Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu ſteigenden Diagonalen Druck; durch die ungünſtigſte mobile Belaſtung erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen ſowohl Zug, wie Druck. Wenn der gröſste Druck, der in einer Diagonalen durch mobile Belaſtung entſteht, kleiner iſt, als der Zug durch das Eigengewicht, ſo erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager iſt der Zug in Folge des Eigengewichtes meiſtens viel gröſser, als der gröſste Druck durch mobile Belaſtung, und es werden daher dieſe Diagonalen meiſtens nur gezogen. Eben ſo ergiebt ſich, daſs die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu anſteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen in dem mittleren Theile des Trägers werden dagegen ſowohl gezogen, wie gedrückt.

3) Parallelträger mit Fachwerk.

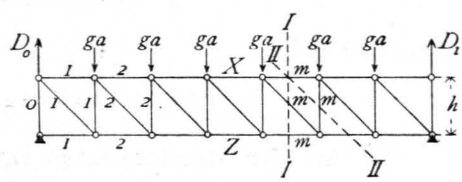
α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belaſtung wird im vorliegenden Falle genau ſo, wie in Art. 383, S. 343, wenn M das Biegungsmoment für den einem oberen Gurtungsſtabe conjugirten Punkt, M' das Biegungsmoment für den einem unteren Gurtungsſtabe conjugirten Punkt bezeichnet, 386. Berechnung d. Gurtungsſpannungen.

$$X = -\frac{M}{h} \quad \text{und} \quad Z = \frac{M'}{h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 215.$$

Auch hier findet das Maximum der Beanſpruchung der Gurtungsſtäbe bei totaler Belaſtung des Trägers ſtatt.

Für die Belaſtung durch Eigengewicht, bezw. totale gleichmäſsig vertheilte mobile Belaſtung (Fig. 191) iſt die Spannung in den Gurtungsſtäben davon unabhängig, ob die Laſten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen. Es iſt die Auflager-Reaction

Fig. 191.



$$D_0 = D_1 = (n-1)\,\frac{g\,a}{2}.$$

Für den m-ten Stab der oberen, bezw. der unteren Gurtung erhält man die durch das Eigengewicht g pro Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_g = -\frac{g\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_g = \frac{g\,a^2}{2\,h}\,(m-1)\,(n-m+1) \quad . \quad 216.$$

und die durch totale mobile Belaſtung p pro Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_p = -\frac{p\,a^2\,m\,(n-m)}{2\,h} \quad \text{und} \quad Z_p = \frac{p\,a^2}{2\,h}\,(m-1)\,(n-m+1) \quad . \quad 217.$$

X_p und Z_p ſind zugleich die Maximalſpannungen, die durch mobile Belaſtung hervorgebracht werden.

β) Berechnung der Spannungen in den Gitterſtäben. Für das Fragment in Fig. 192 ſei bei beliebiger Belaſtung die Transverſalkraft Q; alsdann iſt für die Spannung in der Diagonalen 387. Berechnung d. Gitterſtabsſpannungen.

$$Y \cos\alpha = Q, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{Q}{\cos\alpha} \quad \ldots\ldots \quad 218.$$

Iſt in Fig. 193 die Transverſalkraft für das Fragment Q', ſo iſt die Spannung in der Verticalen

$$V = - Q' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 219.$$

Fig. 192.

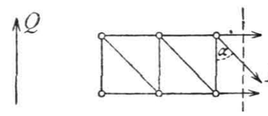
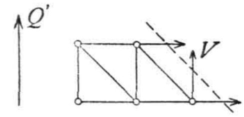


Fig. 193.



Für die Diagonalen iſt es, da der Schnitt vertical gelegt werden kann, gleichgiltig, ob die Laſt in der oberen oder unteren Gurtung liegt; für die Verticalen dagegen ergiebt ſich, da der Schnitt bei dieſen ſchräg gelegt wird, ein weſentlich anderes Q', wenn die Laſt oben, als wenn ſie unten liegt.

α) Das Eigengewicht erzeugt (Fig. 191) die Auflager-Reaction $D_0 = (n-1)\,\frac{g\,a}{2}$. Um die Spannung in den Diagonalen zu finden, führen wir den Schnitt II durch die m-te Diagonale; alsdann iſt die Transverſalkraft $Q_m = D_0 - (m-1)\,g\,a = \frac{g\,a}{2}\,(n - 2\,m + 1)$ und

$$Y_g = \frac{Q_m}{\cos\alpha} = \frac{g\,a}{2\cos\alpha}\,(n - 2\,m + 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 220.$$

Denſelben Ausdruck fanden wir in Art. 384, S. 345, Gleichung 205. für die beim Netzwerk rechts fallenden Diagonalen. Die in Bezug auf Zug und Druck dort gefundenen Reſultate gelten demnach auch hier. Die nach der Mitte fallenden Diagonalen erhalten durch das Eigengewicht Zug; die nach der Mitte ſteigenden Diagonalen erhalten Druck.

Für die Ermittelung der Spannungen in den Verticalen iſt zu unterſcheiden, ob die Laſtpunkte oben oder unten ſich befinden. Im erſteren Falle (Fig. 191) iſt

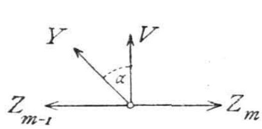
$$V_m = - Q_m = - \frac{g\,a}{2}\,(n - 2\,m + 1), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 221.$$

im zweiten Falle

$$V'_m = - Q'_m = - \frac{g\,a}{2}\,(n - 1 - 2\,m) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 222.$$

Die Art der Beanſpruchung ergiebt ſich entweder, wie oben in Art. 384, S. 345 gezeigt wurde, oder durch Betrachtung eines beliebigen nicht belaſteten Knotenpunktes (Fig. 194). An einem Knotenpunkte der unteren Gurtung wirken, wenn etwa die Laſten an der oberen Gurtung angenommen werden, nur die Spannungen der Stäbe, welche ſich an ihm kreuzen. Die algebraiſche Summe aller Verticalcomponenten muſs Null ſein, d. h. es muſs $0 = Y\cos\alpha + V$ und $V = - Y\cos\alpha$ ſein. Hieraus folgt der Satz: Die beiden Gitterſtabsſpannungen am Knotenpunkte der nicht belaſteten Gurtung haben entgegengeſetzte Beanſpruchung; die Belaſtung, welche in einer Diagonalen Zug erzeugt, erzeugt in derjenigen Verticalen, welche mit ihr an einem Knotenpunkte der nicht belaſteten Gurtung zuſammentrifft, Druck und umgekehrt.

Fig. 194.



β) Für die ungünſtigſte Beanſpruchung der Gitterſtäbe, welche durch mobile Belaſtung hervorgebracht wird, ergiebt ſich betreff der Diagonalen durch dieſelbe Beweisführung, wie in Art. 384, S. 346, die gleiche Regel wie dort. Für die Verticalen ergiebt ſich zugleich aus dem Schluſsſatze unter α: Jede Verticale erhält ihren gröſsten Druck (bezw. Zug) bei derjenigen Belaſtung, bei welcher die mit ihr an einem unbelasteten Knotenpunkte zusammentreffende Diagonale ihren gröfsten Zug (bezw. Druck) erhält.

Fig. 195.

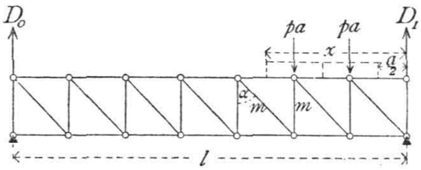
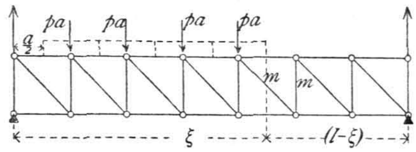


Fig. 196.



Wirken die Lasten an der oberen Gurtung, so ergeben sich die Werthe für die Spannungen, wenn wir wiederum zur Ermittelung von Q die Knotenpunktsbelastungen durch gleichförmig vertheilte Lasten ersetzt denken, wie folgt. Für das Maximum von Y_m und das Minimum von V_m ergiebt sich nach Fig. 195 die Auflager-Reaction

$$D_0 = \frac{p\left(x - \frac{a}{2}\right)}{2l}\left(x + \frac{a}{2}\right) = \frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = Q_m.$$

Sonach

$$\underset{max}{Y_m} = \frac{p}{2\,l\cos\alpha}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \text{und} \quad \underset{min}{V_m} = -\frac{p}{2l}\left[x^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad . \quad 223.$$

Für Y_{min} und V_{max} findet man nach Fig. 196

$$D_0 = \frac{p\left(\xi - \frac{a}{2}\right)\left[\dfrac{\xi - \frac{a}{2}}{2} + l - \xi\right]}{l} = p\left(\xi - \frac{a}{2}\right) - \frac{p}{2l}\left[\xi^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right];$$

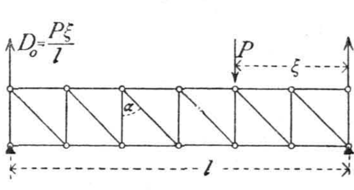
$$Q = -\frac{p}{2l}\left[\xi^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right];$$

$$\underset{min}{Y_m} = -\frac{p}{2l\cos\alpha}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \text{und} \quad \underset{max}{V_m} = -\frac{p}{2l}\left[(l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \; 224.$$

x bedeutet den Abstand der Mitte desjenigen Feldes, zu dem die Diagonale gehört, vom rechten Auflager; bei den Verticalen die Mitte des Feldes, zu welchem diejenige Diagonale gehört, die mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der nicht belasteten Gurtung zusammentrifft (hier also der unteren Gurtung).

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so stimmen die Formeln für die Diagonalen genau mit den eben entwickelten; auch diejenigen für die Verticalen, wenn man beachtet, dafs x den soeben erwähnten Werth hat, dafs sich also x hier auf die Mitte des Feldes bezieht, zu dem die Diagonale gehört, welche mit der Verticalen an einem Knotenpunkte der oberen Gurtung sich schneidet.

Fig. 197.



c) Wenn der Träger durch eine Einzellast belastet wird (Fig. 197), so erhält jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem linken Auflager, nach welchem hier die Diagonalen steigen, einen Zug

$$Y = \frac{P\,\xi}{l\cos\alpha}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 225.$$

jede Verticale auf dieser Seite der Last einen Druck

$$V = -\frac{P\,\xi}{l}. \qquad \dots \dots \dots \dots \qquad 226.$$

Jede Diagonale zwischen dem Lastpunkt und dem rechten Auflager, nach dem die Diagonalen hier fallen, erhält einen Druck

$$Y = -\frac{P\,(l-\xi)}{l \cos \alpha}, \qquad \dots \dots \dots \dots \qquad 227.$$

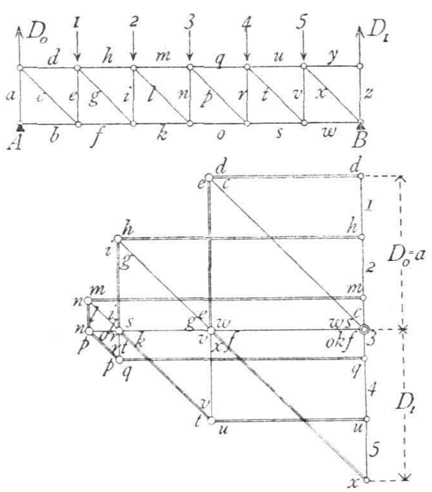
jede Verticale auf dieser Seite einen Zug

$$V = \frac{P\,(l-\xi)}{l}. \qquad \dots \dots \dots \dots \qquad 228.$$

388. Graphische Ermittelung der Spannungen.

γ) Graphische Ermittelung der Spannungen. Der Träger sei durch eine gleichmäfsig vertheilte Last (Eigengewicht, bezw. totale mobile Belastung) belastet; in jedem Knotenpunkte der oberen Gurtung wirke die Last $g\,a$, bezw. $p\,a$. Hiernach ist in Fig. 198 der Kräfteplan nach der *Cremona*'schen Methode construirt, worüber weitere Bemerkungen unnöthig sind.

Fig. 198.



Wenn die Zeichnung für eine Belastung g pro Längeneinheit construirt ist, so geben die Längen der einzelnen Linien auch zugleich die Beanspruchungen für die Belastung p pro Längeneinheit, falls dieselben nur auf einem Mafsstabe abgegriffen werden, auf welchem diejenige Länge $p\,a$ bedeutet, welche vorher $g\,a$ bedeutet hatte.

Sind die Maximalspannungen in den Gitterstäben, welche durch mobile Belastung erzeugt werden, zu bestimmen, so ergiebt die Vergleichung der in Art. 387, S. 353 für $Y_{\substack{max\\min}}$ und $V_{\substack{max\\min}}$ gefundenen Werthe mit den in Art. 384, S. 347 für den Parallelträger mit Netzwerk gefundenen Werthen für Y und Q die genaue Uebereinstimmung beider, falls x den in Art. 387, S. 353 angegebenen Werth hat.

Die unten stehende Curve (Fig. 199) ergiebt demnach die Werthe für Q_{max},

Fig. 199.

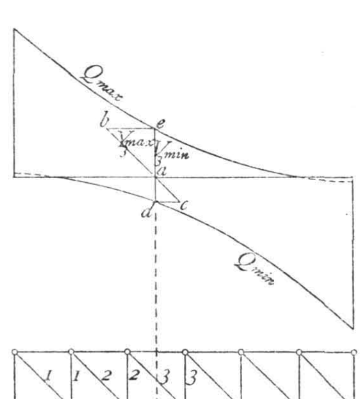
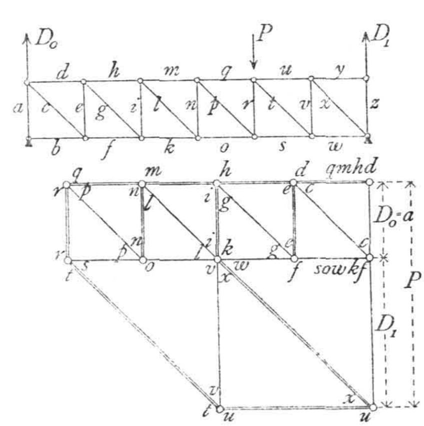


Fig 200.



fo wie Q_{min} und damit, wie gezeichnet, leicht die Werthe für Y und V. Der für $V_{3\,min}$ angegebene Werth entfpricht einer Belaftung der oberen Gurtung.

Auch die *Culmann*'fche Methode giebt rafch die gefuchten Refultate.

Die Ermittelung fämmtlicher Spannungen, welche eine Einzellaft hervorbringt, ergiebt fich leicht mittels des *Cremona*'fchen Kräfteplans, wie neben ftehend (Fig. 200) gezeichnet ift.

4) Parallelträger mit nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen.

Im vorhergehenden Kapitel ift gezeigt worden, dafs die gedrückten Stäbe mit Rückficht auf Widerftand gegen Zerknicken wefentlich ftärker conftruirt werden müffen, als die einfache Druckbeanfpruchung erfordert. Bei der Beftimmung der Querfchnittsgröfse find Zufchläge zu machen, welche bei den gezogenen Stäben nicht nöthig find. Man wird defshalb bei gewiffen Materialien, befonders bei Schmiedeeifen, die Verwendung gedrückter Stäbe möglichft befchränken, und ftatt deren, wenn möglich, gezogene anordnen. Wo aber gedrückte Stäbe nicht entbehrt werden können, empfiehlt es fich, die kürzeren Stäbe als gedrückte, die längeren als gezogene anzuordnen. Bei manchen Materialien hingegen, insbefondere beim Holz, macht die Anordnung der Verbindungen eine möglichft geringe Verwendung von Zugftäben und eine möglichft ausgedehnte Verwendung von Druckftäben wünfchenswerth. 389. Princip.

Bei den Trägern mit Fachwerk ift die Anordnung von nur gezogenen, bezw. nur gedrückten Diagonalen möglich.

Wir betrachten zunächft die Träger mit nur gezogenen Diagonalen. 390. Träger mit nur gezogenen Diagonalen.

Wie in Art. 387, S. 352 nachgewiefen ift, erzeugt das Eigengewicht, fo wie auch eine totale gleichmäfsige Belaftung aller Knotenpunkte in den nach der Mitte fallenden Diagonalen Zug, in den nach der Mitte fteigenden Diagonalen Druck. Soll alfo durch die angegebene Belaftung, welche für den Hochbau weitaus die wichtigfte ift, in den Diagonalen nur Zug entftehen, fo ordnet man nur nach der Mitte fallende Diagonalen an, conftruirt alfo den Träger genau fymmetrifch zur Mitte (Fig. 201). Ift die Felderzahl ungerade, fo erhalten die Diagonalen in dem Mittelfelde bei diefer Belaftung den Zug und Druck Null (Fig. 202). Bei diefer Trägerform erhalten je zwei fymmetrifch zur Mitte liegende Stäbe gleiche Spannungen; diefelben wurden früher für die eine Hälfte gefunden und find demnach leicht zu übertragen.

Fig. 201.

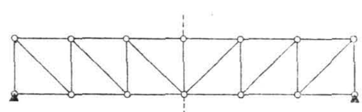
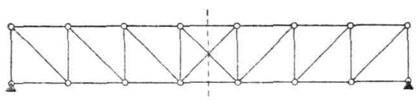


Fig. 202.



Die in Fig. 201 und 202 gezeichneten Diagonalen erhalten aber durch mobile, nicht über den ganzen Träger ausgedehnte Belaftung eventuell Druckbeanfpruchungen, und zwar findet, wie oben ermittelt, in einer Diagonalen der gröfste Druck ftatt, wenn die Knotenpunkte vom Kopfpunkte der Diagonalen bis zu demjenigen Auflager, nach welchem der Kopf der Diagonalen hinweist, belaftet, die übrigen Knotenpunkte aber unbelaftet find. Durch das ftets noch vorhandene Eigengewicht findet andererfeits in den Diagonalen eine beftändige Zugfpannung ftatt, welche die erwähnte Druckbeanfpruchung vermindert. Diejenigen Diagonalen nun, bei denen (beides