und Gegenwirkung genau so groſs iſt, wie die Auflager-Reaction bei der Mittelſtütze E des continuirlichen Trägers AEB. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 372, S. 337 iſt dieſelbe hier $d_1 = 1{,}25\, p \frac{l}{2} = \frac{5}{8} p\, l$, während $d_0 = d_2 = 0{,}375\, p \frac{l}{2} = \frac{3}{16} p\, l$ iſt; die letzteren Drücke werden vom Auflager aufgenommen und belaſten das Syſtem nicht. Die Stabſpannungen werden demnach die sub α gefundenen Werthe haben, wenn ſtatt P die Gröſse $\frac{5}{8} p\, l$ eingeſetzt wird. Es wird alſo beim Hängebock

$$V = P = \frac{5}{8} p\, l,\quad O = -\frac{5}{16} \frac{p\, l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad H = \frac{5}{16} \frac{p\, l}{\operatorname{tg} \alpha} \quad . \quad . \quad 252.$$

Eben ſo ergiebt ſich im armirten Balken für dieſe Belaſtungsart

$$H = -\frac{5}{16} \frac{p\, l}{\operatorname{tg} \alpha},\quad U = \frac{5}{16} \frac{p\, l}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad V = -\frac{5}{8} p\, l \quad . \quad . \quad 253.$$

In der geraden Gurtung AEB wirkt alſo die Zug-, bezw. Druckſpannung $H = \pm \frac{5}{16} \frac{p\, l}{\operatorname{tg} \alpha}$; da aber dieſe gerade Gurtung gleichzeitig als continuirlicher Träger zum Uebertragen der Laſten auf die Knotenpunkte dient, ſo wirken in derſelben auch noch die Momente und Transverſalkräfte, welche in den verſchiedenen Querſchnitten des continuirlichen Trägers AEB entſtehen. Nach der Zuſammenſtellung in Art. 372, S. 337 findet das Maximalmoment am Mittelauflager ſtatt, und es iſt daſſelbe

$$M_1 = 0{,}125\, p \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{p\, l^2}{32}.$$

γ) Querſchnittsbeſtimmung. Die Querſchnitte der nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Stäbe ergeben ſich leicht, wie in den Art. 281 ff., S. 247 ff. und im vorhergehenden Kapitel angegeben iſt. Der Querſchnitt der geraden Gurtung AEB iſt für die combinirte Beanſpruchung durch Zug, bezw. Druck und die Momente zu conſtruiren. Wird der ganze Querſchnitt (für Holz) als conſtant angenommen, ſo iſt das gröſste im Balken wirkende Moment der Berechnung zu Grunde zu legen. An der Stelle des Maximalmoments M_{max} iſt die gröſste in der äuſserſten Faſer ſtattfindende Axialſpannung pro Flächeneinheit nach Art. 296, S. 261 — 403. Querſchnittsbeſtimmung.

$$N_{max} = \pm \left(\frac{H}{F} + \frac{M_{max}\, a}{\mathcal{J}}\right).$$

Beim Rechteckquerſchnitt iſt $F = b\, h$, $\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{b\, h^2}{6}$, und wenn noch ſtatt N_{max} die gröſste zuläſſige Spannung K eingeführt wird, ſo ergiebt ſich als Bedingungsgleichung für den Querſchnitt:

$$K = \pm \left(\frac{H}{b\, h} + \frac{6\, M_{max}}{b\, h^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 254.$$

In dieſer Gleichung ſind b und h unbekannt. Man nimmt praktiſch zunächſt für b einen Werth probeweiſe an und beſtimmt h aus Gleichung 254.; ergiebt ſich für h eine unpraktiſche Gröſse, ſo nehme man für b einen anderen Werth an und beſtimme wiederum h nach Gleichung 254. Es werden ſich meiſtens bei der zweiten Rechnung entſprechende Werthe für b und h ergeben.

7) Trapezträger.

α) Concentrirte Belaſtungen. Für die Belaſtungen in Fig. 225 a ſind die Auflager-Reactionen beim Hängebock — 404. Concentrirte Belaſtungen.

$$D_0 = \frac{P_2\, a + P_1\, (a + b)}{l} \quad \text{und} \quad D_1 = \frac{P_1\, a + P_2\, (a + b)}{l}.$$

Die Stabſpannungen ergeben ſich dann durch Aufſtellung der Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Knotenpunkte, wie folgt:

$$0 = D_0 + O_1 \sin \alpha, \text{ woraus } O_1 = -\frac{P_2\, a + P_1\, (a + b)}{l \sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 255.$$

$0 = O_1 \cos \alpha + U_1$, woraus $U_1 = \dfrac{P_2\, a + P_1 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = [P_2\, a + P_1 (a + b)] \dfrac{a}{l\, h}$ 256.

$0 = U_1 - U_2$, woraus $U_2 = U_1 = [P_2\, a + P_1 (a + b)] \dfrac{a}{l\, h}$ . . . . 257.

$0 = D_1 + O_3 \sin \alpha$, woraus $O_3 = - \dfrac{P_1\, a + P_2 (a + b)}{l \sin \alpha}$ . . . . 258.

$0 = U_3 + O_3 \cos \alpha$, woraus $U_3 = \dfrac{P_1\, a + P_2 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = [P_1\, a + P_2 (a + b)] \dfrac{a}{l\, h}$ 259.

$0 = O_2 - O_3 \cos \alpha$, woraus $O_2 = - \dfrac{P_1\, a + P_2 (a + b)}{l \operatorname{tg} \alpha} = - [P_1\, a + P_2 (a + b)] \dfrac{a}{l\, h}$ 260.

$0 = V_1$ (falls die Laſt P_1 in C wirkt, ſo iſt $V_1' = P_1$) . . . . 261.

$0 = P_2 + V_2 + O_3 \sin \alpha$, woraus $V_2 = (P_1 - P_2) \dfrac{a}{l}$ . . . . 262.

(Falls die Laſt P_2 in E wirkt, ſo wird

$0 = V_2' + O_3 \sin \alpha$, woraus $V_2' = \dfrac{P_1\, a + P_2 (a + b)}{l}$ . . . . 263).

$0 = U_2 + Y \cos \beta - U_3$, woraus $Y = - \dfrac{U_2 - U_3}{\cos \beta} = - \dfrac{a\, b}{l\, h \cos \beta} (P_1 - P_2)$,

$$Y = + (P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin \beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 264.$$

Falls die Laſten in der unteren Gurtung, in C und E, angreifen, ſo wird

$Y' \sin \beta + V_2' - P_2 = 0$, woraus $Y' = \dfrac{P_2 - V_2'}{\sin \beta} = \dfrac{P_2}{\sin \beta} - \dfrac{P_1\, a + P_2 (a + b)}{l \sin \beta}$

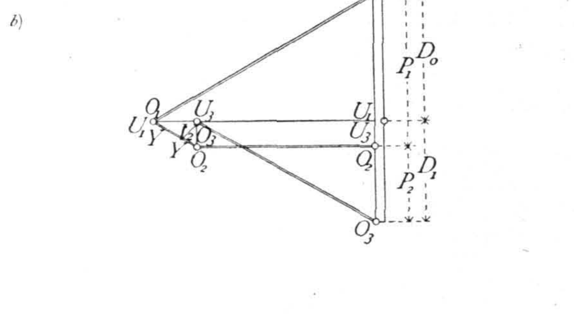
$$Y' = (P_2 - P_1) \frac{a}{l \sin \beta}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 265.$$

d. h. eben ſo groſs, wie in Gleichung 264.

Wenn, wie meiſtens, $P_1 = P_2 = P$ iſt, wird

$$\left. \begin{aligned} O_1 = - \frac{P}{\sin \alpha};\; U_1 = \frac{P\, a}{h} = U_2;\; O_2 = - \frac{P\, a}{h};\; O_3 = - \frac{P}{\sin \alpha}; \\ U_3 = \frac{P\, a}{h};\; V_1 = 0;\; V_2 = 0;\; Y = 0 \end{aligned} \right\} \quad . \; 266.$$

Fig. 225.

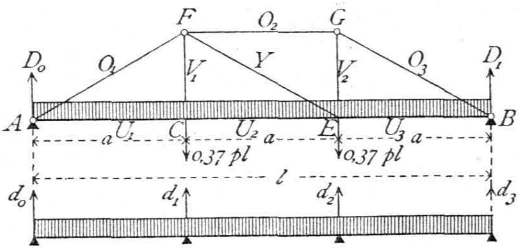


Die Conſtruction ergiebt neben ſtehenden, ohne Erklärung verſtändlichen Kräfteplan (Fig. 225 *b*).

Was den armirten Balken (Fig. 222 *b*) anbelangt, ſo ſind bei dieſem die Spannungen ſowohl in der oberen, wie in der unteren Gurtung den ſoeben für die gerade, bezw. gebrochene Gurtung des doppelten Hängebockes gefundenen Spannungen der abſoluten Gröſse nach gleich, dem Sinne nach entgegengeſetzt. Die Werthe derſelben können demnach aus den Gleichungen 255. bis 260. durch Umkehrung der Vorzeichen genommen werden. Die Spannungen in der Diagonalen und in den Verticalen ergeben ſich leicht durch Betrachtung des Gleichgewichtes der einzelnen Knotenpunkte, wie beim doppelten Hängebock gezeigt iſt.

β) Gleichförmig über den ganzen Träger vertheilte Belaſtung (Fig. 226). Jede Belaſtung erzeugt in den Stäben der unteren Gurtung Zug, in denjenigen der oberen Gurtung Druck, wie ſich aus den Gleichungen 255. bis 260. ergiebt. Maximalzug, bezw. -Druck findet alſo in den Gurtungen bei Belaſtung des ganzen Trägers ſtatt. 405. Gleichförmig vertheilte Belaſtung.

Fig. 226.



Die untere Gurtung wirkt, wenn keine Gelenke in den Knotenpunkten derſelben angenommen werden, wie ein continuirlicher Balken auf 4 Stützen. Die Endſtützen ſind A und B; die Mittelſtützen werden durch die Verticalen FC und GE gebildet. Wird $a = b$ geſetzt, ſo ergiebt ſich bei Belaſtung des ganzen Trägers mit der Laſt p pro Längeneinheit als Auflager-Reaction der Mittelſtützen nach der Zuſammenſtellung in Art. 372, S. 337 $d_1 = d_2 = 1{,}1 \, \frac{p\,l}{3} = 0{,}37 \, p\,l$. Eben ſo groſs iſt die Laſt, welche in den Knotenpunkten C und E des Syſtemes nach dem Princip von Wirkung und Gegenwirkung nach unten wirkt. Werden dieſe Werthe für P_1 und P_2 in die obigen Gleichungen eingeführt, ſo ergiebt ſich

$$\left.\begin{array}{l} O_1 = -\dfrac{0{,}37 \, p\,l}{\sin\alpha}; \quad U_1 = 0{,}37 \, p\,l \, \dfrac{a}{h}; \quad O_2 = -0{,}37 \, p\,l \, \dfrac{a}{h}; \quad O_3 = -\dfrac{0{,}37 \, p\,l}{\sin\alpha}; \\ U_2 = 0{,}37 \, p\,l \, \dfrac{a}{h}; \quad U_3 = 0{,}37 \, p\,l \, \dfrac{a}{h}; \quad V_1 = 0{,}37 \, p\,l; \quad V_2 = 0{,}37 \, p\,l; \quad Y = 0 \end{array}\right\} . \quad 267.$$

Die hier gefundenen Spannungen O und U ſind die Maximalſpannungen, welche durch gleichförmig vertheilte mobile Belaſtung entſtehen; wird ſtatt p das Eigengewicht g pro Längeneinheit eingeführt, ſo ergeben ſich die durch das Eigengewicht entſtehenden Stabſpannungen.

γ) Ungünſtigſte Beanſpruchung der Diagonale und der Verticalen. Den allgemeinen Ausdruck für die Diagonalſpannung giebt die Gleichung 264. Y wird ſeinen gröſsten poſitiven Werth (Zug) haben, wenn P_2 möglichſt groſs, P_1 möglichſt klein iſt; Y wird ſeinen gröſsten negativen Werth (Druck) erreichen, wenn P_2 möglichſt klein, P_1 möglichſt groſs iſt. Wird als mobile Belaſtung eine gleichmäſsig vertheilte Laſt eingeführt, ſo kann man, wenn $a = b$ iſt, mit für die Zwecke des Hochbaues hinreichender Sicherheit annehmen, daſs die Diagonale den gröſsten Zug erleidet, wenn der Punkt E am Fuſspunkte derſelben mit $p\,a + 0{,}37 \, g\,l$ belaſtet iſt, der Punkt C (in der Verticalen des Kopfes der Diagonalen) nur das Eigengewicht $0{,}37 \, g\,l$ trägt. Bei der umgekehrten Belaſtung dagegen erleidet die Diagonale ihren gröſsten Druck. Demnach wird 406. Ungünſtigſte Beanſpruchung der Gitterſtäbe.

$$Y_{\substack{max \\ min}} = \pm \frac{p\,a^2}{l \sin\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 268.$$

Ferner iſt hier, wo die Laſten unten wirken, $V_1 = P_1$, d. h.

$$V_{1_{max}} = (g + p) \, 0{,}37 \, l \quad \text{und} \quad V_{1_{min}} = 0{,}37 \, g\,l \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 269.$$

Dieſelben Werthe ergeben ſich für V_2; denn es iſt nach Gleichung 263. für die Belaſtung der unteren Knotenpunkte $V'_2 = \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{l}$; da nun $V_{2_{max}}$ für $P_1 = P_2 = 0{,}37\ (g + p)\ l$ eintritt, wird

$$V_{2_{max}} = 0{,}37\ (g + p)\ l \quad \text{und} \quad V_{2_{min}} = 0{,}37\ g\ l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 270$$

407. Querſchnitts-beſtimmung. δ) Die Querſchnittsbeſtimmung iſt in genau gleicher Weiſe vorzunehmen, wie dies in Art. 403, S. 371 beim Dreieckträger gezeigt iſt. Die Maximalmomente in der geraden Gurtung finden bei C und E ſtatt und ſind für $a = b$ nach der Zuſammenſtellung in Art. 372, S. 337 $M = p \left(\frac{l}{3}\right)^2 \frac{1}{10} = \frac{p l^2}{90}$. Die Dimenſionen b und h des rechteckigen Querſchnittes (für Holz) ſind demnach aus der Gleichung zu beſtimmen:

$$N_{max} = K = \pm \left(\frac{U}{b\,h} + \frac{6\,M_{max}}{b\,h^2} \right).$$

Die Dreieck- und Trapezträger mit einer gröſseren Anzahl von Laſtpunkten werden durch Einfügen von ſecundären Dreiecken in die oben (Fig. 221 u. 222) dargeſtellten Trägerformen hergeſtellt. Die Berechnung iſt der vorſtehenden analog, kann aber auch bequem nach der Momentenmethode vorgenommen werden.

---

3. Abſchnitt.

Dachſtühle.

408. Dach-binder. Den weſentlichen und charakteriſtiſchen Theil der Dachſtühle bilden die ſog. Dachbinder; ſie ſind die Hauptträger der Dachconſtructionen und haben die übrigen Theile derſelben, wie Pfetten, Sparren etc. [167]) zu tragen. Sie werden in beſtimmten Entfernungen von einander angeordnet.

Im vorliegenden Abſchnitt werden wir uns mit der Berechnung der Dachbinder beſchäftigen. Was die Querſchnittsermittelung der Pfetten, der Sparren, des Windverbandes etc. betrifft, ſo iſt einerſeits in den beiden vorhergehenden Abſchnitten bereits das Erforderliche vorgeführt worden; andererſeits wird im III. Theile dieſes »Handbuches« (Band 3, Abſchn. 2, E: Dachſtuhl-Conſtructionen) nochmals auf dieſen Gegenſtand zurückgekommen werden.

Bei den meiſten Dachconſtructionen iſt jeder Binder unter dem Einfluſſe der äuſseren Kräfte für ſich ſtabil; eine Ausnahme machen die neueren Kuppeldächer und gewiſſe Arten von Zeltdächern, bei denen alle Binder zuſammen ein im Gleichgewicht befindliches Syſtem bilden.

Für die Gröſse der Belaſtungen, welche der Berechnung zu Grunde zu legen ſind, iſt die Stellung der Binder zu einander von groſser Wichtigkeit. Die Binder ſind entweder einander parallel geſtellt, oder ſie convergiren gegen einander. Im erſten Falle iſt die Belaſtung pro Längeneinheit des Binders auf der ganzen Binderlänge conſtant, im zweiten Falle variabel, und zwar meiſtens nach dem Geſetze der geraden Linie.

---

[167]) Es kann hier nicht der Ort ſein, die Begriffe »Pfetten, Sparren etc.« zu definiren, eben ſo wenig als an dieſer Stelle auf die Erklärung der verſchiedenen Benennungen von Dächern, wie »Sattel-, Walm-, Pult-, Zelt-, Kuppel- etc. Dächer, eingegangen werden kann. Es ſei diesfalls auf Theil III. dieſes »Handbuches« (Bd. 3, Abſchn. 2, D: Dächer und Dachformen) verwieſen.