den auf S. 419 gemachten Annahmen über die Maximalbelaftung überein. Man erhält

$$R^{p}_{m\,min} = -\frac{P_m \operatorname{cotg} \alpha_m}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R^{p}_{m\,max} = \frac{\sum\limits_{1}^{m-1} (P) (\operatorname{cotg} \alpha_{m-1} - \operatorname{cotg} \alpha_m)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 327.$$

Es ergiebt fich

$$\left.\begin{array}{l}
\text{für den Laternenring } (m=1)\text{:} \quad R^{p\,min}_{1} = -\dfrac{P_1 \operatorname{cotg} \alpha_1}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R^{p\,max}_{1} = 0 \\
\text{für } m=2\text{:} \quad R^{p\,min}_{2} = -\dfrac{P_2 \operatorname{cotg} \alpha_2}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R^{p\,max}_{2} = \dfrac{P_1 (\operatorname{cotg} \alpha_1 - \operatorname{cotg} \alpha_2)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \\
\text{für } m=3\text{:} \quad R^{p\,min}_{3} = -\dfrac{P_3 \operatorname{cotg} \alpha_3}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \text{und} \quad R^{p\,max}_{3} = \dfrac{(P_1 + P_2) (\operatorname{cotg} \alpha_2 - \operatorname{cotg} \alpha_3)}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}}
\end{array}\right\} \quad 328.$$

etc.

$$\text{für den Mauerring: } R^{p\,min}_{\rho} = 0 \quad \text{und} \quad R^{p\,max}_{\rho} = \frac{(P_1 + P_2 + \ldots + P_{\rho-1}) \operatorname{cotg} \alpha_{\rho-1}}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} \quad . \quad 329.$$

δ) Spannungen in den Diagonalen. Neben dem Durchmeffer, welcher für die ungünftigfte Diagonalenbelaftung die belaftete und unbelaftete Kuppelhälfte trennt, liegt ein belafteter und ein unbelafteter Sparren. Nehmen wir nun an, dafs die Spannung im erfteren fo grofs ift, als wenn die ganze Kuppel permanent und mobil belaftet wäre, im zweiten fo grofs, als wenn die ganze Kuppel nur permanent belaftet wäre, und machen wir die im Knotenpunkte anfchliefsende Diagonale ftark genug, um die ganze Spannungsdifferenz zu übertragen, fo wird diefelbe jedenfalls zu ftark, ift alfo als ausreichend zu betrachten.

Im oberften Sparrenftück find die gröfsten und kleinften Druckfpannungen bezw.

$$S_{1_{max}} = -\frac{P_1 + G_1}{n \sin \alpha_1} \quad \text{und} \quad S_{1_{min}} = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1}.$$

Die Differenz beider Spannungen ift $\Delta_1 = -\dfrac{P_1}{n \sin a_1}$. Diefelbe foll durch die Diagonale übertragen werden; es ift alfo nahezu, wenn der Winkel zwifchen Diagonale und belaftetem Sparren γ_1 genannt wird, $Y_1 \cos \gamma_1 = -\Delta$, daher

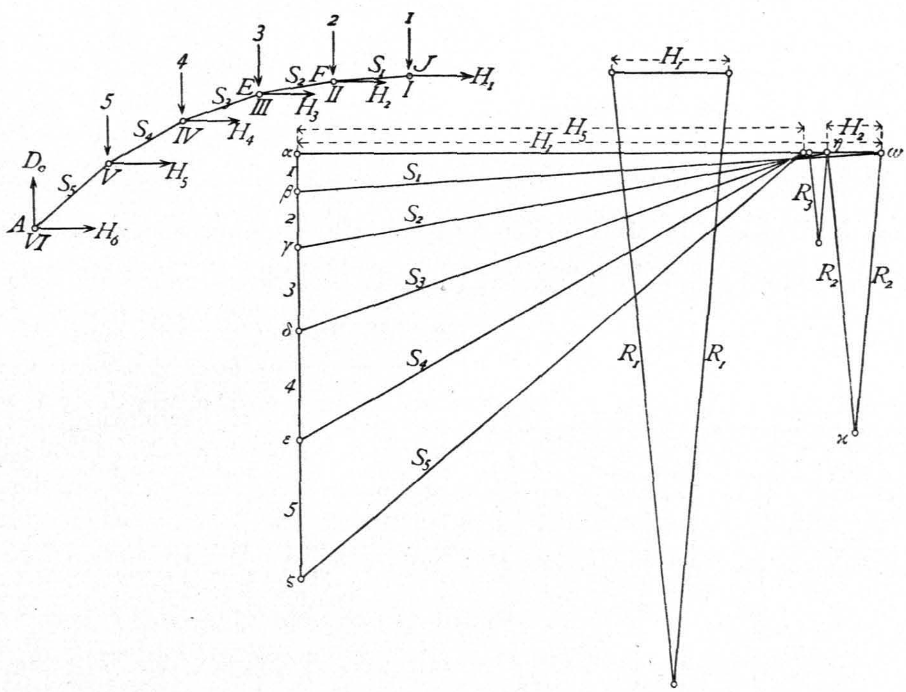
$$\left.\begin{array}{ll}
Y_1 = \dfrac{P_1}{n \sin \alpha_1 \cos \gamma_1}, & Y_2 = +\dfrac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2 \cos \gamma_2} \\
Y_3 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3 \cos \gamma_3}, & Y_4 = \dfrac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{2\,n \sin \alpha_4 \cos \gamma_4}
\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 330.$$

453. Graphifche Ermittelung der Stabfpannungen.

Auf graphifchem Wege laffen fich die Spannungen in den einzelnen Stäben einer Kuppel in folgender Weife ermitteln.

α) Sparrenfpannungen durch das Eigengewicht. Die Laften in den einzelnen Knotenpunkten feien *1, 2, 3, 4, 5* (Fig. 316); man trage diefelben zu einem Kraftpolygon α β γ δ ε ζ an einander. Im Knotenpunkte *J* wirkt *1*, die Sparrenfpannung S_1 und die Refultirende H_1 der Ringfpannungen R_1. Die Zerlegung der Kraft *1* nach den beiden Richtungen von S_1 und H_1 ergiebt $\beta\omega = S_1$, $\omega\alpha = H_1$. Am Knotenpunkt *F* wirken nun *2*, S_1, S_2 und H_2; bekannt find *2* und S_1; man erhält $\gamma\eta = S_2$, $\eta\omega = H_2$. Eben fo ergeben fich die übrigen Sparrenfpannungen.

Fig. 316.



β) Spannungen in den Sparren durch mobile Belaftung. Die Conftruction ift in gleicher Weife, wie sub α vorzunehmen, nachdem die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden mobilen Laften genau wie oben aufgetragen und behandelt find.

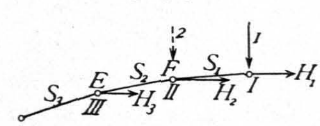
γ) Ringfpannungen durch das Eigengewicht. Die Zerlegung der für diefe Belaftung gefundenen Werthe von H ergiebt ohne Schwierigkeit die Werthe fur R_1^g, R_2^g . . . . , wie in Fig. 316 gezeichnet. Die Conftruction empfiehlt fich für die vorliegende Ermittelung nicht fehr, weil fie der fpitzen Schnittwinkel wegen nur ungenaue Refultate giebt, die Schnittpunkte vielfach nicht mehr auf die Zeichenfläche fallen. So ift H_1 in Fig. 316 im fünffach verkleinerten Mafsftabe aufgetragen, um R_1 zu conftruiren.

δ) Ringfpannungen durch mobile Belaftung. Maximalfpannung im Ringe II findet ftatt, wenn nur die Ringzone I mobil belaftet ift. Es fei (Fig. 318 a) $ab = \frac{P_1}{n}$; alsdann wird $bf = S_1$, $fa = H_1$.

Im Knotenpunkt F (Fig. 317) find S_1, S_2 und H_2 im Gleichgewicht, d. h. das Kräftedreieck für Punkt F wird bgf. Darin ift $H_2 = gf$ und $gi = if = R_2^{p\,max}$.

Im Ringe III ift Maximalfpannung, wenn die Zonen zu den Ringen I und II mobil belaftet find; alsdann wirken in F die Kräfte $S_1 = fb$, $2 = bc = \frac{P_2}{n}$, S_2' und H_2'. Man erhält leicht $H_2' = hf$, $S_2' = ch$. In E find dann S_2', S_3 und H_3 im Gleichgewicht und $H_3 = kh$, woraus $R_3^{p\,max} = kl = lh$. Eben fo wird $R_4^{p\,max} = on = mo$ etc.

Fig. 317.



Minimalfpannung im Ringe I findet bei totaler Kuppelbelaftung ftatt; alsdann wirkt in J die Kraft $1 = \frac{P_1}{n}$, und es wird, wenn (Fig. 318 b) $ab = 1$ ift, $ia = H_1$. Die Zerlegung in die beiden Ringfpannungen ift dann in gleicher Weife wie oben vorzunehmen. Für Ring II findet Minimalfpannung bei einer Belaftung der Zonen II, III, IV ftatt; I ift unbelaftet;

mithin ist S_1 alsdann gleich Null (siehe Gleichung 319). Ist $bc = \frac{P_2}{n} = z$, so wird $hb = H_2$. So wird weiter für die Minimalbelastungen der einzelnen Ringe $H_3 = kc$, $H_4 = md$, $H_5 = ne$.

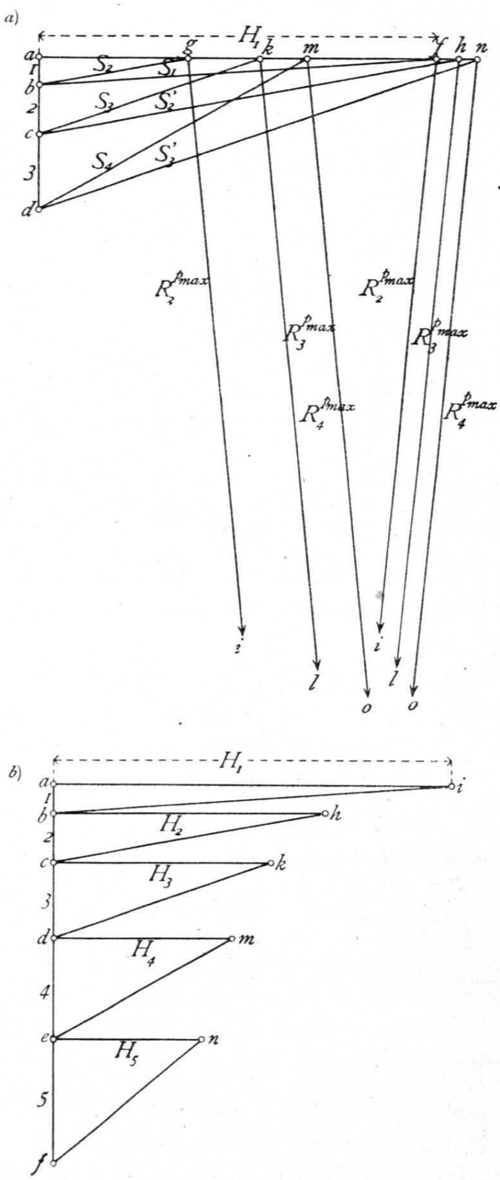
ε) Die Construction der Spannungen in den Diagonalen ist so einfach, dass dieselbe nicht weiter gezeigt zu werden braucht.

3) Erzeugende Kuppelcurve.

454. Parabel-Kuppel.

Die erzeugende Curve ist in den meisten Fällen eine Parabel der Gleichung (Fig. 319) $y = \frac{h\,x^2}{r^2}$, bei welcher der Anfangspunkt der Coordinaten im Scheitel C liegt, die halbe Spannweite gleich r, die Pfeilhöhe gleich h gesetzt ist, oder eine cubische Parabel der Gleichung $y = \frac{h\,x^3}{r^3}$. Letztere Curvenform hat den Vortheil, dass in den Zwischenringen bei gleichmässig vertheilter totaler Belastung die Spannung Null herrscht und dass die Spannungen in den Sparren nahezu constant sind, was sich folgender Massen ergiebt.

Fig. 318.



Die Spannung im Sparrentheil EF (Fig. 320) ist durch Betrachtung des Fragmentes zwischen dem Scheitel C und dem durch die Sparrenmitte gelegten Schnitt II zu ermitteln. Die algebraische Summe der auf das Fragment wirkenden Verticalkräfte ist gleich Null, daher, wenn wir die belastende Grundfläche mit F_1, die Belastung pro 1qm der Grundfläche mit g bezeichnen, $S \sin \alpha = g\,F_1$. Nun ist $F_1 = \frac{x^2\,\pi}{n}$, mithin $S \sin \alpha = \frac{g\,x^2\,\pi}{n} = S \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

Fig. 319.

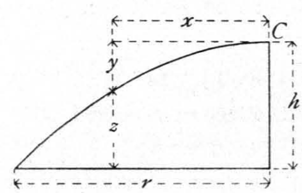
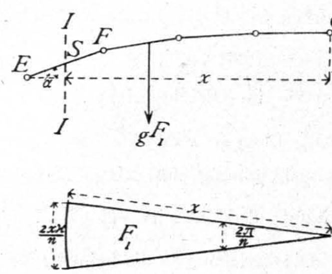


Fig. 320.



Wird ſtatt des Polygons die ſtetig gekrümmte Curve der Berechnung zu Grunde gelegt, ſo iſt $y = \frac{h\,x^3}{r^3}$ und $\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\,y}{d\,x} = \frac{3\,h\,x^2}{r^3}$; mithin

$$S \cos \alpha \frac{3\,h\,x^2}{r^3} = \frac{g\,x^2\,\pi}{n}, \quad \text{woraus} \quad S \cos \alpha = \frac{g\,\pi\,r^3}{3\,n\,h}, \quad \ldots \ldots \quad 331.$$

d. h. $S \cos \alpha$ iſt conſtant. Da aber wegen der flachen Neigung der Kuppel der Winkel α ſehr klein iſt, ſo variirt auch $\cos \alpha$ ſehr wenig; die Spannung iſt daher im ganzen Sparren nahezu conſtant.

Betrachten wir nun einen Knotenpunkt E (Fig. 314) und ſetzen die algebraiſche Summe der in ihm wirkenden Horizontalkräfte gleich Null, ſo wird

$$0 = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} - H_m, \quad \text{woraus} \quad H_m = S_m \cos \alpha_m - S_{m-1} \cos \alpha_{m-1} = 0,$$

da nach Gleichung 331. $S \cos \alpha$ conſtant iſt. Die Ringſpannung iſt dann

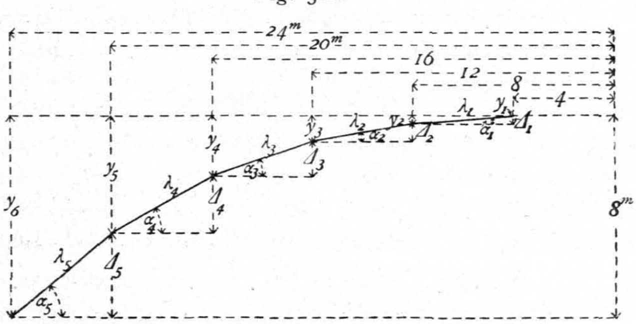
$$R = \frac{H}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 332.$$

Die obigen Angaben ſind damit bewieſen.

Es möge noch bemerkt werden, daſs der theoretiſche Materialaufwand bei einer nach der cubiſchen Parabel gekrümmten Kuppel nur $^2/_3$ desjenigen Materialaufwandes beträgt, der ſich bei einer nach der gemeinen Parabel gekrümmten Kuppel ergiebt.

Beiſpiel. Es iſt ein Kuppeldach von nachfolgenden Hauptdimenſionen und Belaſtungen zu conſtruiren: Durchmeſſer des zu überdachenden kreisförmigen Raumes gleich 47^{m}, demnach der Durchmeſſer des dem Mauerring umſchriebenen Parallelkreiſes $2\,L = 48^{\text{m}}$; Scheitelhöhe der Kuppel $h = 8^{\text{m}}$; es ſind 6 Ringe mit den Radien 4, 8, 12, 16, 20 und 24^{m} und $n = 32$ Sparren anzuordnen; das Eigengewicht iſt zu 70^{kg} pro 1^{qm} Grundfläche anzunehmen; als mittlere Dachneigung iſt $\frac{h}{2\,L} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ einzuführen, und es ergiebt ſich hieraus nach Art. 411, S. 377 ff. als Belaſtung durch Schnee pro 1^{qm} Grundfläche 75^{kg}, als Belaſtung durch Winddruck pro 1^{qm} Grundfläche $\mathfrak{v} = 30^{\text{kg}}$, ſo daſs die geſammte mobile Belaſtung pro 1^{qm} Grundfläche 105^{kg} beträgt; die Laterne wiegt 2000^{kg}. 455. Beiſpiel.

Fig. 321.



Die Kuppelfläche ſei durch Rotation einer cubiſchen Parabel der Gleichung

$$y = \frac{h\,x^3}{r^3} = \frac{8}{24^3} x^3 = 0{,}00058\; x^3$$

entſtanden; man erhält für die verſchiedenen, durch die Ringe vorgeſchriebenen Eckpunkte des Polygons (Fig. 321):

$x =$	4	8	12	16	20	24	m
$y =$	0,04	0,30	1,00	2,38	4,64	8,0	»
$h - y = z =$	7,96	7,70	7,00	5,62	3,36	0	»

Ferner iſt:

$$\Delta_1 = y_2 - y_1 = 0{,}26^{\text{m}}; \; \Delta_2 = y_3 - y_2 = 0{,}7^{\text{m}}; \; \Delta_3 = y_4 - y_3 = 1{,}38^{\text{m}}; \; \Delta_4 = y_5 - y_4 = 2{,}26^{\text{m}};$$
$$\Delta_5 = y_6 - y_5 = 3{,}36^{\text{m}}.$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + \Delta_1{}^2} = 4{,}01^{\text{m}}; \; \lambda_2 = 4{,}06^{\text{m}}; \; \lambda_3 = 4{,}23^{\text{m}}; \; \lambda_4 = 4{,}59^{\text{m}}; \; \lambda_5 = 5{,}22^{\text{m}}.$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\Delta_1}{\lambda_1} = 0{,}0648; \; \sin \alpha_2 = 0{,}1724; \; \sin \alpha_3 = 0{,}32; \; \sin \alpha_4 = 0{,}192; \; \sin \alpha_5 = 0{,}644.$$

$$\operatorname{cotg} \alpha_1 = \frac{4}{\Delta_1} = 15{,}38; \; \operatorname{cotg} \alpha_2 = 5{,}7; \; \operatorname{cotg} \alpha_3 = 2{,}9; \; \operatorname{cotg} \alpha_4 = 1{,}77; \; \operatorname{cotg} \alpha_5 = 1{,}19.$$

$$\frac{\pi}{n} = \frac{180}{32} = 5^0\,37{,}5'; \; \sin \frac{\pi}{n} = \sin 5^0\,37{,}5' = 0{,}098; \quad \frac{1}{2\,n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{64 \,.\, 0{,}098} = 0{,}16.$$

Die Eigengewichte, bezw. mobilen Belaſtungen der einzelnen Ringe ſind:

Laternenring: $G_1 = 2000 + 6^2\,\pi\,.\,70 = 9\,913^{\text{kg}}$, $P_1 = 6^2\,\pi\,.\,105 = 11\,869^{\text{kg}}$;

2. Ring: $G_2 = (10^2 - 6^2)\,\pi\,.\,70 = 14\,067^{\text{kg}}$, $P_2 = (10^2 - 6^2)\,\pi\,.\,105 = 21\,105^{\text{kg}}$;

3. Ring: $G_3 = (14^2 - 10^2)\,\pi\,.\,70 = 21\,100^{\text{kg}}$, $P_3 = (14^2 - 10^2)\,\pi\,.\,105 = 31\,647^{\text{kg}}$;

4. Ring: $G_4 = (18^2 - 14^2)\,\pi\,.\,70 = 28\,133^{\text{kg}}$, $P_4 = (18^2 - 14^2)\,\pi\,.\,105 = 42\,200^{\text{kg}}$;

5. Ring: $G_5 = (22^2 - 18^2)\,\pi\,.\,70 = 35\,168^{\text{kg}}$, $P_5 = (22^2 - 18^2)\,\pi\,.\,105 = 52\,752^{\text{kg}}$.

Die Spannungen in den Sparren, welche durch das Eigengewicht hervorgebracht werden, find nach Gleichung 320.:

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n \sin \alpha_1} = -\frac{9913}{32\,.\,0{,}065} = -4766^{\text{kg}};$$

$$S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n \sin \alpha_2} = -\frac{23\,980}{32\,.\,0{,}1724} = -4346^{\text{kg}};$$

$$S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin \alpha_3} = -\frac{45\,080}{32\,.\,0{,}32} = -4402^{\text{kg}};$$

$$S_4^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{n \sin \alpha_4} = -\frac{73\,213}{32\,.\,0{,}492} = -4651^{\text{kg}};$$

$$S_5^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5}{n \sin \alpha_5} = -\frac{108\,381}{32\,.\,0{,}644} = -5258^{\text{kg}}.$$

Die durch mobile Belaftung erzeugten Sparrenfpannungen betragen:

$$S_1^p = -\frac{P_1}{n \sin \alpha_1} = -\frac{11\,869}{2{,}08} = -5706^{\text{kg}};$$

$$S_2^p = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha_2} = -\frac{32\,974}{5{,}517} = -5977^{\text{kg}};$$

$$S_3^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin \alpha_3} = -\frac{64\,621}{10{,}24} = -6310^{\text{kg}};$$

$$S_4^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{n \sin \alpha_4} = -\frac{106\,821}{15{,}74} = -6786^{\text{kg}};$$

$$S_5^p = -\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{n \sin \alpha_5} = -\frac{159\,573}{20{,}61} = -7742^{\text{kg}}.$$

Die Ringfpannungen, welche durch das Eigengewicht hervorgerufen werden, find nach Gleichung 323.

Laternenring: $R_1^g = -9913\,.\,15{,}38\,.\,0{,}16 = -24\,396^{\text{kg}}$;

$R_2^g = -(23\,980\,.\,5{,}7 - 9913\,.\,15{,}38)\,0{,}16 = +2524^{\text{kg}}$;

$R_3^g = -(45\,080\,.\,2{,}9 - 23\,980\,.\,5{,}7)\,0{,}16 = +953^{\text{kg}}$;

$R_4^g = -(73\,213\,.\,1{,}77 - 45\,080\,.\,2{,}9)\,0{,}16 = +183^{\text{kg}}$;

$R_5^g = -(108\,381\,.\,1{,}19 - 73\,213\,.\,1{,}77)\,0{,}16 = +98^{\text{kg}}$;

Mauerring: $R_6^g = 108\,381\,.\,1{,}19\,.\,0{,}16 = 20\,636^{\text{kg}}$.

Die Maximal- und Minimalfpannungen in den Ringen, durch mobile Belaftung erzeugt, betragen nach Gleichung 328.:

Laternenring: $R_1^{p\,min} = -11\,869\,.\,15{,}38\,.\,0{,}16 = -29\,159^{\text{kg}}$ u. $R_1^{p\,max} = 0$;

2. Ring: $R_2^{p\,min} = -21\,105\,.\,5{,}7\,.\,0{,}16 = -19\,248^{\text{kg}}$,

$R_2^{p\,max} = 11\,869\,(15{,}38 - 5{,}7)\,.\,0{,}16 = +18\,387^{\text{kg}}$;

3. Ring: $R_3^{p\,min} = -31\,647\,.\,2{,}9\,.\,0{,}16 = -14\,684^{\text{kg}}$,

$R_3^{p\,max} = 32\,974\,.\,2{,}8\,.\,0{,}16 = +14\,472^{\text{kg}}$;

4. Ring: $R_4^{p\,min} = -42\,200\,.\,1{,}77\,.\,0{,}16 = -11\,951^{\text{kg}}$,

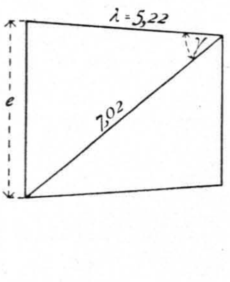
$R_4^{p\,max} = 64\,621\,.\,1{,}13\,.\,0{,}16 = +11\,696^{\text{kg}}$;

5. Ring: $R_5^{p\,min} = -52\,752\,.\,1{,}19\,.\,0{,}16 = -10\,023^{\text{kg}}$,

$R_5^{p\,max} = 106\,821\,.\,0{,}58\,.\,0{,}16 = +9913^{\text{kg}}$;

Mauerring: $R_6^{p\,min} = 0$ und $R_6^{p\,max} = 159\,573\,.\,1{,}19\,.\,0{,}16 = +30\,319^{\text{kg}}$.

Fig. 322.



Was fchliefslich die Spannungen in den Diagonalen betrifft, fo brauchen wir nur die am ftärkften beanfpruchte Diagonale zu berechnen, weil felbft diefe noch fehr fchwach wird. Gewöhnlich macht man dann alle Diagonalen gleich ftark.

Die gröfste durch mobile Belaftung erzeugte Sparrenfpannung ift durch die Diagonale zu übertragen (fiehe Art. 452, S. 422); diefelbe ift $S_5^p = -7742$ kg, und es hat demnach eine Diagonale höchftens diefe Kraft aufzunehmen. Die Spannung in der Diagonalen wird demnach kleiner fein, als $\frac{7742}{\cos \gamma}$; da nun nahezu (Fig. 322) $\cos \gamma = \frac{5{,}22}{7{,}02} = 0{,}744$ ift, wird $Y < \frac{7742}{0{,}744}$ oder $Y < 10\,406$ kg fein.

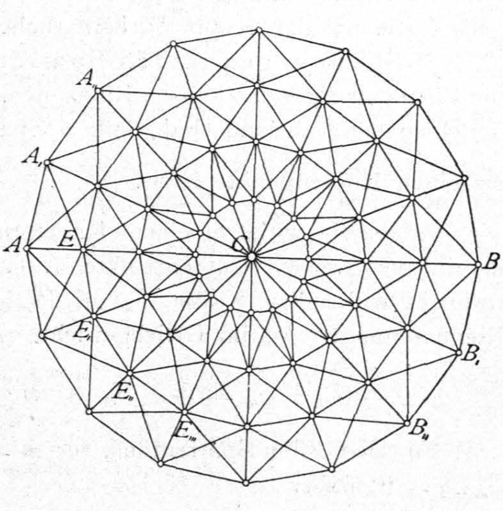
Man könnte noch für einige der oberen Diagonalen die Spannungen auffuchen, was nach dem Vorftehenden keine Schwierigkeit macht. Für die Querfchnittsbeftimmungen kann nun, wie bei den früheren Beifpielen, eine Tabelle aufgeftellt werden.

Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	Bezeichnung des Stabes	P_0	P_1	P_2
Sparren:			Ringe:			
S_1	− 4766	− 5706	R_1	− 24 396	− 29 159	0
S_2	− 4346	− 5977	R_2	+ 2 524	+ 18 387	− 19 248
S_3	− 4402	− 6310	R_3	+ 953	+ 14 472	− 14 684
S_4	− 4651	− 6786	R_4	+ 183	+ 11 696	− 11 951
S_5	− 5258	− 7742	R_5	+ 98	+ 9 913	− 10 023
			R_6	+ 20 636	+ 30 319	0
Diagonalen:						
Y	0	10 406				
	Kilogramm.			Kilogramm.		

b) Flache Zeltdächer.

Die Zeltdächer bilden Pyramiden, und zwar in den allermeiften Fällen reguläre Pyramiden. Man kann fie aus einer Anzahl radial geftellter Binder, die unter die fog. Grate kommen, conftruiren, in welchem Falle die Berechnung eines jeden Binders unter Zugrundelegung der auf ihn entfallenden Belaftungen genau fo vorzunehmen ift, wie bei den Balkendächern gezeigt wurde, oder man legt auch hier, wie bei den Kuppeln, alle Conftructionstheile in die Dachflächen, fo dafs fich eine der dortigen ganz analoge Conftruction ergiebt. In diefem Falle (Fig. 323) werden eine Anzahl Binderfparren AC, $A_,C$, $A_{,,}C$, BC, $B_,C$, $B_{,,}C$ ... angeordnet; zwifchen denfelben befinden fich horizontale Ringe E, $E_,$, $E_{,,}$, $E_{,,,}$ ... und in den viereckigen Feldern der Dachflächen, wegen der ungleichmäfsigen Belaftungen, Diagonalen. Auch hier wird oft in der Dachmitte eine Laterne angeordnet, welche fich auf einen Laternenring ftützt, gegen den fich die oberen Sparrenenden anlehnen. Wir werden hier nur die der Kuppelconftruction analogen Anordnungen betrachten, da die erfteren keine be- 456. Zeltdächer.

Fig. 323.



fonderen Schwierigkeiten bieten. Obgleich die gröfsere oder geringere Neigung der Dachflächen keinen principiellen Unterfchied bedingt, wollen wir die Zeltdächer dennoch in flache und fteile Zeltdächer eintheilen, weil bei den erfteren die Belaftung durch Schnee, bei den letzteren diejenige durch Wind die mafsgebende mobile Belaftung ift.

Zu den flachen Zeltdächern gehören die Circus- und Theaterdächer, die Dächer über Locomotivfchuppen etc., zu den fteilen hauptfächlich die Thurmdächer.

1) Belaftungen und Auflager-Reactionen.

457. Belaftungen.

Ueber die Belaftung der flachen Zeltdächer gilt daffelbe, was von den Belaftungen der Kuppeldächer in Art. 450, S. 418 gefagt ift; wir beftimmen alfo auch hier das Eigengewicht, den Schnee- und den Winddruck pro 1 qm der Grundfläche, berückfichtigen aber vom Winddruck nur die verticalen Componenten $\mathfrak{v}$, für welche die Werthe in Art. 412, S. 379 angegeben find. Die Knotenpunktsbelaftungen find den Grundflächen proportional, welche auf die einzelnen Knotenpunkte entfallen, demnach leicht zu ermitteln.

Auch hier betrachten wir nur totale Belaftung des ganzen Zeltdaches und folche partielle Belaftungsarten, bei denen ganze Ringzonen mobil belaftet find.

458. Auflager-Reactionen.

Von den Auflager-Reactionen gilt gleichfalls daffelbe, was bei den Kuppeldächern gefagt wurde. Da auch hier ein fog. Mauerring die horizontalen Componenten der Spannungen in den unterften Sparrentheilen aufhebt, fo find für die in Ausficht zu nehmenden Belaftungsarten die Auflager-Reactionen bei den einzelnen Sparren gleich den auf diefelben entfallenden Laften.

2) Stabfpannungen.

459. Berechnung der Stabfpannungen.

α) Ungünftigfte Beanfpruchungen der einzelnen Stäbe. Die genaue Beftimmung der ungünftigften Belaftungsarten und der bei ungleichmäfsig vertheilter Belaftung entftehenden Spannungen ift auch hier fehr complicirt und fchwierig. Werden nur totale Belaftung des ganzen Daches und die Belaftungen ganzer Ringzonen zu Grunde gelegt, fo ergiebt fich aus den aufzuftellenden Gleichungen leicht, dafs die ungünftigfte Belaftungsart für die Sparren, fo wie für alle Ringe bei totaler Belaftung des ganzen Daches ftattfindet. Betreff der Diagonalen verfahren wir genau, wie bei den Kuppeldächern (fiehe Art. 452, S. 419).

β) Spannungen in den Sparren. Es mögen wiederum $G_1, G_2 \ldots G_m \ldots$ die Eigengewichte der ganzen Ringzonen, $P_1, P_2 \ldots P_m \ldots$ die mobilen Belaftungen derfelben fein; alsdann find, falls n Sparren vorhanden find, die Belaftungen der einzelnen Knotenpunkte bezw. $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n} \ldots \frac{G_m}{n} \ldots$ und $\frac{P_1}{n}, \frac{P_2}{n} \ldots \frac{P_m}{n} \ldots$

Allgemein wirke in einem Knotenpunkte (Fig. 324) die Laft Q; alsdann find die in dem m-ten Knotenpunkte E (von der Laterne, bezw. der Mitte an gerechnet) wirkenden Kräfte S_{m-1}, S_m, Q_m und die Mittelkraft H_m der beiden Ringfpannungen R_m im Gleichgewicht. Demnach ift

$$0 = Q_m + S_m \sin\alpha - S_{m-1} \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad S_m = -\frac{Q_m}{\sin\alpha} + S_{m-1}.$$

Für den erften Sparrentheil, für $m = 1$, wird, falls eine Laterne vorhanden ift, $S_{m-1} = 0$; daher

$$S_1 = -\frac{Q_1}{\sin\alpha}; \quad S_2 = -\frac{Q_2}{\sin\alpha} - \frac{Q_1}{\sin\alpha} = -\frac{Q_2 + Q_1}{\sin\alpha};$$

$$S_3 = -\frac{Q_3}{\sin\alpha} - \frac{Q_2 + Q_1}{\sin\alpha} = -\frac{Q_3 + Q_2 + Q_1}{\sin\alpha} \text{ etc.}$$

Fig. 324.

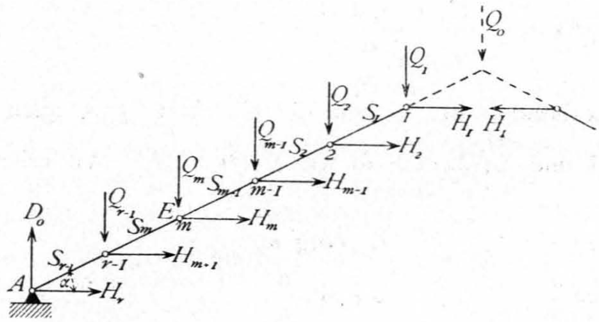
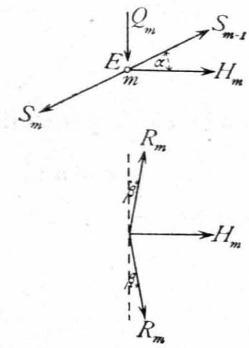
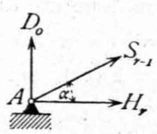


Fig. 325.





Allgemein wird

$$S_m = -\frac{\sum_1^m (Q)}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 333.$$

Die Sparrenſpannungen durch das Eigenwicht werden erhalten, indem der Reihe nach für $Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$ bezw. $\frac{G_1}{n}, \frac{G_2}{n}, \frac{G_3}{n} \ldots$ eingeſetzt wird. Man erhält

$$S_m^g = -\frac{\sum_1^m (G)}{n \sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 334.$$

Für $m = 1, 2, 3 \ldots$ wird

$$S_1^g = -\frac{G_1}{n \sin\alpha}; \quad S_2^g = -\frac{G_1 + G_2}{n \sin\alpha}; \quad S_3^g = -\frac{G_1 + G_2 + G_3}{n \sin\alpha} \text{ etc.} \quad 335.$$

Aus der Gleichung 333. ergiebt ſich, daſs die Sparrenſpannungen durch mobile Laſt am gröſsten bei totaler Belaſtung ſind, und zwar wird

$$S_m^{p\,max} = -\frac{\sum_1^m (P)}{n \sin\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 336.$$

und für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$S_1^{p\,max} = -\frac{P_1}{n \sin\alpha}; \quad S_2^{p\,max} = -\frac{P_1 + P_2}{n \sin\alpha}; \quad S_3^{p\,max} = -\frac{P_1 + P_2 + P_3}{n \sin\alpha} \text{ etc.} \quad 337.$$

Falls keine Laterne vorhanden iſt, gelten die Gleichungen 333. bis 337. ebenfalls; nur iſt überall in die Summen auch Q_0 aufzunehmen, d. h. der Theil der Firſtbelaſtung, welcher auf den Sparren entfällt.

γ) Spannungen in den Ringen. Die algebraiſche Summe der in E (Fig. 325) wirkenden Horizontalkräfte iſt gleich Null, d. h.

$$0 = H_m + S_{m-1} \cos\alpha - S_m \cos\alpha,$$

woraus

$$H_m = (S_m - S_{m-1}) \cos\alpha = -\frac{\sum_1^m (Q) - \sum_1^{m-1} (Q)}{\sin\alpha} \cos\alpha = -Q_m \operatorname{cotg}\alpha.$$

Nun ift $H_m = 2\,R_m \sin\beta$, und da nach Art. 452, S. 420 $\beta = \frac{\pi}{n}$ ift,

$$R_m = \frac{H_m}{2\sin\frac{\pi}{n}} = -\frac{Q_m \operatorname{cotg}\alpha}{2\sin\frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 338.$$

Die Belaftung durch das Eigengewicht erzeugt demnach eine Spannung

$$R_m^g = -\frac{G_m \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 339.$$

Falls ein Laternenring vorhanden ift, fo gilt die Gleichung 338. auch für diefen. Für denfelben ift $m = 1$ und $\sum_1^{m-1}(Q) = 0$, fo wie $\sum_1^{m}(Q) = Q_1$. Wir erhalten demnach für $m = 1, 2, 3 \ldots$

$$R_1^g = -\frac{G_1 \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}}; \quad R_2^g = -\frac{G_2 \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} \text{ etc.} \quad \ldots\ldots \quad 340.$$

Die Gleichungen 339. und 340. ergeben, dafs in fämmtlichen Ringen durch das Eigengewicht Druck erzeugt wird; die Gleichung 339. gilt aber nicht für den Mauerring. Am Knotenpunkt A (Fig. 324) wirken die Kräfte $D_0 = \Sigma(Q)$, H_r und S_{r-1}; mithin ift $S_{r-1}\cos\alpha + H_r = 0$, woraus $H_r = -S_{r-1}\cos\alpha$.

Ferner ift $D_0 + S_{r-1}\sin\alpha = 0$, woraus $S_{r-1} = -\frac{\sum_1^{r-1}(Q)}{\sin\alpha}$. Es wird demnach $H_r = \sum_1^{r-1}(Q)\operatorname{cotg}\alpha$ und, da $R_r = \frac{H_r}{2\sin\frac{\pi}{n}}$ ift, wird

$$R_r = \frac{\sum_1^{r-1}(Q)\operatorname{cotg}\alpha}{2\sin\frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 341.$$

Der Mauerring erhält alfo Zug.

Das Eigengewicht erzeugt in demfelben die Spannung

$$R_r^g = \frac{(G_1 + G_2 + \ldots + G_{r-1})\operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots \quad 342.$$

Die gröfste durch mobile Belaftung erzeugte Spannung findet in einem Ringe nach Gleichung 338. ftatt, wenn Q_m feinen gröfsten Werth hat. Da Q nie negativ wird, fo ift die Ringfpannung durch mobile Belaftung, abgefehen vom Mauerring, ftets Druck. Es wird demnach

$$R_1^{p\,min} = -\frac{P_1 \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}}; \quad R_2^{p\,min} = -\frac{P_2 \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} \text{ etc.};$$

allgemein

$$R_m^{p\,min} = -\frac{P_m \operatorname{cotg}\alpha}{2\,n\sin\frac{\pi}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 343.$$

Weiters ift $R_1^{p\,max} = R_2^{p\,max} = R_m^{p\,max} = 0$. Die gröfste Druckfpannung in einem Ringe findet alfo fchon ftatt, wenn nur die betreffende Zone belaftet ift; die Belastung der übrigen Zonen ist auf die Ringspannung ohne Einfluss. Wir können demnach auch sagen, dass die grösste Ringspannung in allen Ringen bei mobiler Belastung des ganzen Daches stattfindet.

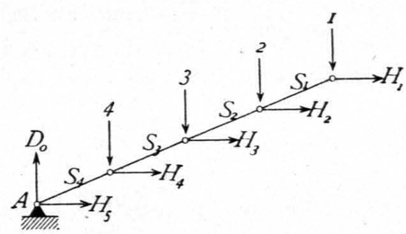
Im Mauerring findet der grösste Zug durch mobile Belastung bei totaler Belastung statt, und es ist derselbe

$$R_r^{p\,max} = \frac{(P_1 + P_2 \ldots + P_{r-1}) \operatorname{cotg} \alpha}{2\, n \sin \frac{\pi}{n}} \quad \ldots \ldots \quad 344.$$

Druck findet in demselben nicht statt.

δ) Spannungen in den Diagonalen. Für dieselbe Belastungsart, welche bei den Kuppeln zu Grunde gelegt ist, ergiebt sich die Spannungsdifferenz in zwei benachbarten Sparren, zwischen denen die Belastungsgrenze liegt, zu

Fig. 326.



$$\Delta = \frac{\sum\limits_1^m (P + G)}{n \sin \alpha} - \frac{\sum\limits_1^m (G)}{n \sin \alpha} = \frac{\sum\limits_1^m (P)}{n \sin \alpha}$$

und die Spannung in der Diagonalen, welche dieselbe übertragen soll, höchstens zu

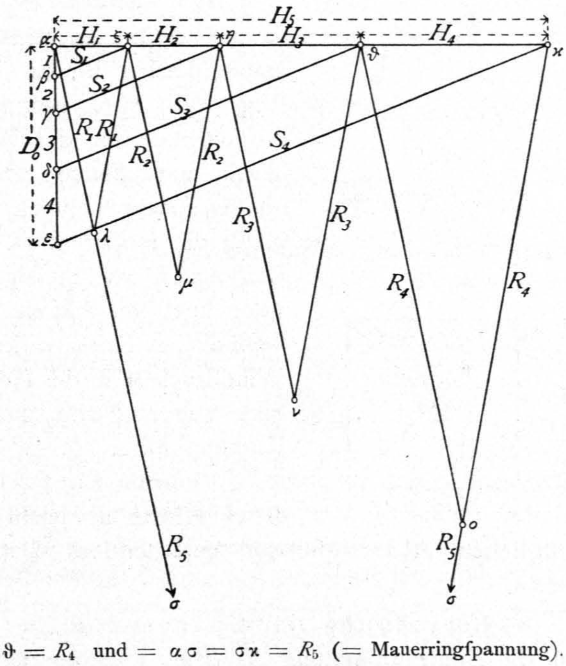
$$Y = \frac{\sum\limits_1^m (P)}{n \sin \alpha \cos \gamma},$$

wenn γ der Winkel zwischen der Diagonalen und dem Sparren ist. Demnach wird

$$Y_1 \leqq \frac{P_1}{n \sin \alpha \cos \gamma_1};$$

$$Y_2 \leqq \frac{P_1 + P_2}{n \sin \alpha \cos \gamma_2} \text{ etc.} \quad . \quad 345.$$

Fig. 327.



Um die Stabspannungen auf geometrischem Wege (Fig. 326 und 327) zu ermitteln, seien die Belastungen der einzelnen Knotenpunkte *1*, *2*, *3*, *4*; alsdann ergiebt sich leicht, wenn $\alpha\beta = 1$, $\beta\gamma = 2$, $\gamma\delta = 3$, $\delta\varepsilon = 4$ gemacht wird, $\beta\zeta = S_1$, $\zeta\alpha = H_1$, $\gamma\eta = S_2$, $\eta\zeta = H_2$, $\delta\vartheta = S_3$, $\vartheta\eta = H_3$, $\varepsilon\kappa = S_4$, $\kappa\vartheta = H_4$; ferner $\varepsilon\alpha = D_0$, $\alpha\kappa = H_5$, $\zeta\lambda = \lambda\alpha = R_1$, $\eta\mu = \mu\zeta = R_2$, $\vartheta\nu = \nu\eta = R_3$, $\kappa o = o\vartheta = R_4$ und $= \alpha\sigma = \sigma\kappa = R_5$ (= Mauerringspannung).

460. Graphische Ermittelung der Stabspannungen.

Je nachdem nun die Kräfte *1*, *2*, *3*, *4* die Eigengewichte oder die mobilen Lasten bedeuten, erhält man die durch die eine oder andere Belastung erzeugten Spannungen. Die Spannungen in den Diagonalen sind leicht zu construiren.

c) Steile Zeltdächer (Thurmdächer).

Als verticale Belastung ist hier nur das Eigengewicht einzuführen. Eine Belastung durch Schnee findet nicht statt, weil wegen der grossen Steilheit des Daches der Schnee nicht liegen bleibt. Diese verticale Belastung erzeugt, da die Conſtruction genau ſo, wie bei den flachen Zeltdächern, aus Sparren und Ringen zuſammengeſetzt wird, Spannungen, welche genau, wie dort gezeigt wurde, zu berechnen ſind. Auf dieſe Berechnung ſoll deſshalb hier nicht weiter eingegangen werden. Dagegen ſpielt der Winddruck hier eine groſse Rolle, und es ſollen die durch dieſen erzeugten Spannungen berechnet werden. Wir werden zunächſt die Berechnung für ein vierſeitiges Pyramidendach zeigen, für welches eine genaue Berechnung möglich iſt.

1) Vierſeitiges Pyramidendach.

461. Belaſtung. Der Winddruck auf eine Pyramidenſeite iſt am gröſsten, wenn die Windrichtung im Grundriſs normal zu der betreffenden Rechteckſeite ſteht. Alsdann iſt der Winddruck pro 1qm ſchräger Dachfläche (Fig. 328 und 329) nach Gleichung 273. $\nu = 120 \sin^2 (\alpha + 10^0)$; die vom Winde getroffene ſchräge Dachfläche iſt

$$F = \frac{a \lambda}{2} = \frac{a h}{2 \sin \alpha},$$

Fig. 328.

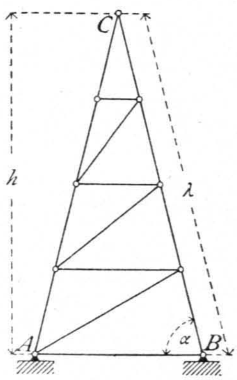


Fig. 329.

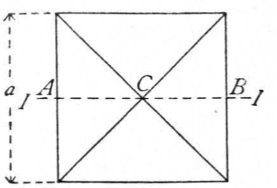
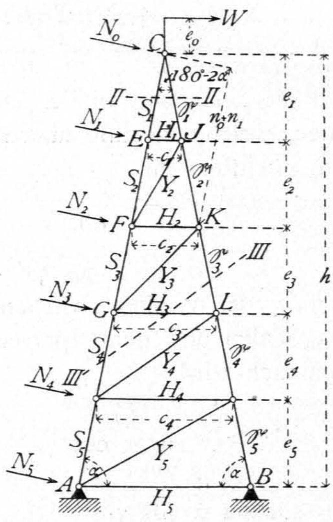


Fig. 330.

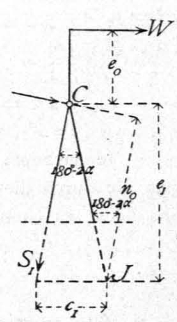


mithin der Geſammtdruck gegen eine Pyramidenſeite

$$N = \frac{a h \nu}{2 \sin \alpha} \quad . \quad 346.$$

Wir denken uns nun in der Symmetrieebene II einen ideellen Binder ACB (Fig. 330) und beſtimmen die darin durch den Winddruck entſtehenden Spannungen; wir nehmen vorläufig die Horizontalen und Diagonalen, wie in Fig. 330 gezeichnet, an. Auf ein oben befindliches Kreuz wirke ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem Firſtpunkt C; auſserdem wirken in den Knotenpunkten C, E, F, G ... die Kräfte N_0, N_1, N_2, N_3 .... normal zur Dachfläche; die Gröſse dieſer Kräfte iſt leicht aus den auf die bezüglichen Knotenpunkte entfallenden Dachflächen zu ermitteln.

Fig. 331.



462. Berechnung d. Spannungen im ideellen Binder. α) Berechnung der Spannungen im ideellen Binder. Um die Sparrenſpannung S_1 (Fig. 330) an der Windſeite zu erhalten, lege man einen beliebigen Schnitt durch CE, etwa nach $II\,II$, und betrachte das Fragment oberhalb des Schnittes. Wählt man $\mathfrak{J}$ als Momentenpunkt, ſo heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente (Fig. 331):

$$0 = S_1 c_1 \sin \alpha - W (e_0 + e_1) - N_0 n_0.$$

Nun iſt $\overline{C\mathfrak{J}} = \frac{e_1}{\sin \alpha}$ und $\cos (180 - 2\alpha) = \frac{n_0}{\overline{C\mathfrak{J}}} = - \cos 2\alpha$, daher

$n_0 = -\overline{C\mathfrak{J}} \cos 2\alpha = -\frac{e_1}{\sin \alpha} (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \frac{e_1 (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)}{\sin \alpha}$. Man erhält hiernach

$$S_1 = \frac{W(e_0 + e_1)}{c_1 \sin \alpha} + \frac{N_0 e_1 (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)}{c_1 \sin^2\alpha}.$$

Für irgend einen Sparren FG ift K der conjugirte Punkt, und es ergiebt fich S_3 aus der Momentengleichung

$$0 = S_3 c_2 \sin \alpha - W(e_0 + e_1 + e_2) - N_0 (n_0 + n_1) - N_1 n_1 + N_2 c_2 \cos \alpha,$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0 (n_0 + n_1) + N_1 n_1 - N_2 c_2 \cos \alpha \right],$$

$$S_3 = \frac{1}{c_2 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2) + N_0 (n_0 + n_1) + N_1 n_1 \right] - N_2 \operatorname{cotg} \alpha.$$

Für irgend einen Sparren KL auf der Unterwindfeite ift G der conjugirte Punkt und

$$0 = \mathfrak{S}_3 c_3 \sin \alpha + W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0 (e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_1 (e_2 + e_3)}{\sin \alpha} + \frac{N_2 e_3}{\sin \alpha},$$

woraus

$$\mathfrak{S}_3 = -\frac{1}{c_3 \sin \alpha} \left[W(e_0 + e_1 + e_2 + e_3) + \frac{N_0 (e_1 + e_2 + e_3) + N_1 (e_2 + e_3) + N_2 e_3}{\sin \alpha} \right].$$

Eben fo ergeben fich leicht alle Sparrenfpannungen, fowohl auf der Windfeite, wie auf der Unterwindfeite.

Die Sparren auf der Windfeite werden gezogen, diejenigen auf der Unterwindfeite werden gedrückt.

Die Spannungen in den Horizontalen und Diagonalen werden gleichfalls mittels der Momentenmethode ermittelt. Um die Spannung H_3 in GL zu finden, fchneide man fchräg nach *III III*; alsdann ift C der conjugirte Punkt, und die Momentengleichung für C heifst

$$0 = H_3 (e_1 + e_2 + e_3) - W e_0 + \frac{N_1 e_1}{\sin \alpha} + \frac{N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} + \frac{N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$H_3 = -\frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2) + N_3 (e_1 + e_2 + e_3)}{(e_1 + e_2 + e_3) \sin \alpha} + \frac{W e_0}{e_1 + e_2 + e_3}.$$

Die Spannung Y_3 endlich in der Diagonalen GK wird, da für GK wiederum C der conjugirte Punkt ift, durch die Momentengleichung für C gefunden. Diefelbe heifst, wenn y_3 der Hebelsarm von Y_3 für den Momentenpunkt C ift,

$$0 = Y_3 y_3 + W e_0 - \frac{N_1 e_1}{\sin \alpha} - \frac{N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha},$$

woraus

$$Y_3 = \frac{1}{y_3} \frac{N_1 e_1 + N_2 (e_1 + e_2)}{\sin \alpha} - \frac{W e_0}{y_3}.$$

Ob die Diagonalen und Horizontalen Druck oder Zug erhalten, hängt von der Gröfse des Momentes $W e_0$ wefentlich ab. Ift $W = 0$, fo werden bei der gezeichneten Richtung der Diagonalen die Horizontalen gedrückt, die Diagonalen gezogen. Bei der entgegengefetzten Windrichtung findet entgegengefetzte Beanfpruchung ftatt.

463.
Graphiſche Ermittelung d. Spannungen im ideellen Binder.

β) Graphiſche Ermittelung der Spannungen im ideellen Binder. Wird zunächſt von der Kraft W abgeſehen, ſo ergiebt ſich ohne Schwierigkeit der in Fig. 332 gezeichnete Kräfteplan, worin alle Stabſpannungen, welche durch Winddruck erzeugt werden, enthalten ſind.

Fig. 332.

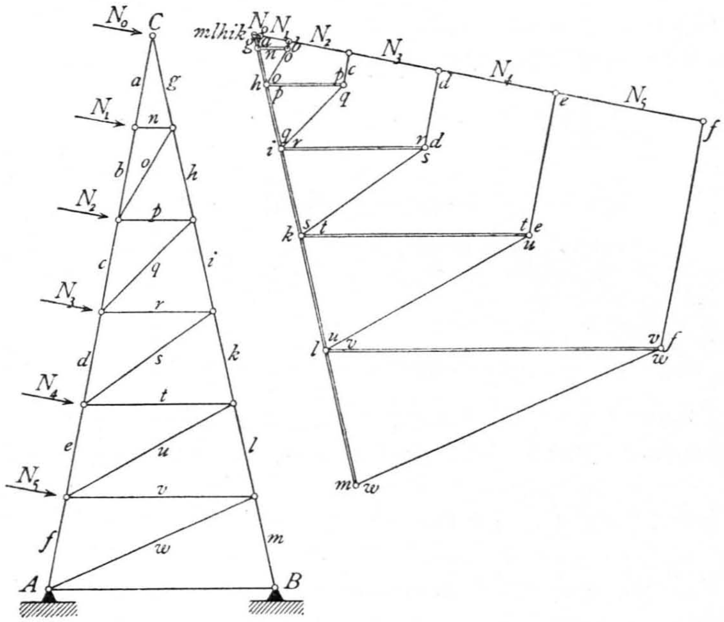
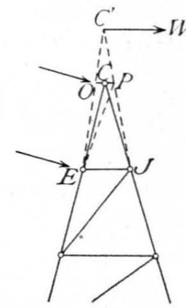


Fig. 333.



Falls noch ein Winddruck W vorhanden iſt, ſo empfiehlt es ſich, für die graphiſche Beſtimmung der Spannungen ſtatt der wirklich vorhandenen Stäbe EC und JC zwei Stäbe EC' und JC' einzuführen, wobei C' der Schnittpunkt der Kraft W mit der Mittelverticalen Fig. 333 iſt; die Ermittelung kann dann für den Thurm mit der Spitze $EOC'PJ$ nach der *Cremona*'ſchen Methode erfolgen. Die Spannungen in EC und JC können mit geringem Fehler denjenigen, welche ſich für EO und PJ ergeben haben, gleich geſetzt werden.

464.
Wirkliche Stabſpannungen.

γ) Reduction der Spannungen im ideellen Binder auf die wirklichen Stabſpannungen. Die bisher berechneten Spannungen finden im ideellen Binder ACB (Fig. 334) ſtatt. Jede Spannung in einem Stabe des ideellen Binders wird nun durch zwei Stabſpannungen der beiden wirklichen Binder geleiſtet, deren Ebenen mit derjenigen des ideellen Binders den Winkel $(90 - \alpha)$ einſchlieſsen.

Fig. 334.

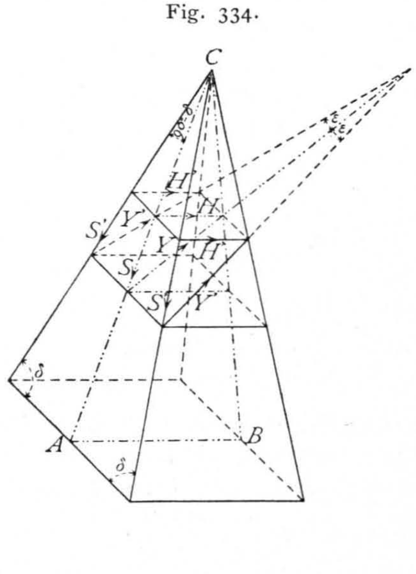
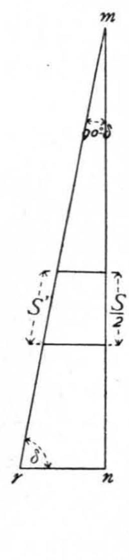


Fig. 335.



Die Spannung S in irgend einem Sparren des ideellen Binders wird durch zwei Spannungen S' erſetzt; demnach iſt

$$S = 2\, S' \cos (90 - \delta) = 2\, S' \sin \delta,$$

woraus

$$S' = \frac{S}{2 \sin \delta}\,; \qquad 346_a.$$

eben so

$$\mathfrak{S}' = \frac{\mathfrak{S}}{2 \sin \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 347.$$

Ferner wird

$$H = 2\,H', \quad \text{woraus} \quad H' = \frac{H}{2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 348.$$

$$Y = 2\,Y' \cos \varepsilon, \quad \text{woraus} \quad Y' = \frac{Y}{2 \cos \varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 349.$$

Auch auf constructivem Wege ist die Reduction leicht durchzuführen. Man construire (Fig. 335) den Winkel $(90 - \delta)$, bezw. ε, was keine Schwierigkeiten macht. Ist $\sphericalangle\, r\,m\,n = 90 - \delta$, so ist $\overline{m\,r} = \frac{\overline{m\,n}}{\sin \delta}$. Man trage demnach die Werthe für $\frac{S}{2}$ und $\frac{\mathfrak{S}}{2}$ auf der Linie $m\,n$ ab, projicire diese Abschnitte auf $m\,r$; alsdann erhält man in den Projectionen die gesuchten wirklichen Sparrenspannungen. Eben so ist die Division durch $\cos \varepsilon$ vorzunehmen.

Wenn einfache Diagonalen angeordnet werden, so erhält jede derselben event. Zug und Druck; will man nur gezogene Diagonalen haben, so sind Gegendiagonalen einzuführen, worüber nach Früherem (siehe Art. 390, S. 355) nichts hinzugefügt zu werden braucht.

2) Achtseitiges Pyramidendach.

Wir nehmen hier die Windrichtung, der einfachen Rechnung halber, horizontal 465. Belastung.
an und berechnen aus demselben Grunde den Winddruck so, als wenn die Seitenflächen vertical ständen. Der dabei gemachte Fehler ist gering. Wenn die Windrichtung im Grundriss normal zu der Seite $m\,n$ (Fig. 336) angenommen wird, die Seitenlänge des regulären Achteckes an der Unterkante der Pyramide mit a, die Höhe der Pyramide mit h und der Druck pro Flächeneinheit mit p bezeichnet wird, so ist der Druck gegen die Fläche F demnach

$$W = \frac{p\,a\,h}{2} \quad . \quad 350.$$

Der Winddruck auf die Fläche F_1 ergiebt sich unter obigen vereinfachenden Annahmen folgender Massen. Auf 1qm der normal getroffenen Fläche $m\,n$ (Fig. 337) und deren Verlängerungen kommt ein Winddruck p; einem Quadrat-Meter dieser Fläche entspricht aber $\frac{1}{\cos \gamma}$ qm der (immer vertical gedachten) Fläche $n\,o$; auf 1qm der letzteren kommt also

Fig. 336.

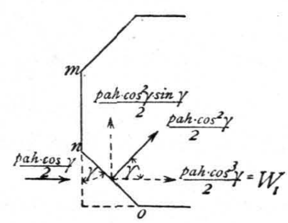


Fig. 337.

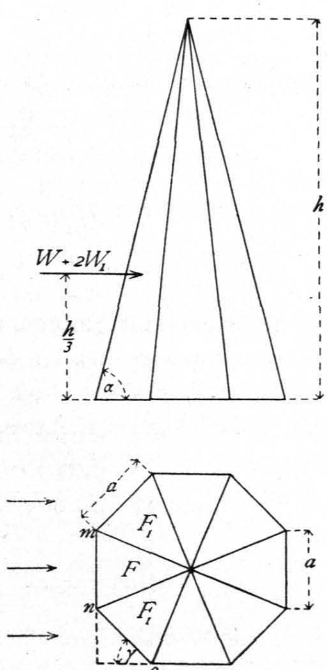
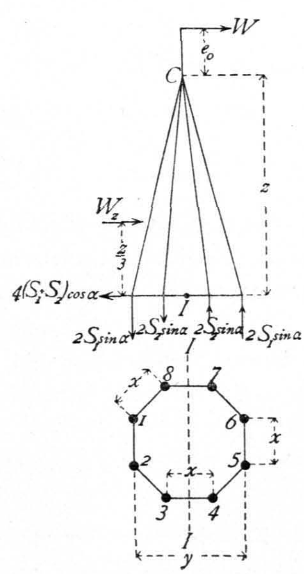


Fig. 338.



ein Winddruck $\frac{p}{\frac{1}{\cos\gamma}} = p\cos\gamma$, mithin auf die ganze Fläche F_1 der Winddruck $\frac{p\cos\gamma\, a\, h}{2}$. Von diefem Winddruck kommt nur die normal zur Fläche ftehende Componente zur Geltung, d. h. $\frac{p\cos\gamma\, a\, h}{2}\cos\gamma = \frac{p\, a\, h}{2}\cos^2\gamma$.

Diefe Componente zerlegt fich nun in eine Seitenkraft, welche diefelbe Richtung hat, wie W, und in eine normal hierzu ftehende. Die erftere ift

$$W_1 = \frac{p\, a\, h\cos^3\gamma}{2} \qquad \qquad 351.$$

Ein genau gleicher Winddruck wirkt (Fig. 337) auf die andere Fläche F_1; mithin ift der gefammte Winddruck auf die Pyramide

$$W + 2\,W_1 = \frac{p\,a\,h}{2}\,(1 + 2\cos^3 45^0) = \frac{p\,a\,h}{2}\left(1 + \frac{2\cos 45^0}{2}\right) = 0{,}854\,p\,a\,h\,. \qquad 352.$$

Der Angriffspunkt diefer Kraft liegt in der Höhe $\frac{h}{3}$ über der Basis der Pyramide.

Für irgend einen Pyramidentheil (Fig. 338) der Höhe z erhält man, wenn die Seite des Achteckes, welches für diefen Theil die Bafis bildet, mit x und die ganze Bafisbreite mit y bezeichnet wird,

$$W_z = 0{,}854\,p\,x\,z \qquad \qquad 353.$$

W_z greift in der Höhe $\frac{z}{3}$ über diefer Bafis an.

466. Spannungen in den Sparren.

Aufser W_z wirke auf das Thurmkreuz (Fig. 338) noch ein Winddruck W in der Höhe e_0 über dem Firft; alsdann ift das Moment des Windes, bezogen auf die horizontale, in der Bafis des betreffenden Thurmftückes gelegene Schwerpunktsaxe II des Querfchnittes

$$M_z = W_z\,\frac{z}{3} + W\,(e_0 + z) \qquad \qquad 354.$$

Diefes Moment mufs durch die Spannung der Sparren an der betrachteten Stelle aufgehoben werden.

Sind die Spannungen in den vier Sparren 1, 2, 5, 6, welche um $\frac{y}{2}$ von der Axe II abftehen, S_1, diejenigen in den vier um $\frac{x}{2}$ von der Axe II abftehenden Sparren 3, 4, 7, 8 gleich S_2, fo ift, wenn mit geringem Fehler der Sparrenwinkel gegen die Horizontalebene gleich α gefetzt wird, das Moment der Sparrenfpannungen für die Axe II gleich $2\,S_1\,y\sin\alpha + 2\,S_2\,x\sin\alpha$; folglich mufs $M_z = (2\,S_1\,y + 2\,S_2\,x)\sin\alpha$ fein. Man kann annehmen, dafs bei gleicher Querfchnittsfläche aller Sparren ftattfindet

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x}{y},\ \text{d. h.}\ S_2 = \frac{S_1\,x}{y},\ \text{alfo}\ M_z = \left(2\,S_1\,y + \frac{2\,S_1\,x^2}{y}\right)\sin\alpha,$$

$$M_z = \frac{2\,S_1}{y}\,(y^2 + x^2)\sin\alpha,\ \text{woraus}\ S_1 = \frac{M_z\,y}{2\,(x^2 + y^2)\sin\alpha} \qquad 355.$$

Für M_z find der Reihe nach die Werthe einzuführen, welche fich bei den verfchiedenen Höhen z ergeben. Diefe Spannung kann in jedem Sparren fowohl als Zug, wie als Druck ſtattfinden, weil der Wind von allen Seiten kommen kann. Man erhält demnach

$$S = \pm \frac{M_z y}{2 (x^2 + y^2) \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 355_a.$$

Die genaue Berechnung der bei einſeitiger Windbelaſtung in den Ringen und in den Diagonalen entſtehenden Spannungen iſt ſehr complicirt. Wir machen, um eine einfache Rechnung zu erhalten, die Annahme, daſs wir, wenn der Wind die Flächen EF, FO und EL (Fig. 339) belaſtet, die Punkte L und O als feſte Stützpunkte betrachten können. Alsdann wirkt auf EF die Kraft N_1, auf EL und FO je $N_1 \cos^2 45^0 = \frac{N_1}{2}$; in E und F wirken alsdann je $\frac{N_1}{2}$ und $\frac{N_1}{4}$, wie in Fig. 340 gezeichnet. Die Gleichgewichtsbedingungen für Punkt F lauten nun:

467. Spannungen in den Ringen.

Fig. 339.

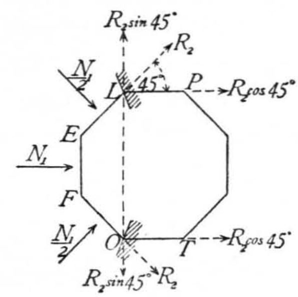
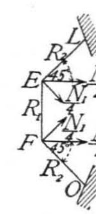


Fig. 340.



$$0 = R_1 + \frac{N_1}{4} \sin 45^0 - R_2 \sin 45^0 \quad \text{und} \quad 0 = R_2 \cos 45^0 + \frac{N_1}{2} + \frac{N_1}{4} \cos 45^0,$$

woraus

$$R_2 = - \frac{N_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos 45^0\right)}{\cos 45^0} = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{1}{\cos 45^0} + \frac{1}{2}\right) = - 0{,}957\, N_1 \quad . \quad 356.$$

$$R_1 = R_2 \sin 45^0 - \frac{N_1}{4} \sin 45^0 = - \frac{N_1}{2} \left(\frac{\sin 45^0}{\cos 45^0} + \frac{\sin 45^0}{2} + \frac{\sin 45^0}{2}\right),$$

$$R_1 = - 0{,}854\, N_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 357.$$

Da der Wind von allen Seiten kommen kann, ſo ſind alle Ringtheile für die Spannung $R_2 = - 0{,}957\, N_1$ zu dimenſioniren.

468. Spannungen in den Diagonalen.

Um die in den Dachflächen angebrachten Diagonalen zu berechnen, beſtimme man die auf die einzelnen Punkte L, bezw. O (Fig. 339 u. 340) wirkenden horizontalen Kräfte. Auf L und O wirkt je R_2, und es zerlegt ſich R_2 jederſeits in eine Componente $R_2 \cos 45^0$, welche in die Linie LP, bezw. OT fällt, und in eine normal dazu gerichtete Componente $R_2 \sin 45^0$, welche in die Richtung LO fällt. Um die beiden letzteren Componenten aufzuheben, empfiehlt ſich die Anbringung der Zughorizontalen LO, die in Fig. 339 punktirt iſt; der in dieſer herrſchende Zug iſt $R_2 \sin 45^0$. Die in die Ebene LPC, bezw. OTC fallenden Componenten ſind nun durch das in dieſen angeordnete Gitterwerk auf die feſten Stützpunkte der Thurmbaſis zu übertragen. Um die Diagonalen zu berechnen, denken wir wieder zunächſt die beiden Dachflächen durch einen in der Symmetrieebene liegenden, ideellen Binder erſetzt, ermitteln die unter dem Einfluſſe der Laſten $R_2 \cos 45^0$ in demſelben entſtehenden Diagonalſpannungen auf bekannte Weiſe und finden aus dieſen ideellen Diagonalſpannungen die wirklichen Diagonalſpannungen genau ſo, wie in Art. 464, S. 434 angegeben iſt. Als Belaſtung der einzelnen Knotenpunkte des ideellen Binders iſt ſelbſtverſtändlich überall $2\, R_2 \cos 45^0$ einzuführen.

3) Stabilität der Thurmdächer.

Durch die Windbelaftung werden die Sparren an der Windfeite auf Zug, diejenigen an der Unterwindfeite auf Druck beanfprucht; durch das Eigengewicht erhalten alle Sparren Druck. Wenn der in dem Sparren mögliche gröfste Zug in Folge des Winddruckes gröfser ift, als der durch das Eigengewicht erzeugte Druck, fo ift Gleichgewicht nur möglich, wenn auf den Sparren Seitens des Auflagers ein Zug ausgeübt wird, welcher wenigftens fo grofs ift, wie der gröfste im Sparren herrfchende refultirende Zug. Diefer Zug Seitens des Auflagers wird durch Verankerung der Sparren mit dem Thurmmauerwerk erzeugt, und es mufs das Gewicht des an den Anker gehängten Mauerwerkes, welches als Zug auf den Sparren wirkt, wenigftens fo grofs fein, wie der gröfstmögliche Zug in demfelben. Es empfiehlt fich, die Verankerung weiter hinabzuführen, etwa fo weit, dafs das Mauergewicht doppelt fo grofs ift, als der gröfste Zug im Sparren.

Literatur.

Bücher über »Statik der Dachftühle«.

UNWIN, W. *Wrought-iron bridges and roofs etc.* London 1870.

CORDIER, E. *Equilibre ftabile des charpentes en fer, bois et fonte.* Paris 1872.

RITTER, Dr. A. Elementare Theorie und Berechnung eiferner Dach- und Brücken-Conftructionen. 3. Aufl. Hannover 1873.

FABRÉ, V. *Théorie des charpentes, donnant des règles pratiques pour la conftruction des fermes et autres appareils en bois et en fonte.* Paris 1873.

CARGILL, Th. *The ftrains upon bridge girders and roof truffes etc.* London 1873.

SHREVE, S. *A treatife on the ftrength of bridges and roofs etc.* New-York 1873.

TETMAJER, L. Die äufseren und inneren Kräfte an ftatifch beftimmten Brücken- und Dachftuhl-Conftructionen. Zürich 1875.

NICOUR, Ch. *Calcul d'un comble en fer du fyftème Polonceau.* Paris 1875.

SCHWEDLER, W. Die Conftruction der Kuppeldächer. 2. Aufl. Berlin 1878.

TRÉLAT, E. *La rigidité dans les combles.* Paris 1878.

Deutfche bautechnifche Tafchenbibliothek. Heft 10: Berechnung der Dachwerke. Von W. Jeep. Leipzig 1876.

---

4. Abfchnitt.

Gewölbe.

469. Allgemeines.

Die Gewölbe find aus einzelnen, mehr oder weniger keilförmig geftalteten Elementen zufammengefetzte Bauconftructionen, welche bei verticalen Belaftungen fchiefe Drücke auf die fie ftützenden Conftructionstheile ausüben. Indem wir die verfchiedenen Gewölbearten hier als bekannt vorausfetzen, bemerken wir, dafs wir uns im vorliegenden Abfchnitt hauptfächlich mit den Tonnen-, bezw. Kappengewölben, den Kreuzgewölben und den Kuppelgewölben befchäftigen werden, auf welche alle anderen Gewölbearten leicht zurückgeführt werden können.

Der allgemeinen theoretifchen Unterfuchung foll das Tonnen-, bezw. Kappengewölbe zu Grunde gelegt werden; dabei werden wir ftets, falls nichts Anderes