

Nach der Art und Weise, wie die Dachbinder unterstützt sind, lassen sich die Dächer unterscheiden als:

409.
Classification.

1) Balkendächer oder Dächer, deren Binder bei verticalen Belastungen nur verticale Auflager-Reactionen erleiden (Fig. 227);

Fig. 227.

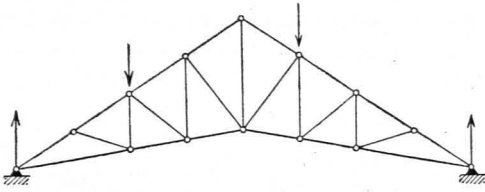
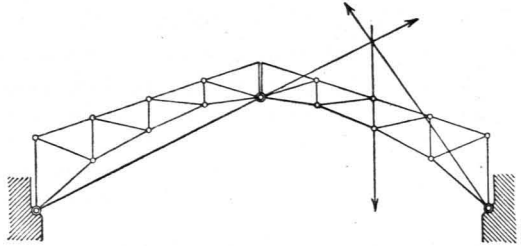


Fig. 228.

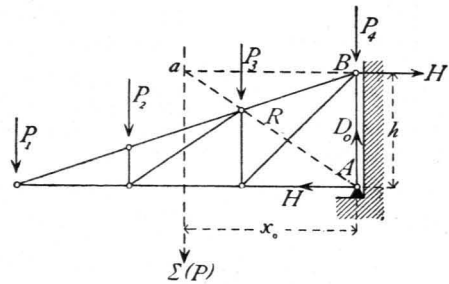


2) Sprengwerkdächer oder Dächer, deren Binder selbst bei nur verticalen Belastungen schiefe Auflager-Reactionen erhalten (Fig. 228), und

3) Console-Dächer oder Dächer, auf deren Binder an den Unterstützungsstellen eine Auflager-Reaction und ein Moment wirkt (Fig. 229).

Es sollen im Vorliegenden nur diejenigen Dachbinder behandelt werden, deren Construction eine genaue Berechnung gestattet, also einmal nur solche mit nicht mehr als zwei Auflagern, sodann von diesen nur jene, welche ohne Rückficht auf den Biegungswiderstand der Verbindungsstellen auch für einseitige und schiefe Belastungen stabil sind. Nicht stabil sind ohne Rückficht auf den erwähnten Biegungswiderstand die Dächer mit liegendem Dachstuhl und die sog. Hängewerksdächer mit zwei Hängefäulen, falls, wie gewöhnlich, die Diagonale im Mittelfelde fehlt: Verzichtet man bei letzteren auf die Annahme verschieden belasteter Dachflächen, so kann die Berechnung genau so durchgeführt werden, wie in Art. 404, S. 371 für den Trapezträger gezeigt ist. *

Fig. 229.



1. Kapitel.

Belastungen und Auflager-Reactionen.

Im vorliegenden Kapitel sollen die Belastungen, welche auf die Dachstühle wirken, und die durch diese Belastungen erzeugten Auflager-Reactionen aufgefucht werden, während in den drei folgenden Kapiteln die inneren Spannungen in den Dachbindern ermittelt werden sollen.

a) Belastungen.

Als Belastungen der Dächer treten hauptsächlich auf: 1) das Eigengewicht des Daches, 2) die Belastung durch Schneedruck und 3) die Belastung durch Winddruck; die sonst etwa vorkommenden Belastungen durch Menschen etc. können als unbedeutend außer Acht gelassen werden.

1) Eigengewicht.

Die Eigengewichte der Dächer setzen sich zusammen aus dem Gewichte der Dachdeckung nebst Zubehör, dem Gewichte der Pfetten, Sparren, des Windver-

410.
Eigengewicht.

bandes etc. und aus dem Gewichte der Binder. Der erste Factor ist beim Beginn der Berechnung pro Flächeneinheit schräger Dachfläche ziemlich genau bekannt und von der Weite des Daches unabhängig; auch der zweite Factor ist, wenn die Binderentfernung einigermaßen fest steht, leicht zu ermitteln.

Der dritte Factor ist vorläufig unbekannt, kann aber nach ausgeführten, ähnlichen Constructionen geschätzt und demnach vorläufig angenommen werden; derselbe ist übrigens den beiden ersten Factoren gegenüber meistens gering.

Für die erste Berechnung kann man die nachfolgenden vorläufigen Annahmen über das Eigengewicht der Dächer¹⁶⁸⁾ machen; eine nachherige Gewichtsrechnung muß ergeben, ob diese Annahmen entsprechend waren oder ob eine zweite Rechnung durchzuführen ist.

Eigengewichte γ der Dächer
pro 1^{qm} schräger Dachfläche (in Kilogr.).

α) Holzdächer.		β) Metaldächer.	
Art des Daches	Mittl. Gewicht	Art des Daches	Mittl. Gewicht
Einfaches Ziegeldach	102	Asphaltdach mit Fliesenunterlage	102
Doppel- u. Kronenziegeldach	127	Steinappendach	30
Falzziegeldach	72	Rohr- und Strohdach ohne Lehm	61
Gewöhnliches Schieferdach	76	Rohr- und Strohdach mit Lehm	76
Dornfches Leimdach	61 bis 76	Zink- u. Eifenblechdach auf Holzschalung	41
Holzementdach	164		
Asphaltdach mit Lehmunterlage	61 bis 76	Schiefer auf Winkeleifen	45
		Ebenes Eifenblech auf Winkeleifen	25
		Eifenwellenblech auf Winkeleifen	22
		Ebenes Zinkblech auf Schalung u. Profileifen	48
		Zinkwellenblech auf Winkeleifen	15
		Glas auf Winkel-, bezw. Sproffeneifen	50

Die Zahlen der vorstehenden Tabelle enthalten die Eigengewichte der Dachbinder noch nicht, sondern nur die Gewichte der Deckmaterialien einchl. Hilfsmaterial, der Lattung, bezw. Schalung, der Sparren und der Pfetten.

Für die Dachbinder können folgende Gewichtsannahmen gemacht werden:

1) Holzdächer (pro 1^{qm} schräger Dachfläche):

- a) Dachbinder, stehende oder liegende, mit allem Zubehör an Holztheilen, bei Spannweiten von 7,5 bis 15 m 7 bis 13 kg
- b) einfache Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von 10 bis 18 m 12 » 18 kg
- c) combinirte Spreng- und Hängeböcke, desgl., bei Spannweiten von etwa 20 m 20 » 24 kg
- d) frei tragende Dachbinder verschiedener Constructionsformen, desgl., bei 10 bis 18 m Spannweite 20 » 30 kg

2) Eifendächer (pro 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche):

- bei leicht construirten Dachstützen 14 » 20 kg
- bei schwer construirten Dachstützen 20 » 30 kg

Da es oft bequemer ist, die Belastungen aus der überdeckten Grundfläche statt aus der schrägen Dachfläche zu ermitteln, so sind in der folgenden Tabelle die Eigengewichte g der Dächer ausschließlich des Gewichtes der Dachbinder pro 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche, und zwar für die verschiedenen vorkommenden Dachneigungen (h bezeichnet die Höhe, L die Stützweite des Daches) angegeben.

¹⁶⁸⁾ Nach: Deutsches Bauhandbuch. Bd. I. Berlin 1879. S. 229. Bd. II. Berlin 1880. S. 127.

Heinzerling, F. Der Eifen-Hochbau der Gegenwart. Aachen 1876—78. Heft I. S. 9.

Tetmajer, L. Die äußeren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhlconstructions. Zürich 1875. S. 8.

Eigengewichte der Dächer, ausschliesslich Dachbinder,
pro 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche (in Kilogr.)

Art des Daches:	$\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
		a) Holzdächer.								
Einfaches Ziegeldach	144	122	114	—	—	—	—	—	—	—
Doppel- und Kronenziegeldach	180	152	142	—	—	—	—	—	—	—
Falzziegeldach	102	87	81	77	76	75	74	—	—	—
Gewöhnliches Schieferdach	108	91	85	82	—	—	—	—	—	—
Afphaltdach mit Lehmunterlage	106	91	84	81	79	78	77	77	77	77
» » Fliesenunterlage	144	122	114	110	107	106	105	104	104	104
Steinpappdach	42	36	34	32	32	31	31	31	31	30
Zink- und Eifenblechdach auf Holzschalung	58	49	46	44	43	42	42	42	42	42
β) Metaldächer.										
Schiefer auf Winkeleifen	64	54	50	48	—	—	—	—	—	—
Ebenes Eifenblech auf Winkeleifen	35	30	28	27	26	26	26	26	26	26
Eifenwellenblech auf Winkeleifen	31	26	25	24	23	23	23	23	23	22
Ebenes Zinkblech auf Schalung und Profileifen	68	58	54	52	51	50	49	49	49	49
Zinkwellenblech auf Winkeleifen	21	18	17	16	16	16	15	15	15	15
Glas auf Winkel-, bezw. Sproffeneifen	71	60	56	54	—	—	—	—	—	—

Beim Holzcementdach hat das Dach eine so geringe Neigung (etwa 1 : 20), dass man als Belastung pro 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche unbedenklich den Werth der Tabelle auf S. 376, d. i. 164 kg annehmen kann.

2) Schneedruck.

Als grösste Schneehöhe, welche ungünstigsten Falles in unserem Klima fällt, ohne dass mittlerweile eine Beseitigung des gefallenen Schnees möglich ist, kann man etwa 0,6 m annehmen; das specifische Gewicht des Schnees beträgt circa 0,125; mithin ist das Maximalgewicht der Schneelast pro 1^{qm} der Horizontalprojection (Fig. 230) 0,125 · 0,6 · 1000 = 75^{kg}. Diese Last kommt auf \overline{ab} Quadratmeter der Dachfläche; da $\overline{ab} = \frac{1}{\cos \alpha}$ ist, so kommt auf 1^{qm} der schrägen Dachfläche eine Schneelast

411.
Schneedruck.

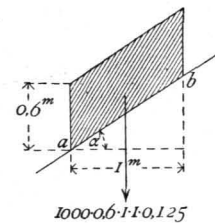


Fig. 230.

$$\sigma = \frac{75}{\overline{ab}} = 75 \cos \alpha \quad . . . \quad 271.$$

Für die verschiedenen Verhältnisse der Firshöhe h zur Stützweite L ergeben sich demnach die in folgender Tabelle zusammengestellten

Maximal-Belastungen σ durch Schneedruck
pro 1^{qm} schräger Dachfläche.

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$\alpha =$	45°	33° 41'	26° 40'	21° 50'	18° 25'	16°	14°	12° 30'	11° 20'
$\sigma =$	53	62	67	70	71	72	73	73	73 Kilogr.

Für 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche beträgt die ungünstigste Schneebelastung 75^{kg}.

3) Winddruck.

412.
Winddruck.

Die Größe des Winddruckes pro 1^{qm} der normal zur Windrichtung stehenden Ebene ist dem Quadrate der Geschwindigkeit des Windes proportional. Wird der Winddruck mit P bezeichnet, die normal getroffene Fläche mit F und die Geschwindigkeit des Windes pro Secunde mit V (in Metern), so ist nach *d' Aubuiffon* ¹⁶⁹⁾

$$P = 0,11 \cdot 1,231 F^{1,1} V^2 \text{ Kilogr.}$$

Für gewöhnliche Verhältnisse wird es genügen, F in der ersten Potenz einzuführen. Der Druck pro 1^{qm} ergibt sich alsdann zu $p = 0,1354 V^2$. Nach *Winkler* ist $p = 0,12 V^2$, nach *Ott* $p = 0,113 V^2$.

Wählt man $p = 0,135 V^2$ und nimmt als größte Windgeschwindigkeit $V = 30^m$ an, welche bedeutende Geschwindigkeit nur ganz ausnahmsweise eintritt, so erhält man rot.

$$p = 120 \text{ Kilogr.} \dots \dots \dots 272.$$

Selbstverständlich muß man die Größe von p eventuell modificiren, wenn ein Gebäude an besonders ausgesetzter Stelle in einer Gegend gebaut wird, in welcher notorisch starke Stürme wehen. In solchen Gegenden kann man $V = 40^m$, eventuell noch größer annehmen. Für $V = 40^m$ ergibt sich $p = 216,6 = \approx 220 \text{ kg}$. Man ist neuerdings bis zu der Annahme $p = 250 \text{ kg}$ gegangen.

Die Windrichtung schließt nach den gemachten Beobachtungen einen Winkel von nahezu 10 Grad mit der Horizontalen ein. Dieser Winkel möge β , der Winkel der Dachfläche mit der Horizontalen α genannt werden. Es ist zu untersuchen, wie der Winddruck die Dachfläche belastet.

Der Druck zwischen zwei sich berührenden Körpern kann höchstens um einen Winkel von der Normalen zur Berührungsfläche abweichen, welcher gleich ist dem Reibungswinkel. Zwischen der Dachfläche und der sie umspielenden Luft findet keine Reibung statt; der Reibungswinkel ist hier also gleich Null; mithin ist der Druck zwischen der Dachfläche und der Luft stets normal zur Dachfläche gerichtet. Es kann also nur diejenige Componente des Winddruckes, welche normal zur Dachfläche gerichtet ist, durch einen Gegendruck der Dachfläche aufgehoben werden, d. h. auf die Dachconstruction wirken; die andere Componente des Winddruckes hat auf die Dachconstruction keinen Einfluß.

Es ist demnach die Normalcomponente N (Fig. 231) zu ermitteln und in die Rechnung einzuführen. Der Druck gegen die vom Winde getroffene Dachfläche AB , deren Länge normal zur Bildfläche gleich der Einheit sei, ist $W = 120 AC$, wenn AC die Projection der Fläche AB auf die normal zur Windrichtung stehende Ebene ist. Nun ist

$AC = AB \sin(\alpha + \beta)$, mithin

$$W = 120 AB \sin(\alpha + \beta).$$

Die normal zur Dachfläche gerichtete Componente des Winddruckes W ist alsdann $N = W \sin^2(\alpha + \beta)$, also

$$N = 120 AB \sin^2(\alpha + \beta),$$

und der Normaldruck auf 1^{qm} der Dachfläche

$$\frac{N}{AB} = 120 \sin^2(\alpha + \beta) \text{ oder } v = 120 \sin^2(\alpha + 10^\circ) \dots \dots \dots 273.$$

Aus Gleichung 273. ergeben sich für die verschiedenen Dachneigungen die in folgender Tabelle angeführten Werthe für v .

¹⁶⁹⁾ Rühlmann, M. Hydromechanik. Leipzig 1857. S. 490.

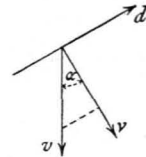
Normal-Belastungen v durch Winddruck
pro 1^{qm} schräger Dachfläche

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$\alpha =$	45°	33°41'	26°40'	21°50'	18°25'	16°	14°	12°30'	11°20'
$v = \text{rot.}$	81	57	43	34	27	23	20	18	16 Kilogr.

Zerlegt man den Normaldruck v in eine verticale und eine in die Richtung der Dachfläche fallende Componente (Fig. 232), so wird die erstere

Fig. 232.

pro 1^{qm} der Dachfläche $v = \frac{v}{\cos \alpha}$ und pro 1^{qm} Horizontalprojection der Dachfläche



$$v = \frac{v}{\cos^2 \alpha} = \frac{120 \sin^2 (\alpha + 10^\circ)}{\cos^2 \alpha} \dots 274.$$

Die Werthe für v sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Für $\frac{h}{L} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
$v =$	162	82	54	40	30	25	21	19	17 Kilogr.

Außer den hier angeführten Belastungen kommen häufig noch andere vor, indem unter dem Dache befindliche Decken-Constructions an den Dachstuhl angehängt werden. In diesem Falle wirkt der Dachbinder auch noch als Träger; alsdann sind die durch die erwähnte Mehrbelastung entstehenden Spannungen in der im 2. Kapitel des vorhergehenden Abschnittes angegebenen Weise zu berechnen und zu den außerdem im Dachbinder ermittelten Spannungen zu addiren. Wir werden diesen aufsergewöhnlichen, aber nicht schwierigen Fall nicht weiter behandeln.

4) Belastungen pro Knotenpunkt.

Aus den vorstehend angegebenen Belastungen pro 1^{qm} der Dachfläche erhält man nun leicht die auf das laufende Meter der Dachbinder wirkenden äußeren Kräfte. Wird die Entfernung der parallel zu einander angeordneten Dachbinder gleich b gefetzt, so ergibt sich das Eigengewicht und die Schneelast pro lauf. Meter Stützweite der Binder, wenn noch q' das Eigengewicht pro 1^{qm} Grundfläche incl. Binder-gewicht bezeichnet, zu

413.
Knotenpunkts-
Belastungen.

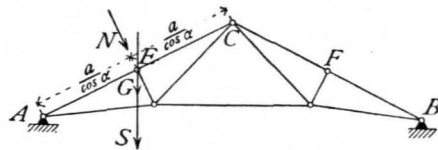
$$g = b q' \text{ und } s = 75 b, \dots 275.$$

der Winddruck pro lauf. Meter schräger Dachlinie zu

$$n = b v \dots 275^a.$$

Sind die Dachbinder einander nicht parallel, so ist die Belastung pro lauf. Meter Binder variabel, entsprechend der veränderlichen Dachfläche, welche auf die einzelnen Bindertheile entfällt.

Fig. 233.



Die auf die einzelnen Knotenpunkte entfallenden Lasten werden nun erhalten, indem man die Belastung pro lauf. Meter Stützweite, bezw. schräger Dachlinie mit derjenigen Länge multiplicirt, welche auf einen Knotenpunkt entfällt. Für den Knotenpunkt E (Fig. 233) wird demnach

$$G = a b q', S = 75 a b \text{ und } N = \frac{a}{\cos \alpha} b v \dots 276.$$

Man könnte die Werthe für G , S und N auch nach der Theorie der continuirlichen Träger bestimmen, indem man AEC als continuirlichen Träger auf 3 Stützen auffazt; doch dürfte die angegebene

einfachere Methode sich mehr empfehlen, da die Annahmen, welche der Berechnung der continuirlichen Träger zu Grunde gelegt werden, hier doch nicht genau erfüllt sind und die größere Complicirtheit der Rechnung kein entsprechend genaueres Resultat giebt.

5) Belastungsannahmen.

414.
Belastungs-
annahmen.

Sämmtliche Lasten werden in den Knotenpunkten des Systemes wirkend angenommen. Die Eigengewichte wirken zum allergrößten Theile in den Knotenpunkten derjenigen Gurtung, die in den Dachflächen liegt; nur ein ganz geringer Bruchtheil wirkt in den Knotenpunkten der anderen Gurtung. Meistens kann man annehmen, daß die Eigenlasten ganz in den ersteren Knotenpunkten concentrirt sind.

Die Windbelastung kann nur einseitig wirken; denn da die Windrichtung einen Winkel $\beta = 10$ Grad mit der Horizontalebene einschließt, so kann der Wind beide Dachflächen nur dann treffen, wenn diese einen kleineren Winkel mit der Horizontalen bilden, als 10 Grad. Für so flache Dächer ist aber der Winddruck so gering, daß er ungefährlich ist. Der Winddruck ist also stets einseitig zu rechnen.

Der Schnee endlich kann das ganze Dach oder einen Theil desselben belasten. Wenn nun auch für manche Stäbe eventuell eine Schneebelastung über einen bestimmten Bruchtheil des Daches die ungünstigste Beanspruchung ergeben sollte, so werden wir doch diese der Berechnung nicht zu Grunde legen, weil dieselbe nur in den allerfeltesten Fällen einmal vorkommen kann; vielmehr werden wir nur totale Belastung des Daches und Belastung der einen Dachhälfte durch Schnee ins Auge fassen. Wir werden später zeigen, daß die zweite Belastungsart Resultate ergiebt, aus denen die Spannungen für totale Schneebelastung ohne Schwierigkeit abgelesen werden können.

b) Auflager-Reactionen bei Balkendächern.

415.
Verticale
Belastungen.

Die Auflager-Reactionen, welche verticale Belastungen (Eigengewicht und Schneedruck) erzeugen, sind, da der Dachbinder genau wie ein Träger auf zwei Stützen wirkt, eben so zu ermitteln, wie bei den »Trägern« (Kap. 2 des vorhergehenden Abschnittes) gezeigt worden ist.

416.
Schiefe
Belastungen.

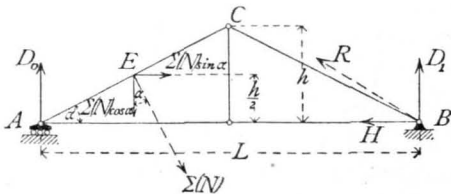
Sind die Auflager-Reactionen zu ermitteln, welche die schiefen Winddruckbelastungen erzeugen, so haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: entweder sind alle Winddrücke einander parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche eine Ebene ist, oder die Winddrücke sind nicht parallel, welcher Fall eintritt, wenn die vom Winde getroffene Dachfläche sich aus mehreren Ebenen zusammensetzt.

Für beide Fälle ist zunächst klar, daß der Dachbinder nicht einfach frei auf die Stützpunkte gelagert werden darf. Denn ist $\Sigma(N)$ die Resultirende aller Wind-

drücke (Fig. 234), so hat $\Sigma(N)$ eine horizontale Componente $\Sigma(N) \sin \alpha$. Gleichgewicht ist also nur möglich, wenn Seitens des einen der beiden Auflager eine Horizontal-Reaction $H = \Sigma(N) \sin \alpha$ auf den Binder wirkt; es muß also das Dach in A oder B fest oder unverrückbar mit dem Auflager verbunden werden.

Wollte man ein eisernes Dach in

Fig. 234.



beiden Punkten *A* und *B* fest mit dem Auflager verbinden, so würde dasselbe bei Aenderung der Temperatur nicht im Stande sein, sich auszudehnen, bzw. zusammenzuziehen; es würden demnach durch die Temperaturveränderungen wesentliche Spannungen im Dache entstehen, event. die stützenden Wände gelockert werden. Man construirt deshalb bei eisernen Dachstühlen das eine Auflager so, daß dasselbe eine freie Ausdehnung und Zusammenziehung gestattet; das andere stellt eine feste Verbindung zwischen Träger und stützender Wand her. Wir wollen in der Folge stets ein festes und ein bewegliches Auflager, und zwar das Auflager bei *A* als das bewegliche, dasjenige bei *B* als das feste annehmen. Nehmen wir ferner an, daß das Auflager bei *A* eine Bewegung ohne Reibung gestattet, so kann die Reaction bei *A* nur vertical wirken. Diese Annahme ist nicht genau richtig, aber für die Praxis ausreichend. Die Reaction bei *B* dagegen kann beliebige Richtung annehmen.

Es ergeben sich hier verschiedene Auflager-Reactionen, je nachdem die Windbelastung auf derjenigen Dachseite stattfindet, an welcher das bewegliche Auflager *A* ist, oder auf derjenigen, an welcher das feste Auflager *B* liegt.

1) Die Winddrücke sind parallel. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt (Fig. 234). Die Mittelkraft Σ (*N*) sämtlicher Winddrücke greife in der Mitte von *AC*, etwa in *E* an und sei gleich der Summe aller Einzeldrücke. Σ (*N*) zerlegt sich im Punkte *E* in eine horizontale und eine verticale Componente Σ (*N*) sin α und Σ (*N*) cos α; in *A* wirkt die verticale Auflager-Reaction *D*₀, in *B* die schiefe Auflager-Reaction *R*, welche gleichfalls in eine horizontale Componente *H* und in eine verticale Componente *D*₁ zerlegt wird. Die drei Unbekannten *D*₀, *D*₁ und *H* erhalten wir durch die drei Gleichgewichtsbedingungen. Es ist

$$0 = \Sigma(N) \sin \alpha - H, \text{ woraus } H = \Sigma(N) \sin \alpha \dots 277.$$

$$D_0 L + \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{3}{4} L = 0, \text{ woraus, da } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2h}{L},$$

$$D_0 = \Sigma(N) \frac{\cos \alpha}{4} (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \dots 278.$$

$$D_1 L - \Sigma(N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma(N) \cos \alpha \frac{L}{4} = 0,$$

woraus

$$D_1 = \frac{\Sigma(N)}{4 \cos \alpha} \dots 279.$$

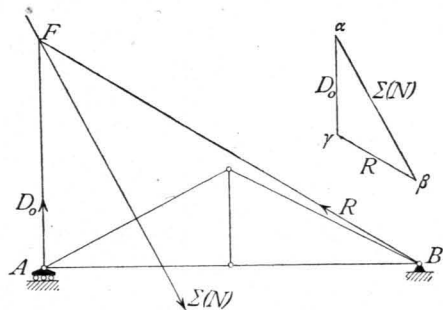
Auf graphischem Wege geschieht die Ermittlung der Auflager-Reactionen in der durch Fig. 235 veranschaulichten Weise.

Die drei auf das System wirkenden Kräfte *D*₀, *R* und Σ (*N*) halten dasselbe im Gleichgewicht, schneiden sich also in einem Punkte; die Kraft *R* geht sonach durch den Schnittpunkt *F* der Kräfte *D*₀ und Σ (*N*). *R* geht auch durch *B*; also ist *BF* die Richtung der Kraft *R*. Das Kräfte-dreieck für diese drei Kräfte ergibt, wenn αβ = Σ (*N*) ist, *R* = βγ und *D*₀ = γα.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 236). Die Mittelkraft Σ (*N*) greift in der Mitte der rechtsseitigen Dachfläche, in *E'* an und zerlegt sich in eine verticale und eine horizontale Componente. Wir erhalten durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen:

417.
Parallele
Winddrücke.

Fig. 235.



$$0 = H' - \Sigma (N) \sin \alpha, \text{ woraus } H' = \Sigma (N \sin \alpha) \dots 280.$$

$$0 = D'_0 L - \Sigma (N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma (N) \cos \alpha \frac{L}{4}, \text{ woraus } D'_0 = \frac{\Sigma (N)}{4 \cos \alpha} \dots 281.$$

$$0 = D'_1 L + \Sigma (N) \sin \alpha \frac{h}{2} - \Sigma (N) \cos \alpha \frac{3}{4} L,$$

woraus

$$D'_1 = \frac{\Sigma (N) \cos \alpha}{4} (3 - \text{tg}^2 \alpha) \dots 282.$$

Man sieht, es ist $D_0 = D'_1$, $D_1 = D'_0$ und $H = H'$; nur ist bei H' der Sinn demjenigen von H entgegengesetzt.

Durch Construction lassen sich die Auflager-Reactionen im vorliegenden Falle, wie in Fig. 236 gezeigt, ermitteln.

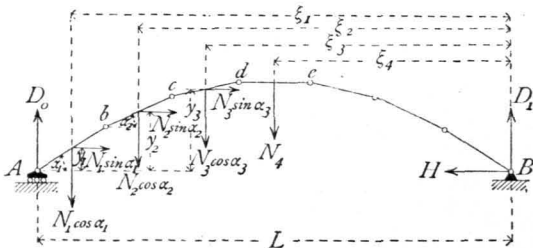
Die drei Kräfte D'_0 , $\Sigma (N)$ und die Mittelkraft R'_1 von H' und D'_1 sind im Gleichgewichte, schneiden sich also in einem Punkte, und zwar in demjenigen Punkte, in welchem die Richtungen von D'_0 und $\Sigma (N)$ sich schneiden, also in F . Die Verbindungslinie der beiden Punkte B und F ergibt demnach die Richtung der Kraft

R'_1 . Ist $\Sigma (N) = \varepsilon \xi$, so wird $\xi \eta = R'_1$ und $\eta \varepsilon = D'_0$.

418.
Nicht
parallele
Winddrücke.

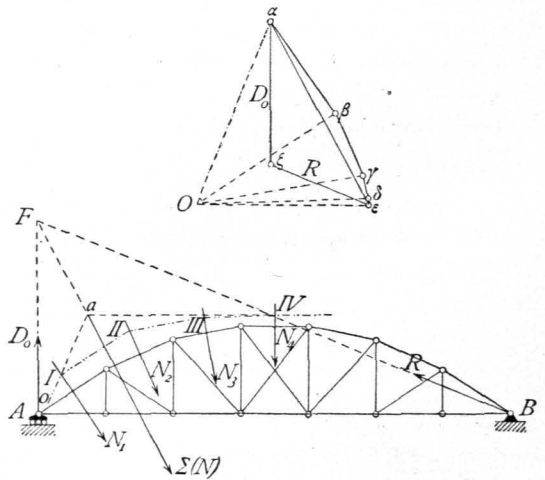
2) Die Winddrücke haben nicht parallele Richtungen. α) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das bewegliche Auflager liegt. Bei gebrochener Dachfläche werden die Winddrücke, welche auf die einzelnen Flächen wirken, nach den Angaben des Art. 412, S. 378 ermittelt. Bei einer cylindrischen Dachfläche genügt es, einzelne Dachtheile zusammenzufassen und für jeden dieser Theile den Winddruck unter Zugrundelegung eines mittleren Neigungswinkels α zu bestimmen. Man

Fig. 237.



erhält etwa N_1 für die Strecke Ab (Fig. 237), N_2 für bc etc. Die Zerlegung jeden Winddruckes in eine horizontale und eine verticale Componente und die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen ergibt uns die Unbekannten D_0 , D_1 und H . Es wird

Fig. 238.



$$\left. \begin{aligned} H &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D_0 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D_1 &= \frac{1}{L} \Sigma [N(L - \xi) \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha) \end{aligned} \right\} \dots 283.$$

Die graphische Ermittlung der Auflager-Reactionen zeigt Fig. 238.

Die einzelnen Winddrücke ($N_1, N_2, N_3 \dots$) werden mittels eines Kraftpolygons $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ zu einer Resultirenden vereinigt; hierauf wird für einen beliebigen Pol O das Seilpolygon $O I I I I I V$ conftruirt. Alsdann geht die Resultirende durch den Schnittpunkt a der äußersten Seilpolygonseiten und ist parallel zu $\alpha\varepsilon$. Jetzt ersetzt $\Sigma(N)$ alle Winddrücke, und es wirken nur noch die drei Kräfte $D_0, \Sigma(N)$ und R , so daß die graphische Ermittlung von D_0 und R in der foeben gezeigten Weise erfolgen kann. Es ergibt sich $\varepsilon\xi = R$ und $\xi\alpha = D_0$.

Wenn die Dachfläche aus einzelnen ebenen Dach- und Laternenflächen sich zusammensetzt, so ist das Verfahren genau so, wie eben angegeben.

β) Diejenige Dachhälfte ist belastet, an welcher das feste Auflager liegt (Fig. 239). Die Berechnung ergibt

$$\left. \begin{aligned} H' &= \Sigma (N \sin \alpha), \quad D'_1 = \frac{1}{L} \Sigma (N \xi' \cos \alpha) - \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha), \\ D'_0 &= \frac{1}{L} \Sigma [N(L - \xi') \cos \alpha] + \frac{1}{L} \Sigma (N y \sin \alpha) \end{aligned} \right\} \dots 284.$$

Die Conftruction von D'_0 und R'_1 ist in Fig. 241 angegeben.

Die Ermittlung der Werthe für N_1, N_2, N_3 kann bequem graphisch vorgenommen werden. Nach Art. 412 ist der Winddruck pro 1qm : $v = 120 \sin^2 (\alpha + 10^\circ)$. Diefes v ist nach Fig. 240 leicht für irgend einen Winkel α zu conftruiren.

Man mache in der Dachfläche nach beliebigem Maßstabe $ab = 120 \text{ kg}$, lege durch b eine Linie parallel zur Windrichtung und falle auf dieselbe von a aus die Normale ac ; alsdann ist $\overline{ac} = \overline{ab} \sin (\alpha + 10^\circ)$. Ferner ziehe man von c aus die Normale cd auf ab ; alsdann ist $\overline{ad} = \overline{ac} \sin (\alpha + 10^\circ) = \overline{ab} \sin^2 (\alpha + 10^\circ)$. Da $\overline{ab} = 120 \text{ kg}$ ist, so ist $\overline{ad} = 120 \sin^2 (\alpha + 10^\circ) = v$, d. h. der gefuchte Winddruck. Trägt man ad normal zur Dachfläche ab, so erhält man die in Fig. 240 schraffierte Belastungsfläche für Winddruck.

Bildet die Dachfläche eine Cylinderfläche, so wähle man eine genügend grose

Fig. 240.

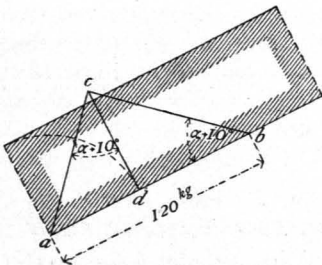


Fig. 239.

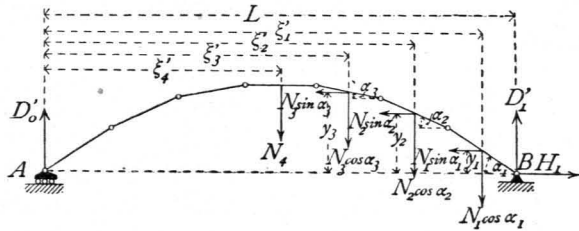


Fig. 241.

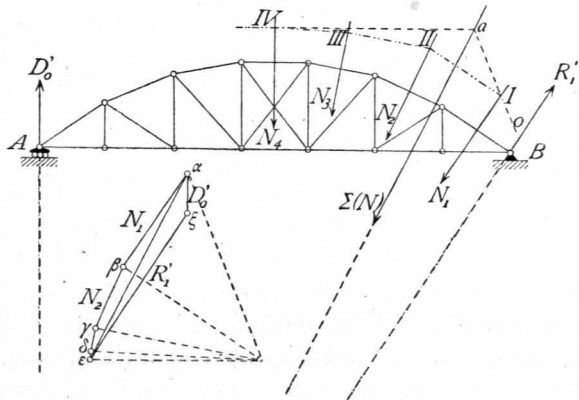


Fig. 242.

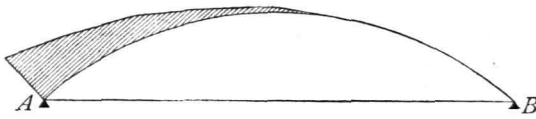
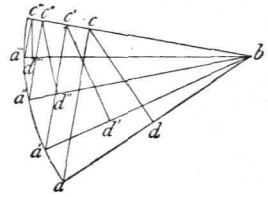


Fig. 243.



Anzahl von Punkten aus, für welche man die gezeigte Construction vornimmt. Man erhält die in Fig. 242 gezeichnete Belastungsfläche, und kann daraus leicht die Größe des Winddruckes ermitteln, welcher auf die einzelnen Stützpunkte (Knotenpunkte der Construction) entfällt.

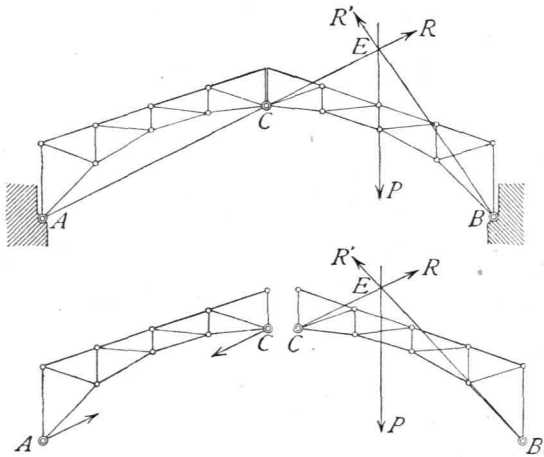
Bequemer macht man die Construction der Winddrücke in einer befonderen Figur (Fig. 243) und erhält $a d$, bzw. $a' d'$, $a'' d''$. . .

c) Auflager-Reactionen bei Sprengwerksdächern.

419.
Allgemeines.

Von den Sprengwerksdächern sollen hier nur diejenigen behandelt werden, deren Binder mit drei Gelenken construirt sind (Fig. 244.) Zwei Gelenke befinden sich an den Auflagerpunkten A und B , ein drittes C gewöhnlich in der Bindermitte.

Fig. 244.



Betrachtet man zunächst den Träger selbst als gewichtslos, so ergibt sich folgendes allgemeine Gesetz: Jede Belastung der einen Hälfte, etwa CB , erzeugt im Auflagerpunkt der nicht belasteten Hälfte eine Reaction, deren Richtung durch den betreffenden Auflagerpunkt, hier A , und das Mittelgelenk C bestimmt ist.

Eine Last P auf der Hälfte BC erzeugt also in A eine Reaction R mit der Richtung AC , und da auf das System nur drei Kräfte, nämlich die Last P und die Reactionen der Auflager A und B wirken, so müssen sich dieselben in einem Punkte schneiden. Daraus folgt, daß die Reaction R' von B aus durch den Schnittpunkt E der Richtungen AC und P geht.

Der Beweis obigen Satzes ergibt sich folgender Mafsen. Auf die rechte Hälfte BC wirken P , R und R' , auf die linke Hälfte die Reaction in A und eine Kraft in C . Beide sind vor der Hand unbekannt; doch wissen wir, daß nach dem Princip von Wirkung und Gegenwirkung die in C auf den Theil links wirkende Kraft genau so groß ist, wie die Kraft, welche in C auf den rechten Theil wirkt, d. h. wie R ; nur ist der Sinn beider entgegengesetzt. Die beiden auf die unbelastete linke Hälfte wirkenden Kräfte halten diesen Theil im Gleichgewicht; dies ist aber nur möglich, wenn beide in dieselbe Richtung fallen, welche durch die beiden Angriffspunkte A und C gegeben ist, entgegengesetzten Sinn und gleiche Größe haben; die Reaction von A geht also durch C . Damit ist obiger Satz allgemein bewiesen.

420.
Verticale
Belastungen.

Es kommen zunächst die verticalen Belastungen (Eigengewicht und Schneeeindruck) in Frage. Die Reactionen in A und B (Fig. 245) haben je eine horizontale und eine verticale Componente. Wir bezeichnen dieselben mit H und V , H_1 und V_1 . Sind diese 4 Werthe bekannt, so ist Alles auf die äußeren Kräfte sich Beziehende bekannt. Wir betrachten zuerst das Gleichgewicht der rechten

Fig. 245.

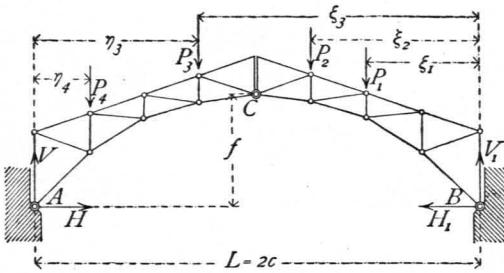
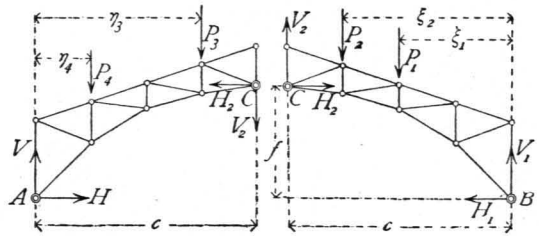


Fig. 246.



Hälfte (Fig. 246). In C wirkt auf dieselbe eine Kraft, deren Componenten H_2 und V_2 sein mögen. Alsdann ist die Summe der statischen Momente für B als Drehpunkt gleich Null, mithin

$$H_2 f + V_2 c - \Sigma (P \xi) = 0.$$

Betrachtet man nun die linke Hälfte (Fig. 246), so wirkt auf diese in C eine genau so große Kraft, wie in C auf die rechte Hälfte wirkt; nur ist der Sinn entgegengesetzt. Es werden demnach die Componenten dieser Kraft wiederum H_2 und V_2 , aber mit entgegengesetztem Sinne sein. Die Summe der statischen Momente für A als Drehpunkt ist gleich Null; mithin, wenn stets die Summationen, die sich auf die linke Hälfte beziehen, mit dem Index 1 bezeichnet werden,

$$H_2 f - V_2 c - \Sigma_1 (P \eta) = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhalten wir

$$H_2 = \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (P \xi) - \Sigma_1 (P \eta)}{L} \quad \dots \quad 285.$$

Die Anwendung der übrigen Gleichgewichtsbedingungen auf die beiden Hälften ergibt nun leicht

$$\left. \begin{aligned} H = H_2 = H_1 &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \eta)}{2f} \\ V = V_2 + \Sigma_1 (P) &= \frac{\Sigma (P \xi) + \Sigma_1 (P \xi)}{L} \\ V_1 = \Sigma (P) - V_2 &= \frac{\Sigma [P(L - \xi)] + \Sigma_1 [P(L - \xi)]}{L} \end{aligned} \right\} \dots \quad 286.$$

Die Verticalcomponenten der Auflager-Reactionen sind demnach genau so groß, wie bei gleicher Belaftung an einem Balkenträger von der Spannweite L . Jetzt sind auch die Resultirenden R und R_1 , so wie deren Winkel α und α_1 mit der Horizontalen gefunden. Es werden

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha = \frac{V}{H}; \quad R_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \quad 287.$$

Beispiel. 1) Die beiden Dachhälften seien gleich belaftet, je mit g pro Längeneinheit der Horizontalprojection (Fig. 247). Dann ist

$$\begin{aligned} \Sigma (P) = \Sigma_1 (P) &= g c; \quad \Sigma (P \xi) = \Sigma_1 (P \eta) = \frac{g c^2}{2}; \\ H = \frac{g c^2}{2f}; \quad V_2 &= 0; \quad V = V_2 + \Sigma_1 (P) = g c; \quad V_1 = \Sigma (P) - V_2 = g c \quad \dots \quad 288. \end{aligned}$$

Fig. 247.

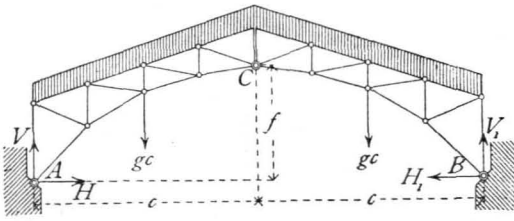
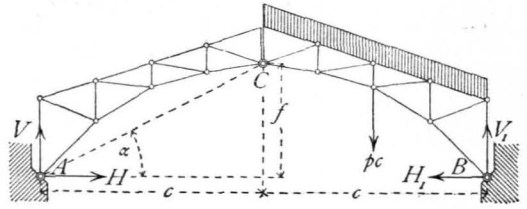


Fig. 248.



2) Die eine (rechte) Hälfte sei mit p pro Längeneinheit der Horizontalprojection belaftet, die andere (linke) Hälfte sei unbelaftet (Fig. 248). Alsdann ist

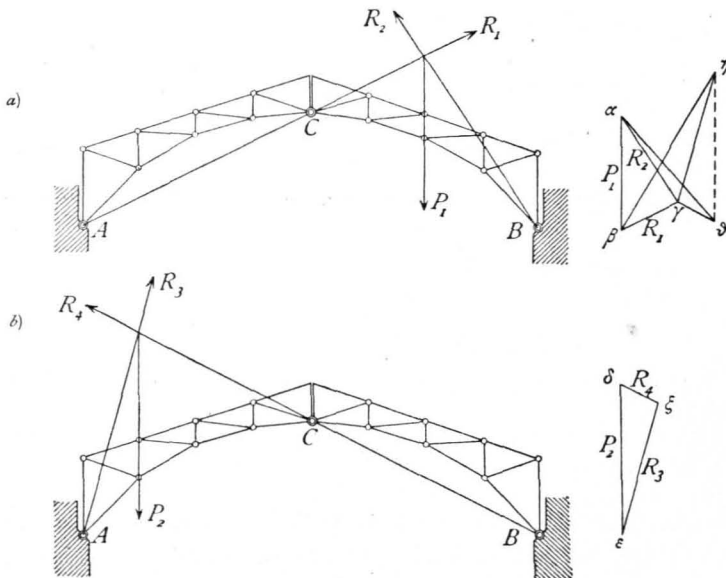
$$\Sigma(P) = pc; \quad \Sigma_1(P) = 0; \quad \Sigma(P\xi) = \frac{p c^2}{2}; \quad \Sigma_1(P\eta) = 0;$$

$$H_2 = H = H_1 = \frac{pc^2}{4f}; \quad V_2 = \frac{pc^2}{2 \cdot 2c} = \frac{pc}{4}; \quad V = \frac{pc}{4}; \quad V_1 = \frac{3pc}{4} \quad \dots \quad 289.$$

Hier ist nach Gleichung 287. $\text{tg } \alpha = \frac{pc \cdot 4f}{4pc^2} = \frac{f}{c}$, d. h. die Richtung von R geht durch A und C , wie oben bereits auf anderem Wege bewiesen ist.

Die graphische Ermittlung der in Rede stehenden Auflager-Reactionen ist in Fig. 249 dargestellt.

Fig. 249.



Es empfiehlt sich für beliebige Belaftung zuerst nur die eine Hälfte belaftet anzunehmen und für diese Belaftung die Reactionen zu ermitteln, darauf die Reactionen für die Belaftung nur der anderen Hälfte aufzufuchen. Die Zusammenfassung der für die einzelnen Belaftungen gefundenen Reactionen er giebt alsdann die wirklichen Reactionen. Es sei zunächst nur die rechte Hälfte belaftet und die Resultirende dieser Laften gleich P_1 ; alsdann haben R_1 und R_2 die in Fig. 249 a gezeichneten Richtungen, und es ergibt sich die Größe beider durch das Kraftpolygon zu $\beta\gamma = R_1$ und $\gamma\alpha = R_2$. In gleicher Weise erhält man $\epsilon\xi = R_3$ und $\xi\delta = R_4$.

In A wirken nun R_1 und R_3 , in B : R_2 und R_4 . Die Größe und Richtung der Totalreactionen R und R' erhält man durch Construction der Kraftpolygone aus den bezüglichen Kräften. Ist $\gamma\eta = R_3$, so wird $\beta\eta = R$; ist $\delta\eta \parallel \xi\delta = R_4$, so wird $\delta\alpha = R'$.

Als Controle diene, daß die Horizontalprojectionen von R und R' gleich sein müßten, da ja H im ganzen Sprengwerksträger constant ist.

Uebergehen wir nunmehr zu den vom Winddruck (schiefe Belaftung) erzeugten Auflager-Reactionen, so sei $\Sigma(N)$ die Resultirende aller Winddrücke (Fig. 250). Wir zerlegen diese Kraft in $\Sigma(N) \cos \alpha$ und $\Sigma(N) \sin \alpha$ und erhalten wie im vorhergehenden Artikel die Gleichgewichtsbedingungen:

$$H_2 f + V_2 c = \Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha \quad \text{und} \quad H_2 f - V_2 c = 0, \quad \text{woraus}$$

$$H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \quad \text{und} \quad V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \quad 290.$$

Es ist ferner

$$\left. \begin{aligned} H &= H_2 - \Sigma (N) \sin \alpha = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} - \Sigma (N) \sin \alpha \\ H_1 &= H_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 f} \end{aligned} \right\} \quad 291.$$

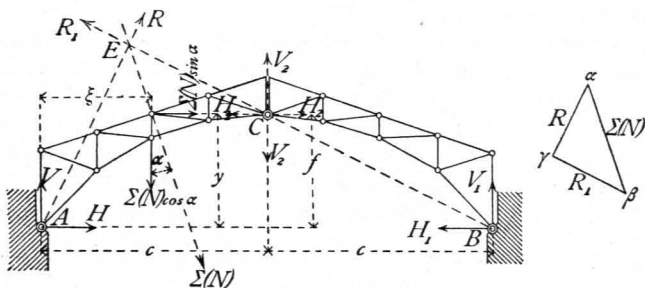
$$\left. \begin{aligned} V &= \Sigma (N) \cos \alpha - V_2 = \Sigma (N) \cos \alpha - \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \\ V_1 &= V_2 = \frac{\Sigma (N) y \sin \alpha + \Sigma (N) \xi \cos \alpha}{2 c} \end{aligned} \right\} \quad 292.$$

Wenn die schiefen Belastungen einander nicht parallel sind, so bleibt das Verfahren das gleiche; nur sind statt $\Sigma (N) y \sin \alpha$ und $\Sigma (N) \xi \cos \alpha$ bzw. $\Sigma (N y \sin \alpha)$ und $\Sigma (N \xi \cos \alpha)$ in die Rechnung einzuführen.

Für die graphische Ermittlung der fraglichen Auflager-Reaktionen ist die in Fig. 250 angegebene Construction ohne Weiteres verständlich, und es ergibt sich $\beta \gamma = R_1$, $\gamma \alpha = R$.

Bei nicht parallelen Winddrücken ist für die graphische Behandlung zunächst die Mittelkraft derselben nach Größe, Richtung und Lage in bekannter Weise aufzufuchen, und alsdann zu verfahren, wie in Fig. 250 dargestellt.

Fig. 250.



2. Kapitel.

Balkendächer.

Indem wir nunmehr zur Ermittlung der Spannungen in den wichtigsten Dachstuhl-Constructionen übergehen, werden wir bei den diesfälligen Untersuchungen für jede Gattung von Dachbindern die verschiedenen Belastungsfälle gefondert betrachten. Wir bestimmen demnach die Spannungen, welche erzeugt werden: 1) durch das Eigengewicht, 2) durch einseitige, bzw. totale Schneebelastung, 3) durch Windbelastung, fowohl von der Seite, an der das bewegliche, wie von der Seite, an welcher das feste Auflager liegt. Indem dann diese Spannungen in einer Tabelle zusammengestellt werden, ist es leicht, für jeden Stab die ungünstigste Belastungsart und die ungünstigsten Spannungen zu bestimmen, ferner für die Querschnittsbestimmung nach der neueren Methode (siehe Art. 283, S. 248) die Werthe P_0 , P_1 und P_2 zu ermitteln. Da die Dachbinder meist Gitterträger sind, so werden die im Kapitel »Träger« gezeigten Methoden für die Spannungsermittlung hier genau, wie dort Anwendung finden. Auch hier machen wir die Annahmen: 1) dass die Stäbe in den Knotenpunkten durch Gelenke mit einander verbunden sind, 2) dass die Lasten nur in den Knotenpunkten der Construction wirken. Die berechneten Spannungen werden desto mehr mit den wirklichen übereinstimmen, je mehr die Construction diesen Annahmen entspricht. Die zweite Annahme (Belastung nur in den Knotenpunkten) ist häufig nicht erfüllt; in diesem Falle kann man dennoch die in den folgenden Artikeln zu zeigenden Methoden anwenden, indem man annimmt, dass die zwischen je zwei Knotenpunkten befindlichen Lasten durch besondere Träger auf die Knotenpunkte übertragen werden. Die Berechnung dieser Träger hat, wie im Kapitel »Träger« gezeigt ist, zu