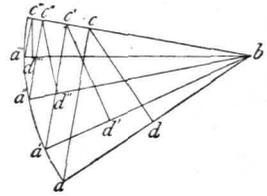


Fig. 242.



Fig. 243.



Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 242 gezeichnete Belastungsfläche, und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Construction) entfällt.

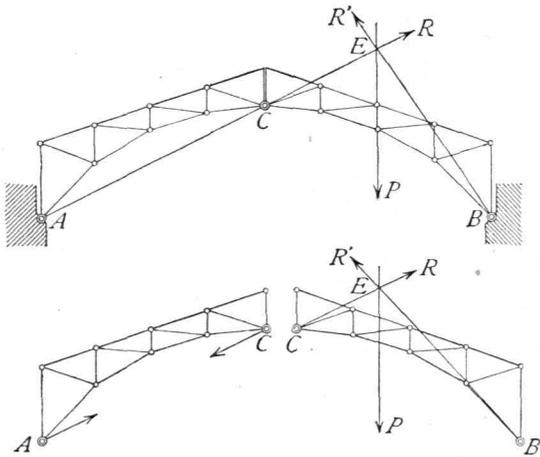
Bequemer macht man die Construction der Winddrücke in einer befonderen Figur (Fig. 243) und erhält  $a d$ , bzw.  $a' d'$ ,  $a'' d''$  . . .

**c) Auflager-Reactionen bei Sprengwerksdächern.**

419.  
Allgemeines.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construirt sind (Fig. 244.) Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten  $A$  und  $B$ , ein drittes  $C$  gewöhnlich in der Bindermitte.

Fig. 244.



Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich folgendes allgemeine Gesetz: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa  $CB$ , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Reaction, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier  $A$ , und das Mittelgelenk  $C$  bestimmt ist.

Eine Last  $P$  auf der Hälfte  $BC$  erzeugt also in  $A$  eine Reaction  $R$  mit der Richtung  $AC$ , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last  $P$  und die Reactionen der Auflager  $A$  und  $B$  wirken, so müssen sich dieselben in einem Punkte schneiden. Daraus folgt, daß die Reaction  $R'$  von  $B$  aus durch den Schnittpunkt  $E$  der Richtungen  $AC$  und  $P$  geht.

Der Beweis obigen Satzes ergibt sich folgender Mafsen. Auf die rechte Hälfte  $BC$  wirken  $P$ ,  $R$  und  $R'$ , auf die linke Hälfte die Reaction in  $A$  und eine Kraft in  $C$ . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, daß nach dem Princip von Wirkung und Gegenwirkung die in  $C$  auf den Theil links wirkende Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in  $C$  auf den rechten Theil wirkt, d. h. wie  $R$ ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, welche durch die beiden Angriffspunkte  $A$  und  $C$  gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; die Reaction von  $A$  geht also durch  $C$ . Damit ist obiger Satz allgemein bewiesen.

420.  
Verticale  
Belastungen.

Es kommen zunächst die verticalen Belastungen (Eigengewicht und Schneeeindruck) in Frage. Die Reactionen in  $A$  und  $B$  (Fig. 245) haben je eine horizontale und eine verticale Componente. Wir bezeichnen dieselben mit  $H$  und  $V$ ,  $H_1$  und  $V_1$ . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist Alles auf die äußeren Kräfte sich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten

Fig. 245.

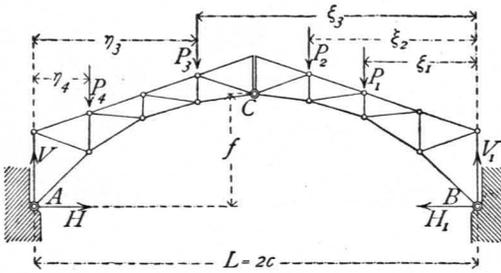
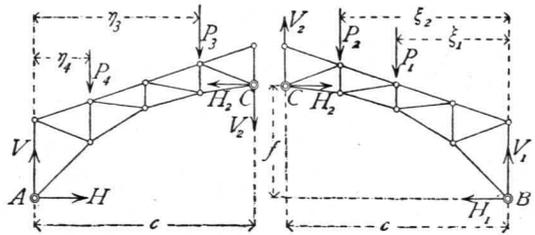


Fig. 246.



Hälfte (Fig. 246). In C wirkt auf dieselbe eine Kraft, deren Componenten  $H_2$  und  $V_2$  sein mögen. Alsdann ist die Summe der statischen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \Sigma (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 246), so wirkt auf diese in C eine genau so große Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur ist der Sinn entgegengesetzt. Es werden demnach die Componenten dieser Kraft wiederum  $H_2$  und  $V_2$ , aber mit entgegengesetztem Sinne sein. Die Summe der statischen Momente für A als Drehpunkt ist gleich Null; mithin, wenn stets die Summationen, die sich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Index 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \Sigma_1 (P \eta) = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhalten wir

$$H_2 = \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (P \xi) - \Sigma_1 (P \eta)}{L} \quad \dots \quad 285.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergibt nun leicht

$$\left. \begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2f} \\ V = V_2 + \Sigma_1 (P) &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \xi)}{L} \\ V_1 = \Sigma (P) - V_2 &= \frac{\Sigma [P(L - \xi)] + \Sigma_1 [P(L - \xi)]}{L} \end{aligned} \right\} \dots \quad 286.$$

Die Verticalcomponenten der Auflager-Reactionen sind demnach genau so groß, wie bei gleicher Belaftung an einem Balkenträger von der Spannweite  $L$ . Jetzt sind auch die Resultirenden  $R$  und  $R_1$ , so wie deren Winkel  $\alpha$  und  $\alpha_1$  mit der Horizontalen gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{V}{H}; \quad R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 287.$$

Beispiel. 1) Die beiden Dachhälften seien gleich belaftet, je mit  $g$  pro Längeneinheit der Horizontalprojection (Fig. 247). Dann ist

$$\begin{aligned} \Sigma (P) = \Sigma_1 (P) &= g c; \quad \Sigma (P \xi) = \Sigma_1 (P \eta) = \frac{g c^2}{2}; \\ H = \frac{g c^2}{2f}; \quad V_2 &= 0; \quad V = V_2 + \Sigma_1 (P) = g c; \quad V_1 = \Sigma (P) - V_2 = g c \quad \dots \quad 288. \end{aligned}$$

Fig. 247.

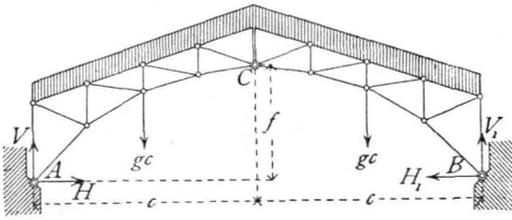
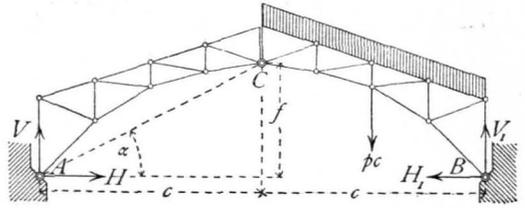


Fig. 248.



2) Die eine (rechte) Hälfte sei mit  $p$  pro Längeneinheit der Horizontalprojection belaftet, die andere (linke) Hälfte sei unbelaftet (Fig. 248). Alsdann ist

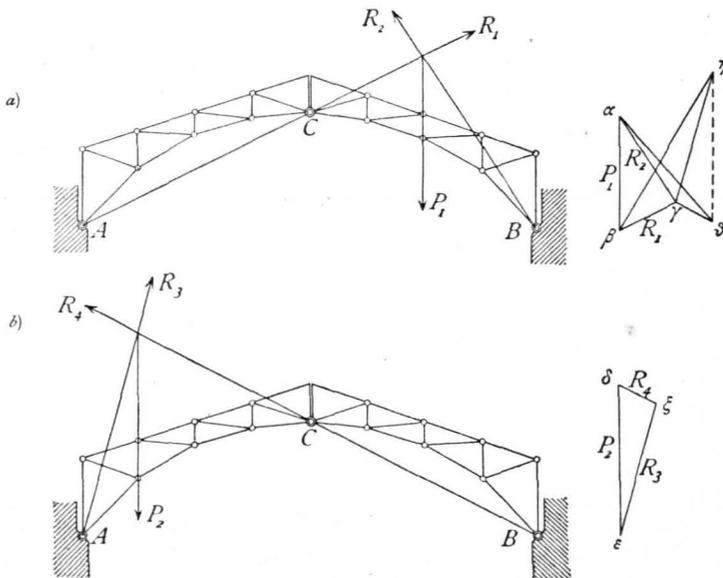
$$\Sigma(P) = pc; \quad \Sigma_1(P) = 0; \quad \Sigma(P\xi) = \frac{p c^2}{2}; \quad \Sigma_1(P\eta) = 0;$$

$$H_2 = H = H_1 = \frac{pc^2}{4f}; \quad V_2 = \frac{pc^2}{2 \cdot 2c} = \frac{pc}{4}; \quad V = \frac{pc}{4}; \quad V_1 = \frac{3pc}{4} \quad . \quad . \quad 289.$$

Hier ist nach Gleichung 287.  $\text{tg } \alpha = \frac{pc \cdot 4f}{4pc^2} = \frac{f}{c}$ , d. h. die Richtung von  $R$  geht durch  $A$  und  $C$ , wie oben bereits auf anderem Wege bewiesen ist.

Die graphische Ermittlung der in Rede stehenden Auflager-Reactionen ist in Fig. 249 dargestellt.

Fig. 249.



Es empfiehlt sich für beliebige Belaftung zuerst nur die eine Hälfte belaftet anzunehmen und für diese Belaftung die Reactionen zu ermitteln, darauf die Reactionen für die Belaftung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zusammenfassung der für die einzelnen Belaftungen gefundenen Reactionen er giebt alsdann die wirklichen Reactionen. Es sei zunächst nur die rechte Hälfte belaftet und die Resultirende dieser Lasten gleich  $P_1$ ; alsdann haben  $R_1$  und  $R_3$  die in Fig. 249 a gezeichneten Richtungen, und es ergibt sich die Größe beider durch das Kraftpolygon zu  $\beta\gamma = R_1$  und  $\gamma\alpha = R_3$ . In gleicher Weise erhält man  $\epsilon\xi = R_3$  und  $\xi\delta = R_4$ .

In  $A$  wirken nun  $R_1$  und  $R_3$ , in  $B$ :  $R_2$  und  $R_4$ . Die Größe und Richtung der Totalreactionen  $R$  und  $R'$  erhält man durch Construction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften. Ist  $\gamma\eta = R_3$ , so wird  $\beta\eta = R$ ; ist  $\delta\eta \parallel \xi\delta = R_4$ , so wird  $\delta\alpha = R'$ .

Als Controle diene, das die Horizontalprojectionen von  $R$  und  $R'$  gleich sein müssen, da ja  $H$  im ganzen Sprengwerksträger constant ist.

Uebergehen wir nunmehr zu den vom Winddruck (schiefe Belaftung) erzeugten Auflager-Reactionen, so sei  $\Sigma(N)$  die Resultirende aller Winddrücke (Fig. 250). Wir zerlegen diese Kraft in  $\Sigma(N) \cos \alpha$  und  $\Sigma(N) \sin \alpha$  und erhalten wie im vorhergehenden Artikel die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = 0, \quad \text{woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \quad 290.$$

Es ist ferner

$$\left. \begin{aligned} H &= H_2 - \Sigma (N) \sin \alpha = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} - \Sigma (N) \sin \alpha \\ H_1 &= H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \end{aligned} \right\} \quad 291.$$

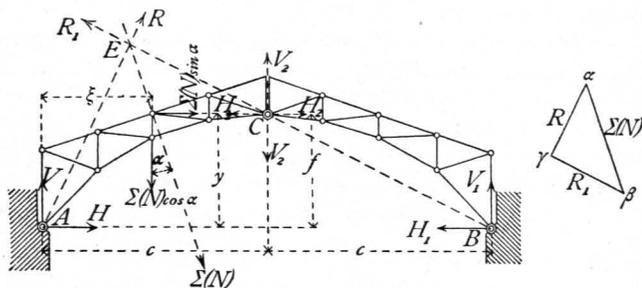
$$\left. \begin{aligned} V &= \Sigma (N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma (N) \cos \alpha - \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \\ V_1 &= V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \end{aligned} \right\} \quad 292.$$

Wenn die schiefen Belastungen einander nicht parallel sind, so bleibt das Verfahren das gleiche; nur sind statt  $\Sigma (N) y \sin \alpha$  und  $\Sigma (N) \xi \cos \alpha$  bzw.  $\Sigma (N y \sin \alpha)$  und  $\Sigma (N \xi \cos \alpha)$  in die Rechnung einzuführen.

Für die graphische Ermittlung der fraglichen Auflager-Reaktionen ist die in Fig. 250 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich  $\beta \gamma = R_1$ ,  $\gamma \alpha = R$ .

Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen, und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 250 dargestellt.

Fig. 250.



## 2. Kapitel.

### Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. totale Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, fowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung nach der neueren Methode (siehe Art. 283, S. 248) die Werthe  $P_0$ ,  $P_1$  und  $P_2$  zu ermitteln. Da die Dachbinder meist Gitterträger sind, so werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Methoden für die Spannungsermittlung hier genau, wie dort Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) dass die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden sind, 2) dass die Lasten nur in den Knotenpunkten der Construction wirken. Die berechneten Spannungen werden desto mehr mit den wirklichen übereinstimmen, je mehr die Construction diesen Annahmen entspricht. Die zweite Annahme (Belastung nur in den Knotenpunkten) ist häufig nicht erfüllt; in diesem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, dass die zwischen je zwei Knotenpunkten befindlichen Lasten durch besondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung dieser Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ist, zu