$$H_2 f + V_2 c = \Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = 0, \quad \text{woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 c} \qquad 290.$$

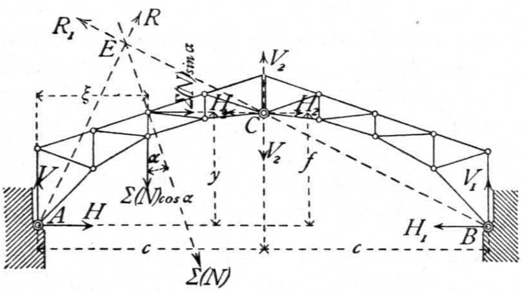
Es ift ferner

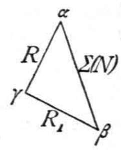
$$\left. \begin{array}{l} H = H_2 - \Sigma (N) \sin\alpha = \dfrac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 f} - \Sigma (N) \sin\alpha \\ H_1 = H_2 = \dfrac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 f} \end{array} \right\} \quad . \quad 291.$$

$$\left. \begin{array}{l} V = \Sigma (N) \cos\alpha - V_2 = \Sigma (N) \cos\alpha - \dfrac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 c} \\ V_1 = V_2 = \dfrac{\Sigma (N) y \sin\alpha + \Sigma (N) \xi \cos\alpha}{2 c} \end{array} \right\} \quad . \quad 292.$$

Wenn die fchiefen Belaftungen einander nicht parallel find, fo bleibt das Verfahren das gleiche; nur find ftatt $\Sigma (N) y \sin\alpha$ und $\Sigma (N) \xi \cos\alpha$ bezw. $\Sigma (N y \sin\alpha)$ und $\Sigma (N \xi \cos\alpha)$ in die Rechnung einzuführen.

Fig. 250.





Für die graphifche Ermittelung der fraglichen Auflager-Reactionen ift die in Fig. 250 angegebene Conftruction ohne Weiteres verftändlich, und es ergiebt fich $\beta\gamma = R_1$, $\gamma\alpha = R$.

Bei nicht parallelen Winddrücken ift für die graphifche Behandlung zunächft die Mittelkraft derfelben nach Gröfse, Richtung und Lage in bekannter Weife aufzufuchen, und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 250 dargeftellt.

## 2. Kapitel.

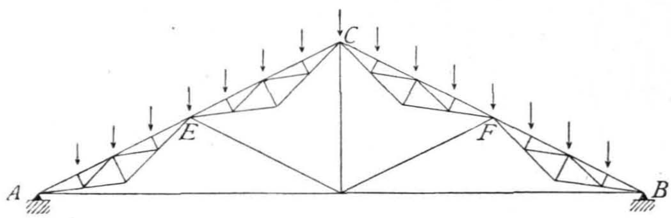
# Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittelung der Spannungen in den wichtigften Dachftuhl-Conftructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Unterfuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verfchiedenen Belaftungsfälle gefondert betrachten. Wir beftimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einfeitige, bezw. totale Schneebelaftung, 3) durch Windbelaftung, fowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das fefte Auflager liegt. Indem dann diefe Spannungen in einer Tabelle zufammengeftellt werden, ift es leicht, für jeden Stab die ungünftigfte Belaftungsart und die ungünftigften Spannungen zu beftimmen, ferner für die Querfchnittsbeftimmung nach der neueren Methode (fiehe Art. 283, S. 248) die Werthe $P_0$, $P_1$ und $P_2$ zu ermitteln. Da die Dachbinder meift Gitterträger find, fo werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Methoden für die Spannungsermittelung hier genau, wie dort Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) dafs die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden find, 2) dafs die Laften nur in den Knotenpunkten der Conftruction wirken. Die berechneten Spannungen werden defto mehr mit den wirklichen übereinftimmen, je mehr die Conftruction diefen Annahmen entfpricht. Die zweite Annahme (Belaftung nur in den Knotenpunkten) ift häufig nicht erfüllt; in diefem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, dafs die zwifchen je zwei Knotenpunkten befindlichen Laften durch befondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung diefer Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ift, zu

422. Allgemeines.

erfolgen. Die Belaftung, welche im Hauptfyftem auf die Knotenpunkte übertragen wird, ift dann der Gröfse und Richtung nach gleich den auf die Zwifchenträger wirkenden Auflager-Reactionen. Der Sinn ift entgegengefetzt. In Fig. 251 z. B. find zwifchen je zwei Knotenpunkten des Hauptfyftemes Pfetten, demnach Laftpunkte. Das Stück *CE* kann wie ein befonderer, in *C* und *E* frei aufliegender Träger aufgefafft und berechnet werden; eben fo verhält es fich mit dem Stück *AE*. Im Punkte *C* des Hauptfyftemes wirken dann die linke Auflager-Reaction des Balkens *CE* und die rechte Auflager-Reaction des Balkens *AE* nach unten, aufserdem noch die Belaftung der Pfette in *E*. Demnach find die Spannungen im Syftem auch hier zunächft genau fo zu berechnen, als wenn die Gefammtlaften nur in den Hauptknotenpunkten *A*, *C*, *E*, *F* und *B* angriffen; zu diefen Spannungen im Syftem kommen alsdann noch die in den kleinen Trägern *AE*, *EC* etc. ftattfindenden Spannungen hinzu. Die Spannungen derjenigen Stäbe der kleinen Träger, welche mit den Linien *AE*, *EC* etc. zufammenfallen, addiren fich einfach zu den Spannungen in diefen Stäben.

Fig. 251.

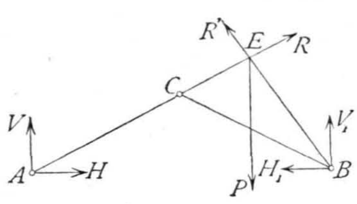



Die erfte Annahme (Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten) ift bei den hölzernen Dachbindern niemals, allein auch bei den eifernen Dachftühlen häufig nicht erfüllt; in neuefter Zeit tritt aber bei letzteren immer mehr das Beftreben in den Vordergrund, auch in diefer Richtung die praktifche Conftruction in Uebereinftimmung mit der gedachten Annahme zu bringen, und es find bereits eine Anzahl von Bauwerken in diefer Weife ausgeführt worden. Die allgemeine Anordnung von Gelenken in den Knotenpunkten der eifernen Dachftühle ift wohl nur noch eine Frage der Zeit.

423. Princip der Balkendächer.

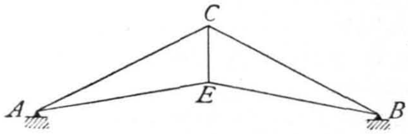
Das einfachfte Dach entfteht dadurch, dafs fich zwei Sparren *AC* und *BC* gegen einander lehnen (Fig. 252). Jede Belaftung deffelben, etwa des Sparrens *BC*, durch eine Laft *P*, erzeugt nach Art. 419 in *A* eine Reaction *R*, deren Richtung mit *AC* zufammenfällt, in *B* eine Reaction *R'* in der Richtung *BE*. Die Reactionen *R* und *R'* haben die horizontalen Componenten *H* und $H_1$, und da aufserdem hier keine horizontalen Kräfte auf das Syftem wirken, fo ift $H = H_1$. Diefe horizontalen Componenten werden von den Seitenmauern des Gebäudes, event. von den fonftigen ftützenden Conftructionen geleiftet; umgekehrt wirken Seitens des Daches die Kräfte *H* auf die Seitenmauern des Gebäudes, event. auf die fonftigen Stützen.

Fig. 252.




Die Stabilität der das Dach tragenden Wände, Stützen etc. macht es in den meiften Fällen wünfchenswerth, dafs diefe Horizontalkräfte nicht auf diefelben übertragen werden; man verbindet defshalb die beiden Punkte *A* und *B* durch einen Stab oder eine Stangencombination, welche die Kräfte *H* und $H_1$ nach einem Punkte überträgt, in welchem fie alsdann einander aufheben. Dadurch erhält man, wenigftens für verticale Belaftungen des Daches, nur verticale Auflager-Reactionen und verticalen Druck auf die Wände, Stützen etc. Im einfachften Falle befteht diefe Stangencombination aus einem einfachen Holzbalken oder einer einfachen eifernen Zugftange *AB*; ftatt deffen werden auch (Fig. 253) zwei Stangen *AE* und *EB* angeordnet, die fowohl nach oben wie

Fig. 253.



nach unten von der Horizontalen abweichen können. Alsdann iſt im Eckpunkte $E$ eine weitere Verticalſtange anzuordnen. Auch eine mehrfach gebrochene Stangencombination, ſo wie eine Curve kann zur Verbindung der Punkte $A$ und $B$ angeordnet werden. Beim Balkendach werden demnach ſtets die Horizontalkräfte, welche durch die verticalen Belaſtungen entſtehen, durch die Stangencombination aufgehoben.

Je nach der Anordnung der eben erwähnten Stangencombination, bezw. je nach 424. Claſſification.
der Form der oberen und der unteren Gurtung, ſo wie der Anordnung der zwiſchen beiden gelegenen Stäbe kann man folgende Hauptgattungen von Dachſtühlen unterſcheiden:

a) Einfaches Dreieckdach (Fig. 253). Daſſelbe beſteht aus zwei ſich im Firſt ſtützenden Sparren und einer den Horizontalzug aufhebenden Verbindung von zwei Stangen, welche ſich in der Verticalen des Firſtes ſchneiden. Dieſe beiden Stangen ſind horizontal oder nach oben, bezw. nach unten geneigt. Zur Verbindung des Firſtpunktes mit dem Schnittpunkt der Stangen, welche den Horizontalſchub aufnehmen, iſt eine Verticalſtange $CE$ angeordnet.

b) Deutſcher Dachſtuhl (Fig. 254). Die obere Gurtung hat jederſeits einen Knotenpunkt, deſſen Laſt durch eine Stange nach $E$ übertragen wird.

Fig. 254.

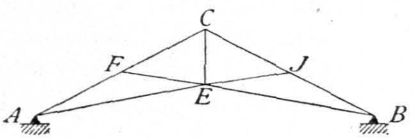
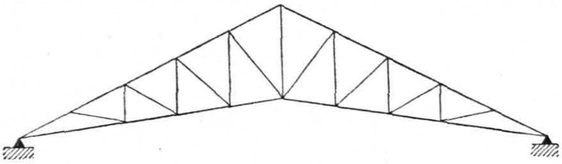



Fig. 255.



c) Engliſcher Dachſtuhl (Fig. 255). Die obere Gurtung hat jederſeits eine Anzahl von Knotenpunkten; die obere Gurtung und die den Horizontalſchub aufhebende Stangenverbindung (die untere Gurtung) ſind durch Gitterwerk mit einander verbunden. Das Gitterwerk beſteht aus einer Schaar Verticalen und einer Schaar Diagonalen oder aus zwei Schaaren von Diagonalen, von denen die eine vortheilhaft normal zur Dachneigung ſteht.

d) Franzöſiſcher oder belgiſcher oder *Polonceau*-Dachſtuhl (Fig. 256 bis 259). Er entſteht aus dem einfachen Dreieckdach durch Verwendung je zweier

Fig. 256.

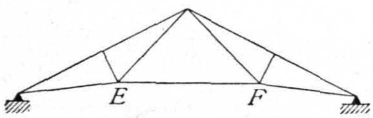



Fig. 258.

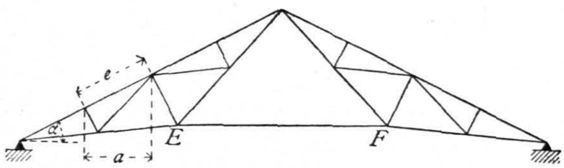



Fig. 257.

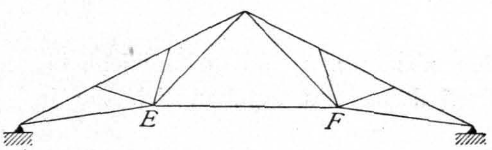
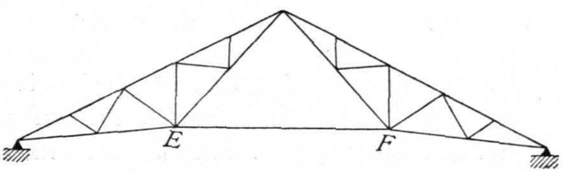



Fig. 259.



armirten Träger ſtatt der einfachen Sparren. Die Form der armirten Träger richtet ſich nach der Anzahl von Stützpunkten (Knotenpunkten), welche jederſeits nöthig werden. Der Horizontalſchub wird durch eine Stange *EF* aufgehoben, welche die unteren Knotenpunkte der beiden armirten Träger verbindet. In Fig. 256 bis 259 ſind *Polonceau*-Dachſtühle für 1, 2, 3 und 4 Laſtpunkte an jeder Seite des Firſtes dargeſtellt.

Man unterſcheidet:

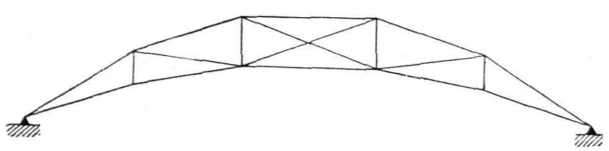
1) den einfachen *Polonceau*-Dachſtuhl; bei demſelben hat der armirte Balken jederſeits nur einen Knotenpunkt in der unteren Gurtung (Fig. 256 u. 257);

2) den zuſammengeſetzten *Polonceau*-Dachſtuhl; bei dieſem ſind in den Hauptträger noch ſecundäre Conſtructionen eingeſchaltet, ſo daſs der armirte Balken in der unteren Gurtung jederſeits mehrere Knotenpunkte hat (Fig. 258 u. 259).

Die Anzahl der Laſtpunkte beſtimmt ſich nach der Tragweite, welche man den Sparren geben kann. Es ſei letztere $e$, alſo die Horizontalprojection derſelben $e \cos \alpha = a$, die Geſammtſtützweite des Daches $L$; alsdann ergiebt ſich die Anzahl derſelben zu $n = \frac{L}{e \cos \alpha} = \frac{L}{a}$; $e$ kann man nach der Stärke der Sparren etwas variiren; $n$ muſs natürlich eine ganze gerade Zahl ſein.

e) Sicheldach (Fig. 260). Die obere und die untere Gurtung ſind nach einer Curve gekrümmt oder nach einem der Curve eingeſchriebenen Polygon gebildet; das Gitterwerk iſt verſchieden. Man kann hierher auch die Träger mit gekrümmter oberer und geradliniger unterer Gurtung rechnen.

Fig. 260.



Bei den vorſtehend aufgeführten Dächern iſt ſtets angenommen, daſs die beiden Gurtungen ſich über dem Auflager ſchneiden; die Formen ſind aber auch möglich, ohne daſs die Schnittpunkte der Gurtungen in den Auflager-Verticalen liegen.

Fig. 261.

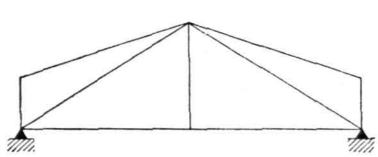


Fig. 262.

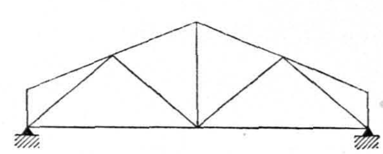


Fig. 263.

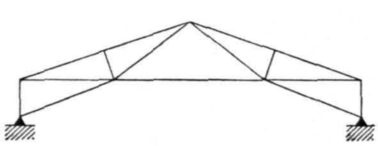
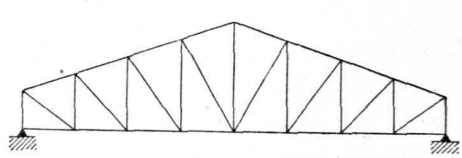


Fig. 264.



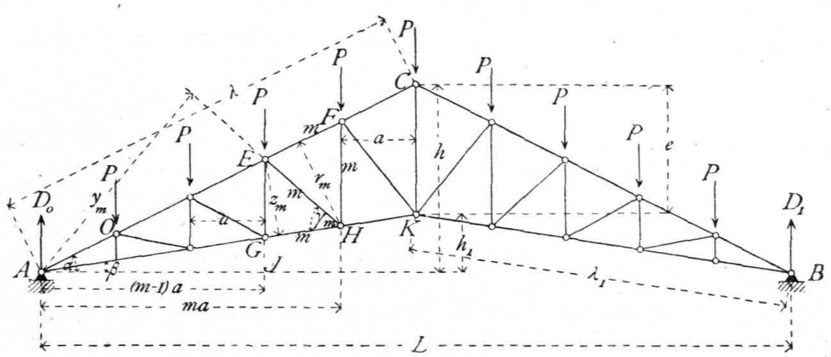
Alsdann ſind allerdings event. noch Diagonalen anzuordnen, um unverſchiebliche, aus Dreiecken zuſammengeſetzte Figuren zu erhalten. Es ergeben ſich die in Fig. 261 bis 264 gezeichneten Dachformen.

## a) Engliſche Dachſtühle.

Die Belaſtungsgeſetze und Spannungsermittelungen ſollen für einen Dachſtuhl mit Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezeigt werden; für andere Anordnungen des Gitterwerkes ergeben ſich aus den im Nachſtehenden anzuführenden Geſetzen und Methoden die Modificationen ohne Schwierigkeit.

1) Berechnung der Spannungen. $\alpha$) Belaſtung durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaſtung (Fig. 265). Die Belaſtung pro Knotenpunkt ſei $P$, die Stützweite $L$, die Entfernung der Knotenpunkte, horizontal ge- 425. Berechnung d. Spannungen durch verticale Belaſtung.

Fig. 265.




meſſen, $a$. Der Dachſtuhl habe $2\,n$ Felder; mithin iſt $L = 2\,n\,a$. Die Winkel der oberen, bezw. unteren Gurtung mit der Horizontalen ſeien $\alpha$ und $\beta$. Die Auflager-Reactionen ſind $D_0 = D_1 = \frac{(2\,n-1)\,P}{2}$.

Für die $m$-te Stange $EF$ der oberen Gurtung iſt $H$ der conjugirte Punkt, alſo 426. Spannungen in den Gurtungen.

$$0 = X_m\,r_m + D_0\,m\,a - (m-1)\,P\,\frac{m\,a}{2},$$

woraus

$$X_m = \frac{-\frac{(2\,n-1)}{2}\,P\,m\,a + (m-1)\,P\,\frac{m\,a}{2}}{r_m}.$$

Nun iſt $r_m = \overline{A\,H}\sin(\alpha - \beta)$ und $\overline{A\,H} = \frac{m\,a}{\cos\beta}$; ſonach

$$r_m = m\,a\,\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = m\,a\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)$$

und

$$X_m = -\frac{P\,(2\,n-m)}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 293.$$

Oft iſt es unbequem, mit den Winkelwerthen zu rechnen; dann giebt man der Formel folgende Geſtalt. Es iſt $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\,h}{L}$, $\operatorname{tg}\beta = \frac{2\cdot h_1}{L}$, $h - h_1 = e$ und $\cos\alpha = \frac{L}{2\,\lambda}$; durch Einſetzung dieſer Werthe wird

$$X_m = -\frac{P\,\lambda\,(2\,n-m)}{2\,e} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 294.$$

Für die $m$-te Stange $G\,H$ der unteren Gurtung iſt $E$ der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = D_0 (m-1) a - P (m-2) \frac{(m-1) a}{2} - Z_m z_m,$$

woraus

$$Z_m = \frac{\frac{(2n-1)}{2} P (m-1) a - P (m-2)(m-1) \frac{a}{2}}{z_m}.$$

Nun iſt $z_m = \overline{AE} \sin (\alpha - \beta)$ und $\overline{AE} = \frac{(m-1) a}{\cos a}$, demnach

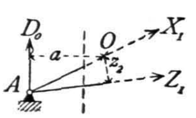
$$Z_m = \frac{P (2n - m + 1)}{2 \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 295.$$

Da $\cos \beta = \frac{L}{2 \lambda_1}$ iſt und $\operatorname{tg} \alpha$, ſo wie $\operatorname{tg} \beta$ die oben angegebenen Werthe haben, ſo wird auch

$$Z_m = \frac{P \lambda_1 (2n - m + 1)}{2e} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 296.$$

Die Gleichungen 295. und 296. gelten nicht für die erſte Stange der unteren Gurtung am Auflager; denn die Formel iſt unter der Annahme entwickelt, daſs als Drehpunkt für die Gleichung der ſtatiſchen Momente derjenige Punkt der oberen Gurtung gewählt wird, welcher in die $(m-1)$-te Verticale fällt; dies würde für $m = 1$ der Punkt $A$ ſein, und es gäbe für dieſen Fall die Gleichung der ſtatiſchen Momente für $A$ als Drehpunkt kein Reſultat, weil alle Kräfte am Fragment dann durch $A$ gehen, alſo das ſtatiſche Moment Null haben. Man erhält $Z_1$ durch Aufſtellung der Gleichung der ſtatiſchen Momente für irgend einen beliebigen Punkt, etwa $O$ (Fig. 266). Es wird, wenn der Hebelsarm von $Z_1$ in Bezug auf den Drehpunkt $O$ gleich $z_2$ iſt,

Fig. 266.




$$Z_1 = \frac{D_0 a}{z_2} = \frac{(2n-1) P a}{2 a \cos \beta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{(2n-1) P \lambda_1}{2e} \quad \ldots \ldots \quad 297.$$

Derſelbe Werth ergiebt ſich für $m = 2$, d. h. für den zweiten Stab der unteren Gurtung.

427. Spannungen in den Diagonalen.

Für die $m$-te Diagonale $EH$, wie für alle Diagonalen der linken Dachhälfte iſt $A$ der conjugirte Punkt, mithin

$$0 = Y_m y_m + (m-1) \frac{P m a}{2}, \quad \text{woraus} \quad Y_m = - \frac{P m a (m-1)}{2 y_m}.$$

Da nun $y_m = \frac{m a \sin \gamma_m}{\cos \beta}$ iſt, wird $Y_m = - \frac{P}{2} (m-1) \frac{\cos \beta}{\sin \gamma_m}$.

Durch einfache trigonometriſche Umformungen erhält man

$$Y_m = - \frac{P \sqrt{1 + [(m-1) \operatorname{tg} \alpha - m \operatorname{tg} \beta]^2}}{2 (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} \quad \ldots \ldots \quad 298.$$

und durch Fortſchaffung der Winkelwerthe

$$Y_m = - \frac{P}{4e} \sqrt{L^2 + 4 (m e - h)^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 299.$$

428. Spannungen in den Verticalen.

Für die $m$-te Verticale $FH$ iſt der Schnitt ſchräg zu legen; als conjugirter Punkt ergiebt ſich $A$; mithin heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente für $A$ als Drehpunkt

$$0 = V_m m a - (m-1) \frac{P m a}{2}, \quad \text{woraus} \quad V_m = \frac{P (m-1)}{2} \quad . \; . \quad 300.$$

Für $m = 1$ ergiebt dieſe Gleichung $V_m = 0$; die erſte Verticale iſt alſo überflüſſig und kann fortbleiben.

Die Gleichung gilt nicht für die mittelſte Verticale; denn wenn bei dieſer der Schnitt eben ſo gelegt wird, wie bei den anderen Verticalen, ſo werden vier Stäbe getroffen; $A$ iſt alſo hier nicht der conjugirte Punkt. Man beſtimmt die Spannung in dieſer Mittelverticalen durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für den Firſtknotenpunkt (Fig. 267). Für dieſen iſt

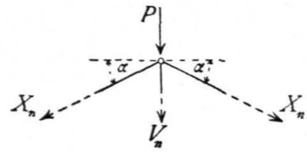
$$0 = V_n + P + 2\,X_n \sin \alpha, \quad \text{woraus} \quad V_n = -\,P - 2\,X_n \sin \alpha,$$

und da nach Gleichung 293. $X_n = -\,\dfrac{P\,n}{2 \cos \alpha\;(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}$ ift, fo wird

$$V_n = P\left(\frac{n \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} - 1\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 301.$$

Die Gleichungen 293. bis 300. gelten für die Stäbe links von der Mitte; die zur Mitte. fymmetrifch liegenden Stäbe der anderen Dachhälfte werden in genau gleicher Weife beanfprucht; die Gleichungen können fofort auch für die rechte Dachhälfte angewendet werden, wenn die $m$ von $B$ aus gerechnet werden.

Fig. 267.




Die Betrachtung der Gleichungen 293. bis 300. ergiebt Folgendes:

α) Durch das Eigengewicht, bezw. durch gleichmäfsige Belaftung des ganzen Dachbinders erhalten alle Stäbe der oberen Gurtung Druck, alle Stäbe der unteren Gurtung Zug. Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, erhalten diefelben bei der erwähnten Belaftung Druck, die Verticalen Zug. Man fieht leicht, dafs, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fteigen, diefelben bei der gleichen Belaftung gezogen, die Verticalen gedrückt werden.

b) Je gröfser $\beta$ wird, defto kleiner wird der Factor $(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$ und das Product $\cos \beta\,(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$; defto gröfser werden daher fowohl $X_m$, wie $Z_m$, da die Ausdrücke, fowohl für $X$, wie für $Z$ die erwähnten Factoren im Nenner haben. Für negative Werthe von $\beta$, d. h. wenn die Zuggurtung nach unten von der Horizontalen abweicht, wird

$$X'_m = -\,\frac{P\,(2\,n - m)}{2 \cos \alpha\,(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \quad \text{und} \quad Z'_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2 \cos \beta\,(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \quad 302.$$

Je gröfser (abfolut genommen) die negativen Werthe von $\beta$ werden, defto gröfser werden die Nenner in den beiden Gleichungen 302., defto kleiner alfo $X'_m$ und $Z'_m$. Für den Materialaufwand zu den Gurtungen ift es alfo günftig, das pofitive $\beta$ möglichft klein, das negative $\beta$ möglichft grofs zu nehmen.

c) Für $\beta = 0$, d. h. wenn die untere Gurtung eine gerade Linie bildet, ift

$$X_m = -\,\frac{P\,(2\,n - m)}{2 \sin \alpha} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{P\,(2\,n - m + 1)}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad \ldots \quad 303.$$

$$Y_m = -\,\frac{P\,\sqrt{1 + (m-1)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad V_m = \frac{P\,(m-1)}{2} \quad \text{und} \quad V_n = P\,(n-1) \quad 304.$$

β) Ungünftigfte verticale Belaftung. Jede verticale Belaftung des Trägers erzeugt (nach Art. 362, S. 325) ein pofitives Moment in allen Querfchnitten der Gurtungen. Sind nun (Fig. 265) die in den Stäben $E\,F$, bezw. $G\,H$ durch eine beliebige verticale Belaftung erzeugten Spannungen $X_m$, bezw. $Z_m$ und die Momente für die bezüglichen conjugirten Punkte $H$ und $E$ gleich $M_m$ und $M_{m-1}$, fo wird 429. Ungünftigfte Belaftung.

$$X_m = -\,\frac{M_m}{r_m} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{M_{m-1}}{z_m}.$$

$X_m$ und $Z_m$ erreichen ihre Maximalwerthe gleichzeitig mit $M_m$, bezw. $M_{m-1}$, d. h. bei totaler Belaftung des Trägers. Die Belaftung des ganzen Daches durch Schneedruck wird alfo für die Gurtungsftäbe die ungünftigfte fein. Die dann fich ergebenden Spannungen folgen aus den Gleichungen 293. bis 297., indem dort ftatt $P$ die Knotenpunktsbelaftung durch Schnee- und Eigengewicht eingefetzt wird.

Man erhält, wenn $b$ der Binderabftand ift, $q'$ die Bedeutung, wie in Art. 413, S. 379 hat,

$$P = G + S = a\,b\,(q' + 75^{\mathrm{kg}})$$

und daraus leicht $X_m$ und $Z_m$.

Wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, ſo erzeugt eine Laſt $P$ rechts von dem durch die Diagonalenmitte gelegten Verticalſchnitt $II$ (Fig. 268) in $A$ die Reaction $D_0$. Auf das Fragment links vom Schnitt wirken jetzt $D_0$ und die drei Stabſpannungen $X$, $Y$ und $Z$. Für $Y$ iſt $A$ der conjugirte Punkt, und die Gleichung der ſtatiſchen Momente für $A$ als Drehpunkt lautet $0 = Yy$, d. h. $Y = 0$.

Liegt eine Laſt $P$ links vom Schnitte $II$, ſo betrachten wir das Fragment

Fig. 268.

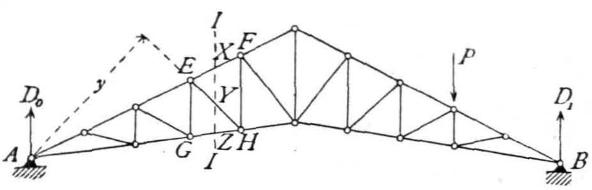
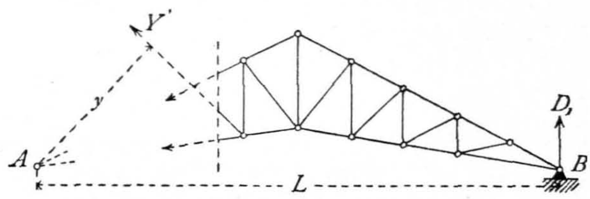



Fig. 269.




rechts vom Schnitte (Fig. 269); für dieſes heiſst die Gleichung der ſtatiſchen Momente in Bezug auf den Punkt $A$ als Drehpunkt

$$0 = Y'y + D_1 L, \quad \text{woraus} \quad Y' = -\frac{D_1 L}{y}.$$

Steigen die Diagonalen nach der Mitte zu, ſo ergiebt ſich, wenn die Laſt rechts vom Schnitte liegt, genau wie vorhin, daſs in den Diagonalen die Spannung Null entſteht. Liegt dagegen die Laſt links vom Schnitt, ſo folgt

$$Y_1' = +\frac{D_1 L}{y'}.$$

Die für die Diagonalen gefundenen Reſultate gelten, ſo lange $A$ der conjugirte Punkt der Diagonalen iſt, d. h. für alle Diagonalen links der Mitte. Für die Diagonalen rechts der Mitte iſt $B$ der conjugirte Punkt, und es ergiebt ſich in gleicher Weiſe, wie eben gezeigt, daſs in dieſen jede Belaſtung rechts vom Schnitte eine Druck-, bezw. Zugſpannung erzeugt, je nachdem ſie nach der Mitte zu fallen oder ſteigen; jede Belaſtung links vom Schnitte ruft dagegen in denſelben die Spannung Null hervor.

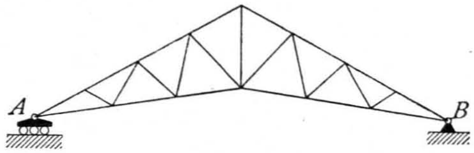
Allgemein folgt hieraus: Jede Belaſtung zwiſchen dem durch die Diagonale gelegten Verticalſchnitte und demjenigen Auflager, welches für die Diagonale nicht den conjugirten Punkt bildet, hat auf die Spannung in der Diagonalen gar keinen Einfluſs. Jede Belaſtung zwiſchen dem Verticalſchnitt und dem Auflager, welches für die Diagonale den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in den nach den Mitte zu fallenden Diagonalen Druck, in den nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Zug. Die ungünſtigſten Belaſtungsarten würden alſo diejenigen ſein, bei denen die ganze Zug-, bezw. Druckabtheilung belaſtet wäre. Da aber die Belaſtung des übrigen Trägertheiles ohne Einfluſs auf die Diagonalſpannung iſt, ſo können wir auch ſagen: Die ungünſtigſte Beanſpruchung aller Diagonalen durch verticale Laſten findet bei totaler Belaſtung ſtatt, und zwar werden die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gedrückt.

Für die ungünſtigſte Belaſtung der Verticalen ergiebt ſich durch die gleiche Beweisführung, wie bei den Diagonalen, wenn die Schnitte ſchräg gelegt werden:

Jede Belaſtung zwiſchen dem durch eine Verticale gelegten ſchrägen Schnitt und dem Auflager, welches für die Verticalen nicht den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen die Spannung Null; jede Belaſtung zwiſchen dem Schnitte und demjenigen Auflager, welches den conjugirten Punkt bildet, erzeugt in der Verticalen Zug, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu fallen, Druck, wenn die Diagonalen nach der Mitte zu ſteigen. Auch hier findet demnach Maximaldruck, bezw. -Zug bei totaler Belaſtung des Trägers ſtatt.

Das hier gefundene Geſetz gilt, ſo lange die geradlinigen Gurtungen ſich in den Auflager-Verticalen ſchneiden, alſo auch, wie man leicht ſieht, für die Anordnung von zwei Schaaren Diagonalen nach Fig. 270.

Fig. 270.




Es kann alſo für alle Stäbe des engliſchen Dachſtuhls die totale Belaſtung durch Schnee und Eigengewicht als ungünſtigſte Verticalbelaſtung der Berechnung zu Grunde gelegt werden.

Die bezüglichen Maximalwerthe ſind in Art. 426 bis 428 entwickelt.

$\gamma$) Belaſtung durch Winddruck. Es iſt nicht nothwendig, für jeden Stab die ungünſtigſte Windbelaſtungsart zu ermitteln, weil der Winddruck ſtets auf eine ganze Dachhälfte wirken wird; dagegen ſind die ſämmtlichen Stabſpannungen ſowohl für den Fall zu ermitteln, daſs der Winddruck jene Seite belaſtet, an welcher das bewegliche Auflager liegt, als daſs er diejenige Seite belaſtet, an welcher ſich das feſte Auflager befindet. 430. Berechnung d. Spannungen durch Winddruck.

Man ermittelt bei dieſen beiden Belaſtungsarten für jeden Stab den conjugirten Punkt, das Biegungsmoment der äuſseren Kräfte für dieſen Punkt und daraus in bekannter Weiſe die Stabſpannungen. Es empfiehlt ſich dabei, für die Auffuchung des Biegungsmomentes jede Knotenpunktsbelaſtung in eine horizontale und eine verticale Componente zu zerlegen; die Ermittelung der Hebelsarme wird dadurch weſentlich vereinfacht. In den Fig. 277 u. 279 ſind die horizontalen und verticalen Componenten der Winddrücke ſowohl für den Fall, daſs der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers, als auch für den Fall, daſs er von der Seite des feſten Auflagers kommt, angegeben.

2) Graphiſche Ermittelung der Spannungen. Hier empfiehlt ſich die *Cremona*'ſche Methode am meiſten, weil für die Spannungen aller Stäbe die gleichen Belaſtungsarten zu Grunde gelegt werden. 431. Graphiſche Ermittelung der Spannungen.

$\alpha$) Belaſtung durch das Eigengewicht und Schneedruck. Man nimmt entweder die ſämmtlichen Eigenlaſten in den oberen Knotenpunkten vereinigt an oder berechnet die Eigengewichte, welche in den Knotenpunkten der unteren Gurtung angreifen, beſonders. In beiden Fällen iſt das Verfahren genau wie im Kapitel »Träger« (Art. 382, S. 342) gezeigt iſt.

In der graphiſchen Ermittelung der Fig. 271 und 272 iſt die zweite Annahme gemacht worden; die Eigengewichte, welche auf die Auflagerpunkte *A* und *B* kommen, ſind fortgelaſſen, weil ſie direct von den Auflagern aufgenommen werden, demnach das Syſtem nicht belaſten. Alsdann ſind die am Syſtem wirkenden äuſseren Kräfte in cycliſcher Reihenfolge aufgetragen: zuerſt die Laſten der oberen Gurtung *1*, *2*, *3* . . . *7*; an den Endpunkt von *7* iſt $D_1$ getragen; letzteres fällt mit der Kraftlinie *1*, *2*, *3* . . . *7* zuſammen, wie überhaupt alle äuſseren Kräfte hier in dieſelbe Kraftlinie fallen. Der gröſseren Deutlichkeit halber ſind aber die Laſten *1* bis *7*, $D_1$, ferner die Laſten der unteren Gurtung

Fig. 271.

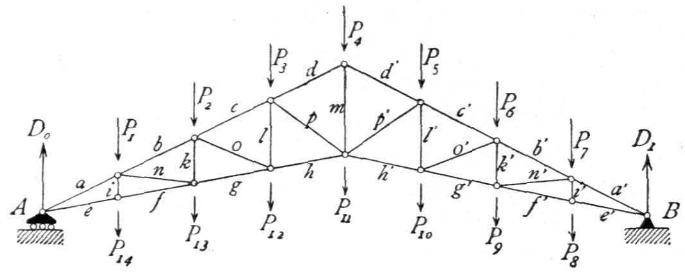
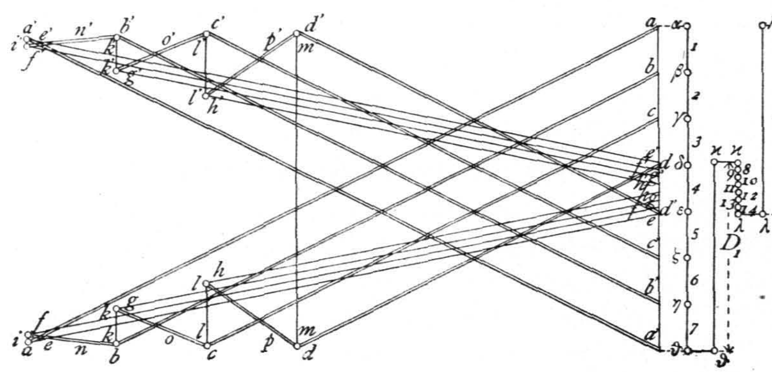



Fig. 272.




und $D_0$ etwas seitwärts aufgetragen. Wir erhalten $D_1 = \vartheta\,\varkappa$; *8* bis *14* $= \varkappa\,\lambda$; $D_0 = \lambda\,\mu$; $\mu$ fällt demnach eigentlich auf $\alpha$, wonach sich also das Kraftpolygon schliefst.

Für die Construction des Kräfteplanes sind selbstverständlich als Grenzpunkte der einzelnen äufseren Kräfte die Punkte auf der Linie $a\,a'$ einzuführen, welche mit den gezeichneten auf gleicher Höhe liegen. Der Kräfteplan ist nun genau, wie früher angegeben, in Fig. 272 construirt, worüber keine weiteren Bemerkungen nöthig sind.

Die Construction der Spannungen durch totale Schneebelastung ist in gleicher Weise vorzunehmen.

β) Belastung durch Winddruck. In Fig. 274 und 275 sind die Kräftepläne sowohl für den von der Seite des beweglichen, wie für den von der Seite des festen Auflagers kommenden Winddruck construirt. Auf den Auflagerpunkt und den Firstpunkt kommen bei gleicher Entfernung aller Knotenpunkte die Hälften der auf die anderen Knotenpunkte entfallenden Belastungen; bei anderen Entfernungen der Knotenpunkte sind die Belastungen dieser Punkte aus den auf sie kommenden Dachflächen gleichfalls leicht zu ermitteln.

Zunächst sind nun die Auflager-Reactionen, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, construirt, worauf der Kräfteplan in bekannter Weise sich ergiebt. In Fig. 273 sind die äufseren Kräfte für die Belastung der linken Dachhälfte ausgezogen, für die Belastung der rechten Dachhälfte punktirt.

Es möge hier darauf aufmerksam gemacht werden, dafs auf der nicht belasteten Seite sämmtliche Diagonalen die Spannung Null, die oberen, so wie die unteren Gurtungsstäbe sämmtlich je gleiche Spannungen erhalten. Die Richtigkeit dieser Resultate ergiebt sich leicht aus folgender Betrachtung.

Wenn sich in einem unbelasteten Knotenpunkte (Fig. 276) drei Stäbe schneiden, von denen zwei in eine gerade Linie fallen, so ist, wenn Gleichgewicht stattfindet, $X - X_1 + Y \cos \varphi = 0$ und $Y \sin \varphi = 0$, d. h. $Y = 0$, also auch $X - X_1 = 0$, d. h. $X = X_1$. Die Spannungen in den beiden in eine gerade Linie fallenden Stäben sind also einander gleich; die Spannung im dritten Stabe ist gleich Null.

Falls der Wind, wie in Fig. 273 durch die ausgezogenen Pfeile angedeutet ist, die linke Seite belastet, so wirkt auf den Knotenpunkt $G$ keine äufsere Kraft; mithin wird $e' = f'$ und $i' = 0$. Auch auf $H$ wirkt keine äufsere Kraft; da nun $i' = 0$ ist, also als nicht vorhanden zu betrachten ist, so folgt $n' = o$

Fig. 273.

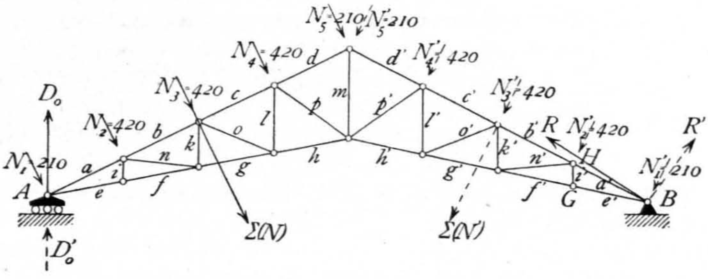



Fig. 274.

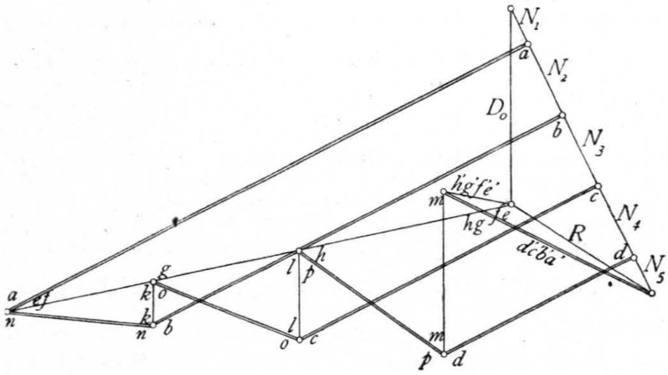
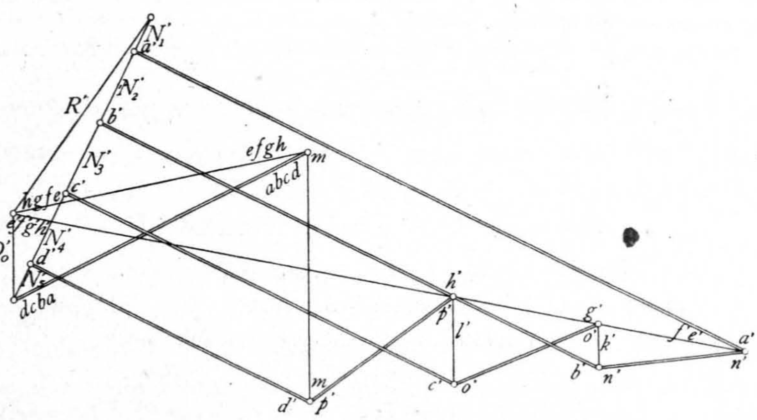


Fig. 275.



und $a' = b'$. Eben fo ergiebt fich weiter $a' = b' = c' = d'$; $e' = f' = g' = h'$; $i' = n' = k' = o' = l' = p' = 0$.

432. Beifpiel.

Beifpiel. Berechnung eines englifchen Dachftuhles (Fig. 277) von nachfolgenden Hauptdimenfionen: Stützweite $L = 16^m$; Firfthöhe $h = 4^m$; $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$; $a = 2^m$; $2n = 8$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{8} = 0{,}5$; $h_1 = 1{,}6^m$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{1{,}6}{8} = 0{,}2$; $e = h - h_1 = 2{,}4^m$; $\lambda = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8{,}94^m$; $\lambda_1 = \sqrt{1{,}6^2 + 8^2} = 8{,}16^m$; $\sin \alpha = \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{8{,}94} = 0{,}447$; $\cos \alpha = \frac{8}{\lambda} = \frac{8}{8{,}94} = 0{,}895$; $\sin \beta = \frac{h_1}{\lambda_1} = \frac{1{,}6}{8{,}16} = 0{,}196$; $\cos \beta = \frac{8}{\lambda_1} = \frac{8}{8{,}16} = 0{,}98$; die Binderweite ift $4{,}3^m$; die Dachdeckung ift Eifenwellenblech auf Winkeleifen; das Gitterwerk befteht aus Verticalen und nach der Mitte zu fallenden Diagonalen.

Die Belaftungen ergeben fich wie folgt. Auf einen Knotenpunkt kommt eine Grundfläche von

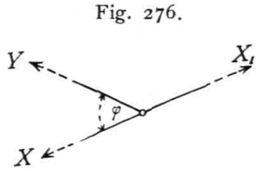



Fig. 276.

$2 \cdot 4{,}3 = 8{,}6$ qm, eine ſchräge Dachfläche von $4{,}3 \, \frac{\lambda}{4} = \frac{4{,}3 \cdot 8{,}94}{4} = 9{,}61$ qm. Mithin iſt nach der Tabelle auf S. 377 das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche excl. des Bindergewichtes gleich 25 kg. Rechnet man das Gewicht des Binders pro 1 qm Grundfläche mit 15 kg, ſo wird das Eigengewicht pro 1 qm Grundfläche $= 25 + 15 = 40$ kg. Demnach iſt die Knotenpunktsbelaſtung durch das Eigengewicht $= 8{,}6 \cdot 40 = 344$ kg, durch Schneedruck $= 8{,}6 \cdot 75 = 645$ kg, die normale Knotenpunktsbelaſtung durch Winddruck $= 9{,}61 \cdot 43 = 413$ kg, wofür abgerundet $N = 420$ kg geſetzt werden ſoll. Der Firſtknotenpunkt und der Auflagerknotenpunkt erhalten nur je 210 kg normale Windbelaſtung.

$\alpha$) Spannungen durch die Verticallaſten. Für die obere Gurtung ergeben ſich die Spannungen durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneebelaſtung aus Gleichung 294. zu

$$X_m = -\frac{P \cdot 8{,}94}{2 \cdot 2{,}4}(8 - m) = -1{,}8625 \, P (8 - m).$$

Wir erhalten: für Eigengewicht $P = 344$ kg, fonach $X_m^g = -1{,}8625 \cdot 344 (8 - m) = -640 (8 - m)$;

für Schneebelaſtung $P = 645$ kg, mithin $X_m^p = -1{,}8625 \cdot 645 (8 - m) = -1200 (8 - m)$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Für | $m =$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| wird | $X^g =$ | $-4480$ | $-3840$ | $-3200$ | $-2560$ kg. |
| | $X^p =$ | $-8400$ | $-7200$ | $-6000$ | $-4800$ kg. |

Für die untere Gurtung iſt nach Gleichung 296. $Z_m = \frac{P \cdot 8{,}16}{2 \cdot 2{,}4}(9 - m) = 1{,}7 \, P (9 - m)$.

Für Eigengewicht iſt $Z_m^g = 1{,}7 \cdot 344 (9 - m) = 585 (9 - m)$;

für Schneelaſt iſt $Z_m^p = 1{,}7 \cdot 645 (9 - m) = 1096{,}5 (9 - m)$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sonach wird für | $m =$ | $\underbrace{1 \quad 2}$ | | 3 | 4 |
| | $Z^g =$ | 4095 | | 3510 | 2925 kg; |
| | $Z^p =$ | 7677 | | 6579 | 5481 kg. |

$Z_1$ iſt nicht nach der Formel berechnet (vergl. darüber die Bemerkung in Art. 426, S. 392).

Für die Diagonalen iſt nach Gleichung 299.

$$Y = -\frac{P}{9{,}6}\sqrt{16^2 + 4 (m \cdot 2{,}4 - 4)^2} = -0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 (2{,}4 \, m - 4)^2}.$$

Wir erhalten: für $m = 2$: $Y_2 = -0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 (0{,}8)^2} = -1{,}672 \, P$;

Eigengewicht: $Y_2^g = -575$ kg; Schneelaſt: $Y_2^p = -1079$ kg;

für $m = 3$: $Y_3 = -0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 (7{,}2 - 4)^2} = -1{,}79 \, P$;

Eigengewicht: $Y_3^g = -616$ kg; Schneelaſt: $Y_3^p = -1155$ kg;

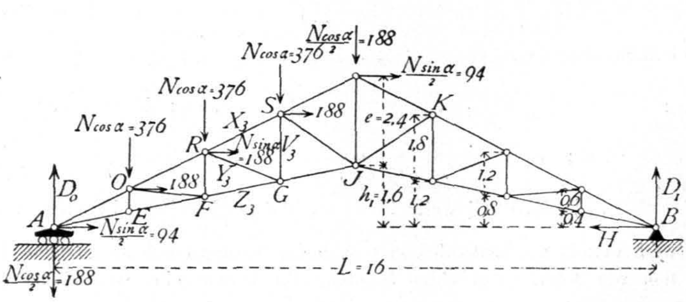
für $m = 4$: $Y_4 = -0{,}104 \, P \sqrt{256 + 4 (9{,}6 - 4)^2} = -2{,}03 \, P$;

Eigengewicht: $Y_4^g = -698$ kg; Schneelaſt: $Y_4^p = -1310$ kg.

Die Spannungen in den Verticalen ergeben ſich aus Gleichung 300.

| | Eigengewicht: | Schneelaſt: |
|---|---|---|
| für $m = 2$: | $V_2^g = 172$ kg; | $V_2^p = 323$ kg; |
| » $m = 3$: | $V_3^g = 344$ kg; | $V_3^p = 645$ kg. |

Fig. 277.




Die Spannungen in der Mittelverticalen (für $m = 4$) ſind nach Gleichung 301. $V_4^g = 1950$ kg; $V_4^p = 3657$ kg.

$\beta$) Spannungen durch Windbelaſtung an der Seite des beweglichen Auflagers (Fig. 277). Die Verticalcomponente der Knotenpunktsbelaſtung iſt bei den mittleren

Knotenpunkten gleich 420 cos $\alpha = 420 \,.\, 0{,}895 = 376^{kg}$, beim Firſt- und Auflagerknotenpunkt je gleich $188^{kg}$; die Horizontalcomponenten ſind bezw. 420 sin $\alpha = 420 \,.\, 0{,}447 = 188^{kg}$ und $94^{kg}$. Die Verticalhöhen der oberen Gurtungsknotenpunkte über $AB$ ſind bezw. $1^m$, $2^m$, $3^m$ und $4^m$; die Knotenpunkte der unteren Gurtung liegen bezw. um $0{,}4^m$, $0{,}8^m$, $1{,}2^m$ und $1{,}6^m$ über der Horizontalen $AB$. Es iſt

$$D_0 = \frac{(3 \,.\, 376 + 2 \,.\, 188)\, 12 - (3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94)\, 2}{16} = 1034^{kg},$$

$$D_1 = \frac{(3 \,.\, 376 + 2 \,.\, 188)\, 4 + (3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94)\, 2}{16} = 470^{kg},$$

$$H = 3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94 = 752^{kg}.$$

Für die Stäbe der oberen Gurtung ergeben ſich die Gleichungen der ſtatiſchen Momente: wenn $E$ der conjugirte Punkt iſt,

$$0 = X_1 \,.\, 0{,}6 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 2 - 94 \,.\, 0{,}4, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -\, 3081^{kg};$$

für den conjugirten Punkt $F$

$$0 = X_2 \,.\, 1{,}2 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 4 - 94 \,.\, 0{,}8 + 188 \,.\, 0{,}2 - 376 \,.\, 2, \quad \text{woraus} \quad X_2 = -\, 2415^{kg};$$

weiters für die conjugirten Punkte $G$ und $J$

$$0 = X_3 \,.\, 1{,}8 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 6 + 2 \,.\, 188 \,.\, 0{,}3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3 - 94 \,.\, 1{,}2, \quad \text{woraus} \quad X_3 = -\, 1751^{kg};$$

$$0 = X_4 \,.\, 2{,}4 \cos\alpha + (D_0 - 188)\, 8 - 3 \,.\, 376 \,.\, 4 + 3 \,.\, 188 \,.\, 0{,}4 - 94 \,.\, 1{,}6, \quad \text{woraus} \quad X_4 = -\, 1085^{kg}.$$

Die Momentengleichung für den Punkt $J$ heiſst, wenn das Fragment rechts von dem durch den Stab $JK$ gelegten Verticalſchnitt betrachtet wird,

$$0 = H \,.\, 1{,}6 - D_1 \,.\, 8 - X_5 \,.\, 2{,}4 \cos\alpha, \quad \text{woraus} \quad X_5 = -\frac{8 \,.\, 470 - 1{,}6 \,.\, 752}{2{,}148} = -\, 1190^{kg}.$$

Dieſelbe Spannung findet in ſämmtlichen Stäben der oberen Gurtung rechts der Mitte ſtatt (vergl. Art. 431, S. 397).

In ähnlicher Weiſe erhält man für die untere Gurtung:

$$0 = (D_0 - 188)\, 2 - 94 \,.\, 1 - Z_1 \,.\, 0{,}6 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_1 = 2718^{kg} = Z_2;$$

$$0 = (D_0 - 188)\, 4 - 94 \,.\, 2 - 376 \,.\, 2 - 188 \,.\, 1 - Z_3 \,.\, 1{,}2 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_3 = 1919^{kg};$$

$$0 = (D_0 - 188)\, 6 - 94 \,.\, 3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3 - 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5 - Z_4 \,.\, 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_4 = 1119^{kg}.$$

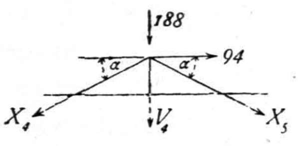
Wir betrachten endlich wieder das Fragment rechts von dem durch den Stab $JK$ gelegten Verticalſchnitt; alsdann heiſst für Punkt $K$ die Momentengleichung

$$0 = H \,.\, 3 - D_1 \,.\, 6 + Z_5 \,.\, 1{,}8 \cos\beta, \quad \text{woraus} \quad Z_5 = 320^{kg}.$$

Eben ſo groſs iſt die Spannung in ſämmtlichen Stäben der unteren Gurtung rechts der Mitte (vergl. Art. 431, S. 397).

Um die Spannungen in den Diagonalen zu beſtimmen, ſind die Hebelsarme dieſer Spannungen für den Punkt $A$, welcher für alle Diagonalen links der Mitte Momentenpunkt iſt, conſtruirt. Man erhält $y_2 = 1{,}17^m$, $y_3 = 3{,}3^m$ und $y_4 = 5{,}8^m$.

Fig. 278.




Die Spannungen ergeben ſich aus den Momentengleichungen, wie folgt:

$$0 = Y_2 \,.\, 1{,}17 + 376 \,.\, 2 + 188 \,.\, 1, \quad \text{woraus} \quad Y_2 = -\, 803^{kg};$$

$$0 = Y_3 \,.\, 3{,}3 + 2 \,.\, 376 \,.\, 3 + 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5, \quad \text{woraus} \quad Y_3 = -\, 854^{kg};$$

$$0 = Y_4 \,.\, 5{,}8 + 376 \,.\, 3 \,.\, 4 + 3 \,.\, 188 \,.\, 2, \quad \text{woraus} \quad Y_4 = -\, 973^{kg}.$$

Die Spannungen in den Diagonalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

Für die Spannungen aller Verticalen links der Mitte iſt $A$ der conjugirte Punkt; man erhält:

$$0 = 376 \,.\, 2 + 188 \,.\, 1 - V_2 \,.\, 4, \quad \text{woraus} \quad V_2 = +\, 235^{kg};$$

$$0 = 2 \,.\, 376 \,.\, 3 + 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5 - V_3 \,.\, 6, \quad \text{woraus} \quad V_3 = +\, 470^{kg}.$$

Für die Ermittelung der Spannung in der Mittelverticalen iſt die Summe der Verticalkräfte im Firſtknotenpunkt gleich Null zu ſetzen (Fig. 278); ſonach

$$0 = V_4 + 188 + (X_4 + X_5) \sin\alpha = V_4 + 188 - (1085 + 1190)\, 0{,}447, \quad \text{woraus} \quad V_4 = 829^{kg}.$$

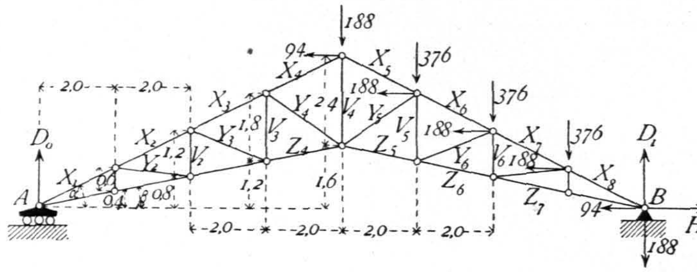
Die Spannungen in den Verticalen rechts der Mitte ſind gleich Null (vergl. Art. 431, S. 397).

γ) Spannungen durch Windbelaſtung von der Seite des feſten Auflagers (Fig. 279). Die Belaſtungen der einzelnen Knotenpunkte der rechten Hälfte ſind eben ſo groſs, wie diejenigen der linken Knotenpunkte sub β waren. Wir erhalten:

$$D_0 = \frac{(3 \,.\, 376 + 2 \,.\, 188)\, 4 + (3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94)\, 2}{16} = 470^{kg},$$

$$D_1 = \frac{(3 \,.\, 376 + 2 \,.\, 188)\, 12 - (3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94)\, 2}{16} = 1034^{kg},$$

Fig. 279.




$H_1 = 3 \,.\, 188 + 2 \,.\, 94 = 752^{\text{kg}}.$

In der oberen Gurtung findet man:

$$0 = X_1 \,.\, 0{,}6 \cos\alpha + D_0 \,.\, 2\,, \quad \text{woraus} \quad X_1 = -\frac{470 \,.\, 2}{0{,}537} = -1750^{\text{kg}}.$$

Daſſelbe Reſultat ergiebt ſich nach Art. 431, S. 397 für $X_2$, $X_3$ und $X_4$. Weiters iſt:

$0 = X_5 \,.\, 2{,}1 \cos\alpha + D_0 \,.\, 8 - 94 \,.\, 2{,}4$, woraus $X_5 = -1645^{\text{kg}}$;

$0 = X_6 \,.\, 1{,}8 \cos\alpha + (D_1 - 188)\, 6 + (H_1 - 94)\, 1{,}2 + 2 \,.\, 188 \,.\, 0{,}3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3$, woraus $X_6 = -2310^{\text{kg}}$;

| Bezeichnung des Stabes | Spannung durch Eigengewicht | Spannung durch Schneelaſt (total) | Spannung durch Wind links | Spannung durch Wind rechts | $P_0$ | $P_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Obere Gurtung:** | | | | | | |
| Stab Nr. 1 . . . . . . . . | − 4480 | − 8400 | − 3081 | − 1750 | − 4480 | − 11481 |
| » » 2 . . . . . . . . | − 3840 | − 7200 | − 2415 | − 1750 | − 3840 | − 9615 |
| » » 3 . . . . . . . . | − 3200 | − 6000 | − 1751 | − 1750 | − 3200 | − 7751 |
| » » 4 . . . . . . . . | − 2560 | − 4800 | − 1085 | − 1750 | − 2560 | − 6550 |
| » » 5 . . . . . . . . | − 2560 | − 4800 | − 1190 | − 1645 | − 2560 | − 6445 |
| » » 6 . . . . . . . . | − 3200 | − 6000 | − 1190 | − 2310 | − 3200 | − 8310 |
| » » 7 . . . . . . . . | − 3840 | − 7200 | − 1190 | − 2976 | − 3840 | − 10176 |
| » » 8 . . . . . . . . | − 4480 | − 8400 | − 1190 | − 3638 | − 4480 | − 12038 |
| **Untere Gurtung:** | | | | | | |
| Stab Nr. 1 u. 2 . . . . . . | + 4095 | + 7677 | + 2718 | + 1600 | + 4095 | + 10395 |
| » » 3 . . . . . . | + 3510 | + 6579 | + 1919 | + 1600 | + 3510 | + 8498 |
| » » 4 . . . . . . | + 2925 | + 5481 | + 1119 | + 1600 | + 2925 | + 7081 |
| » » 5 . . . . . . | + 2925 | + 5481 | + 320 | + 2455 | + 2925 | + 7936 |
| » » 6 . . . . . . | + 3510 | + 6579 | + 320 | + 3186 | + 3510 | + 9765 |
| » » 7 u. 8 . . . . . | + 4095 | + 7677 | + 320 | + 3996 | + 4095 | + 11673 |
| **Diagonalen:** | | | | | | |
| im Felde 2 . . . . . . . . | − 575 | − 1079 | − 803 | 0 | − 575 | − 1882 |
| » » 3 . . . . . . . . | − 616 | − 1155 | − 854 | 0 | − 616 | − 2009 |
| » » 4 . . . . . . . . | − 698 | − 1310 | − 973 | 0 | − 698 | − 2283 |
| » » 5 . . . . . . . . | − 698 | − 1310 | 0 | − 973 | − 698 | − 2283 |
| » » 6 . . . . . . . . | − 616 | − 1155 | 0 | − 854 | − 616 | − 2009 |
| » » 7 . . . . . . . . | − 575 | − 1079 | 0 | − 803 | − 575 | − 1882 |
| **Verticalen:** | | | | | | |
| zwiſchen Feld 2 u. 3 . . . . | + 172 | + 323 | + 235 | 0 | + 172 | + 558 |
| » » 3 u. 4 . . . . | + 344 | + 645 | + 470 | 0 | + 344 | + 1115 |
| Mittelverticale . . . . . . | + 1950 | + 3657 | + 829 | + 1330 | + 1950 | + 4987 |
| zwiſchen Feld 5 u. 6 . . . . | + 344 | + 645 | 0 | + 470 | + 344 | + 1115 |
| » « 6 u. 7 . . . . | + 172 | + 323 | 0 | + 235 | + 172 | + 558 |
| | Kilogramm | | | | | |

$0 = X_7 \,.\, 1{,}2 \cos\alpha + (D_1 - 188)\, 4 + (H_1 - 94)\, 0{,}8 + 188 \,.\, 0{,}2 - 376 \,.\, 2$, woraus $X_7 = -\, 2976^{\,\mathrm{kg}}$;
$0 = X_8 \,.\, 0{,}6 \cos\alpha + (D_1 - 188)\, 2 + (H_1 - 94)\, 0{,}4$, woraus $X_8 = -\, 3638^{\,\mathrm{kg}}$.

In der unteren Gurtung ergiebt ſich

$$0 = Z_1 \,.\, 0{,}6 \cos\beta - D_0 \,.\, 2, \quad \text{woraus} \quad Z_1 = +\, 1600^{\,\mathrm{kg}}.$$

Dieſelbe Gröſse haben $Z_2$, $Z_3$ und $Z_4$. Weiters findet man:

$0 = (D_1 - 188)\, 6 + (H_1 - 94)\, 3 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3 - 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5 - Z_5 \,.\, 1{,}8 \cos\beta$, woraus $Z_5 = +\, 2455^{\,\mathrm{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\, 4 + (H_1 - 94)\, 2 - 376 \,.\, 2 - 188 \,.\, 1 - Z_6 \,.\, 1{,}2 \cos\beta$, woraus $Z_6 = +\, 3186^{\,\mathrm{kg}}$;
$0 = (D_1 - 188)\, 2 + (H_1 - 94)\, 1 - Z_7 \,.\, 0{,}6 \cos\beta$, woraus $Z_7 = +\, 3996^{\,\mathrm{kg}} = Z_8$.

Für die Ermittelung der Spannungen in den Diagonalen ſind die Hebelsarme oben angegeben. Hiernach findet man:

$$0 = Y_7\, y_2 + 188 \,.\, 1 + 376 \,.\, 2, \quad \text{woraus} \quad Y_7 = -\, 803^{\,\mathrm{kg}};$$
$$0 = Y_6\, y_3 + 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5 + 2 \,.\, 376 \,.\, 3, \quad \text{woraus} \quad Y_6 = -\, 854^{\,\mathrm{kg}};$$
$$0 = Y_5\, y_4 + 3 \,.\, 188 \,.\, 2 + 3 \,.\, 376 \,.\, 4, \quad \text{woraus} \quad Y_5 = -\, 973^{\,\mathrm{kg}};$$

die Spannungen in den übrigen Diagonalen ſind gleich Null.

In den Verticalen ſind die Spannungen $V_1$, $V_2$ und $V_3$ gleich Null; $V_4$ wird durch die Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingung für den Firſtknotenpunkt, wie folgt, erhalten:

$$0 = V_4 + 188 + X_5 \sin\alpha + X_4 \sin\alpha = V_4 + 188 - (1750 + 1645)\, 0{,}447, \quad \text{woraus} \quad V_4 = 1330^{\,\mathrm{kg}}.$$

Ferner ergiebt ſich:

$$0 = V_5 \,.\, 6 - 2 \,.\, 376 \,.\, 3 - 2 \,.\, 188 \,.\, 1{,}5, \quad \text{woraus} \quad V_5 = 470^{\,\mathrm{kg}};$$
$$0 = V_6 \,.\, 4 - 376 \,.\, 2 - 188 \,.\, 1, \quad \text{woraus} \quad V_6 = 235^{\,\mathrm{kg}}.$$

δ) Zuſammenſtellung der Stabſpannungen. Für die Querſchnittsbeſtimmungen ſind die gefundenen Spannungen in neben ſtehender Tabelle zuſammengeſtellt.

## b) Deutſche Dachſtühle.

Der deutſche Dachſtuhl iſt ein engliſcher Dachſtuhl mit nur einem Knotenpunkt in jeder Dachhälfte; wir werden demnach die in demſelben durch Eigenlaſt und totale Schneelaſt entſtehenden Spannungen aus den Formeln für den engliſchen Dachſtuhl ableiten können (Fig. 280). 433. Ermittelung der Spannungen.

Für die obere Gurtung iſt in die Gleichungen 293. und 294. ſtatt $2\,n$ die Zahl 4 einzuſetzen und für $m$ der Reihe nach 1 und 2; alsdann erhält man

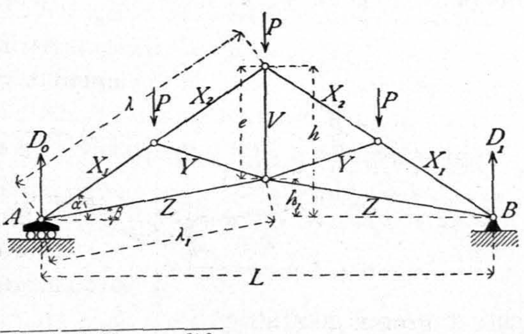
$$\left.\begin{aligned} X_1 &= -\,\frac{3\,P}{2\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = -\,\frac{3\,P\lambda}{2\,e} \\ X_2 &= -\,\frac{P}{\cos\alpha\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)} = -\,\frac{P\lambda}{e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 305.$$

Die allgemeine Gleichung 295., bezw. 296. für die untere Gurtung gilt nicht für $m = 1$ (ſiehe Art. 426, S. 392). Für $m = 2$, $2\,n = 4$ übergeht Gleichung 295., bezw 296. in

$$Z = \frac{3\,P}{2\cos\beta\,(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)},$$

$$Z = \frac{3\,P\lambda_1}{2\,e} \quad \ldots \quad 306.$$

Fig. 280.




Für die Diagonalen giebt die Gleichung 299. für $m = 2$

$$Y = -\,\frac{P}{4\,e}\sqrt{L^2 + 4\,(2\,e - h)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 307.$$

Für die Verticale iſt Gleichung 301. anzuwenden, und es ergiebt ſich für $n = 2$

$$V = P\left(\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} - 1\right) = P\left(2\,\frac{2\,h}{2\,h - 2\,h_1} - 1\right) = P\,\frac{h + h_1}{e} \quad \ldots \quad 308.$$

Fig. 281.

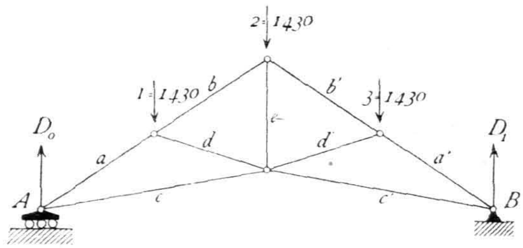



Fig. 282.

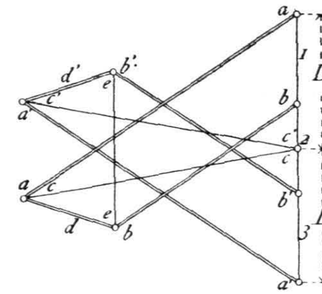



Fig. 283.

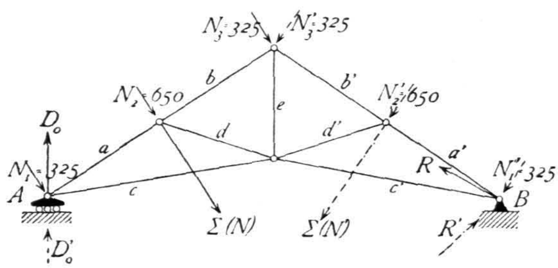



Fig. 284.

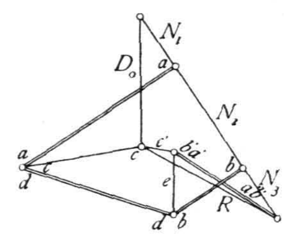
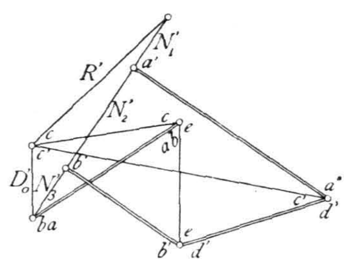



Fig. 285.




Für schiefe Belastungen durch Winddruck sind die Spannungen, wie beim englischen Dachstuhl gezeigt, zu ermitteln.

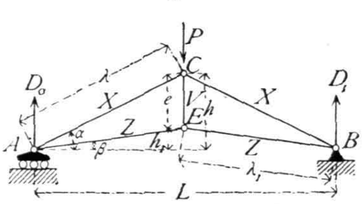
Die graphische Ermittelung der Spannungen im deutschen Dachstuhl für die Belastungen durch Eigengewicht und Winddruck von der einen, bezw. der anderen Seite zeigen die Fig. 281 bis 285.

## c) Dreieckdächer.

434. Ermittelung der Spannungen.

Die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte ergiebt (Fig. 286), da $D_0 = D_1 = \frac{P}{2}$ ist, die Werthe der Stabspannungen.

Fig. 286.




Es ist $0 = X \cos \alpha + Z \cos \beta$

und $0 = D_0 + X \sin \alpha + Z \sin \beta$, woraus

$$\left. \begin{aligned} X &= - \frac{P}{2 \cos \alpha \, (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = - \frac{P \lambda}{2\, e} \\ Z &= + \frac{P}{2 \cos \beta \, (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)} = \frac{P \lambda_1}{2\, e} \end{aligned} \right\} \quad . \quad 309.$$

Sowohl $X$ wie $Z$ nehmen mit wachsendem $e$ ab; für den Materialverbrauch ist also ein möglichst grosses $e$ günstig.

Ferner ist $P + V + 2\, X \sin \alpha = 0$, woraus

$$V = P \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{P\, h_1}{h - h_1} = \frac{P\, h_1}{e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 309_a.$$

So lange $h_1$ positiv ist, d. h. $E$ über der Horizontalen $A\,B$ liegt, ist $V$ positiv,

d. h. Zug; für $h_1 = 0$ iſt auch $V = 0$, d. h. wenn $A E B$ eine gerade Linie iſt, hat die Stange $C E$ keine Spannung; wird $h_1$ negativ, d. h. liegt $E$ unter der Linie $A B$, ſo iſt $V$ negativ, d. h. Druck.

Die Spannungen durch Windbelaſtung ſind, wie beim engliſchen Dachſtuhl gezeigt, vermittels der *Ritter*'ſchen Methode oder durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen zu ermitteln. Bequemer iſt, beſonders für dieſe Belaſtungsart, die graphiſche Ermittelung.

### d) Franzöſiſche oder *Polonceau*-Dachſtühle.

435. Einfacher *Polonceau*-Dachſtuhl.

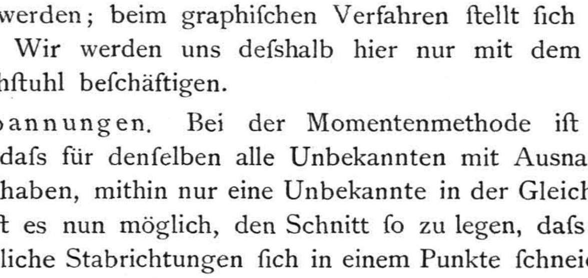
Die Berechnung und die Conſtruction der Stabſpannungen iſt hier nach Ermittelung ſämmtlicher äuſseren Kräfte für die verſchiedenen Belaſtungsarten in der allgemein gezeigten Weiſe (ſiehe Art. 376, S. 339) vorzunehmen; die Berechnung geſchieht meiſtens bequem vermittels der Momentenmethode, die graphiſche Ermittelung nach *Cremona*. Die Formeln für die einzelnen Stabſpannungen werden nicht ſehr einfach, ſo daſs wir von der Aufſtellung von Formeln hier abſehen wollen.

Ueber den einfachen *Polonceau*-Dachſtuhl braucht demnach hier nichts weiter geſagt zu werden. Beſondere Aufmerkſamkeit dagegen erfordert der zuſammengeſetzte *Polonceau*-Dachſtuhl (ſiehe Art. 424, S. 390). Bei demſelben iſt es nämlich für eine Anzahl von Stäben nicht möglich, die Schnitte ſo zu legen, daſs nur drei Stäbe vom Schnitte getroffen werden; beim graphiſchen Verfahren ſtellt ſich eine analoge Schwierigkeit heraus. Wir werden uns deſshalb hier nur mit dem zuſammengeſetzten *Polonceau*-Dachſtuhl beſchäftigen.

436. Zuſammengeſetzter *Polonceau*-Dachſtuhl.

1) Berechnung der Spannungen. Bei der Momentenmethode iſt der Momentenpunkt ſo zu wählen, daſs für denſelben alle Unbekannten mit Ausnahme einer einzigen das Moment Null haben, mithin nur eine Unbekannte in der Gleichung verbleibt. Bei einigen Stäben iſt es nun möglich, den Schnitt ſo zu legen, daſs mit Ausnahme einer einzigen ſämmtliche Stabrichtungen ſich in einem Punkte ſchneiden; in dieſem Falle iſt dieſer Punkt als Momentenpunkt für die Ermittelung der Spannungen in demjenigen Stabe zu wählen, welcher nicht durch dieſen Punkt geht. So werden durch den Schnitt $II$ (Fig. 287) vier Stäbe geſchnitten, deren drei ſich in $G$ treffen; die Spannung in $KE$ kann demnach durch Aufſtellung der Momentengleichung für $G$ als Drehpunkt aufgeſucht werden. Trifft aber der Schnitt vier oder mehr Stäbe, von welchen ſich nicht alle mit Ausnahme eines einzigen in einem Punkte ſchneiden, ſo bleibt nichts übrig, als eine Reihe von Stabſpannungen vorher zu beſtimmen, um dieſe nicht mehr als Unbekannte in der Momentengleichung zu haben. Man beſtimme alſo zunächſt die Spannungen jener Stäbe, bei denen Schnitte möglich ſind, die nur drei Stäbe treffen; indem alsdann dieſe Spannungen als Bekannte eingeführt werden, bleiben in den Momentengleichungen nur noch die geſuchten Unbekannten. Um

Fig. 287.



z. B. die Spannungen in $GN$, $GR$, $RE$ und $EF$, welche Stäbe durch den Schnitt $II\,II$ getroffen werden, zu finden, ermittele man zunächft diejenige in $EF$. Man fchneide nach $III\,III$; alsdann ift für $EF$ der Firftpunkt $C$ der conjugirte Punkt und demnach die Spannung $H$ in $EF$ leicht zu finden. Es ift $H = \frac{M}{e}$, wenn $M$ das Biegungsmoment der äufseren Kräfte für $C$ ift. Nun find für den Schnitt $II\,II$ nur noch drei Unbekannte vorhanden. Um die Spannung $X$ in $GN$ zu beftimmen, dient die Momentengleichung für Punkt $R$, in welcher nur $X$ als Unbekannte verbleibt; für die Spannung in $GR$ ift $C$, für diejenige in $RE$ ift $G$ der conjugirte Punkt. Nachdem diefe Spannungen ermittelt find, ift für Schnitt $II$ nur noch die Spannung in $GE$ unbekannt; man kann demnach einen beliebigen, nicht auf der Richtungslinie von $GE$ liegenden Punkt als Momentenpunkt annehmen.

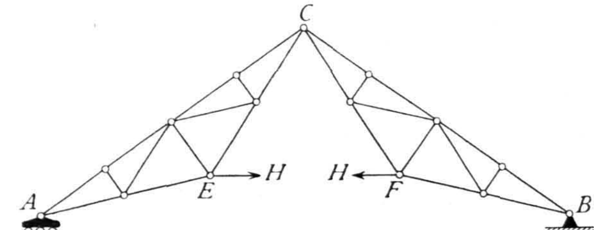
Es empfiehlt fich, ftets zuerft die Spannung $H$ im Stabe $EF$ zu ermitteln und dann diefen Stab durch die beiden äufseren Kräfte $H$ in $E$ und $F$ (nach Fig. 288) zu erfetzen. Natürlich find für jede geänderte Belaftung andere Werthe für $H$ auszurechnen und einzuführen; alsdann werden, da ja $EF$ nicht mehr als Stab vorhanden ift, meiftens nur drei Stäbe getroffen, fo dafs die conjugirten Punkte fich leicht markiren. Bemerkt werden möge noch, dafs die Schnitte beliebig krumm fein können, das allgemeine Gefetz (vergl. Art. 254, S. 232) bleibt dabei giltig und damit auch unfer Verfahren.

Die vorftehenden Entwickelungen gelten fowohl für verticale, wie für fchiefe Belaftungen.

Bei verticalen Belaftungen ergeben fich ferner die totalen Belaftungen des ganzen Binders wiederum als die ungünftigften; für die Diagonalen allerdings in demfelben Sinne, wie oben beim englifchen Dache nachgewiefen, nämlich dafs bei totaler Belaftung auch diejenigen Punkte belaftet find, welche in den Diagonalen die Spannung Null erzeugen. Der Nachweis ift unfchwer zu führen, foll aber hier, um den verfügbaren Raum nicht zu überfchreiten, fortbleiben.

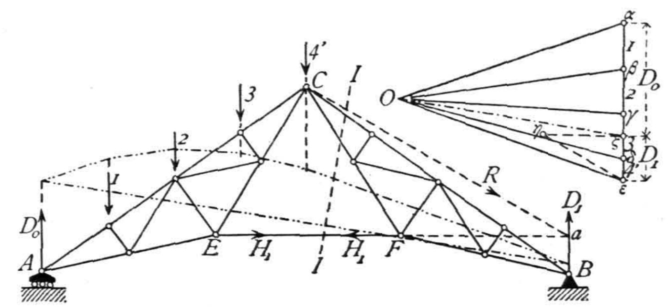
2) Graphifche Ermittelung der Spannungen. Bei der Conftruction des *Cremona*'fchen Kräfteplanes ergeben fich analoge Schwierigkeiten, wie bei der Berechnung. Wenn man nämlich beim Aneinanderreihen der kleinen Kraftpolygone bis zum Knotenpunkt $E$ (Fig. 287) gekommen ift, fo find an diefem drei Stäbe mit nicht bekannten Spannungen; das Verfahren ift alfo nicht ohne Weiteres anwendbar. Die Schwierigkeit wird analog, wie oben, dadurch befeitigt, dafs man zuerft die Spannung $H$ des Stabes $EF$ beftimmt und diefelbe als in $E$, bezw. $F$ wirkende äufsere Kraft einführt. Dadurch erreicht man auch, dafs die Stäbe zwifchen $E$ und $C$, fo wie zwifchen $C$ und $F$ zu Randftäben werden. Bevor demnach für den zufammengefetzten *Polonceau*-Dachftuhl der Kräfteplan gezeichnet werden kann, ift $H$ zu ermitteln. Diefe Ermittelung erfolgt entweder auf dem Wege der Rechnung, wie foeben gezeigt, oder beffer,

Fig. 288.



wenn doch alles Uebrige conſtruirt wird, auf geometriſchem Wege. Wir werden das einzuſchlagende Verfahren für die verſchiedenen Belaſtungsarten zeigen.

Fig. 289.




α) Belaſtung durch das Eigengewicht, bezw. totale Schneelaſt. Man kann $H$ vermittels der Schnittmethode beſtimmen, indem man das Seilpolygon der äuſseren Kräfte für einen beliebigen Pol conſtruirt, einen Schnitt ſo durch den Träger legt, daſs auſser $EF$ nur noch zwei Stäbe getroffen werden, den Angriffspunkt der Transverſalkraft für dieſen Schnitt ſucht und nun, wie oben in Art. 381, S. 341 gezeigt, zerlegt. Die Kraft $Q$ wird dann ſehr weit ſeitwärts fallen, weil der Schnitt nahe der Mitte liegt, und wenn man ſich auch durch Hilfsconſtructionen helfen kann, ſo dürfte doch die folgende Conſtruction empfehlenswerther ſein.

Fig. 290.

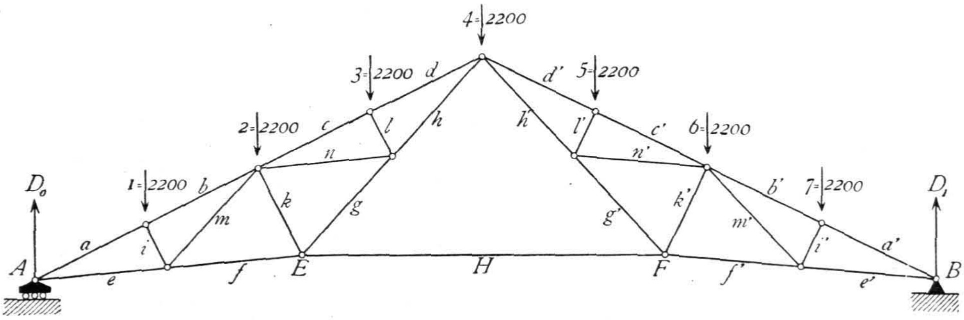
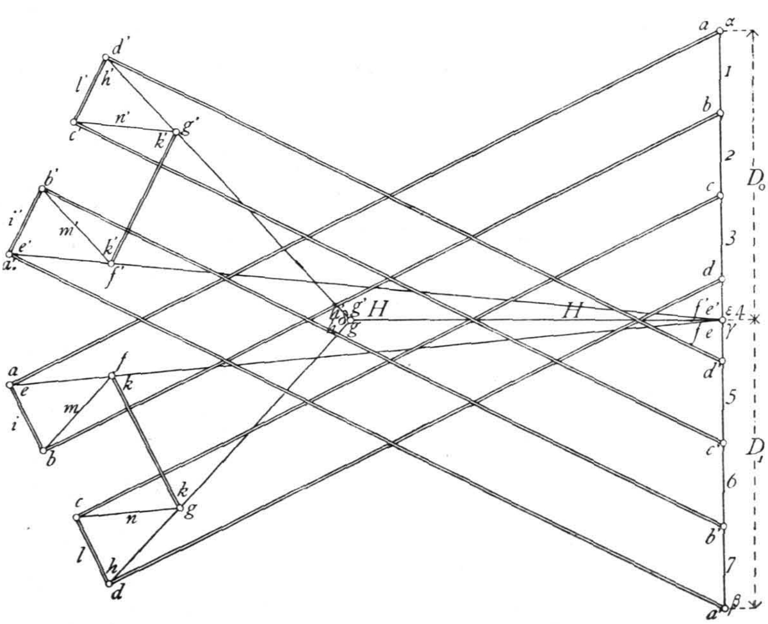



Fig. 291.




Die Spannung $H$ im Stabe $EF$ (Fig. 289) iſt bei totaler Belaſtung (und der hier vorausgeſetzten zur Firſtverticalen ſymmetriſchen Dachform) offenbar genau doppelt ſo groſs, als die Spannung $H_1$, welche in $EF$ bei Belaſtung nur der einen Dachhälfte ſtattfindet. Die Gröſse dieſer Spannung $H_1$ wird nun folgender Maſsen ermittelt. Man legt einen Schnitt $II$ durch das Dach derart, daſs an der einen (hier der rechten) Seite desſelben gar keine Laſten liegen; alsdann wirken auf den Theil

Fig. 292.

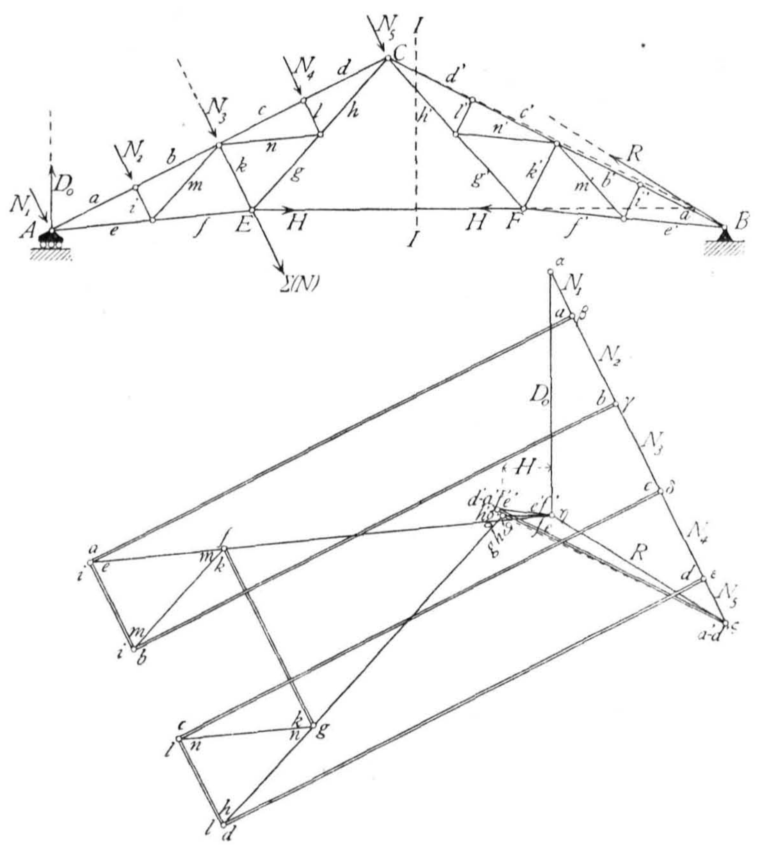
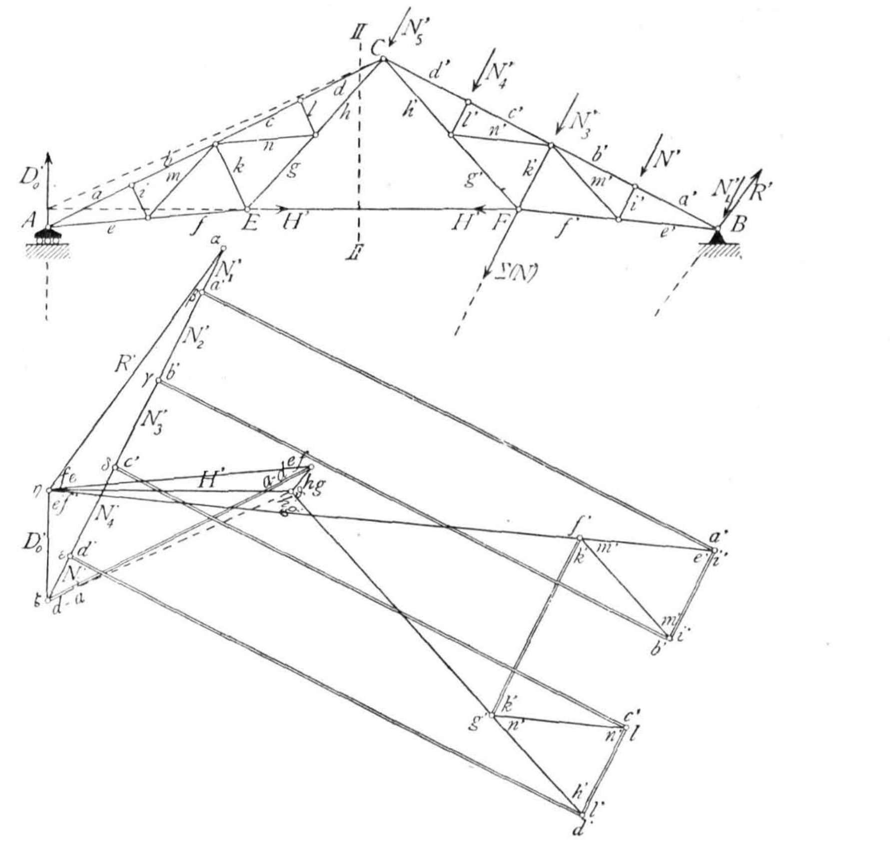


Fig. 293.



rechts vom Schnitte nur die Spannungen der drei durchfchnittenen Stäbe und die Auflager-Reaction $D_1$. Zwei von diefen Stäben fchneiden fich im Firftpunkte; die in ihnen wirkenden Spannungen können alfo durch eine Mittelkraft erfetzt werden, welche durch den Firftpunkt $C$ geht; demnach halten die drei auf das Fragment wirkenden Kräfte $D_1$, $H_1$ und die Mittelkraft $R$ der beiden Stabfpannungen das Fragment im Gleichgewicht, fchneiden fich alfo in einem Punkte. Durch den Schnittpunkt $a$ von $H_1$ und $D_1$ geht alfo auch $R$; $R$ geht aber auch durch $C$; die Kraft $R$ hat demnach die Richtung $Ca$. Nun können wir $D_1$ nach den beiden bekannten Richtungen von $H_1$ und $R$ zerlegen; $D_1$ wird mit Hilfe des Seilpolygons conftruirt und ift (Fig. 289) gleich $\varepsilon\zeta$. Man erhält $H_1 = \zeta\eta$ und $R = \eta\varepsilon$.

Die Kraft $H$, welche der Belaftung des ganzen Daches entfpricht, ift dann gleich $2 \times \zeta\eta$. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dafs in obiger Conftruction als Belaftung des Firftknotenpunktes nur die Hälfte der anderen Knotenpunktsbelaftungen einzuführen ift. Es ift defshalb hier die Laft im Firftknotenpunkte mit $4'$ bezeichnet.

Der Kräfteplan ift nun zu conftruiren, indem ftatt der Stange $EF$ die äufseren Kräfte $H$ in den Punkten $E$ und $F$ eingeführt werden. Man trage die Laften *1*, *2* . . . *6*, *7* an einander (Fig. 291); auf *7* folgt $D_1 = \beta\gamma$, dann die Kraft $H$ im Punkte $F$ gleich $\gamma\delta$ und $H$ im Punkte $E$ gleich $\delta\varepsilon$; $\varepsilon$ fällt mit $\gamma$ zusammen. Endlich ift an $\varepsilon$ die Auflager-Reaction $D_0 = \gamma\alpha$ anzutragen, womit fich das Kraftpolygon fchliefst. Nun ift der Kräfteplan nach den in Art. 382, S. 342 angegebenen Principien in Fig. 291 conftruirt, wobei vom Knotenpunkt $A$ ausgegangen ift.

Für die Belaftung nur der einen Dachhälfte mit Schnee ift $H_1$, wie oben gezeigt, zu ermitteln und alsdann der Kräfteplan ohne Schwierigkeit zu verzeichnen.

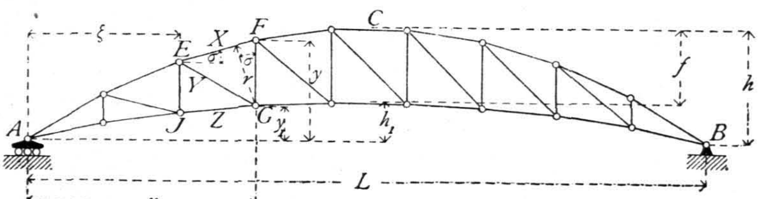
$\beta$) Windbelaftung von der Seite des beweglichen Auflagers. Die Ermittelung der Auflager-Reactionen wird, wie in Art. 417, S. 381 gezeigt, vorgenommen; die Gröfse der Kraft $H$ (im Stabe $EF$, Fig. 292) ergiebt fich wieder durch Betrachtung des Fragmentes an derjenigen Seite des Schnittes $II$, an welcher die Winddrücke nicht wirken. Nachdem fodann die $H$ als äufsere Kräfte eingeführt find, ift der Kräfteplan in gewöhnlicher Weife zu zeichnen. Die Conftruction ift in Fig. 292 vorgenommen.

$\gamma$) Winddruck von der Seite des feften Auflagers. Fig. 293 zeigt die Conftruction des Kräfteplanes für diefen Fall; nach dem Vorftehenden ift er ohne befondere Erklärung verftändlich.

## e) Sicheldächer.

Die Gurtungen können bei den Sicheldächern nach beliebigen Curven gekrümmt fein; gewöhnlich find beide Gurtungen Polygone, welche Parabeln oder Kreifen eingefchrieben find. Die Beftimmung der Auflager-Reactionen ift in Art. 416 ff. S. 380 ff. gezeigt worden; die Stabfpannungen ergeben fich durch Rechnung oder Conftruction ohne Schwierigkeit. Es foll hier nur die Gefetzmäfsigkeit der Spannungsänderungen für das parabolifche Sicheldach und für verticale Belaftungen gezeigt werden. 437. Form der Dachbinder.

Fig. 294.



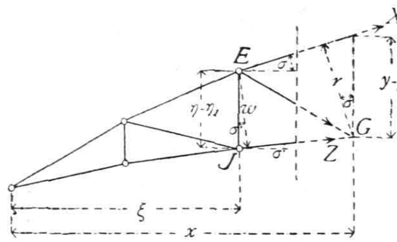

Die Gleichungen der beiden Curven find, wenn die Pfeilhöhen $h$ und $h_1$ find, nach Art. 393, S. 360 für $A$ als Anfangspunkt der Coordinaten (Fig. 294)

$$y = \frac{4\,h}{L^2}\,(L\,x - x^2) \quad \text{und} \quad y_1 = \frac{4\,h_1}{L^2}\,(L\,x - x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 310.$$

$\alpha$) Stabfpannung bei verticaler Belaftung. Für den Stab $EF$ (Fig. 294) der oberen Gurtung ift $G$ der conjugirte Punkt, und wenn das Biegungsmoment für diefen Punkt mit $M_x$ bezeichnet wird, ift $Xr + M_x = 0$, woraus $X = -\frac{M_x}{r}$. 438. Ermittelung d. Spannungen durch verticale Belaftung.

Nun ift $r = (y - y_1) \cos\sigma = \frac{4}{L^2}(h - h_1)(Lx - x^2)\cos\sigma = \frac{4}{L^2} f(Lx - x^2)\cos\sigma$;

Fig. 295.




alfo

$$X \cos\sigma = -\frac{M_x\, L^2}{4f(Lx - x^2)} \quad . \quad 311.$$

Für den Stab $JG$ der unteren Gurtung ift $E$ der conjugirte Punkt, und wenn das Biegungsmoment für diefen Punkt mit $M_\xi$ bezeichnet wird, fo ift (Fig. 295) $Z = \frac{M_\xi}{w}$. Nun ift

$$w = (\eta - \eta_1)\cos\sigma' = \frac{4}{L^2} f(L\xi - \xi^2)\cos\sigma',$$

d. h.

$$Z \cos\sigma' = \frac{M_\xi\, L^2}{4f(L\xi - \xi^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 312.$$

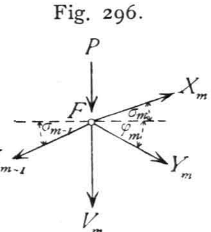
Aus den Gleichungen 311. und 312. folgt:

a) Für totale gleichmäfsig über die Horizontalprojection vertheilte Belaftung $p$ pro Längeneinheit ift $M_x = \frac{p}{2}(Lx - x^2)$ und $M_\xi = \frac{p}{2}(L\xi - \xi^2)$, alfo

$$X \cos\sigma = -\frac{p\, L^2}{8f} \quad \text{und} \quad Z\cos\sigma' = \frac{p\, L^2}{8f}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 313.$$

d. h. die Horizontalcomponenten der Gurtungsfpannungen find bei der angegebenen Belaftungsart in beiden Gurtungen conftant, und zwar gleich dem Maximalmomente, dividirt durch die Mittenhöhe der Sichel. Bei der Parabel ift innerhalb der Grenzen, welche bei den Dächern vorkommen, cos σ und cos σ' nahezu conftant. Das foeben gefundene Refultat ftimmt mit dem in Art. 396, S. 362 für die Parabelträger Ermittelten überein. Durch Aufftellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der oberen Gurtung, etwa $F$, ergiebt fich ferner (Fig. 296)

Fig. 296.




$$0 = X_m \cos\sigma_m - X_{m-1}\cos\sigma_{m-1} + Y_m \cos\varphi_m, \text{ d. h.}$$

$$0 = -\frac{p\, L^2}{8f} + \frac{p\, L^2}{8f} + Y_m \cos\varphi_m \quad \text{oder} \quad Y_m = 0\,. \quad 314.$$

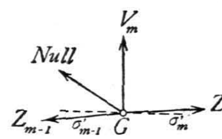
Für die angegebene Belaftung find die Spannungen fämmtlicher Diagonalen bei den parabolifchen Sicheldächern gleich Null.

b) Alle zu den Gurtungsftäben gehörigen conjugirten Punkte liegen zwifchen den Verticalen der Auflager $A$ und $B$ (Fig. 294); für alle diefe Punkte find die Biegungsmomente bei verticaler Belaftung pofitiv (fiehe Art. 362, S. 325); mithin erzeugt jede verticale Belaftung in den Stäben der oberen Gurtung Druck, in denjenigen der unteren Gurtung Zug. Maximaldruck, bezw. -Zug für verticale Belaftung wird demnach in allen Stäben bei voller Belaftung des ganzen Dachbinders ftattfinden.

Für die Spannungen in den Diagonalen ergiebt fich in derfelben Weife, welche in Art. 397, S. 363 angewendet ift, um die Beanfpruchungsart der Diagonalen des Parabelträgers zu ermitteln: Jede Belaftung zwifchen dem durch eine Diagonale gelegten Verticalfchnitt und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale zu fällt, erzeugt Zug in derfelben; jede Belaftung zwifchen dem Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem die Diagonale ſteigt, erzeugt in derſelben Druck. Maximaldruck, bezw. -Zug finden demnach ſtatt, wenn nur die Druck-, bezw. Zugabtheilung der betreffenden Diagonalen belaſtet iſt. Ob bei einem Dache dieſe verſchiedenen, jedenfalls für die meiſten Diagonalen überhaupt wohl nicht vorkommenden Belaſtungsarten der Berechnung zu Grunde gelegt werden ſollen, iſt fraglich; meiſtens dürfte es genügen, eine Belaſtung nur der einen Dachhälfte durch Schnee als ungünſtigſte verticale Belaſtung einzuführen. Die hierbei ſich ergebenden Spannungen ſind mittels der *Ritter*'ſchen Methode leicht zu finden.

Betreff der Spannungen in den Verticalen ergiebt ſich wie oben folgendes Geſetz: Maximaldruck, bezw. -Zug findet in einer Verticalen bei der Belaſtung ſtatt, welche in derjenigen Diagonalen den gröſsten Zug, bezw. Druck erzeugt, die mit der Verticalen in einem Knotenpunkt der nicht belaſteten Gurtung zuſammentrifft. Auch hier dürfte es genügen, als mobile Verticalbelaſtungen nur die Belaſtung des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte anzunehmen.

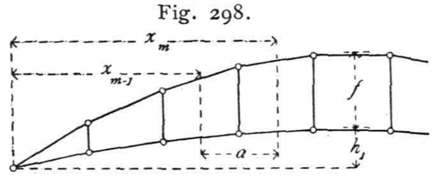
Fig. 297.




Bei Belaſtung des ganzen Dachbinders mit der gleichmäſsig über die Horizontalprojection vertheilten Belaſtung $p$ ergiebt ſich die Spannung aller Verticalen durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingung für einen Knotenpunkt der unteren Gurtung. Es iſt (Fig. 297), da die Spannung in der Diagonalen gleich Null iſt,

$$0 = V_m + Z_m \sin \sigma'_m - Z_{m-1} \sin \sigma'_{m-1} \quad \text{und} \quad 0 = V + \frac{p\,L^2}{8f} (\operatorname{tg} \sigma'_m - \operatorname{tg} \sigma'_{m-1}).$$

Fig. 298.




Wird (mit geringem Fehler) die Curve als ſtetig gekrümmt angeſehen und werden die Richtungen der Stäbe als parallel zu den in den Mitten der unteren Gurtungsſtäbe an die Parabel gelegten Tangenten eingeführt, ſo iſt

$$\operatorname{tg} \sigma'_m = \frac{4\,h_1}{L^2} (L - 2\,x_m) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \sigma'_{(m-1)} = \frac{4\,h_1}{L^2} (L - 2\,x_{m-1}),$$

ſonach

$$0 = V + \frac{p\,L^2}{8f} \frac{4\,h_1}{L^2} 2\,(x_{m-1} - x_m) = V - \frac{p\,h_1}{f}\,a, \text{ woraus } V = \frac{p\,h_1\,a}{f} \qquad 315.$$

$V$ nimmt ab, wenn $h_1$ abnimmt; für $h_1 = 0$ iſt $V = 0$.

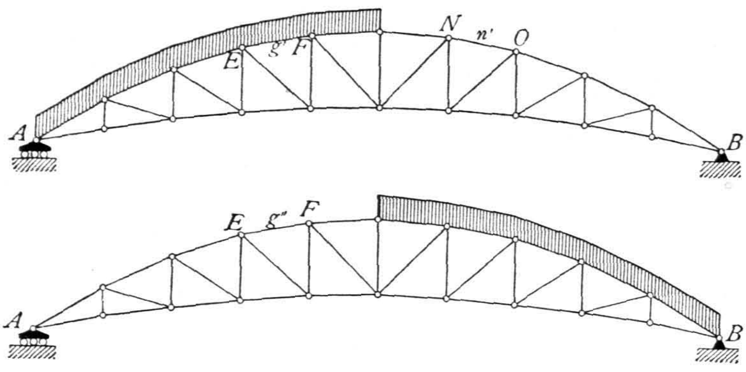
439. Ermittelung d. Spannungen durch einſeitige Schneelaſt.

β) Stabſpannungen bei einſeitiger Schneebelaſtung. In Betreff der Belaſtung durch einſeitige Schneelaſt iſt Folgendes zu beachten. Man braucht nicht für beide Belaſtungsarten, diejenige des ganzen Daches und diejenige der einen Dachhälfte, die Spannungen zu berechnen; vielmehr genügt für ſymmetriſch zur Mittelverticalen angeordnete Conſtruction die Kenntniſs der Spannungen bei einſeitiger Belaſtung, um diejenigen zu erhalten, welche bei totaler Belaſtung ſtattfinden, und gleichzeitig zu ermitteln, welche Belaſtungsart die gefährlichere iſt. Die Belaſtung der linken Dachhälfte erzeugt etwa (Fig. 299) im Stabe $EF$ die Spannung $g'$; die Belaſtung der rechten Dachhälfte erzeugt in demſelben Stabe die Spannung $g''$. Die Totalbelaſtung hat offenbar im Stabe $EF$ die Spannung $g' + g''$ zur Folge. Liegt nun $NO$ genau ſymmetriſch mit $EF$, ſo wird die Spannung $n'$ in $NO$ bei der erſteren Belaſtungsart genau ſo groſs ſein, wie $g''$. Es iſt aber

$$g_{total} = g' + g'' = g' + n'.$$

Die durch die Belaſtung des ganzen Daches in einem Stabe entſtehende Spannung iſt alſo gleich der Summe derjenigen Spannungen, die durch Belaſtung der einen Dachhälfte in dem betrachteten Stabe und in dem ſymmetriſch zur Mitte liegenden Stabe entſtehen. Wenn die ſymmetriſch zur Mitte liegenden Stäbe bei der Belaſtung einer Dachhälfte in gleichem Sinne beanſprucht werden, alſo beide Zug oder beide Druck erhalten, ſo iſt die Summe dieſer Spannungen gröſser, als jede einzelne,

Fig. 299.




d. h. die Totalbelaſtung des Daches iſt ungünſtiger, als die einſeitige. Werden beide Stäbe in entgegengeſetztem Sinne beanſprucht, ſo iſt die Summe beider kleiner, als die gröſsere von beiden, demnach die einſeitige Belaſtung als ungünſtigere einzuführen. Dabei iſt zu beachten, daſs in letzterem Falle beide Stabſpannungen als ungünſtige einzuführen ſind, da nach der neuen Dimenſionirungsmethode nicht nur die Maximal-, ſondern auch die Minimalſpannungen von Wichtigkeit ſind. Wenn ein Mittelfeld mit zwei ſich kreuzenden Zugdiagonalen vorhanden iſt, ſo gilt die vorſtehende Entwickelung ebenfalls; jedoch iſt ſtets nur diejenige Diagonale des Mittelfeldes als vorhanden zu betrachten, welche bei der betreffenden Belaſtung Zug erleidet.

Was ſoeben vom Sicheldach angegeben wurde, gilt ſelbſtverſtändlich von jedem aus zwei ſymmetriſchen Hälften zuſammengeſetzten Dachſtuhl.

440. Ermittelung d. Spannungen durch Winddruck.

$\gamma$) Stabſpannungen bei Belaſtung durch Winddruck. Die durch Windbelaſtung entſtehenden Stabſpannungen ſind ſowohl für den Fall, daſs der Wind von der Seite des beweglichen Auflagers kommt, wie für den Fall zu ermitteln, daſs der Wind von der Seite kommt, an welcher das feſte Auflager liegt. Die Berechnung iſt nach Früherem leicht durchzuführen.

441. Gegendiagonalen.

$\delta$) Gegendiagonalen. Aus dem Belaſtungsgeſetz für die Diagonalen geht hervor, daſs jede Diagonale ſowohl Zug, wie Druck erhalten kann; will man dies vermeiden, ſo ſind Gegendiagonalen anzuwenden, worüber das im Kapitel »Träger« (Art. 399, S. 367) Geſagte auch hier gilt.

442. Beiſpiel.

Beiſpiel. Für nachſtehend näher beſchriebenes Sicheldach ſind in den Fig. 300 bis 302 die Stabſpannungen ermittelt, und zwar zeigt Fig. 300 das Syſtem und die Spannungsermittelung für Belaſtung durch das Eigengewicht, Fig. 301 die Spannungen für einſeitige Schneelaſt, Fig. 302 diejenigen für Windbelaſtung von der Seite des beweglichen, bezw. feſten Auflagers.

Die Hauptdimenſionen und Belaſtungen des Dachſtuhles ſind: Stützweite $L = 24^{m}$; Anzahl der Felder gleich 6; Feldweite gleich $4^{m}$; Pfeilhöhe der oberen Parabel $h = 4{,}8^{m}$, der unteren Parabel $h_1 = 2{,}4^{m}$; die Binderweite iſt $4{,}2^{m}$; die Dachdeckung Eiſenwellblech auf Eiſenpfetten.

Die Ordinaten der beiden Parabeln ergeben ſich aus den Gleichungen 310:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| für | $x =$ | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 m |
| iſt | $y =$ | 2,67 | 4,27 | 4,8 | 4,27 | 2,67 m, |
| | $y_1 =$ | 1,33 | 2,13 | 2,4 | 2,13 | 1,33 m. |

Ferner iſt $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2{,}67}{4} = 0{,}6675$, $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{4{,}27 - 2{,}67}{4} = 0{,}4$, $\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{4{,}8 - 4{,}27}{4} = 0{,}1325$;

$$\alpha_1 = \backsim 33^0 40', \qquad \alpha_2 = \backsim 22^0, \qquad \alpha_3 = \backsim 7^0 30';$$

$$\lambda_1 = \sqrt{4^2 + 2{,}67^2} = 4{,}81^{m}, \qquad \lambda_2 = \sqrt{4^2 + 1{,}6^2} = 4{,}31^{m}, \qquad \lambda_3 = \sqrt{4^2 + 0{,}53^2} = 4{,}04^{m}.$$

Die Belaſtung durch das Eigengewicht beträgt pro $1^{qm}$ Horizontalprojection der Dachfläche $42^{kg}$, demnach pro Knotenpunkt $G = 4{,}0 \,.\, 4{,}2 \,.\, 42 = 705{,}6 = \backsim 700^{kg}$; die Belaſtung durch Schnee pro Knotenpunkt $S = 4 \,.\, 4{,}2 \,.\, 75 = 1260^{kg}$; die Belaſtung durch Winddruck ergiebt ſich nach Gleichung 273. folgender Maſsen:

$$\text{für } \alpha_1 = 33^0 40', \qquad \alpha_2 = 22^0, \qquad \alpha_3 = 7^0 30',$$

$$\nu = 57^{kg}, \qquad \nu = 34^{kg}, \qquad \nu = 11^{kg}.$$

$$N_1 = 4{,}2\, \lambda_1 \,.\, 57 = \backsim 1150^{kg}, \quad N_2 = 4{,}2\, \lambda_2 \,.\, 34 = \backsim 620^{kg}, \quad N_3 = 4{,}2\, \lambda_3 \,.\, 11 = \backsim 190^{kg}.$$

Fig. 300.

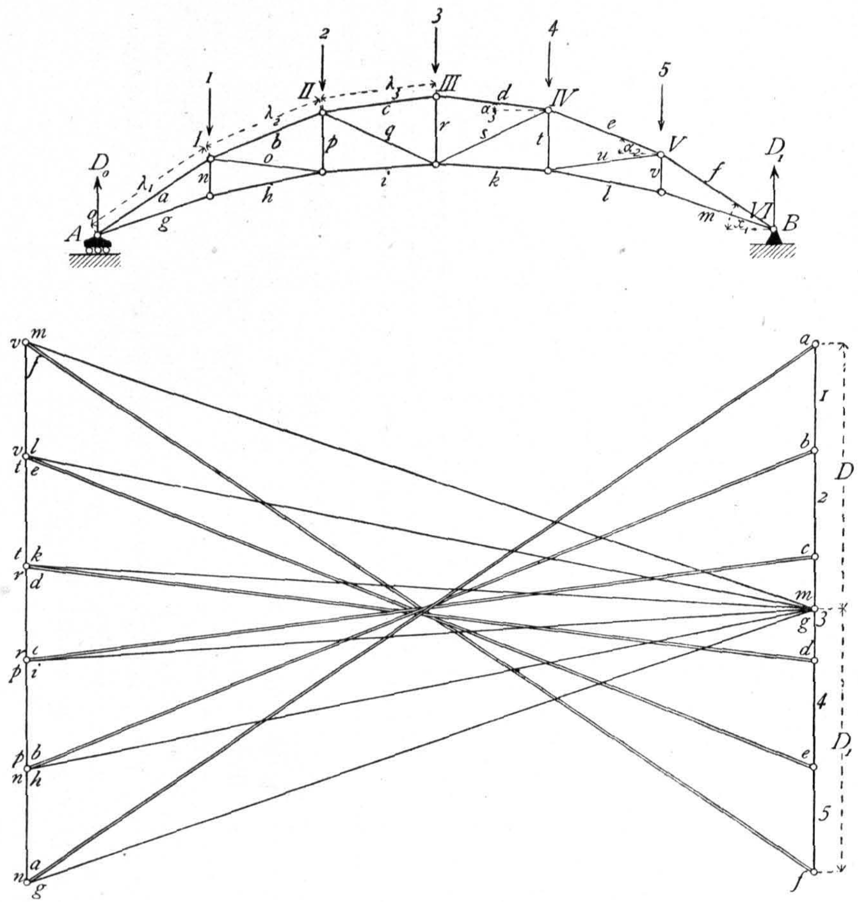


Fig. 301.

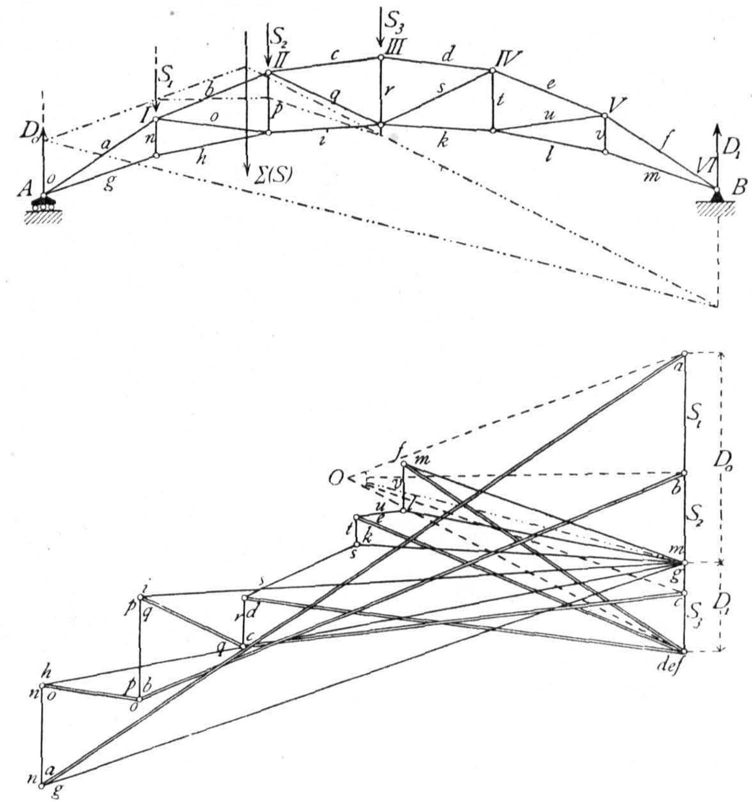
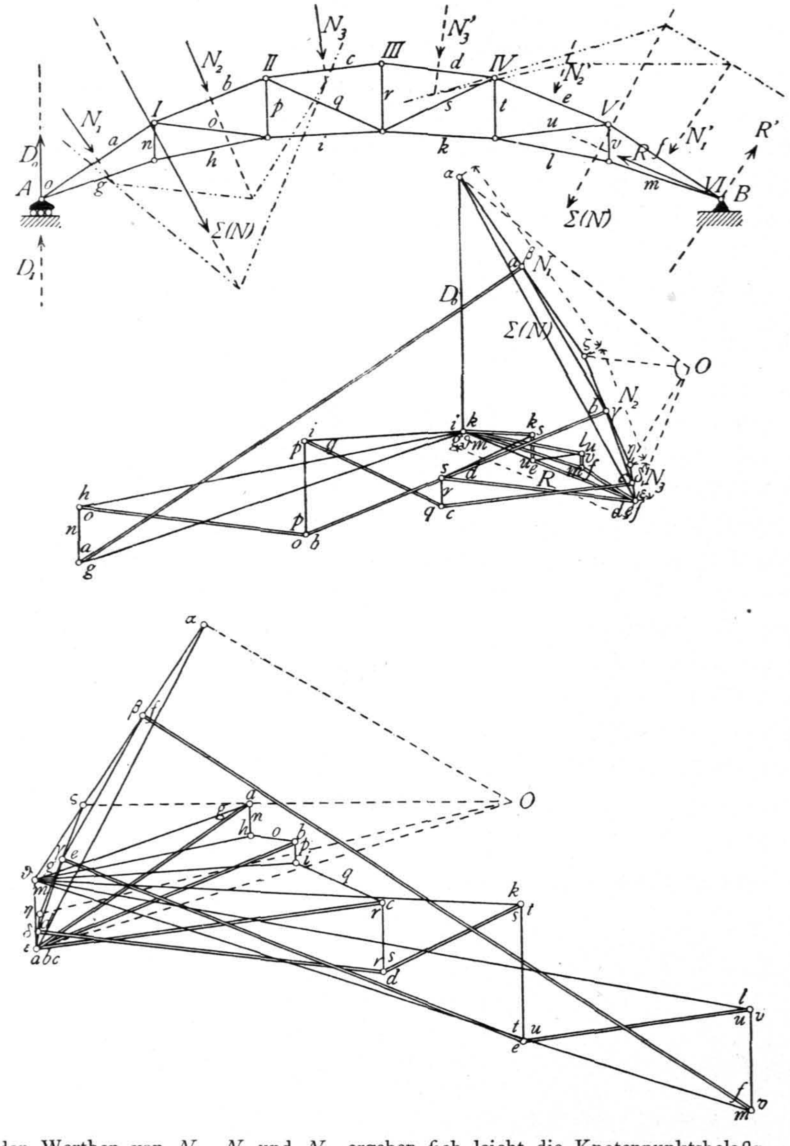


Fig. 302.



Aus den Werthen von $N_1$, $N_2$ und $N_3$ ergeben fich leicht die Knotenpunktsbelaftungen. Von $N_1$ kommt die Hälfte auf den Knotenpunkt *o*, die andere Hälfte auf den Knotenpunkt *I*; analog verhält es fich mit *II* und *III*. Die beiden in einem Knotenpunkte (*I*, bezw. *II*) wirkenden Laften find alsdann leicht zu einer Refultirenden zu vereinigen, wie in Fig. 302 gefchehen.

### f) Pultdächer.

443. Spannungen.

Die Pultdächer find Balkendächer, welche man fich aus den Satteldächern, bezw. Tonnendächern dadurch entftanden denken kann, dafs die Hälfte an der einen Seite der verticalen Mittelaxe fortgelaffen ift. Die Ermittelung der Belaftungen, der Auflager-Reactionen und der inneren Spannungen, fei es auf dem Wege der Rechnung, fei es auf dem der Conftruction, ift genau in derfelben Weife vorzunehmen, die in den vorftehenden Artikeln gezeigt ift, wefshalb hier nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht.