$$V_g = -\frac{50}{2}(21 - 2m) = -25\,(21 - 2m).$$

β) Durch mobile Belaftung. Die Spannung in den Verticalen durch den Winddruck ift entfprechend dem sub 2. Angeführten

$$V_w = -\frac{88 \cdot 0{,}75}{2}(n - 2m + 1) = -33\,(21 - 2m).$$

Die Maximal-Druck-, bezw. -Zugfpannungen durch Schneelaft endlich ergeben fich aus den Gleichungen 223. u. 224. zu

$$V_{p\,min} = -\frac{147}{2 \cdot 15}(x^2 - 0{,}141) = -4{,}9\,(x^2 - 0{,}141) \quad \text{und} \quad V_{p\,max} = 4{,}9\left[(l - x^2) - 0{,}141\right].$$

Für x find diefelben Werthe, wie bei den Diagonalen einzuführen. Man erhält die Werthe der neben ftehenden Tabelle 3.

4) Zufammenftellung der Spannungen für die Querfchnittsbeftimmung. Sollen die Querfchnitte nach der neueren Methode beftimmt werden, fo ift für jeden Stab die Spannung durch die permanente Belaftung P_g, die Maximalfpannung durch mobile Belaftung P_1 und die Minimalfpannung durch diefelbe Belaftung P_2 zu ermitteln (fiehe Art. 284 bis 287, S. 250 bis 252). Ueberwiegt im Stabe der Zug, fo ift P_1 der Maximalzug, P_2 der Maximaldruck durch mobile Belaftung; überwiegt im Stabe der Druck, fo ift P_1 der Maximaldruck, P_2 der Maximalzug durch mobile Belaftung. Die Werthe für P_0, P_1 und P_2 ergeben fich leicht aus neben ftehenden Tabellen. Zunächft geben die X_g, Z_g, Y_g und V_g die Werthe der P_0, die X_p, Z_p, $Y_w + Y_{p\,max}$ und $V_w + V_{p\,min}$ die Werthe der P_1, endlich die $Y_{p\,min}$ und $V_{p\,max}$ die Werthe der P_2. Danach ift folgende Tabelle zufammengeftellt.

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen: Ueberwiegender Zug				Verticalen: Ueberwiegender Druck			
Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1 u. 20	− 594	− 2078	1 u. 20	0	0	1 u. 20	+ 760	+ 2673	0	0 u. 20	− 500	− 1763	0
2 u. 19	− 1125	− 3937	2 u. 19	+ 594	+ 2078	2 u. 19	+ 680	+ 2414	− 8	1 u. 19	− 475	− 1671	0
3 u. 18	− 1594	− 5579	3 u. 18	+ 1125	+ 3937	3 u. 18	+ 600	+ 2139	− 27	2 u. 18	− 425	− 1507	+ 5
4 u. 17	− 2000	− 7000	4 u. 17	+ 1594	+ 5579	4 u. 17	+ 520	+ 1893	− 52	3 u. 17	− 375	− 1335	+ 17
5 u. 16	− 2344	− 8204	5 u. 16	+ 2000	+ 7000	5 u. 16	+ 440	+ 1637	− 90	4 u. 16	− 325	− 1182	+ 33
6 u. 15	− 2625	− 9187	6 u. 15	+ 2344	+ 8204	6 u. 15	+ 360	+ 1407	− 131	5 u. 15	− 275	− 1022	+ 56
7 u. 14	− 2844	− 9954	7 u. 14	+ 2625	+ 9187	7 u. 14	+ 280	+ 1170	− 187	6 u. 14	− 225	− 878	+ 82
8 u. 13	− 3000	− 10500	8 u. 13	+ 2844	+ 9954	8 u. 13	+ 200	+ 957	− 245	7 u. 13	− 175	− 730	+ 117
9 u. 12	− 3094	− 10829	9 u. 12	+ 3000	+ 10500	9 u. 12	+ 120	+ 738	− 320	8 u. 12	− 125	− 598	+ 153
10 u. 11	− 3125	− 10937	10 u. 11	+ 3094	+ 10829	10 u. 11	+ 40	+ 541	− 394	9 u. 11	− 75	− 461	+ 200
										10	− 50	− 176	0
	Kilogr.			Kilogr.			Kilogramm.				Kilogramm.		

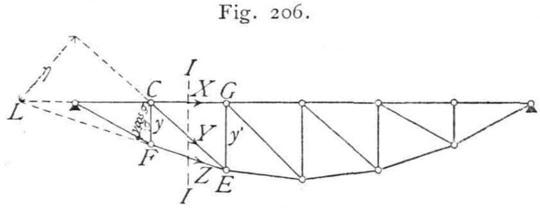
5) Parabelträger.

Wir wollen hier von den Trägern, bei denen nicht beide Gurtungen geradlinig find, nur die Parabelträger befprechen. Parabelträger find Träger mit einer oder zwei nach Parabeln gekrümmten Gurtungen. Es follen nur Träger mit einer geraden und einer gekrümmten Gurtung behandelt werden.

393. Berechnung d. Spannungen in d. gekrümmten Gurtung.

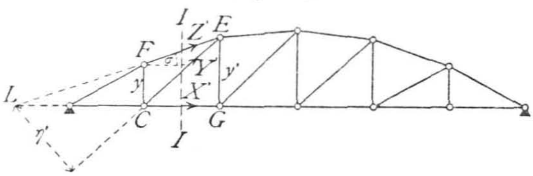
α) Berechnung der Spannungen in der gekrümmten Gurtung. Ift die obere Gurtung gerade (Fig. 206), fo ift für einen Stab FE der unteren Gurtung C der conjugirte Punkt; mithin wird, wenn M das Moment der an der einen Seite des Schnittes II wirkenden äufseren Kräfte bezogen auf C als Drehpunkt bezeichnet,

Fig. 206.



$$O = M - Zy\cos\sigma, \quad \text{woraus} \quad Z = \frac{M}{y\cos\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 229.$$

Fig. 207.

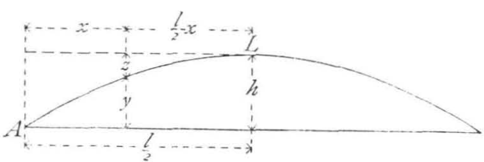


Wenn die obere Gurtung gekrümmt iſt (Fig. 207), wird für den Stab FE, wenn alle Bezeichnungen die obige Bedeutung behalten,

$$Z' = -\frac{M}{y \cos \sigma} \quad . \quad . \quad 230.$$

Beide Ausdrücke ſind alſo numeriſch gleich; nur das Vorzeichen iſt verſchieden, weil Z das eine Mal die Spannung in der unteren, das andere Mal diejenige in der oberen Gurtung bedeutet.

Fig. 208.



y iſt in Gleichung 229. und 230. nach der Parabelgleichung zu beſtimmen. Der Anfangspunkt der Coordinaten ſei A; alsdann iſt (Fig. 208), wenn L der Scheitel der Parabel iſt,

$$\frac{z}{h} = \frac{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}, \quad \text{woraus} \quad z = h\left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2$$

und

$$y = h - z = h\left(\frac{4x}{l} - \frac{4x^2}{l^2}\right) = \frac{4h}{l^2}(lx - x^2) \quad . \quad . \quad . \quad 231.$$

Die Ordinaten y ſind nach unten, bezw. nach oben als poſitiv zu rechnen, je nachdem die untere oder die obere Gurtung gekrümmt iſt.

Um die Werthe für die verſchiedenen Z zu erhalten, ſind der Reihe nach die den bezw. conjugirten Punkten entſprechenden zuſammengehörigen Werthe für M und y einzuführen.

394. Berechnung d. Spannungen in d. geraden Gurtung.

β) Berechnung der Spannungen in der geraden Gurtung. Es ſei die obere Gurtung gerade (Fig. 206); alsdann iſt E der conjugirte Punkt für den Stab CG, und wenn das Moment der äuſseren Kräfte für dieſen Punkt mit M' bezeichnet wird, iſt

$$0 = M' + Xy', \quad \text{woraus} \quad X = -\frac{M'}{y'}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 232.$$

Iſt die obere Gurtung gekrümmt (Fig. 207), ſo ergiebt ſich für den Stab CG genau wie vorher, unter Beibehaltung derſelben Bezeichnungen,

$$0 = M' - X'y', \quad \text{woraus} \quad X' = +\frac{M'}{y'}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 233.$$

Auch hier ſtimmen beide Ausdrücke numeriſch überein; auch hier iſt nur das Vorzeichen verſchieden.

395. Berechnung d. Spannungen in den Gitterſtäben.

γ) Berechnung der Spannungen in den Gitterſtäben. Für die Diagonalen CE (Fig. 206 und 207) iſt, ſowohl bei gerader, wie bei gekrümmter oberen Gurtung L der conjugirte Punkt, η, bezw. η' der Hebelsarm von Y, bezw. Y' und wenn wiederum mit M_1 und M_1' die Momente der äuſseren Kräfte am Fragment links vom Schnitt II, bezogen auf L als Drehpunkt, bezeichnet werden, iſt

$$\left.\begin{array}{ll} 0 = Y\eta - M_1, & \text{woraus} \quad Y = +\dfrac{M_1}{\eta} \\ \text{bezw.} \quad 0 = -Y'\eta' - M_1', & \text{woraus} \quad Y' = -\dfrac{M_1'}{\eta'} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 234.$$

Liegt die Diagonale rechts der Mitte, ſo fällt der conjugirte Punkt rechts vom rechten Auflager. Die Aufſtellung der Momentengleichung für dieſen Punkt ergiebt genau wie in Gleichung 234. die Diagonalſpannung als Quotienten aus dem Moment der am Fragment wirkenden äuſseren Kräfte, dividirt durch den Hebelsarm der Diagonalſpannung.

Fig. 209.

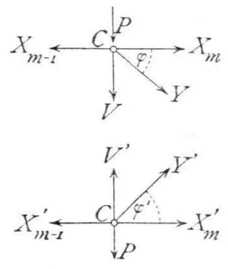
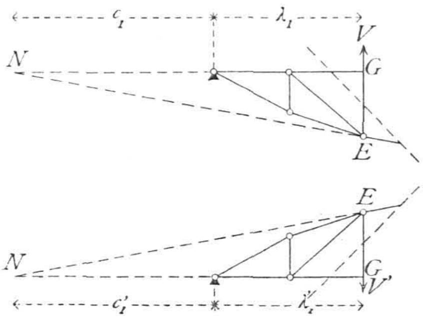


Fig. 210.



Häufig iſt ein anderer Ausdruck der Diagonalſpannung bequemer, als Gleichung 234. Die am Knotenpunkt C der geraden Gurtung (Fig. 209) angreifenden Kräfte ſind im Gleichgewicht; die algebraiſche Summe aller Horizontal-Componenten iſt demnach gleich Null; mithin

$$\left.\begin{array}{lll} 0 = Y \cos \varphi + X_m - X_{m-1}, & \text{woraus} & Y = -\dfrac{X_m - X_{m-1}}{\cos \varphi} \\ \text{bezw. } 0 = Y' \cos \varphi' + X'_m - X'_{m-1}, & \text{woraus} & Y' = -\dfrac{X'_m - X'_{m-1}}{\cos \varphi'} \end{array}\right\} \quad . \quad 235.$$

Für die Beſtimmung der Spannungen in den Verticalen iſt der Schnitt ſchief zu legen (Fig. 210). Der conjugirte Punkt für die Verticale EG iſt N. Bezeichnet M_2, bezw. M_2' das Moment der am Fragment wirkenden äuſseren Kräfte für N als Drehpunkt, ſo wird

$$0 = V(\lambda_1 + c_1) + M_2, \quad \text{woraus} \quad V = -\frac{M_2}{\lambda_1 + c_1}, \quad . \quad . \quad . \quad 236.$$

$$\text{bezw. } 0 = V'(\lambda_1' + c_1') - M_2', \quad \text{woraus} \quad V' = \frac{M_2'}{\lambda_1' + c_1'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 237.$$

Falls der conjugirte Punkt nach rechts vom rechten Auflager fällt, ergiebt ſich eine geringe Modification der Gleichungen 236. und 237.

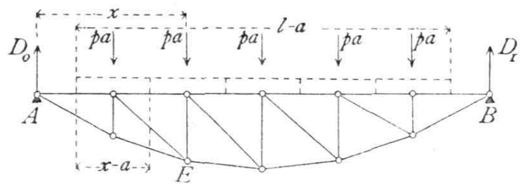
Ein für manche Fälle bequemerer Ausdruck wird wiederum durch Betrachtung des Knotenpunktes an der geraden Gurtung erhalten. Es ergiebt ſich, da die Kräfte an demſelben im Gleichgewicht ſind,

$$\left.\begin{array}{lll} 0 = Y \sin \varphi + V + P, & \text{woraus} & V = -(Y \sin \varphi + P), \\ \text{bezw. } 0 = Y' \sin \varphi' + V' - P, & \text{woraus} & V' = -(Y' \sin \varphi' - P) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad 238.$$

δ) Totale Belaſtung durch mobile Laſt p (bezw. Eigengewicht g) pro Längeneinheit. Nehmen wir wiederum an, daſs die Laſten nur in den Knotenpunkten angreifen, ſo kommt auf jeden Knotenpunkt bei der Feldweite a eine Laſt gleich pa. Die Auflager-Reactionen D_0 und D_1 ſind bei dieſer Belaſtung genau eben ſo groſs, als wenn bei dem homogen angenommenen Träger die Einzellaſten pa ſich je auf die Länge a gleichmäſsig vertheilten; denn im zweiten Falle iſt $D_0 = \frac{p(l-a)}{2}$, während im erſten Falle $D_0 = \frac{pa(n-1)}{2}$ iſt. Da nun $(n-1)a = l - a$ iſt, ſo iſt im erſten Falle gleichfalls $D_0 = \frac{p(l-a)}{2}$.

396. Gleichförmig vertheilte Belaſtung.

Fig. 211.



Für irgend einen Knotenpunkt E (Fig. 211) ist auch das Moment in beiden Fällen gleich, wenn nur die Belastung von der Mitte des dem Auflager zunächst liegenden Feldes bis zur Mitte desjenigen Feldes gerechnet wird, welches E vorhergeht.

Dann ist für den Punkt E

$$M_x = \frac{p\,(l-a)}{2}\,x - p\,(x-a)\left(\frac{x-a}{2} + \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2}\,(l\,x - x^2).$$

Dies ist aber nach Gleichung 159. der Ausdruck für das Moment im Punkte E bei einem homogenen, gleichmäfsig total mit p pro Längeneinheit belasteten Träger.

Für die gekrümmte Gurtung ist nach Gleichung 229.

$$Z \cos \sigma = \frac{M}{y}.$$

Wird für M der eben gefundene Werth, für y der Werth aus Gleichung 231. eingeführt, so wird

$$\left.\begin{aligned} Z \cos \sigma &= \frac{\frac{p}{2}\,(l\,x - x^2)}{\frac{4\,h}{l^2}\,(l\,x - x^2)} = \frac{p\,l^2}{8\,h} \\ \text{eben so} \qquad Z' \cos \sigma &= -\frac{p\,l^2}{8\,h} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 239.$$

$Z \cos \sigma$ ist die Horizontalcomponente H der Spannung in der gekrümmten Gurtung; die rechte Seite der Gleichung enthält nur constante Gröfsen, so dafs sich hieraus ergiebt: Beim Parabelträger ist für gleichmäfsige Belastung des ganzen Trägers die Horizontalcomponente der Spannung in der gekrümmten Gurtung constant.

Da $\cos \sigma = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + (y' - y)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{y' - y}{a}\right)^2}}$ ist, erhält man aus Gleichung 239.

$$Z = \frac{p\,l^2}{8\,h}\sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2} \quad \ldots\ldots \quad 240.$$

Für die gerade Gurtung ist nach Gleichung 232. und 233.

$$X = -\frac{M'}{y'} \quad \text{und} \quad X' = +\frac{M'}{y'}.$$

Nun ist für die in Rede stehende Belastung $\dfrac{M}{y}$ constant, und zwar gleich $Z \cos \sigma = H$, also auch

$$X = -H = -\frac{p\,l^2}{8\,h} \quad \text{und} \quad X' = H = \frac{p\,l^2}{8\,h} \quad \ldots\ldots \quad 241.$$

Beim Parabelträger ist sonach für eine gleichmäfsig über den ganzen Träger vertheilte Belastung die Spannung in der geraden Gurtung constant.

Für die Spannung in den Diagonalen wurde die Gleichung 235. aufgestellt. Da nun $X_m = X_{m-1} = -H$ ist, folgt aus dieser Gleichung

$$Y = 0; \text{ eben so } Y' = 0.$$

Beim Parabelträger ist daher für die mehr erwähnte Belastungsart die Spannung in den Diagonalen gleich Null.

Die Spannung in den Verticalen ergiebt sich aus Gleichung 238., da Y gleich Null, $P = p\,a$ ist, zu

$$V = -p\,a, \text{ eben so } V' = p\,a.$$

Die Spannung in den Verticalen ist sonach beim Parabelträger und bei der angegebenen Belastung gleich der im Knotenpunkte der geraden Gurtung wirkenden Last, und zwar Zug, wenn die untere Gurtung gerade, und Druck, wenn die obere Gurtung gerade ist. (Dabei ist angenommen, dass die Lasten an der geraden Gurtung wirken.)

Die sämmtlichen hier gefundenen Resultate gelten auch für die Belastung durch das Eigengewicht; nur ist überall statt der Last p das Eigengewicht g einzuführen. Da ferner die Momente für die Knotenpunkte aufgestellt sind, und dabei nur vorausgesetzt ist, dass y eine Parabelordinate sei, so gelten die vorhergehenden Entwickelungen auch, wenn nur die Knotenpunkte auf einer Parabel liegen, also die Curve durch ein der Parabel eingeschriebenes Polygon ersetzt wird.

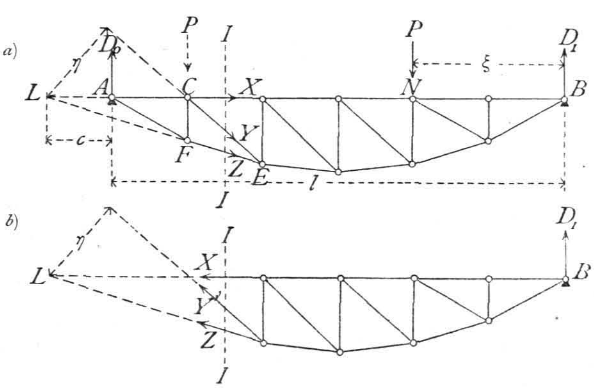
397. Ungünstigste Belastungen u. grösste Spannungen.

ε) Ungünstigste Belastungen und grösste Stabspannungen. Da es keinen principiellen Unterschied macht, ob die obere oder die untere Gurtung gerade ist, so soll im Folgenden nur der Fall der geraden oberen Gurtung behandelt werden. Die Modificationen für den Fall der geraden unteren Gurtung ergeben sich leicht.

Die Spannungen in den Gurtungen hängen nach den Gleichungen 229., 230., 232. und 233. nur von der Grösse der Momente ab; diese aber sind bei totaler Belastung des ganzen Trägers am grössten; mithin findet Maximalspannung in den Gurtungen bei totaler mobiler Belastung statt.

Die Gleichungen 240. und 241. geben für die obere, bezw. untere Gurtung die durch totale mobile Belastung p pro Längeneinheit erzeugten Spannungen.

Fig. 212.



Die ungünstigste Belastung für eine Diagonale CE (Fig. 212 *a*) ergiebt sich, wie folgt. Eine Last P rechts von dem durch die Mitte der Diagonalen gelegten Verticalschnitt erzeugt eine Auflager-Reaction $D_0 = \frac{P\,\xi}{l}$. Die Gleichung der statischen Momente für den Punkt L als Momentenpunkt und das Fragment des Trägers links vom Schnitt II ergiebt

$$0 = Y\eta - D_0\,c, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{D_0\,c}{\eta} = \frac{P\,\xi\,c}{l\,\eta} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 242.$$

So lange die Last sich rechts vom Schnitt II befindet, gilt der hier für Y gefundene Ausdruck. Jede Last rechts vom Schnitt erzeugt also in CE einen Zug.

Befindet sich die Last P links vom Schnitte II (Fig. 212 *b*), so betrachte man das Fragment an der rechten Seite des Schnittes; auf dasselbe wirken die Auflager-

Reaction D_1 in B und die 3 Spannungen X, Y' und Z. Die Gleichung der ſtatiſchen Momente für L als Drehpunkt heiſst dann

$$0 = Y' \eta + D_1 (l + c), \quad \text{woraus} \quad Y' = - \frac{D_1 (l + c)}{\eta} \quad . \quad . \quad . \quad 243.$$

Die Laſt P links von II erzeugt alſo in den Diagonalen Druck und in gleicher Weiſe jede links vom Schnitt liegende Laſt.

Handelt es ſich um eine rechts der Mitte liegende Diagonale, bei welcher der conjugirte Punkt von B nach rechts fällt, ſo findet man dieſelben Reſultate für die ungünſtigſte Belaſtung.

Es ergiebt ſich hiernach leicht Folgendes: Wenn am Fragment des Trägers, auf welchem die Einzellaſt nicht liegt, die betrachtete Stabſpannung und die Auflager-Reaction in gleichem Sinne um den conjugirten Punkt drehen, ſo findet im Stabe Druck ſtatt; wenn die Stabſpannung und die Auflager-Reaction in entgegengeſetztem Sinne um den conjugirten Punkt drehen, ſo findet im Stabe Zug ſtatt. Die Anwendung dieſes Satzes ergiebt, daſs auch hier das für die Parallelträger (Art. 384, S. 346) gefundene Geſetz gilt: Jede Belaſtung zwiſchen dem durch die Diagonalenmitte gelegten Verticalſchnitte und demjenigen Auflager, nach welchem der Fuſspunkt der Diagonale hinweist, erzeugt in derſelben Zug; jede Belaſtung zwiſchen dem erwähnten Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonale hinweist, erzeugt in derſelben Druck.

Maximalzug durch mobile Belaſtung findet demnach in einer Diagonalen ſtatt, wenn die ganze Zugabtheilung und nur dieſe belaſtet iſt, d. h. wenn alle Knotenpunkte zwiſchen dem Schnitte und demjenigen Auflager belaſtet ſind, nach welchem der Fuſs der Diagonale hinweist; Maximaldruck durch mobile Belaſtung findet ſtatt, wenn die Knotenpunkte zwiſchen dem Schnitte und demjenigen Auflager belaſtet ſind, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist.

Dieſes Geſetz gilt ſowohl, wenn die untere, als wenn die obere Gurtung gekrümmt iſt.

Fig. 213.

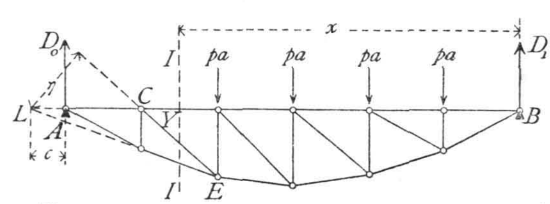
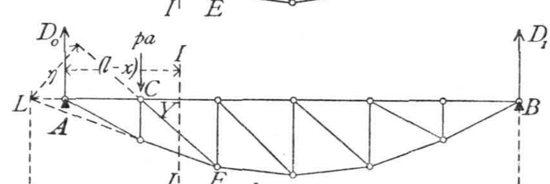


Fig. 214.



Die gröſste Zugbelaſtung in einer Diagonalen CE findet daher bei der in Fig. 213 gezeichneten Belaſtung ſtatt; ſie iſt nach Gleichung 242.

$$Y_{max} = \frac{D_0\, c}{\eta}.$$

Genau, wie in Art. 387, S. 353, erhält man für die Auflager-Reaction

$$D_0 = \frac{p}{2\,l} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right],$$

alſo

$$Y_{max} = \frac{p\, c}{2\, l\, \eta} \left[x^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 244.$$

Die gröſste Druckbeanſpruchung in einer Diagonalen CE findet bei der in Fig. 214 gezeichneten Belaſtung ſtatt und iſt (wenn der Trägertheil rechts vom Schnitte II betrachtet wird) nach Gleichung 243.

$$Y_{min} = - D_1 \left(\frac{l + c}{\eta}\right).$$

Nun iſt die Auflager-Reaction $D_1 = \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$, alſo

$$Y_{min} = - \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c}{\eta} \quad \ldots\ldots \quad 245.$$

Die Gleichungen 244. und 245. gelten, wenn die Diagonalen, wie hier, nach rechts fallen, nur für diejenigen links der Mitte; für die Diagonalen rechts der Mitte, bei denen der conjugirte Punkt von B nach rechts fällt, ergeben ſich folgende Werthe, in denen η_1 den Hebelsarm von Y, c_2 den Abſtand des conjugirten Punktes von B bedeutet:

$$Y_{max} = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c_2}{\eta_1} \quad \text{und} \quad Y_{min} = - \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_2}{\eta_1} \quad 246.$$

Bei der angenommenen Belaſtungsart genügt es, Y_{max} oder Y_{min} auszurechnen; denn für die Belaſtung aller Knotenpunkte mit je $p\,a$ iſt die Diagonalſpannung nach Art. 395, S. 362 gleich Null. Sind nur die Knotenpunkte der Druckabtheilung belaſtet, ſo iſt die Spannung in der Diagonalen gleich Y_{min}; ſind nur die Knotenpunkte der Zugabtheilung belaſtet, ſo iſt die Spannung gleich Y_{max}. Bei totaler Belaſtung iſt die Spannung $Y_{summa} = Y_{max} + Y_{min}$ und zwar iſt $Y_{summa} = 0$, d. h. $0 = Y_{max} + Y_{min}$ und $Y_{min} = - Y_{max}$.

Für die ungünſtigſte Belaſtung in einer Verticalen ergiebt ſich in gleicher Weiſe, wie bei den Diagonalen gezeigt iſt, folgendes Geſetz: Jede Laſt zwiſchen einem durch die Verticale gelegten ſchrägen Schnitte und demjenigen Auflager, nach welchem der Fuſspunkt der Diagonale hinweist, welche mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der nicht mobil belaſteten Gurtung zuſammentrifft, erzeugt Druck; jede Laſt zwiſchen dem Schnitte und dem Auflager, nach welchem der Kopf der erwähnten Diagonale weist, erzeugt in der Verticalen Zug. Auch hier findet demnach Maximaldruck, bezw. -Zug in einer Verticalen bei derſelben Belaſtung ſtatt, welche in derjenigen Diagonalen Maximalzug, bezw. -Druck erzeugt, die mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der nicht mobil belaſteten Gurtung zuſammentrifft.

Es wird alſo Maximaldruck in GE bei der in Fig. 215 gezeichneten Belaſtung, Maximalzug bei der in Fig. 216 gezeichneten Belaſtung ſtattfinden.

Fig. 215.

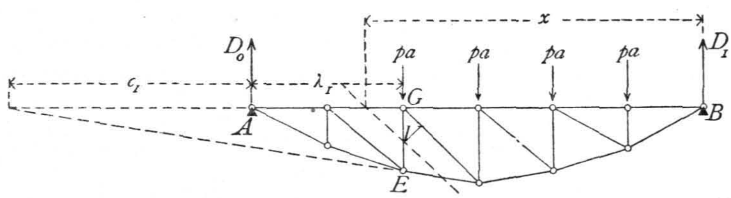
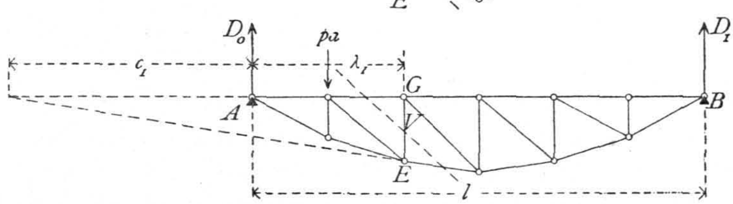


Fig. 216.



Die Maximalspannungen in den Verticalen ergeben sich mit

$$\left.\begin{aligned} V_{min} &= -\frac{D_0\,c_1}{\lambda_1 + c_1} = -\frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_1}{\lambda_1 + c_1} \\ V_{max} &= \frac{D_1\,(l + c_1)}{\lambda_1 + c_1} = \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c_1}{\lambda_1 + c_1} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad 247.$$

Falls der conjugirte Punkt um c'_1 nach rechts von B fällt, was hier bei allen Verticalen rechts der Mitte incl. der Mittelverticalen stattfindet, so ergeben sich für V_{min} und V_{max} die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} V'_{min} &= -\frac{D_0\,(l + c_1')}{c_1' + l - \lambda_1} = -\frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{l + c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} \\ V'_{max} &= \frac{D_1\,c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} = \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]\frac{c_1'}{c_1' + l - \lambda_1} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad 247_a.$$

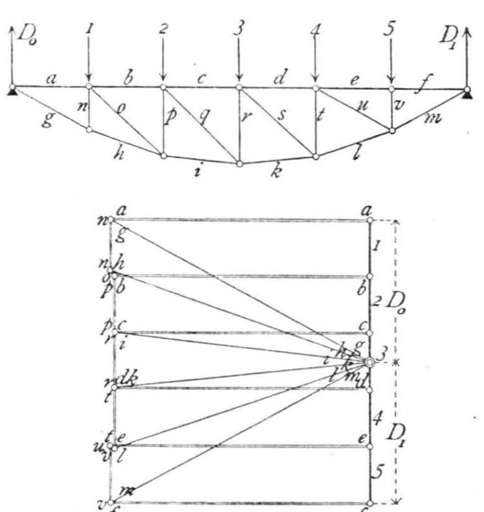
Die Modificationen für Berechnung der Stabspannungen bei entgegengesetzter Richtung der Diagonalen ergeben sich aus Vorstehendem so einfach, dass darauf hier nicht weiter eingegangen zu werden braucht.

Die bei einer Belastung durch eine oder mehrere Einzellasten erzeugten Spannungen ergiebt die Momentenmethode ohne Mühe.

398. Graphische Ermittelung der Spannungen.

ζ) Graphische Ermittelung der Spannungen. Wird eine gleichmässig vertheilte Belastung (Eigengewicht, bezw. totale mobile Belastung) vorausgesetzt, so ergiebt der in Fig. 217 gezeichnete *Cremona*'sche Kräfteplan sofort die Spannungen.

Fig. 217.



Was die durch mobile Belastung erzeugten Maximalspannungen betrifft, so ergeben sich die grössten Gurtungsspannungen aus dem eben erwähnten Kräfteplan (Fig. 217), falls eine Belastung des ganzen Trägers mit der Last p pro Längeneinheit zu Grunde gelegt wird.

Zur Bestimmung der grössten Diagonalspannungen, welche bei den im Art. 397, S. 364 angegebenen Belastungen stattfinden, empfiehlt sich die Schnittmethode.

Auf das Fragment links vom Schnitte II wirken bei der in Fig. 218 *a* gezeichneten Maximal-Zugbelastung für die Diagonale CE die Kräfte D_0, X, Y, Z. Die Werthe von D_0, welche für die verschiedenen Diagonalen zu Grunde zu legen sind, ergeben sich aus der Gleichung $D_0 = \frac{p}{2\,l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$; dieselben sind in der Curve (Fig. 218 *b*) aufgetragen. — Für die Diagonale CE z. B. ist $D_0 = mn$; diese Kraft ist nach den Richtungen AE und X zerlegt in no und om; no ist alsdann noch nach den Richtungen Z und Y in np und po zerlegt; po ist gleich Y_{max}.

Um die Y_{min} zu erhalten, kann man für $D_1 = \frac{p}{2\,l}\left[(l - x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$ die Curve auftragen und für das Fragment rechts vom Schnitt nach der angegebenen Methode zerlegen. Da aber $Y_{min} = -Y_{max}$ ist, so kann diese Construction unterbleiben.

Die Maximalspannungen in den Verticalen werden in gleicher Weise ermittelt.

Fig. 218.

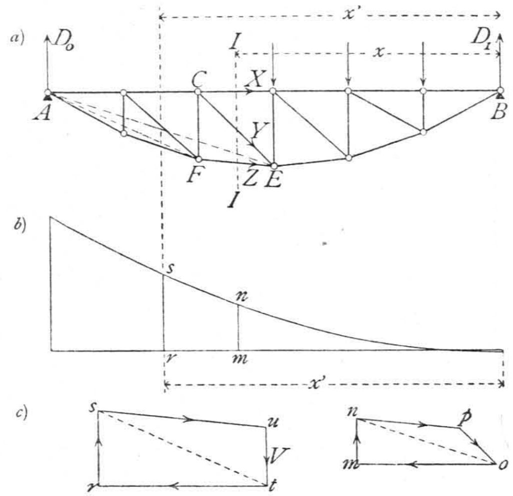


Fig. 219.

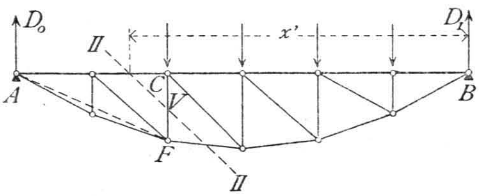
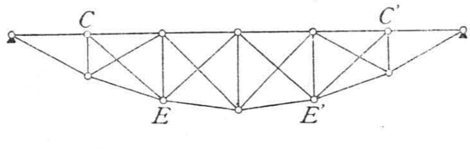


Fig. 220.



In der Verticalen CF findet Maximaldruck bei der in Fig. 219 gezeichneten Belaftung ftatt. D_0 ift hier gleich derjenigen Ordinate der Curve in Fig. 218, welche zu x' gehört, d. h. gleich rs. Nun wird genau wie oben zerlegt. Es wird $V_{min} = ut$. Eben fo ift der Maximalzug in CF zu ermitteln.

η) Träger mit Gegendiagonalen. Jede Diagonale erleidet durch die mobile Belaftung fowohl Zug, wie Druck; durch das Eigengewicht entfteht in den Diagonalen die Spannung Null; die refultirende Spannung ift alfo identifch mit derjenigen durch die mobile Belaftung. Sollen nur gezogene Diagonalen vorkommen, fo wird nach Art. 390, S. 356 in jedem Felde eine Gegendiagonale angeordnet werden müffen. Man erhält die in Fig. 220 gezeichnete Trägerform. Die Gegendiagonale $C'E'$ wird genau eben fo beanfprucht werden, wie die fymmetrifch zur Mitte liegende Hauptdiagonale CE des Trägers mit einfeitig fallenden Diagonalen. Daffelbe gilt von allen Gegendiagonalen; es wird alfo die Berechnung eines Trägers mit nach einer Richtung fallenden Diagonalen genügen. 399. Träger mit Gegendiagonalen.

Beifpiel. Ein als Unterzug dienender Parabelträger mit gerader oberer und gekrümmter unterer Gurtung hat die nachfolgenden Hauptabmeffungen und Belaftungen: Stützweite $l = 12{,}0$ m; Pfeilhöhe $h = 1{,}20$ m; Feldweite $a = 1{,}0$ m; Eigengewicht der Conftruction pro lauf. Meter des Trägers $g = 320$ kg, alfo pro Knotenpunkt $ga = 320$ kg; mobile Belaftung pro lauf. Meter des Trägers $p = 1280$ kg, alfo pro Knotenpunkt $pa = 1280$ kg. Der Träger hat ein aus Verticalen und Diagonalen beftehendes Gitterwerk; die Diagonalen fallen beiderfeits nach der Mitte zu; der Träger ift alfo zur Mitte fymmetrifch angeordnet. Es find die in den einzelnen Stäben entftehenden Spannungen zu ermitteln. Wegen der Symmetrie des Trägers brauchen wir nur die Spannungen in den Stäben links der Mitte zu beftimmen; die fymmetrifch zur Mitte liegenden Stäbe erhalten gleiche Beanfpruchungen. 400. Beifpiel.

1) Form der unteren Gurtung. Die Parabelordinaten ergeben fich nach Gleichung 231. aus der Relation $y = \frac{4 \cdot 1{,}2}{144} x (12 - x) = 0{,}033\, x (12 - x)$.

Man erhält für

$x =$ 1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m
$y =$ 0,36 m	0,66 m	0,89 m	1,06 m	1,16 m	1,2 m	1,16 m	1,06 m	0,89 m	0,66 m	0,36 m

2) Spannungen in der oberen Gurtung. Durch das Eigengewicht, bezw. totale mobile Belaftung entfteht in fämmtlichen Stäben der oberen Gurtung eine Spannung nach Gleichung 241.

$$H_g = -\frac{320 \cdot 12^2}{8 \cdot 1{,}2} = -4800 \text{ kg} \quad \text{und} \quad H_p = -\frac{1280 \cdot 12^2}{8 \cdot 1{,}2} = -19\,200 \text{ kg}.$$

H_p ift zugleich die gröfste durch mobile Belaftung entftehende Spannung.

3) Spannungen in der unteren Gurtung. Nach Gleichung 240. find die durch Eigengewicht, bezw. totale mobile Belaftung erzeugten Spannungen aus der Relation zu finden:

$$Z_g = 4800 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - y}{a}\right)^2} \quad \text{und} \quad Z_p = 19\,200 \sqrt{1 + \left(\frac{y' - p}{a}\right)^2}.$$

Hiernach erhält man:

Stab Nr.	y'	y	$\frac{y'-y}{a}$	$\sqrt{1+\left(\frac{y'-y}{a}\right)^2}$	Z_g	Z_p
1	0,36	0,0	0,36	1,063	5102	20 410
2	0,66	0,36	0,30	1,044	5011	20 045
3	0,89	0,66	0,23	1,026	4925	19 699
4	1,06	0,89	0,17	1,014	4867	19 469
5	1,16	1,06	0,10	1,005	4824	19 296
6	1,20	1,16	0,04	1,008	4804	19 216
	Meter				Kilogr.	

Die Werthe Z_p find zugleich die gröfsten durch mobile Belaftung entftehenden Spannungen.

4) Spannungen in den Diagonalen. Die Spannungen durch das Eigengewicht find nach Art. 396, S. 362 gleich Null. Die durch mobile Belaftung erzeugten Maximal- und Minimalfpannungen find für die Diagonalen links der Mitte nach Gleichung 244. und 245.

$$Y_{max} = \frac{1280}{2 \cdot 12}(x^2 - 0{,}25)\frac{c}{\eta} = 53{,}33 \frac{c}{\eta}(x^2 - 0{,}25) \text{ und } Y_{min} = -53{,}33\left[(l-x)^2 - 0{,}25\right]\frac{l+c}{\eta}.$$

Die Gröfsen c und η können berechnet oder conftruirt werden; die Werthe für c werden beffer berechnet, weil die Zeichnung wegen der fpitzen Schnittwinkel der Gurtungsftabrichtungen keine genauen Refultate ergiebt. Man erhält mit Hilfe ähnlicher Dreiecke leicht:

$$\frac{c_2 + a}{y_1} = \frac{a}{y_2 - y_1}; \quad \frac{c_3 + 2a}{y_2} = \frac{a}{y_3 - y_2}; \quad \frac{c_4 + 3a}{y_3} = \frac{a}{y_4 - y_3};$$

$$\frac{c_5 + 4a}{y_4} = \frac{a}{y_5 - y_4} \quad \text{und} \quad \frac{c_6 + 5a}{y_5} = \frac{a}{y_6 - y_5}.$$

Die Werthe für η können in ähnlicher Weife leicht berechnet werden; doch können, befonders wenn c berechnet und der Schnittpunkt entfprechend den Rechnungsrefultaten aufgetragen wird, die η mit hinreichender Genauigkeit conftruirt werden. Die Werthe für c, η, x, Y_{max} und Y_{min} find in nachftehender Tabelle zufammengeftellt.

Diagonale Feld-Nr.	c	η	x	Y_{max}	Y_{min}
2	0,2	0,66	10,5	+ 1777	− 1971
3	0,87	1,91	9,5	+ 2186	− 2156
4	2,23	3,8	8,5	+ 2304	− 2396
5	6,6	8,03	7,5	+ 2449	− 2460
6	24	22,3	6,5	+ 2410	− 2582
	Meter			Kilogr.	

Nach Art. 397, S. 365 müffen die abfoluten Werthe der Y_{max} und Y_{min} einander gleich fein; dies ift hier nicht der Fall, und es hat dies feinen Grund darin, dafs nicht die genauen Parabelordinaten der Berechnung zu Grunde gelegt find, fondern eine Abrundung auf zwei Decimalen ftattgefunden hat. Aus demfelben Grunde würden fich auch die durch das Eigengewicht erzeugten Spannungen nicht genau gleich Null ergeben, wenn man fie nach Gleichung 234. berechnete. Immerhin ergeben fich diefe Spannungen fo gering, dafs fie vernachläffigt werden können.

5) Spannungen in den Verticalen. Durch das Eigengewicht entfteht in jeder Verticalen nach Art. 396, S. 363 der Druck $V = -320$ kg. Die durch mobile Belaftungen in den Verticalen links der Mitte erzeugten Maximalfpannungen find nach Gleichung 247.

$$V_{min} = -53{,}33\,(x^2 - 0{,}25)\frac{c_1}{\lambda + c_1} \quad \text{und} \quad V_{max} = +53{,}33\left[(l-x)^2 - 0{,}25\right]\frac{12 + c_1}{\lambda_1 + c_1}.$$

Man erhält für die verfchiedenen Verticalen die in folgender Tabelle zufammengeftellten Werthe von c_1, λ_1, x, $(l - x)$, V_{min} und V_{max}. Die 6. (die Mittel-)Verticale, an deren Fufspunkt fich die zwei Diagonalen der anfchliefsenden Felder fchneiden, kann nicht nach den obigen Gleichungen berechnet werden, da die dort für den Schnitt gemachten Vorausfetzungen hier nicht zutreffen. Nachdem im oberen Knotenpunkte derfelben keine Diagonale anfetzt, fo kann diefelbe nur die Kräfte aufnehmen, welche direct in derfelben wirken, d. h. der gröfste Druck ift gleich der Knotenpunktsbelaftung dafelbft.

Verticale Nr.	c_1	λ_1	x	$l - x$	V_{min}	V_{max}
1	0,2	1,0	11,5	0,5	— 1173	0
2	0,87	2,0	10,5	1,5	— 1778	+ 478
3	2,23	3,0	9,5	2,5	— 2047	+ 870
4	6,60	4,0	8,5	3,5	— 2391	+ 1123
5	24	5,0	7,5	4,5	— 2469	+ 1324
6	—	—	—	—	— 1280	0
	Meter				Kilogr.	

6) Zur Beftimmung der Querfchnitte nach der neueren Methode (fiehe Art. 283 bis 287, S. 248 bis 252) ergeben fich dann für die einzelnen Stäbe die in der folgenden Tabelle angegebenen Werthe von P_0, P_1 und P_2:

Obere Gurtung: Druck			Untere Gurtung: Zug			Diagonalen.				Verticalen: Druck überwiegt			
Stab Nr.	P_0	P	Stab Nr.	P_0	P_1	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2	Stab Nr.	P_0	P_1	P_2
1	— 4800	— 19 200	1	5102	20 410					1	— 320	— 1173	0
2	— 4800	— 19 200	2	5011	20 045	2	0	+ 1777	— 1971	2	— 320	— 1778	+ 478
3	— 4800	— 19 200	3	4925	19 699	3	0	+ 2186	— 2156	3	— 320	— 2047	+ 870
4	— 4800	— 19 200	4	4867	19 469	4	0	+ 2304	— 2396	4	— 320	— 2391	+ 1123
5	— 4800	— 19 200	5	4824	19 296	5	0	+ 2449	— 2460	5	— 320	— 2469	+ 1324
6	— 4800	— 19 200	6	4804	19 216	6	0	+ 2410	— 2582	6	— 320	— 1280	0
7	— 4800	— 19 200	7	4804	19 216	7	0	+ 2410	— 2582	7	— 320	— 2469	+ 1324
8	— 4800	— 19 200	8	4824	19 296	8	0	+ 2449	— 2460	8	— 320	— 2391	+ 1123
9	— 4800	— 19 200	9	4867	19 469	9	0	+ 2304	— 2396	9	— 320	— 2047	+ 870
10	— 4800	— 19 200	10	4925	19 699	10	0	+ 2186	— 2156	10	— 320	— 1778	+ 478
11	— 4800	— 19 200	11	5011	20 045	11	0	+ 1777	— 1971	11	— 320	— 1173	0
12	+ 4800	— 19 200	12	5102	20 410								
	Kilogr.			Kilogr.			Kilogramm.				Kilogramm.		

In die Gleichungen 15., 18., 21. u. 24. find die abfoluten Zahlenwerthe für P_0, P_1, P_2 einzufetzen; es folgt dies aus der Entwickelung derfelben.

6) Dreieckträger.

Dreieck- und Trapezträger find, wie bereits in Art. 374, S. 338 gefagt wurde, Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden. Die eine

Fig. 221.

a)

b)

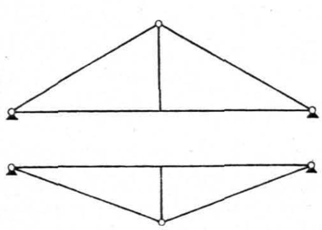


Fig. 222.

a)

b)