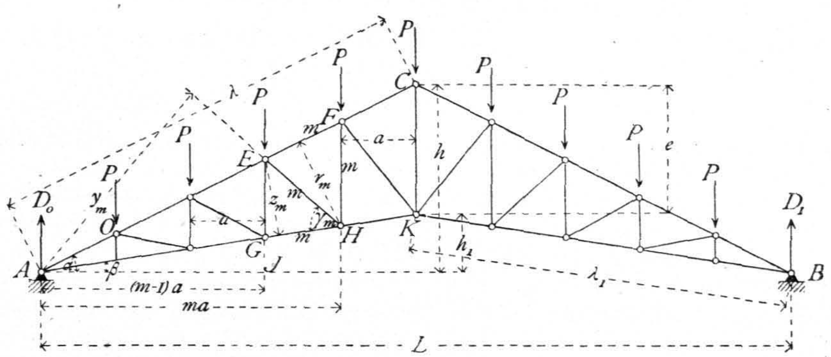
a) Engliſche Dachſtühle.

Die Belaſtungsgeſetze und Spannungsermittelungen ſollen für einen Dachſtuhl mit Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezeigt werden; für andere Anordnungen des Gitterwerkes ergeben ſich aus den im Nachſtehenden anzuführenden Geſetzen und Methoden die Modificationen ohne Schwierigkeit.

1) Berechnung der Spannungen. α) Belaſtung durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaſtung (Fig. 265). Die Belaſtung pro Knotenpunkt ſei P, die Stützweite L, die Entfernung der Knotenpunkte, horizontal ge- 425. Berechnung d. Spannungen durch verticale Belaſtung.

Fig. 265.



meſſen, a. Der Dachſtuhl habe $2\,n$ Felder; mithin iſt $L = 2\,n\,a$. Die Winkel der oberen, bezw. unteren Gurtung mit der Horizontalen ſeien α und β. Die Auflager-Reactionen ſind $D_0 = D_1 = \dfrac{(2\,n-1)\,P}{2}$.

Für die m-te Stange EF der oberen Gurtung iſt H der conjugirte Punkt, alſo 426. Spannungen in den Gurtungen.

$$0 = X_m\, r_m + D_0\, m\, a - (m-1)\, P\, \frac{m\,a}{2},$$

woraus

$$X_m = \frac{-\dfrac{(2\,n-1)}{2}\, P\, m\, a + (m-1)\, P\, \dfrac{m\,a}{2}}{r_m}.$$

Nun iſt $r_m = \overline{AH} \sin(\alpha - \beta)$ und $\overline{AH} = \dfrac{m\,a}{\cos\beta}$; ſonach

$$r_m = m\,a\, \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = m\,a \cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$$

und

$$X_m = -\frac{P\,(2\,n-m)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 293.$$

Oft iſt es unbequem, mit den Winkelwerthen zu rechnen; dann giebt man der Formel folgende Geſtalt. Es iſt $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{2\,h}{L}$, $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{2 \cdot h_1}{L}$, $h - h_1 = e$ und $\cos\alpha = \dfrac{L}{2\,\lambda}$; durch Einſetzung dieſer Werthe wird

$$X_m = -\frac{P\,\lambda\,(2\,n-m)}{2\,e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 294.$$

Für die m-te Stange GH der unteren Gurtung iſt E der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = D_0\,(m-1)\,a - P\,(m-2)\,\frac{(m-1)\,a}{2} - Z_m\,z_m,$$

woraus

$$Z_m = \frac{\frac{(2\,n-1)}{2}\,P\,(m-1)\,a - P\,(m-2)\,(m-1)\,\frac{a}{2}}{z_m}.$$

Nun iſt $z_m = \overline{A\,E}\sin(\alpha-\beta)$ und $\overline{A\,E} = \frac{(m-1)\,a}{\cos a}$, demnach

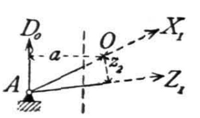
$$Z_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 295.$$

Da $\cos\beta = \frac{L}{2\,\lambda_1}$ iſt und $\operatorname{tg}\alpha$, ſo wie $\operatorname{tg}\beta$ die oben angegebenen Werthe haben, ſo wird auch

$$Z_m = \frac{P\,\lambda_1\,(2\,n - m + 1)}{2\,e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 296.$$

Die Gleichungen 295. und 296. gelten nicht für die erſte Stange der unteren Gurtung am Auflager; denn die Formel iſt unter der Annahme entwickelt, daſs als Drehpunkt für die Gleichung der ſtatiſchen Momente derjenige Punkt der oberen Gurtung gewählt wird, welcher in die $(m-1)$-te Verticale fällt; dies würde für $m = 1$ der Punkt A ſein, und es gäbe für dieſen Fall die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt kein Reſultat, weil alle Kräfte am Fragment dann durch A gehen, alſo das ſtatiſche Moment Null haben. Man erhält Z_1 durch Aufſtellung der Gleichung der ſtatiſchen Momente für irgend einen beliebigen Punkt, etwa O (Fig. 266). Es wird, wenn der Hebelsarm von Z_1 in Bezug auf den Drehpunkt O gleich z_2 iſt,

Fig. 266.



$$Z_1 = \frac{D_0\,a}{z_2} = \frac{(2\,n-1)\,P\,a}{2\,a\,\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = \frac{(2\,n-1)\,P\,\lambda_1}{2\,e} \quad \ldots\ldots \quad 297.$$

Derſelbe Werth ergiebt ſich für $m = 2$, d. h. für den zweiten Stab der unteren Gurtung.

427.
Spannungen in den Diagonalen.

Für die m-te Diagonale $E\,H$, wie für alle Diagonalen der linken Dachhälfte iſt A der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = Y_m\,y_m + (m-1)\,\frac{P\,m\,a}{2}, \quad \text{woraus} \quad Y_m = -\,\frac{P\,m\,a\,(m-1)}{2\,y_m}.$$

Da nun $y_m = \frac{m\,a\,\sin\gamma_m}{\cos\beta}$ iſt, wird $Y_m = -\,\frac{P}{2}\,(m-1)\,\frac{\cos\beta}{\sin\gamma_m}$.

Durch einfache trigonometriſche Umformungen erhält man

$$Y_m = -\,\frac{P\sqrt{1 + [(m-1)\operatorname{tg}\alpha - m\operatorname{tg}\beta]^2}}{2\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad \ldots\ldots \quad 298.$$

und durch Fortſchaffung der Winkelwerthe

$$Y_m = -\,\frac{P}{4\,e}\sqrt{L^2 + 4\,(m\,e - h)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 299.$$

428.
Spannungen in den Verticalen.

Für die m-te Verticale $F\,H$ iſt der Schnitt ſchräg zu legen; als conjugirter Punkt ergiebt ſich A; mithin heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt

$$0 = V_m\,m\,a - (m-1)\,\frac{P\,m\,a}{2}, \quad \text{woraus} \quad V_m = \frac{P\,(m-1)}{2} \quad \ldots \quad 300.$$

Für $m = 1$ ergiebt dieſe Gleichung $V_m = 0$; die erſte Verticale iſt alſo überflüſſig und kann fortbleiben.

Die Gleichung gilt nicht für die mittelſte Verticale; denn wenn bei dieſer der Schnitt eben ſo gelegt wird, wie bei den anderen Verticalen, ſo werden vier Stäbe getroffen; A iſt alſo hier nicht der conjugirte Punkt. Man beſtimmt die Spannung in dieſer Mittelverticalen durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für den Firſtknotenpunkt (Fig. 267). Für dieſen iſt

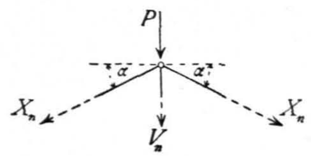
$$0 = V_n + P + 2\,X_n \sin\alpha, \quad \text{woraus} \quad V_n = -P - 2\,X_n \sin\alpha,$$

und da nach Gleichung 293. $X_n = -\dfrac{P\,n}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)}$ ift, fo wird

$$V_n = P\left(\frac{n \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} - 1\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 301.$$

Die Gleichungen 293. bis 300. gelten für die Stäbe links von der Mitte; die zur Mitte. fymmetrifch liegenden Stäbe der anderen Dachhälfte werden in genau gleicher Weife beanfprucht; die Gleichungen können fofort auch für die rechte Dachhälfte angewendet werden, wenn die m von B aus gerechnet werden.

Fig. 267.



Die Betrachtung der Gleichungen 293. bis 300. ergiebt Folgendes:

a) Durch das Eigengewicht, bezw. durch gleichmäfsige Belaftung des ganzen Dachbinders erhalten alle Stäbe der oberen Gurtung Druck, alle Stäbe der unteren Gurtung Zug. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, erhalten diefelben bei der erwähnten Belaftung Druck, die Verticalen Zug. Man fieht leicht, dafs, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fteigen, diefelben bei der gleichen Belaftung gezogen, die Verticalen gedrückt werden.

b) Je gröfser β wird, defto kleiner wird der Factor $(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$ und das Product $\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$; defto gröfser werden daher fowohl X_m, wie Z_m, da die Ausdrücke, fowohl für X, wie für Z die erwähnten Factoren im Nenner haben. Für negative Werthe von β, d. h. wenn die Zuggurtung nach unten von der Horizontalen abweicht, wird

$$X'_m = -\frac{P\,(2\,n - m)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)} \quad \text{und} \quad Z'_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)} \quad 302.$$

Je gröfser (abfolut genommen) die negativen Werthe von β werden, defto gröfser werden die Nenner in den beiden Gleichungen 302., defto kleiner alfo X'_m und Z'_m. Für den Materialaufwand zu den Gurtungen ift es alfo günftig, das pofitive β möglichft klein, das negative β möglichft grofs zu nehmen.

c) Für $\beta = 0$, d. h. wenn die untere Gurtung eine gerade Linie bildet, ift

$$X_m = -\frac{P\,(2\,n - m)}{2\sin\alpha} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2\operatorname{tg}\alpha} \quad \ldots \quad 303.$$

$$Y_m = -\frac{P\sqrt{1 + (m-1)^2 \operatorname{tg}^2\alpha}}{2\operatorname{tg}\alpha}, \quad V_m = \frac{P\,(m-1)}{2} \quad \text{und} \quad V_n = P\,(n-1) \quad 304.$$

β) **Ungünftigfte verticale Belaftung.** Jede verticale Belaftung des Trägers erzeugt (nach Art. 362, S. 325) ein pofitives Moment in allen Querfchnitten der Gurtungen. Sind nun (Fig. 265) die in den Stäben $E\,F$, bezw. $G\,H$ durch eine beliebige verticale Belaftung erzeugten Spannungen X_m, bezw. Z_m und die Momente für die bezüglichen conjugirten Punkte H und E gleich M_m und M_{m-1}, fo wird 429. Ungünftigfte Belaftung.

$$X_m = -\frac{M_m}{r_m} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{M_{m-1}}{z_m}.$$

X_m und Z_m erreichen ihre Maximalwerthe gleichzeitig mit M_m, bezw. M_{m-1}, d. h. bei totaler Belaftung des Trägers. Die Belaftung des ganzen Daches durch Schneedruck wird alfo für die Gurtungsftäbe die ungünftigfte fein. Die dann fich ergebenden Spannungen folgen aus den Gleichungen 293. bis 297., indem dort ftatt P die Knotenpunktsbelaftung durch Schnee- und Eigengewicht eingefetzt wird.

Man erhält, wenn b der Binderabftand ift, q' die Bedeutung, wie in Art. 413, S. 379 hat,

$$P = G + S = a\,b\,(q' + 75^{\text{kg}})$$

und daraus leicht X_m und Z_m.

Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, ſo erzeugt eine Laſt P rechts von dem durch die Diagonalenmitte gelegten Verticalſchnitt II (Fig. 268) in A die Reaction D_0. Auf das Fragment links vom Schnitt wirken jetzt D_0 und die drei Stabſpannungen X, Y und Z. Für Y iſt A der conjugirte Punkt, und die Gleichung der ſtatiſchen Momente für A als Drehpunkt lautet $0 = Yy$, d. h. $Y = 0$.

Liegt eine Laſt P links vom Schnitte II, ſo betrachten wir das Fragment

Fig. 268.

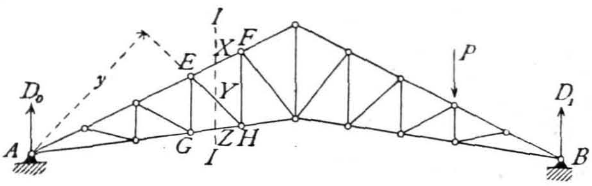
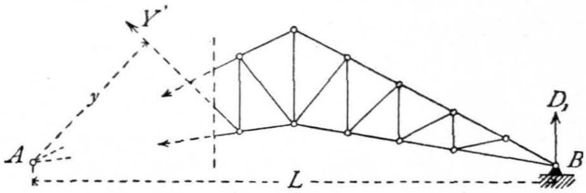


Fig. 269.



rechts vom Schnitte (Fig. 269); für dieſes heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente in Bezug auf den Punkt A als Drehpunkt

$$0 = Y'y + D_1 L, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{D_1 L}{y}.$$

Steigen die Diagonalen nach der Mitte zu, ſo ergiebt ſich, wenn die Laſt rechts vom Schnitte liegt, genau wie vorhin, daſs in den Diagonalen die Spannung Null entſteht. Liegt dagegen die Laſt links vom Schnitt, ſo folgt

$$Y_1' = +\frac{D_1 L}{y'}.$$

Die für die Diagonalen gefundenen Reſultate gelten, ſo lange A der conjugirte Punkt der Diagonalen iſt, d. h. für alle Diagonalen links der Mitte. Für die Diagonalen rechts der Mitte iſt B der conjugirte Punkt, und es ergiebt ſich in gleicher Weiſe, wie eben gezeigt, daſs in dieſen jede Belaſtung rechts vom Schnitte eine Druck-, bezw. Zugſpannung erzeugt, je nachdem ſie nach der Mitte zu fallen oder ſteigen; jede Belaſtung links vom Schnitte ruft dagegen in denſelben die Spannung Null hervor.

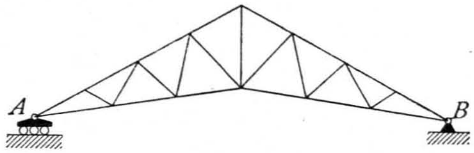
Allgemein folgt hieraus: Jede Belaſtung zwiſchen dem durch die Diagonale gelegten Verticalſchnitte und demjenigen Auflager, welches für die Diagonale nicht den conjugirten Punkt bildet, hat auf die Spannung in der Diagonalen gar keinen Einfluſs. Jede Belaſtung zwiſchen dem Verticalſchnitt und dem Auflager, welches für die Diagonale den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in den nach den Mitte zu fallenden Diagonalen Druck, in den nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Zug. Die ungünſtigſten Belaſtungsarten würden alſo diejenigen ſein, bei denen die ganze Zug-, bezw. Druckabtheilung belaſtet wäre. Da aber die Belaſtung des übrigen Trägertheiles ohne Einfluſs auf die Diagonalſpannung iſt, ſo können wir auch ſagen: Die ungünſtigſte Beanſpruchung aller Diagonalen durch verticale Laſten findet bei totaler Belaſtung ſtatt, und zwar werden die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gedrückt.

Für die ungünſtigſte Belaſtung der Verticalen ergiebt ſich durch die gleiche Beweisführung, wie bei den Diagonalen, wenn die Schnitte ſchräg gelegt werden:

Jede Belaſtung zwiſchen dem durch eine Verticale gelegten ſchrägen Schnitt und dem Auflager, welches für die Verticalen nicht den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen die Spannung Null; jede Belaſtung zwiſchen dem Schnitte und demjenigen Auflager, welches den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen Zug, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, Druck, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu ſteigen. Auch hier findet demnach Maximaldruck, bezw. -Zug bei totaler Belaſtung des Trägers ſtatt.

Das hier gefundene Geſetz gilt, ſo lange die geradlinigen Gurtungen ſich in den Auflager-Verticalen ſchneiden, alſo auch, wie man leicht ſieht, für die Anordnung von zwei Schaaren Diagonalen nach Fig. 270.

Fig. 270.



Es kann alſo für alle Stäbe des engliſchen Dachſtuhls die totale Belaſtung durch Schnee und Eigengewicht als ungünſtigſte Verticalbelaſtung der Berechnung zu Grunde gelegt werden.

Die bezüglichen Maximalwerthe ſind in Art. 426 bis 428 entwickelt.

γ) Belaſtung durch Winddruck. Es iſt nicht nothwendig, für jeden Stab die ungünſtigſte Windbelaſtungsart zu ermitteln, weil der Winddruck ſtets auf eine ganze Dachhälfte wirken wird; dagegen ſind die ſämmtlichen Stabſpannungen ſowohl für den Fall zu ermitteln, daſs der Winddruck jene Seite belaſtet, an welcher das bewegliche Auflager liegt, als daſs er diejenige Seite belaſtet, an welcher ſich das feſte Auflager befindet.

430. Berechnung d. Spannungen durch Winddruck.

Man ermittelt bei dieſen beiden Belaſtungsarten für jeden Stab den conjugirten Punkt, das Biegungsmoment der äuſseren Kräfte für dieſen Punkt und daraus in bekannter Weiſe die Stabſpannungen. Es empfiehlt ſich dabei, für die Auffuchung des Biegungsmomentes jede Knotenpunktsbelaſtung in eine horizontale und eine verticale Componente zu zerlegen; die Ermittelung der Hebelsarme wird dadurch weſentlich vereinfacht. In den Fig. 277 u. 279 ſind die horizontalen und verticalen Componenten der Winddrücke ſowohl für den Fall, daſs der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers, als auch für den Fall, daſs er von der Seite des feſten Auflagers kommt, angegeben.

2) Graphiſche Ermittelung der Spannungen. Hier empfiehlt ſich die *Cremona*'ſche Methode am meiſten, weil für die Spannungen aller Stäbe die gleichen Belaſtungsarten zu Grunde gelegt werden.

431. Graphiſche Ermittelung der Spannungen.

α) Belaſtung durch das Eigengewicht und Schneedruck. Man nimmt entweder die ſämmtlichen Eigenlaſten in den oberen Knotenpunkten vereinigt an oder berechnet die Eigengewichte, welche in den Knotenpunkten der unteren Gurtung angreifen, beſonders. In beiden Fällen iſt das Verfahren genau wie im Kapitel »Träger« (Art. 382, S. 342) gezeigt iſt.

In der graphiſchen Ermittelung der Fig. 271 und 272 iſt die zweite Annahme gemacht worden; die Eigengewichte, welche auf die Auflagerpunkte *A* und *B* kommen, ſind fortgelaſſen, weil ſie direct von den Auflagern aufgenommen werden, demnach das Syſtem nicht belaſten. Alsdann ſind die am Syſtem wirkenden äuſseren Kräfte in cycliſcher Reihenfolge aufgetragen: zuerſt die Laſten der oberen Gurtung *1*, *2*, *3* . . . *7*; an den Endpunkt von *7* iſt D_1 getragen; letzteres fällt mit der Kraftlinie *1*, *2*, *3* . . . *7* zuſammen, wie überhaupt alle äuſseren Kräfte hier in dieſelbe Kraftlinie fallen. Der gröſseren Deutlichkeit halber ſind aber die Laſten *1* bis *7*, D_1, ferner die Laſten der unteren Gurtung

Fig. 271.

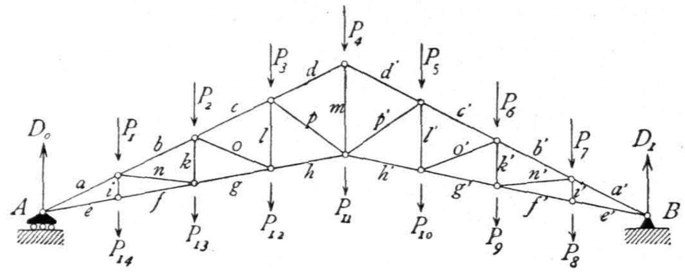
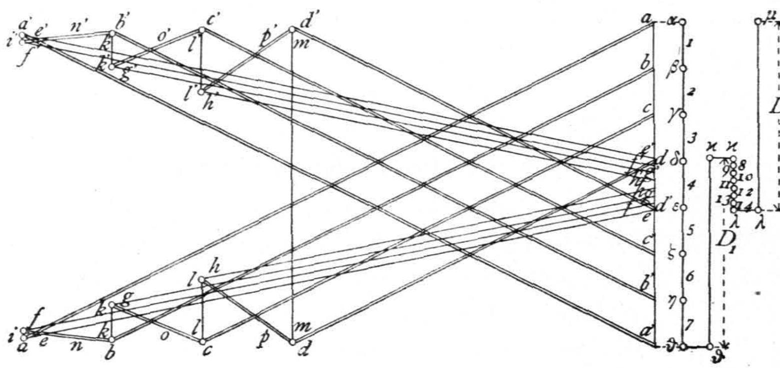


Fig. 272.



und D_0 etwas ſeitwärts aufgetragen. Wir erhalten $D_1 = \vartheta\,\varkappa$; *8* bis *14* $= \varkappa\,\lambda$; $D_0 = \lambda\,\mu$; μ fällt demnach eigentlich auf α, wonach ſich alſo das Kraftpolygon ſchlieſst.

Für die Conſtruction des Kräfteplanes ſind ſelbſtverſtändlich als Grenzpunkte der einzelnen äuſseren Kräfte die Punkte auf der Linie $a\,a'$ einzuführen, welche mit den gezeichneten auf gleicher Höhe liegen. Der Kräfteplan iſt nun genau, wie früher angegeben, in Fig. 272 conſtruirt, worüber keine weiteren Bemerkungen nöthig ſind.

Die Conſtruction der Spannungen durch totale Schneebelaſtung iſt in gleicher Weiſe vorzunehmen.

β) Belaſtung durch Winddruck. In Fig. 274 und 275 ſind die Kräftepläne ſowohl für den von der Seite des beweglichen, wie für den von der Seite des feſten Auflagers kommenden Winddruck conſtruirt. Auf den Auflagerpunkt und den Firſtpunkt kommen bei gleicher Entfernung aller Knotenpunkte die Hälften der auf die anderen Knotenpunkte entfallenden Belaſtungen; bei anderen Entfernungen der Knotenpunkte ſind die Belaſtungen dieſer Punkte aus den auf ſie kommenden Dachflächen gleichfalls leicht zu ermitteln.

Zunächſt ſind nun die Auflager-Reactionen, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, conſtruirt, worauf der Kräfteplan in bekannter Weiſe ſich ergiebt. In Fig. 273 ſind die äuſseren Kräfte für die Belaſtung der linken Dachhälfte ausgezogen, für die Belaſtung der rechten Dachhälfte punktirt.

Es möge hier darauf aufmerkſam gemacht werden, daſs auf der nicht belaſteten Seite ſämmtliche Diagonalen die Spannung Null, die oberen, ſo wie die unteren Gurtungsſtäbe ſämmtlich je gleiche Spannungen erhalten. Die Richtigkeit dieſer Reſultate ergiebt ſich leicht aus folgender Betrachtung.

Wenn ſich in einem unbelaſteten Knotenpunkte (Fig. 276) drei Stäbe ſchneiden, von denen zwei in eine gerade Linie fallen, ſo iſt, wenn Gleichgewicht ſtattfindet, $X - X_1 + Y \cos \varphi = 0$ und $Y \sin \varphi = 0$, d. h. $Y = 0$, alſo auch $X - X_1 = 0$, d. h. $X = X_1$. Die Spannungen in den beiden in eine gerade Linie fallenden Stäben ſind alſo einander gleich; die Spannung im dritten Stabe iſt gleich Null.

Falls der Wind, wie in Fig. 273 durch die ausgezogenen Pfeile angedeutet iſt, die linke Seite belaſtet, ſo wirkt auf den Knotenpunkt G keine äuſsere Kraft; mithin wird $e' = f'$ und $i' = 0$. Auch auf H wirkt keine äuſsere Kraft; da nun $i' = 0$ iſt, alſo als nicht vorhanden zu betrachten iſt, ſo folgt $n' = o$

Fig. 273.

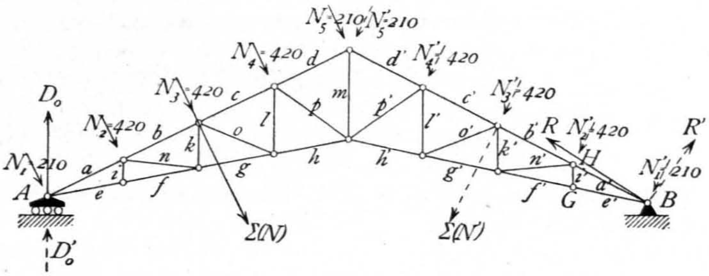


Fig. 274.

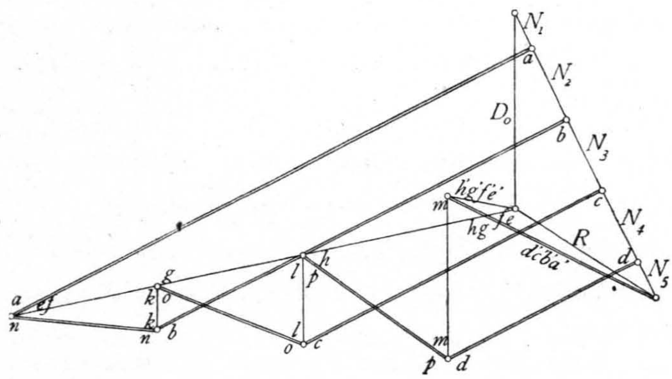
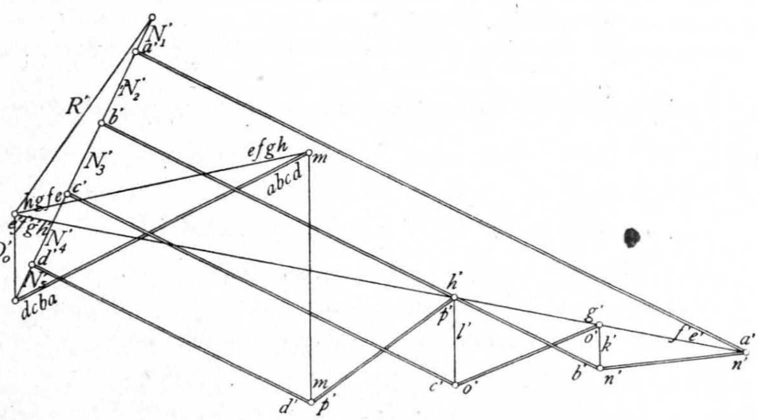


Fig. 275.

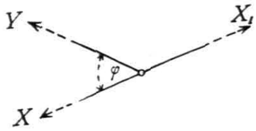


und $a' = b'$. Eben fo ergiebt fich weiter $a' = b' = c' = d'$; $e' = f' = g' = h'$; $i' = n' = k' = o' = l' = p' = 0$.

Beifpiel. Berechnung eines englifchen Dachftuhles (Fig. 277) von nachfolgenden Hauptdimenfionen: Stützweite $L = 16^{\text{m}}$; Firfthöhe $h = 4^{\text{m}}$; $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$; $a = 2^{\text{m}}$; $2n = 8$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{8} = 0{,}5$; $h_1 = 1{,}6^{\text{m}}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{1{,}6}{8} = 0{,}2$; $e = h - h_1 = 2{,}4^{\text{m}}$; $\lambda = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8{,}94^{\text{m}}$; $\lambda_1 = \sqrt{1{,}6^2 + 8^2} = 8{,}16^{\text{m}}$; $\sin\alpha = \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{8{,}94} = 0{,}447$; $\cos\alpha = \frac{8}{\lambda} = \frac{8}{8{,}94} = 0{,}895$; $\sin\beta = \frac{h_1}{\lambda_1} = \frac{1{,}6}{8{,}16} = 0{,}196$; $\cos\beta = \frac{8}{\lambda_1} = \frac{8}{8{,}16} = 0{,}98$; die Binderweite ift $4{,}3^{\text{m}}$; die Dachdeckung ift Eifenwellenblech auf Winkeleifen; das Gitterwerk befteht aus Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen. 432. Beifpiel.

Die Belaftungen ergeben fich wie folgt. Auf einen Knotenpunkt kommt eine Grundfläche von

Fig. 276.



$2 \,.\, 4{,}_3 = 8{,}_6$ qm, eine fchräge Dachfläche von $4{,}_3 \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{4{,}_3 \,.\, 8{,}_{94}}{4} = 9{,}_{61}$ qm. Mithin ift nach der Tabelle auf S. 377 das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche excl. des Bindergewichtes gleich 25 kg. Rechnet man das Gewicht des Binders pro 1 qm Grundfläche mit 15 kg, fo wird das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche $= 25 + 15 = 40$ kg. Demnach ift die Knotenpunktsbelaftung durch das Eigengewicht $= 8{,}_6 \,.\, 40 = 344$ kg, durch Schneedruck $= 8{,}_6 \,.\, 75 = 645$ kg, die normale Knotenpunktsbelaftung durch Winddruck $= 9{,}_{61} \,.\, 43 = 413$ kg, wofür abgerundet $N = 420$ kg gefetzt werden foll. Der Firftknotenpunkt und der Auflagerknotenpunkt erhalten nur je 210 kg normale Windbelaftung.

α) Spannungen durch die Verticallaften. Für die obere Gurtung ergeben fich die Spannungen durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaftung aus Gleichung 294. zu

$$X_m = -\frac{P \,.\, 8{,}_{94}}{2 \,.\, 2{,}_4}(8 - m) = -1{,}_{8625}\, P\,(8 - m).$$

Wir erhalten: für Eigengewicht $P = 344$ kg, fonach $X_m^g = -1{,}_{8625} \,.\, 344\,(8 - m) = -640\,(8 - m)$;

für Schneebelaftung $P = 645$ kg, mithin $X_m^p = -1{,}_{8625} \,.\, 645\,(8 - m) = -1200\,(8 - m)$.

Für	$m =$	1	2	3	4
wird	$X^g =$	-4480	-3840	-3200	-2560 kg.
	$X^p =$	-8400	-7200	-6000	-4800 kg.

Für die untere Gurtung ift nach Gleichung 296. $Z_m = \dfrac{P \,.\, 8{,}_{16}}{2 \,.\, 2{,}_4}(9 - m) = 1{,}_7\, P\,(9 - m)$.

Für Eigengewicht ift $Z_m^g = 1{,}_7 \,.\, 344\,(9 - m) = 585\,(9 - m)$;

für Schneelaft ift $Z_m^p = 1{,}_7 \,.\, 645\,(9 - m) = 1096{,}_5\,(9 - m)$.

Sonach wird für	$m =$	$\underbrace{1 \quad\quad 2}$		3	4
	$Z^g =$	4095		3510	2925 kg;
	$Z^p =$	7677		6579	5481 kg.

Z_1 ift nicht nach der Formel berechnet (vergl. darüber die Bemerkung in Art. 426, S. 392).

Für die Diagonalen ift nach Gleichung 299.

$$Y = -\frac{P}{9{,}_6}\sqrt{16^2 + 4\,(m \,.\, 2{,}_4 - 4)^2} = -0{,}_{104}\, P \sqrt{256 + 4\,(2{,}_4\, m - 4)^2}.$$

Wir erhalten: für $m = 2$: $Y_2 = -0{,}_{104}\, P \sqrt{256 + 4\,(0{,}_8)^2} = -1{,}_{672}\, P$;

Eigengewicht: $Y_2^g = -575$ kg; Schneelaft: $Y_2^p = -1079$ kg;

für $m = 3$: $Y_3 = -0{,}_{104}\, P \sqrt{256 + 4\,(7{,}_2 - 4)^2} = -1{,}_{79}\, P$;

Eigengewicht: $Y_3^g = -616$ kg; Schneelaft: $Y_3^p = -1155$ kg;

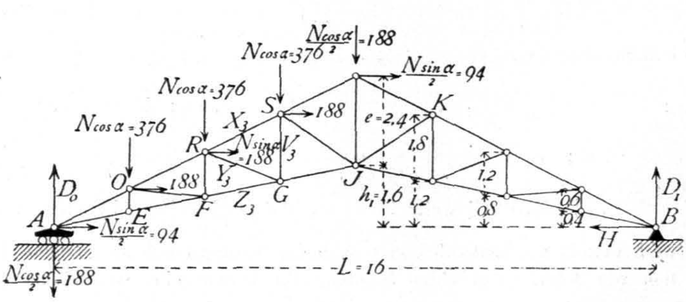
für $m = 4$: $Y_4 = -0{,}_{104}\, P \sqrt{256 + 4\,(9{,}_6 - 4)^2} = -2{,}_{03}\, P$;

Eigengewicht: $Y_4^g = -698$ kg; Schneelaft: $Y_4^p = -1310$ kg.

Die Spannungen in den Verticalen ergeben fich aus Gleichung 300.

	Eigengewicht:	Schneelaft:
für $m = 2$:	$V_2^g = 172$ kg;	$V_2^p = 323$ kg;
» $m = 3$:	$V_3^g = 344$ kg;	$V_3^p = 645$ kg.

Fig. 277.



Die Spannungen in der Mittelverticalen (für $m = 4$) find nach Gleichung 301. $V_4^g = 1950$ kg; $V_4^p = 3657$ kg.

β) Spannungen durch Windbelaftung an der Seite des beweglichen Auflagers (Fig. 277). Die Verticalcomponente der Knotenpunktsbelaftung ift bei den mittleren

Knotenpunkten gleich 420 cos α = 420 . 0,895 = 376 kg, beim Firſt- und Auflagerknotenpunkt je gleich 188 kg; die Horizontalcomponenten ſind bezw. 420 sin α = 420 . 0,447 = 188 kg und 94 kg. Die Verticalhöhen der oberen Gurtungsknotenpunkte über AB ſind bezw. 1 m, 2 m, 3 m und 4 m; die Knotenpunkte der unteren Gurtung liegen bezw. um 0,4 m, 0,8 m, 1,2 m und 1,6 m über der Horizontalen AB. Es iſt

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\,12 - (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\,2}{16} = 1034^{\text{kg}},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\,4 + (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\,2}{16} = 470^{\text{kg}},$$

$$H = 3 \cdot 188 + 2 \cdot 94 = 752^{\text{kg}}.$$

Für die Stäbe der oberen Gurtung ergeben ſich die Gleichungen der ſtatiſchen Momente: wenn E der conjugirte Punkt iſt,

$$0 = X_1 \cdot 0{,}6 \cos\alpha + (D_0 - 188)\,2 - 94 \cdot 0{,}4, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -3081^{\text{kg}};$$

für den conjugirten Punkt F

$$0 = X_2 \cdot 1{,}2 \cos\alpha + (D_0 - 188)\,4 - 94 \cdot 0{,}8 + 188 \cdot 0{,}2 - 376 \cdot 2, \quad \text{woraus} \quad X_2 = -2415^{\text{kg}};$$

weiters für die conjugirten Punkte G und $\mathfrak{J}$

$$0 = X_3 \cdot 1{,}8 \cos\alpha + (D_0 - 188)\,6 + 2 \cdot 188 \cdot 0{,}3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 94 \cdot 1{,}2, \quad \text{woraus} \quad X_3 = -1751^{\text{kg}};$$

$$0 = X_4 \cdot 2{,}4 \cos\alpha + (D_0 - 188)\,8 - 3 \cdot 376 \cdot 4 + 3 \cdot 188 \cdot 0{,}4 - 94 \cdot 1{,}6, \quad \text{woraus} \quad X_4 = -1085^{\text{kg}}.$$

Die Momentengleichung für den Punkt $\mathfrak{J}$ heiſst, wenn das Fragment rechts von dem durch den Stab $\mathfrak{J}K$ gelegten Verticalſchnitt betrachtet wird,

$$0 = H \cdot 1{,}6 - D_1 \cdot 8 - X_5 \cdot 2{,}4 \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad X_5 = -\frac{8 \cdot 470 - 1{,}6 \cdot 752}{2{,}148} = -1190^{\text{kg}}.$$

Dieſelbe Spannung findet in ſämmtlichen Stäben der oberen Gurtung rechts der Mitte ſtatt (vergl. Art. 431, S. 397).

In ähnlicher Weiſe erhält man für die untere Gurtung:

$$0 = (D_0 - 188)\,2 - 94 \cdot 1 - Z_1 \cdot 0{,}6 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_1 = 2718^{\text{kg}} = Z_2;$$

$$0 = (D_0 - 188)\,4 - 94 \cdot 2 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1 - Z_3 \cdot 1{,}2 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_3 = 1919^{\text{kg}};$$

$$0 = (D_0 - 188)\,6 - 94 \cdot 3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - Z_4 \cdot 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_4 = 1119^{\text{kg}}.$$

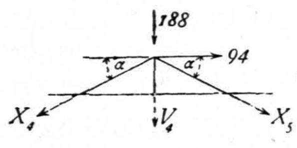
Wir betrachten endlich wieder das Fragment rechts von dem durch den Stab $\mathfrak{J}K$ gelegten Verticalſchnitt; alsdann heiſst für Punkt K die Momentengleichung

$$0 = H \cdot 3 - D_1 \cdot 6 + Z_5 \cdot 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_5 = 320^{\text{kg}}.$$

Eben ſo groſs iſt die Spannung in ſämmtlichen Stäben der unteren Gurtung rechts der Mitte (vergl. Art. 431, S. 397).

Um die Spannungen in den Diagonalen zu beſtimmen, ſind die Hebelsarme dieſer Spannungen für den Punkt A, welcher für alle Diagonalen links der Mitte Momentenpunkt iſt, conſtruirt. Man erhält $y_2 = 1{,}17$ m, $y_3 = 3{,}3$ m und $y_4 = 5{,}8$ m.

Fig. 278.



Die Spannungen ergeben ſich aus den Momentengleichungen, wie folgt:

$$0 = Y_2 \cdot 1{,}17 + 376 \cdot 2 + 188 \cdot 1, \quad \text{woraus} \quad Y_2 = -803^{\text{kg}};$$

$$0 = Y_3 \cdot 3{,}3 + 2 \cdot 376 \cdot 3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5, \quad \text{woraus} \quad Y_3 = -854^{\text{kg}};$$

$$0 = Y_4 \cdot 5{,}8 + 376 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 188 \cdot 2, \quad \text{woraus} \quad Y_4 = -973^{\text{kg}}.$$

Die Spannungen in den Diagonalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

Für die Spannungen aller Verticalen links der Mitte iſt A der conjugirte Punkt; man erhält:

$$0 = 376 \cdot 2 + 188 \cdot 1 - V_2 \cdot 4, \quad \text{woraus} \quad V_2 = +235^{\text{kg}};$$

$$0 = 2 \cdot 376 \cdot 3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - V_3 \cdot 6, \quad \text{woraus} \quad V_3 = +470^{\text{kg}}.$$

Für die Ermittelung der Spannung in der Mittelverticalen iſt die Summe der Verticalkräfte im Firſtknotenpunkt gleich Null zu ſetzen (Fig. 278); ſonach

$$0 = V_4 + 188 + (X_4 + X_5) \sin\alpha = V_4 + 188 - (1085 + 1190)\,0{,}447, \quad \text{woraus} \quad V_4 = 829^{\text{kg}}.$$

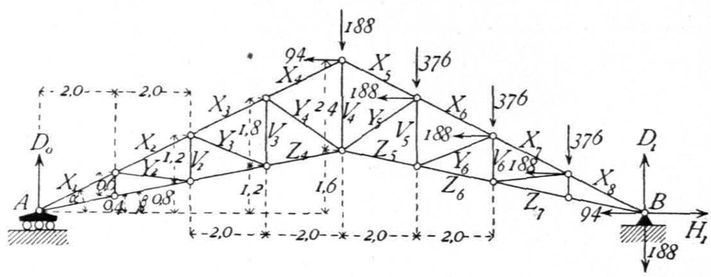
Die Spannungen in den Verticalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

γ) Spannungen durch Windbelaſtung von der Seite des feſten Auflagers (Fig. 279). Die Belaſtungen der einzelnen Knotenpunkte der rechten Hälfte ſind eben ſo groſs, wie diejenigen der linken Knotenpunkte sub β waren. Wir erhalten:

$$D_0 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\,4 + (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\,2}{16} = 470^{\text{kg}},$$

$$D_1 = \frac{(3 \cdot 376 + 2 \cdot 188)\,12 - (3 \cdot 188 + 2 \cdot 94)\,2}{16} = 1034^{\text{kg}},$$

Fig. 279.



$H_1 = 3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94 = 752^{\mathrm{kg}}.$

In der oberen Gurtung findet man:

$$0 = X_1 \,.\, 0{,}6 \cos\alpha + D_0 \,.\, 2\,, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -\,\frac{470 \,.\, 2}{0{,}537} = -\,1750^{\mathrm{kg}}.$$

Daffelbe Refultat ergiebt fich nach Art. 431, S. 397 für X_2, X_3 und X_4. Weiters ift:

$0 = X_5 \,.\, 2{,}1 \cos\alpha + D_0 \,.\, 8 - 94 \,.\, 2{,}4,$ woraus $X_5 = -\,1645^{\mathrm{kg}};$

$0 = X_6 \,.\, 1{,}8 \cos\alpha + (D_1 - 188)\, 6 + (H_1 - 94)\, 1{,}2 + 2 \,.\, 188 \,.\, 0{,}3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3,$ woraus $X_6 = -\,2310^{\mathrm{kg}};$

Bezeichnung des Stabes	Spannung durch Eigengewicht	Spannung durch Schneelaft (total)	Spannung durch Wind links	Spannung durch Wind rechts	P_0	P_1
Obere Gurtung:						
Stab Nr. 1	− 4480	− 8400	− 3081	− 1750	− 4480	− 11481
» » 2	− 3840	− 7200	− 2415	− 1750	− 3840	− 9615
» » 3	− 3200	− 6000	− 1751	− 1750	− 3200	− 7751
» » 4	− 2560	− 4800	− 1085	− 1750	− 2560	− 6550
» » 5	− 2560	− 4800	− 1190	− 1645	− 2560	− 6445
» » 6	− 3200	− 6000	− 1190	− 2310	− 3200	− 8310
» » 7	− 3840	− 7200	− 1190	− 2976	− 3840	− 10176
» » 8	− 4480	− 8400	− 1190	− 3638	− 4480	− 12038
Untere Gurtung:						
Stab Nr. 1 u. 2	+ 4095	+ 7677	+ 2718	+ 1600	+ 4095	+ 10395
» » 3	+ 3510	+ 6579	+ 1919	+ 1600	+ 3510	+ 8498
» » 4	+ 2925	+ 5481	+ 1119	+ 1600	+ 2925	+ 7081
» » 5	+ 2925	+ 5481	+ 320	+ 2455	+ 2925	+ 7936
» » 6	+ 3510	+ 6579	+ 320	+ 3186	+ 3510	+ 9765
» » 7 u. 8	+ 4095	+ 7677	+ 320	+ 3996	+ 4095	+ 11673
Diagonalen:						
im Felde 2	− 575	− 1079	− 803	0	− 575	− 1882
» » 3	− 616	− 1155	− 854	0	− 616	− 2009
» » 4	− 698	− 1310	− 973	0	− 698	− 2283
» » 5	− 698	− 1310	0	− 973	− 698	− 2283
» » 6	− 616	− 1155	0	− 854	− 616	− 2009
» » 7	− 575	− 1079	0	− 803	− 575	− 1882
Verticalen:						
zwifchen Feld 2 u. 3	+ 172	+ 323	+ 235	0	+ 172	+ 558
» » 3 u. 4	+ 344	+ 645	+ 470	0	+ 344	+ 1115
Mittelverticale	+ 1950	+ 3657	+ 829	+ 1330	+ 1950	+ 4987
zwifchen Feld 5 u. 6	+ 344	+ 645	0	+ 470	+ 344	+ 1115
» « 6 u. 7	+ 172	+ 323	0	+ 235	+ 172	+ 558
	Kilogramm					

$0 = X_7 \cdot 1{,}2 \cos\alpha + (D_1 - 188)\,4 + (H_1 - 94)\,0{,}8 + 188 \cdot 0{,}2 - 376 \cdot 2$, woraus $X_7 = -\,2976^{\text{kg}}$;
$0 = X_8 \cdot 0{,}6 \cos\alpha + (D_1 - 188)\,2 + (H_1 - 94)\,0{,}4$, woraus $X_8 = -\,3638^{\text{kg}}$.

In der unteren Gurtung ergiebt ſich

$$0 = Z_1 \cdot 0{,}6 \cos\beta - D_0 \cdot 2, \quad \text{woraus } Z_1 = +\,1600^{\text{kg}}.$$

Dieſelbe Gröſse haben Z_2, Z_3 und Z_4. Weiters findet man:

$0 = (D_1 - 188)\,6 + (H_1 - 94)\,3 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 - Z_5 \cdot 1{,}8 \cos\beta$, woraus $Z_5 = +\,2455^{\text{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\,4 + (H_1 - 94)\,2 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1 - Z_6 \cdot 1{,}2 \cos\beta$, woraus $Z_6 = +\,3186^{\text{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\,2 + (H_1 - 94)\,1 - Z_7 \cdot 0{,}6 \cos\beta$, woraus $Z_7 = +\,3996^{\text{kg}} = Z_8$.

Für die Ermittelung der Spannungen in den Diagonalen ſind die Hebelsarme oben angegeben. Hiernach findet man:

$$0 = Y_7\,y_2 + 188 \cdot 1 + 376 \cdot 2, \quad \text{woraus } Y_7 = -\,803^{\text{kg}};$$
$$0 = Y_6\,y_3 + 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 376 \cdot 3, \quad \text{woraus } Y_6 = -\,854^{\text{kg}};$$
$$0 = Y_5\,y_4 + 3 \cdot 188 \cdot 2 + 3 \cdot 376 \cdot 4, \quad \text{woraus } Y_5 = -\,973^{\text{kg}};$$

die Spannungen in den übrigen Diagonalen ſind gleich Null.

In den Verticalen ſind die Spannungen V_1, V_2 und V_3 gleich Null; V_4 wird durch die Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingung für den Firſtknotenpunkt, wie folgt, erhalten:

$$0 = V_4 + 188 + X_5 \sin\alpha + X_4 \sin\alpha = V_4 + 188 - (1750 + 1645)\,0{,}447, \quad \text{woraus } V_4 = 1330^{\text{kg}}.$$

Ferner ergiebt ſich:

$$0 = V_5 \cdot 6 - 2 \cdot 376 \cdot 3 - 2 \cdot 188 \cdot 1{,}5, \quad \text{woraus } V_5 = 470^{\text{kg}};$$
$$0 = V_6 \cdot 4 - 376 \cdot 2 - 188 \cdot 1, \quad \text{woraus } V_6 = 235^{\text{kg}}.$$

δ) Zuſammenſtellung der Stabſpannungen. Für die Querſchnittsbeſtimmungen ſind die gefundenen Spannungen in neben ſtehender Tabelle zuſammengeſtellt.

b) Deutſche Dachſtühle.

Der deutſche Dachſtuhl iſt ein engliſcher Dachſtuhl mit nur einem Knotenpunkt in jeder Dachhälfte; wir werden demnach die in demſelben durch Eigenlaſt und totale Schneelaſt entſtehenden Spannungen aus den Formeln für den engliſchen Dachſtuhl ableiten können (Fig. 280). 433. Ermittelung der Spannungen.

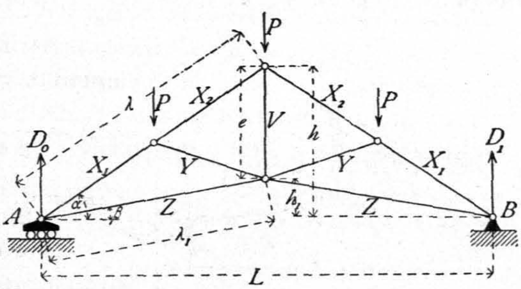
Für die obere Gurtung iſt in die Gleichungen 293. und 294. ſtatt $2\,n$ die Zahl 4 einzuſetzen und für m der Reihe nach 1 und 2; alsdann erhält man

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= -\frac{3\,P}{2 \cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = -\frac{3\,P\lambda}{2\,e} \\ X_2 &= -\frac{P}{\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = -\frac{P\lambda}{e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 305.$$

Die allgemeine Gleichung 295., bezw. 296. für die untere Gurtung gilt nicht für $m = 1$ (ſiehe Art. 426, S. 392). Für $m = 2$, $2\,n = 4$ übergeht Gleichung 295., bezw 296. in

$$Z = \frac{3\,P}{2 \cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)},$$
$$Z = \frac{3\,P\lambda_1}{2\,e} \quad \ldots \quad 306.$$

Fig. 280.



Für die Diagonalen giebt die Gleichung 299. für $m = 2$

$$Y = -\frac{P}{4\,e}\sqrt{L^2 + 4\,(2\,e - h)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 307.$$

Für die Verticale iſt Gleichung 301. anzuwenden, und es ergiebt ſich für $n = 2$

$$V = P\left(\frac{2 \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} - 1\right) = P\left(2\,\frac{2\,h}{2\,h - 2\,h_1} - 1\right) = P\,\frac{h + h_1}{e} \quad \ldots \quad 308.$$