

einfachere Methode sich mehr empfehlen, da die Annahmen, welche der Berechnung der continuirlichen Träger zu Grunde gelegt werden, hier doch nicht genau erfüllt sind und die größere Complicirtheit der Rechnung kein entsprechend genaueres Resultat giebt.

5) Belastungsannahmen.

414.
Belastungs-
annahmen.

Sämmtliche Lasten werden in den Knotenpunkten des Systemes wirkend angenommen. Die Eigengewichte wirken zum allergrößten Theile in den Knotenpunkten derjenigen Gurtung, die in den Dachflächen liegt; nur ein ganz geringer Bruchtheil wirkt in den Knotenpunkten der anderen Gurtung. Meistens kann man annehmen, daß die Eigenlasten ganz in den ersteren Knotenpunkten concentrirt sind.

Die Windbelastung kann nur einseitig wirken; denn da die Windrichtung einen Winkel $\beta = 10$ Grad mit der Horizontalebene einschließt, so kann der Wind beide Dachflächen nur dann treffen, wenn diese einen kleineren Winkel mit der Horizontalen bilden, als 10 Grad. Für so flache Dächer ist aber der Winddruck so gering, daß er ungefährlich ist. Der Winddruck ist also stets einseitig zu rechnen.

Der Schnee endlich kann das ganze Dach oder einen Theil desselben belasten. Wenn nun auch für manche Stäbe eventuell eine Schneebelastung über einen bestimmten Bruchtheil des Daches die ungünstigste Beanspruchung ergeben sollte, so werden wir doch diese der Berechnung nicht zu Grunde legen, weil dieselbe nur in den allerfeltesten Fällen einmal vorkommen kann; vielmehr werden wir nur totale Belastung des Daches und Belastung der einen Dachhälfte durch Schnee ins Auge fassen. Wir werden später zeigen, daß die zweite Belastungsart Resultate ergiebt, aus denen die Spannungen für totale Schneebelastung ohne Schwierigkeit abgelesen werden können.

b) Auflager-Reactionen bei Balkendächern.

415.
Verticale
Belastungen.

Die Auflager-Reactionen, welche verticale Belastungen (Eigengewicht und Schneedruck) erzeugen, sind, da der Dachbinder genau wie ein Träger auf zwei Stützen wirkt, eben so zu ermitteln, wie bei den »Trägern« (Kap. 2 des vorhergehenden Abschnittes) gezeigt worden ist.

416.
Schiefe
Belastungen.

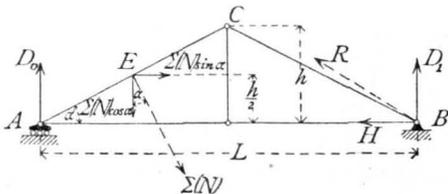
Sind die Auflager-Reactionen zu ermitteln, welche die schiefen Winddruckbelastungen erzeugen, so haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: entweder sind alle Winddrücke einander parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche eine Ebene ist, oder die Winddrücke sind nicht parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche sich aus mehreren Ebenen zusammensetzt.

Für beide Fälle ist zunächst klar, daß der Dachbinder nicht einfach frei auf die Stützpunkte gelagert werden darf. Denn ist $\Sigma(N)$ die Resultirende aller Wind-

drücke (Fig. 234), so hat $\Sigma(N)$ eine horizontale Componente $\Sigma(N) \sin \alpha$. Gleichgewicht ist also nur möglich, wenn Seitens des einen der beiden Auflager eine Horizontal-Reaction $H = \Sigma(N) \sin \alpha$ auf den Binder wirkt; es muß also das Dach in A oder B fest oder unverrückbar mit dem Auflager verbunden werden.

Wollte man ein eisernes Dach in

Fig. 234.



beiden Punkten *A* und *B* fest mit dem Auflager verbinden, so würde dasselbe bei Aenderung der Temperatur nicht im Stande sein, sich auszudehnen, bzw. zusammenzuziehen; es würden demnach durch die Temperaturveränderungen wesentliche Spannungen im Dache entstehen, event. die stützenden Wände gelockert werden. Man construirt deshalb bei eisernen Dachstühlen das eine Auflager so, daß dasselbe eine freie Ausdehnung und Zusammenziehung gestattet; das andere stellt eine feste Verbindung zwischen Träger und stützender Wand her. Wir wollen in der Folge stets ein festes und ein bewegliches Auflager, und zwar das Auflager bei *A* als das bewegliche, dasjenige bei *B* als das feste annehmen. Nehmen wir ferner an, daß das Auflager bei *A* eine Bewegung ohne Reibung gestattet, so kann die Reaction bei *A* nur vertical wirken. Diese Annahme ist nicht genau richtig, aber für die Praxis ausreichend. Die Reaction bei *B* dagegen kann beliebige Richtung annehmen.

Es ergeben sich hier verschiedene Auflager-Reactionen, je nachdem die Windbelastung auf derjenigen Dachseite stattfindet, an welcher das bewegliche Auflager *A* ist, oder auf derjenigen, an welcher das feste Auflager *B* liegt.

1) Die Winddrücke sind parallel. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt (Fig. 234). Die Mittelkraft $\Sigma(N)$ sämtlicher Winddrücke greife in der Mitte von *AC*, etwa in *E* an und sei gleich der Summe aller Einzeldrücke. $\Sigma(N)$ zerlegt sich im Punkte *E* in eine horizontale und eine verticale Componente $\Sigma(N) \sin \alpha$ und $\Sigma(N) \cos \alpha$; in *A* wirkt die verticale Auflager-Reaction D_0 , in *B* die schiefe Auflager-Reaction *R*, welche gleichfalls in eine horizontale Componente *H* und in eine verticale Componente D_1 zerlegt wird. Die drei Unbekannten D_0 , D_1 und *H* erhalten wir durch die drei Gleichgewichtsbedingungen. Es ist

$$0 = \Sigma(N) \sin \alpha - H, \text{ woraus } H = \Sigma(N) \sin \alpha \dots 277.$$

$$D_0 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L = 0, \text{ woraus, da } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L},$$

$$D_0 = \Sigma(N) \frac{\cos \alpha}{4} (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \dots 278.$$

$$D_1 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4} = 0,$$

woraus

$$D_1 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha} \dots 279.$$

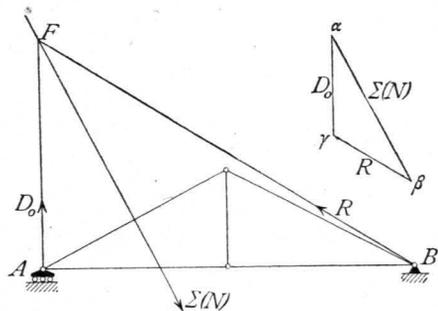
Auf graphischem Wege geschieht die Ermittlung der Auflager-Reactionen in der durch Fig. 235 veranschaulichten Weise.

Die drei auf das System wirkenden Kräfte D_0 , *R* und $\Sigma(N)$ halten dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte; die Kraft *R* geht sonach durch den Schnittpunkt *F* der Kräfte D_0 und $\Sigma(N)$. *R* geht auch durch *B*; also ist *BF* die Richtung der Kraft *R*. Das Kräfte-dreieck für diese drei Kräfte ergibt, wenn $\alpha \beta = \Sigma(N)$ ist, $R = \beta \gamma$ und $D_0 = \gamma \alpha$.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 236). Die Mittelkraft $\Sigma(N)$ greift in der Mitte der rechtsseitigen Dachfläche, in *E'* an und zerlegt sich in eine verticale und eine horizontale Componente. Wir erhalten durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen:

417.
Parallele
Winddrücke.

Fig. 235.



$$0 = H' - \Sigma (N) \sin \alpha, \text{ woraus } H' = \Sigma (N \sin \alpha) \dots 280.$$

$$0 = D'_0 L - \Sigma (N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma (N) \cos \alpha \frac{L}{4}, \text{ woraus } D'_0 = \frac{\Sigma (N)}{4 \cos \alpha} \dots 281.$$

$$0 = D'_1 L + \Sigma (N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma (N) \cos \alpha \frac{3}{4} L,$$

woraus

$$D'_1 = \frac{\Sigma (N) \cos \alpha}{4} (3 - \text{tg}^2 \alpha) \dots 282.$$

Man sieht, es ist $D_0 = D'_1$, $D_1 = D'_0$ und $H = H'$; nur ist bei H' der Sinn demjenigen von H entgegengesetzt.

Durch Construction lassen sich die Auflager-Reactionen im vorliegenden Falle, wie in Fig. 236 gezeigt, ermitteln.

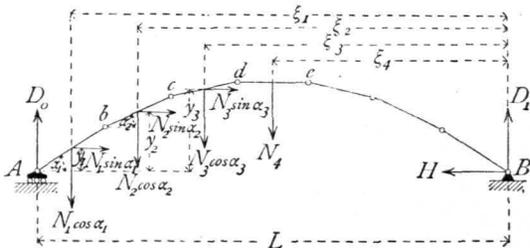
Die drei Kräfte D'_0 , $\Sigma (N)$ und die Mittelkraft R'_1 von H' und D'_1 sind im Gleichgewichte, schneiden sich also in einem Punkte, und zwar in demjenigen Punkte, in welchem die Richtungen von D'_0 und $\Sigma (N)$ sich schneiden, also in F . Die Verbindungslinie der beiden Punkte B und F ergibt demnach die Richtung der Kraft

R'_1 . Ist $\Sigma (N) = \varepsilon \xi$, so wird $\xi \eta = R'_1$ und $\eta \varepsilon = D'_0$.

418.
Nicht
parallele
Winddrücke.

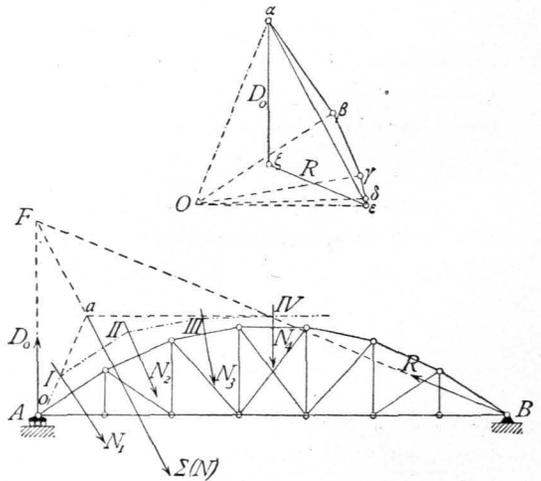
2) Die Winddrücke haben nicht parallele Richtungen. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt. Bei gebrochener Dachfläche werden die Winddrücke, welche auf die einzelnen Flächen wirken, nach den Angaben des Art. 412, S. 378 ermittelt. Bei einer cylindrischen Dachfläche genügt es, einzelne Dachtheile zusammenzufassen und für jeden dieser Theile den Winddruck unter Zugrundelegung eines mittleren Neigungswinkels α zu bestimmen. Man

Fig. 237.



erhält etwa N_1 für die Strecke Ab (Fig. 237), N_2 für bc etc. Die Zerlegung jeden Winddruckes in eine horizontale und eine verticale Componente und die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen ergibt uns die Unbekannten D_0 , D_1 und H . Es wird

Fig. 238.



$$\left. \begin{aligned} H &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D_0 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D_1 &= \frac{1}{L} \Sigma [N(L - \xi) \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha) \end{aligned} \right\} \dots 283.$$

Die graphische Ermittlung der Auflager-Reactionen zeigt Fig. 238.

Die einzelnen Winddrücke ($N_1, N_2, N_3 \dots$) werden mittels eines Kraftpolygons $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ zu einer Resultirenden vereinigt; hierauf wird für einen beliebigen Pol O das Seilpolygon $O I I I I I V$ conftruirt. Alsdann geht die Resultirende durch den Schnittpunkt a der äußersten Seilpolygonseiten und ist parallel zu $\alpha\varepsilon$. Jetzt ersetzt $\Sigma(N)$ alle Winddrücke, und es wirken nur noch die drei Kräfte $D_0, \Sigma(N)$ und R , so daß die graphische Ermittlung von D_0 und R in der soeben gezeigten Weise erfolgen kann. Es ergibt sich $\varepsilon\xi = R$ und $\xi\alpha = D_0$.

Wenn die Dachfläche aus einzelnen ebenen Dach- und Laternenflächen sich zusammensetzt, so ist das Verfahren genau so, wie eben angegeben.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 239). Die Berechnung ergibt

$$\left. \begin{aligned} H' &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D'_1 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi' \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D'_0 &= \frac{1}{L} \Sigma [N(L - \xi') \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha) \end{aligned} \right\} \dots 284.$$

Die Construction von D'_0 und R'_1 ist in Fig. 241 angegeben.

Die Ermittlung der Werthe für N_1, N_2, N_3 kann bequem graphisch vorgenommen werden. Nach Art. 412 ist der Winddruck pro 1qm : $v = 120 \sin^2(\alpha + 10^\circ)$. Diefes v ist nach Fig. 240 leicht für irgend einen Winkel α zu conftruiren.

Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Maßstabe $ab = 120 \text{ kg}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und falle auf dieselbe von a aus die Normale ac ; alsdann ist $\overline{ac} = \overline{ab} \sin(\alpha + 10^\circ)$. Ferner ziehe man von c aus die Normale cd auf ab ; alsdann ist $\overline{ad} = \overline{ac} \sin(\alpha + 10^\circ) = \overline{ab} \sin^2(\alpha + 10^\circ)$. Da $\overline{ab} = 120 \text{ kg}$ ist, so ist $\overline{ad} = 120 \sin^2(\alpha + 10^\circ) = v$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man ad normal zur Dachfläche ab, so erhält man die in Fig. 240 schraffierte Belastungsfläche für Winddruck.

Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend große

Fig. 240.

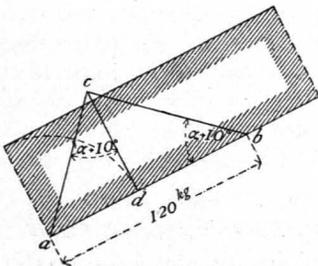


Fig. 239.

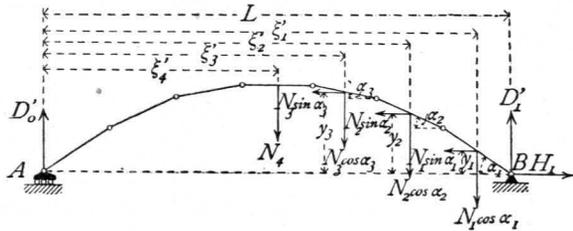


Fig. 241.

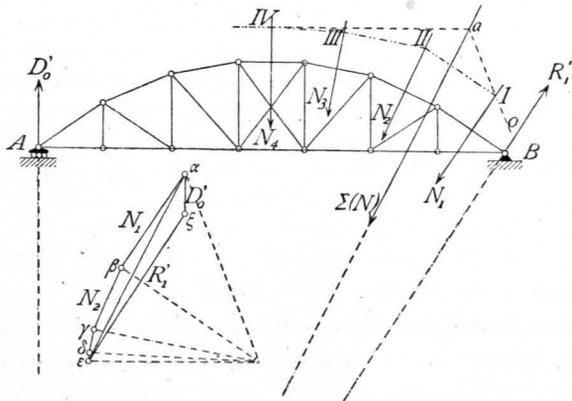
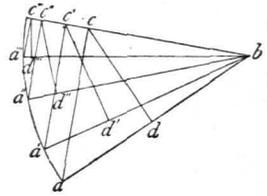


Fig. 242.



Fig. 243.



Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 242 gezeichnete Belastungsfläche, und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Construction) entfällt.

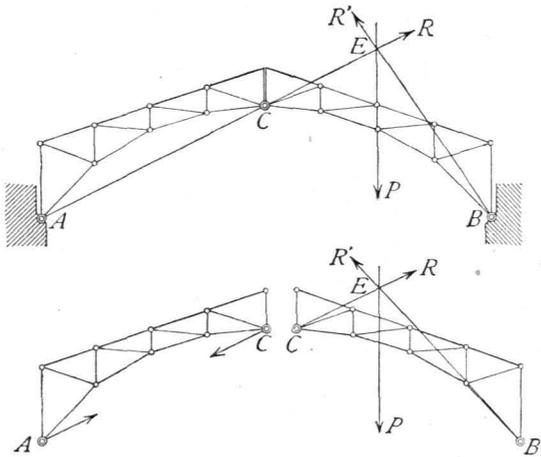
Bequemer macht man die Construction der Winddrücke in einer befonderen Figur (Fig. 243) und erhält $a d$, bzw. $a' d'$, $a'' d''$. . .

c) Auflager-Reactionen bei Sprengwerksdächern.

419.
Allgemeines.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construirt sind (Fig. 244.) Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte.

Fig. 244.



Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich folgendes allgemeine Gesetz: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Reaction, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A eine Reaction R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Reactionen der Auflager A und B wirken, so müssen sich dieselben in einem Punkte schneiden. Daraus folgt, daß die Reaction R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis obigen Satzes ergibt sich folgender Mafsen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P , R und R' , auf die linke Hälfte die Reaction in A und eine Kraft in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, daß nach dem Princip von Wirkung und Gegenwirkung die in C auf den Theil links wirkende Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in C auf den rechten Theil wirkt, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; die Reaction von A geht also durch C . Damit ist obiger Satz allgemein bewiesen.

420.
Verticale
Belastungen.

Es kommen zunächst die verticalen Belastungen (Eigengewicht und Schneeeindruck) in Frage. Die Reactionen in A und B (Fig. 245) haben je eine horizontale und eine verticale Componente. Wir bezeichnen dieselben mit H und V , H_1 und V_1 . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist Alles auf die äußeren Kräfte sich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten