

in cyclischer Reihenfolge an einander legt, und ziehe nun durch die Eckpunkte dieses Kraftpolygons Parallelen zu den Randstäben derart, daß die Parallele zu einem Randstabe, etwa zu  $A$ , durch denjenigen Eckpunkt des großen Kraftpolygons geht, welcher zwischen den beiden äußeren Kräften liegt, zwischen denen der betreffende Randstab im System sich befindet. Der Randstab  $A$  liegt im System zwischen den äußeren Kräften  $1$  und  $5$ ; die Parallele zu  $A$  wird also durch den Punkt  $\alpha$  zwischen  $1$  und  $5$  gezogen; eben so die Parallele zum Randstab  $B$  durch  $\beta$  zwischen  $1$  und  $2$  etc. Unter Benutzung der hier gezogenen Parallelen construirt man nun, wie oben angegeben, die kleinen Kraftpolygone, so erhält man einen Linienzug zwischen den Randstäben, in welchem jede einzelne Linie eine Zwischenstabspannung darstellt und in welchem jede Zwischenstabspannung nur einmal vorkommt. Die auf den Parallelen zu den Randstäben abgechnittenen Längen geben die Spannungen der Randstäbe an.

Der Sinn der Stabspannungen wird hier genau in derselben Weise aus dem Kraftpolygon für einen Knotenpunkt ermittelt, wie im vorhergehenden Artikel angegeben ist.

2) Parallelträger mit Netzwerk.

$\alpha$ ) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Um diese Spannungen für eine beliebige Belastung zu ermitteln, nennen wir die Mittelkraft aller auf das Fragment links vom Schnitte  $II$  (Fig. 178) wirkenden Kräfte  $Q$ ; da nun für irgend einen Stab  $CE$  der oberen Gurtung  $F$  der Momenten- oder conjugirte Punkt ist, so ist das Moment der äußeren Kräfte in Bezug auf diesen Punkt  $M = Q \eta$ . Daraus folgt als Bedingungsgleichung:

383.  
Berechnung  
der Gurtungs-  
spannungen.

$$0 = M + Xh, \text{ woraus } X = -\frac{M}{h} \dots \dots \dots 194.$$

In gleicher Weise ergibt sich für  $C$  als Momentenpunkt, wenn  $M_1$  das Moment von  $Q$  in Bezug auf  $C$  ist,

$$0 = M_1 - Zh, \text{ woraus } Z = \frac{M_1}{h} \dots \dots \dots 195.$$

Da bei einem Träger auf zwei Stützen  $M$  stets die angegebene Drehrichtung hat (stets positiv ist, vergl. Art. 358, S. 317), so folgt aus den Gleichungen 194. und 195: Bei Trägern auf zwei Stützen werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren Gurtungsstäbe stets gezogen. Ferner:  $X_{max}$  und  $Z_{max}$  wird bei derselben Belastung wie  $M_{max}$  stattfinden, d. h. in jedem Gurtungsstabe findet Maximalbeanspruchung bei derjenigen Belastung statt, bei welcher das Moment für den dem Stabe conjugirten Punkt sein Maximum erreicht. Wird gleichmäßig vertheilte Belastung zu Grunde gelegt, so findet für jeden Querschnitt das Maximalmoment bei voller Belastung statt; sämtliche Gurtungsstäbe werden demnach bei totaler Belastung am meisten beansprucht.

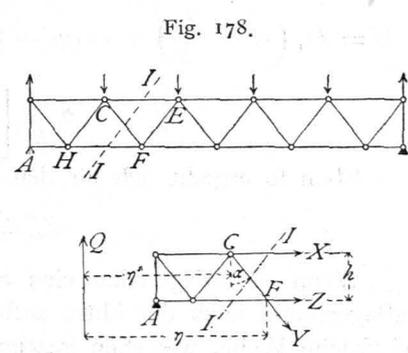
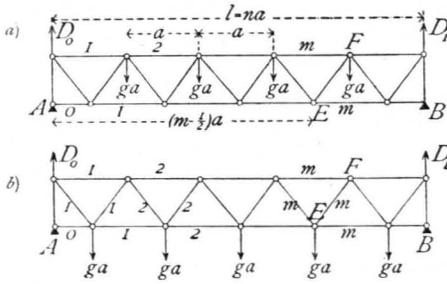


Fig. 178.

$\alpha$ ) Das Eigengewicht der Construction kann als eine gleichmäßig über die Länge des Trägers vertheilte Belastung angesehen werden. Wir bezeichnen es mit  $g$  pro Längeneinheit und machen die vereinfachende Annahme, daß alle Belastungen durch Eigengewicht nur in der einen Gurtung angreifen, welche Annahme für die Hochbau-Praxis stets ausreichen wird. Die Entfernung der Knotenpunkte sei  $a$  (Fig. 179), die Felderzahl des Trägers  $n$ , mithin  $l = na$ . Jeder Mittenknotenpunkt

Fig. 179.



ist mit  $ga$  belastet; die Belastungen der Knotenpunkte über den Auflagern berücksichtigen wir nicht, weil diese direct vom Auflager aufgenommen werden.

Greifen die Lasten an der oberen Gurtung an (Fig. 179 a), so ist bei der angenommenen Diagonalenanordnung die Auflager-Reaction  $D_0 = D_1 = (n - 1) \frac{ga}{2}$ . Für den  $m$ -ten Stab der oberen Gurtung ist  $E$  der conjugirte Punkt, und

$$M = D_0 \left( m - \frac{1}{2} \right) a - (m - 1) ga \left( \frac{m - 2}{2} a + \frac{a}{2} \right),$$

$$M = \frac{g a^2}{2} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right];$$

$$X_m^g = - \frac{g a^2}{2h} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right] \dots \dots \dots 196.$$

Für den  $m$ -ten Stab der unteren Gurtung ist  $F$  der conjugirte Punkt, und

$$M_1 = D_0 m a - (m - 1) ga \frac{m a}{2} = \frac{g a^2}{2} m (n - m);$$

$$Z_m^g = \frac{g a^2}{2h} m (n - m) \dots \dots \dots 197.$$

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so ist bei der in Fig. 179 b gezeichneten Diagonalenanordnung die Auflager-Reaction  $D_0 = D_1 = \frac{n g a}{2}$ . Für den  $m$ -ten Stab der oberen Gurtung ist wiederum  $E$  der conjugirte Punkt, und

$$M = D_0 \left( m - \frac{1}{2} \right) a - (m - 1) ga \frac{m a}{2} = \frac{g a^2}{2} \left[ m (n - m + 1) - \frac{n}{2} \right];$$

$$X_m^g = - \frac{g a^2}{2h} \left[ m (n - m + 1) - \frac{n}{2} \right] \dots \dots \dots 198.$$

Eben so ergibt sich für den  $m$ -ten Stab der unteren Gurtung

$$Z_m^g = \frac{g a^2}{2h} m (n - m) \dots \dots \dots 199.$$

Wenn die Diagonalen eine andere Richtung haben, so daß die erste vom Auflagerpunkt nach der Mitte ansteigt, so ergeben sich etwas andere Formeln, die auf gleiche Weise, wie eben gezeigt, zu ermitteln sind.

b) Die größten Gurtungsspannungen in Folge mobiler gleichmäßig vertheilter Belastung finden statt, wenn der ganze Träger belastet ist. Nennen wir die gleichmäßig vertheilte mobile Belastung pro Längeneinheit  $p$ , so ergeben sich offenbar für diese Belastung, die pro Knotenpunkt gleich  $pa$  ist, genau dieselben Formeln, wie für das Eigengewicht, wobei nur  $g$  durch  $p$  zu ersetzen ist. Wir erhalten also für an der oberen Gurtung angreifende Lasten (Fig. 179 a)

$$X_m^p = - \frac{p a^2}{2h} \left[ (n + 1) \left( m - \frac{1}{2} \right) - m^2 \right] \text{ und } Z_m^p = \frac{p a^2}{2h} m (n - m), \dots 200.$$

für an der unteren Gurtung angreifende Lasten (Fig. 179 b)

$$X_m^p = - \frac{p a^2}{2h} \left[ m(n-m+1) - \frac{n}{2} \right] \quad \text{und} \quad Z_m^p = \frac{p a^2}{2h} m(n-m) \quad \dots \quad 201.$$

c) Findet eine Belastung des Trägers durch Einzellaften  $P_1, P_2, P_3$  (Fig. 180) statt, so ist die Auflager-Reaktion  $D_0 = \frac{P_1 \xi_1}{l} + \frac{P_2 \xi_2}{l} = \Sigma \left( \frac{P \xi}{l} \right)$ . Für den  $m$ -ten Stab der oberen, bzw. der unteren Gurtung betragen die Spannungen

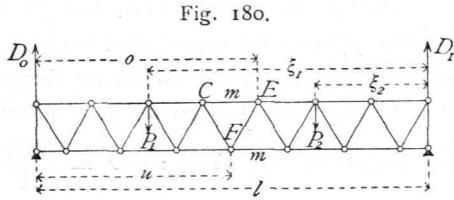


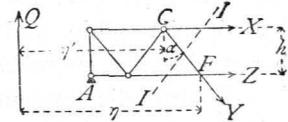
Fig. 180.

$$X_m = - \frac{D_0 u - P_1 \frac{3}{2} a}{h} \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{D_0 o - P_1 \cdot 2 a}{h} \quad \dots \quad 202.$$

\beta) Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben. Es sei für eine beliebige Belastung die Mittelkraft aller auf das Fragment links vom Schnitt  $II$  (Fig. 181) wirkenden Kräfte  $Q$ ; alsdann ist für eine nach rechts fallende Diagonale

Fig. 181.

$$0 = Q - Y \cos \alpha, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{Q}{\cos \alpha} \quad 203.$$

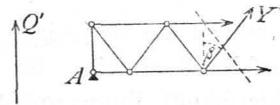


und für eine nach rechts steigende Diagonale (Fig. 182)

$$0 = Q' + Y' \cos \beta, \quad \text{woraus} \quad Y' = - \frac{Q'}{\cos \beta} \quad \dots \quad 204.$$

a) Das Eigengewicht erzeugt, wenn die Lasten an der oberen Gurtung angreifen, die Auflager-Reaktion (Fig. 179 a)  $D_0 = D_1 = (n-1) \frac{g a}{2}$ . Für den  $m$ -ten nach rechts fallenden Stab ist

Fig. 182.



$$Q_m = (n-1) \frac{g a}{2} - (m-1) g a = \frac{g a}{2} (n - 2m + 1),$$

sonach

$$Y_m^g = \frac{g a}{2 \cos \alpha} (n - 2m + 1); \quad \dots \quad 205$$

für den  $m$ -ten nach rechts steigenden Stab ist

$$Q'_m = \frac{g a}{2} (n - 2m + 1), \quad \text{daher} \quad Y'_m{}^g = - \frac{g a}{2 \cos \beta} (n - 2m + 1). \quad 206.$$

$Y_m^g$  ist positiv, wenn der Klammerfactor  $n - 2m + 1 > 0$  ist, d. h. wenn  $m < \frac{n+1}{2}$ ; negativ, wenn  $m > \frac{n+1}{2}$  ist. Bei geradem  $n$  ist für alle Felder links von der Mitte  $m < \frac{n+1}{2}$ ,

für alle Felder rechts von der Mitte  $m > \frac{n+1}{2}$ . Mithin werden alle nach rechts fallenden Diagonalen links von der Mitte gezogen, rechts von der Mitte gedrückt.  $Y'_m{}^g$  ist negativ, d. h. die  $m$ -te rechts steigende Diagonale wird gedrückt, wenn der Klammerfactor positiv ist;  $Y'_m{}^g$  ist positiv, d. h. die  $m$ -te rechts steigende Diagonale wird gezogen, wenn der Klammerfactor negativ ist. Mithin werden die nach rechts steigenden Diagonalen links von der Mitte gedrückt, rechts von der Mitte gezogen.

Bei ungerader Felderzahl ist für alle Felder links vom Mittelfelde  $m < \frac{n+1}{2}$ , d. h.  $Y^g$  Zug und  $Y'^g$  Druck. Für alle Felder rechts vom Mittelfelde ist  $m > \frac{n+1}{2}$ , mithin  $Y^g$  Druck und  $Y'^g$

384.  
Berechnung  
d. Gitterstabs-  
spannungen.

Zug. Für das Mittelfeld ist  $m = \frac{n+1}{2}$ , d. h. der Klammerfactor gleich Null; demnach ist in den zum Mittelfelde gehörigen Diagonalen die durch das Eigengewicht erzeugte Spannung gleich Null.

Allgemein ergibt sich: Bei gleichmäÙig über den Träger vertheilter Belastung  $g$  (oder  $p$ ) pro Längeneinheit werden die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gedrückt.

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an, so ergibt sich die Auflager-  
Reaction (Fig. 179 *b*)  $D_0 = D_1 = \frac{ng a}{2}$ , und für die  $m$ -te rechts fallende Diagonale

$$Y = \frac{g a}{2 \cos \alpha} (n - 2m + 2), \dots \dots \dots 207.$$

für die  $m$ -te rechts steigende Diagonale

$$Y' = - \frac{g a}{2 \cos \beta} (n - 2m) \dots \dots \dots 208.$$

Das Gesetz, daß bei dieser Belastungsart die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen gezogen, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen gedrückt werden, ist auch hier gültig und ergibt sich in derselben Weise, wie soeben für an der oberen Gurtung angreifende Lasten gezeigt wurde.

b) Um die ungünstigsten Gitterstabspannungen, welche in Folge mobiler Belastung entstehen, zu ermitteln, erwäge man, daß bei beliebiger Belastung für rechts fallende Diagonalen nach Gleichung 203.  $Y = \frac{Q}{\cos \alpha}$  und für rechts steigende

Diagonalen nach Gleichung 204.  $Y' = - \frac{Q'}{\cos \beta}$  ist. Das Maximum von  $Y$  findet

demnach bei derjenigen Belastung statt, bei welcher sich das Maximum der Transversalkraft ergibt. Nach Art. 362, S. 325 hat aber die Transversalkraft für einen Querschnitt ihren größten positiven Werth, wenn der Trägertheil rechts von dem betrachteten Querschnitte belastet, der Trägertheil links davon unbelastet ist, ihren größten negativen Werth bei der umgekehrten Belastung. Daraus folgt: Jede nach rechts fallende Diagonale erleidet den größten Zug durch mobile Belastung, wenn die rechts vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte belastet, die links vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte unbelastet sind; dagegen der größte Druck, wenn die links vom Schnitte gelegenen Knotenpunkte belastet, die übrigen unbelastet sind.

Da  $Y' = - \frac{Q'}{\cos \beta}$ , so findet in den nach rechts steigenden Diagonalen der größte Druck statt, wenn nur die Knotenpunkte rechts vom Schnitte, der größte Zug, wenn nur die Knotenpunkte links vom Schnitte belastet sind.

Allgemeiner kann die Regel wie folgt ausgesprochen werden: Jede Diagonale erleidet den größten Zug, wenn nur die Knotenpunkte zwischen ihrem Fußpunkte und demjenigen Auflager, nach welchem dieser Fußpunkt zeigt, belastet sind; jede Diagonale erleidet den größten Druck, wenn nur die Knotenpunkte zwischen ihrem Kopfpunkte und demjenigen Auflager belastet sind, nach welchem dieser Kopfpunkt hinweist. Dieser Satz gilt allgemein, ob die Lastpunkte an der oberen oder unteren Gurtung liegen.

Die positiven, bzw. negativen Maximalwerthe für  $Y$  und  $Y'$  ergeben sich nun in folgender Weise. Greifen die Lasten an der oberen Gurtung an (Fig. 183), so ist  $Q$  genau eben so groß, als wenn bei dem homogen angenommenen Träger

die Einzellaften  $pa$  je auf die Längen  $a$  gleichmäÙig vertheilt wären, d. h. als wenn die Laft  $p$  pro Längeneinheit von der Mitte des äuÙerften Feldes am rechten, bezw. linken Auflager bis zur Mitte desjenigen Feldes der oberen Gurtung vorgeerückt ist, dem die Diagonale angehört. Denn im ersten Falle ist, wenn  $r$  belastete Knotenpunkte vorhanden sind,

$$D_0 = \frac{rap}{l} \left( \frac{ra}{2} + \frac{a}{2} \right) = \frac{rpa^2}{2l} (r + 1),$$

und da  $x = ra + \frac{a}{2} = a \left( r + \frac{1}{2} \right)$ , also  $x + \frac{a}{2} = a(r + 1)$  ist, so wird

$$D_0 = \left( x + \frac{a}{2} \right) \frac{rpa}{2l} = \frac{p}{2l} \left( x + \frac{a}{2} \right) \left( x - \frac{a}{2} \right) = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right].$$

Derfelbe Werth ergibt sich für den homogenen Träger in Fig. 183, nämlich  $D_0 = \frac{p}{2l} \left( x - \frac{a}{2} \right) \left( x + \frac{a}{2} \right)$ . Es gilt dies allgemein, falls die den Auflagern zunächst liegenden Knotenpunkte der mobil belasteten Gurtung um eine ganze Feldweite von den Auflagern abliegen.

Nun ist für diejenigen Diagonalen, für welche die gezeichnete Belastung Maximalzug bzw. Maximaldruck erzeugt,  $Q_{max} = D_0$ , daher

$$Y_{max} = \frac{p}{2l \cos \alpha} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]. \quad 209.$$

In gleicher Weise ergibt sich nach Fig. 184

$$D_0 = \frac{p \left( l - x - \frac{a}{2} \right)}{l} \left( x + \frac{l - x - \frac{a}{2}}{2} \right) = \frac{p}{2l} \left[ \left( l - \frac{a}{2} \right)^2 - x^2 \right];$$

$$Q_{x \min} = \frac{p}{2l} \left[ \left( l - \frac{a}{2} \right)^2 - x^2 \right] - p \left( l - \frac{a}{2} - x \right) = - \frac{p}{2l} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right],$$

$$\text{und } Y_{\min} = - \frac{p}{2l \cos \alpha} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]. \quad \dots \quad 210.$$

Dem entsprechend wird

$$Y'_{\min} = - \frac{Q_{max}}{\cos \beta} = - \frac{p}{2l \cos \beta} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \dots \quad 211.$$

$$Y'_{\max} = - \frac{Q_{\min}}{\cos \beta} = \frac{p}{2l \cos \beta} \left[ (l - x)^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \dots \quad 212.$$

Greifen die Laften an der unteren Gurtung an (Fig. 185), so ist (wenn mit ganz geringem Fehler die Belastung der beiden den Auflagern zunächst liegenden Knotenpunkte gleichfalls mit  $pa$  eingeführt wird)  $Q_{max}$ , bezw.  $Q_{\min}$  eben so groß, wie bei einem homogenen Träger, bei welchem die Laft  $p$  pro Längeneinheit vom rechten, bezw. linken Auflager aus bis zur Mitte desjenigen Feldes der unteren

Fig. 183.

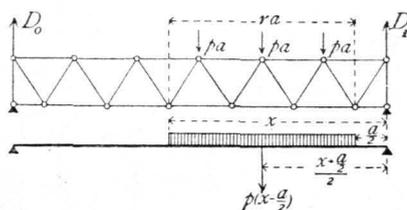


Fig. 184.

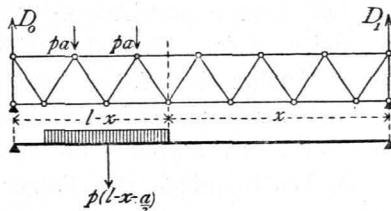
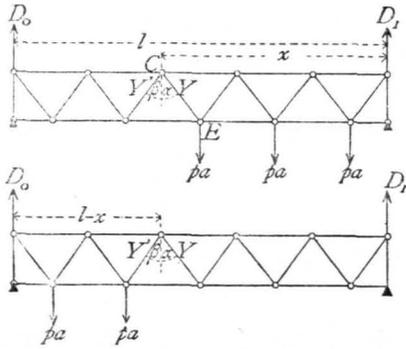


Fig. 185.



Es ergibt sich nun

$$Y_{max} = \frac{p x^2}{2l \cos \alpha} \quad \text{und} \quad Y_{min} = -\frac{p (l-x)^2}{2l \cos \alpha}, \quad \dots \quad 213.$$

$$Y'_{min} = -\frac{p x^2}{2l \cos \beta} \quad \text{und} \quad Y'_{max} = \frac{p (l-x)^2}{2l \cos \beta} \quad \dots \quad 214.$$

Die zusammengehörigen Werthe von  $Y$  und  $Y'$  beziehen sich auf zwei Diagonalen, welche demselben Felde der unteren Gurtung angehören.

c) Erfährt der Träger eine totale Belaftung  $p$  pro Längeneinheit, so sind die sub a für Eigengewichtbelaftung gefundenen Werthe auch für diesen Fall gültig, wenn statt des dortigen  $g$  die Gröfse  $p$  eingeführt wird.

b) Wird endlich der Träger durch Einzellasten beansprucht (Fig. 186), so erzeugt die Last  $P$  im Abstände  $\xi$  von  $B$  die Reaction  $D_0 = \frac{P\xi}{l}$ . In sämmtlichen

rechts fallenden Diagonalen links vom Lastpunkt wird dann  $Y = \frac{D_0}{\cos \alpha} = \frac{P\xi}{l \cos \alpha}$ ;

in sämmtlichen rechts steigenden Diagonalen links vom Lastpunkte ist  $Y' = -\frac{P\xi}{l \cos \beta}$ .

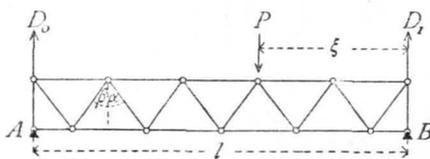
Eben so ist für alle Querschnitte rechts vom Lastpunkte  $Q = D_0 - P = -\frac{P(l-\xi)}{l}$ ,

mithin für die nach rechts fallenden Diagonalen dieser Strecke  $Y_1 = -\frac{P(l-\xi)}{l \cos \alpha}$ ,

für die nach rechts steigenden Diagonalen dieser  $Y'_1 = \frac{P(l-\xi)}{l \cos \beta}$ . Daraus folgt die Regel:

Die nach dem Lastpunkte zu fallenden Diagonalen werden gezogen, die nach demselben steigenden Diagonalen werden gedrückt.

Fig. 186.



385.  
Graphische  
Ermittlung  
der  
Spannungen.

β) Graphische Ermittlung der Spannungen. Setzen wir zunächst eine gleichmäfsig vertheilte Belaftung (Eigengewicht, bzw. totale mobile Belaftung) voraus, so macht es für die Construction keinen wesentlichen Unterschied, ob die Lasten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen. Wenn in jedem Knotenpunkte, z. B. der oberen Gurtung (Fig. 187) die Belaftung  $ga$ , bzw.  $pa$  wirkt, so

empfiehlt sich für die Ermittlung der Spannungen die Polygonmethode, weil dieselbe sämtliche Stabspannungen in einem Linienzuge giebt.

Nachdem  $D_0$  und  $D_1$  auf bekannte Art gefunden sind, trägt man sämtliche äußeren Kräfte  $1, 2, 3, 4, D_1$  und  $D_0$  in cyclischer Reihenfolge an einander. Es sei  $\alpha\beta = 1, \beta\gamma = 2$  etc.; nun trägt man an  $\varepsilon$  (den Endpunkt von  $d$ )  $D_1 = \varepsilon\gamma$  und  $D_0 = \gamma\alpha$ . Damit schließt sich das Kraftpolygon der äußeren Kräfte. Wir gehen nun von demjenigen Knotenpunkte, in welchem sich nur 2 Stäbe schneiden, d. h. von  $A$  aus. In  $A$  wirken  $D_0, a$  und  $b$ ; die Zerlegung von  $D_0$  in die beiden Componenten  $a$  und  $b$  ergibt  $a = D_0$  und  $b = 0$ . Im Knotenpunkte  $L$  wirken jetzt  $a, c$  und  $d$ . Bei der Zerlegung von  $a (= \gamma\alpha)$  ist zu beachten, daß die Parallele zum Randstabe  $d$  durch den Punkt im Kraftpolygon gehen muß, der zwischen  $D_0$  und  $1$  liegt, d. h. durch  $\alpha$ . Man erhält  $\alpha\xi = d$  und  $\xi\gamma = c$ . (Nach Art. 381, S. 341 ist  $d$  Druck und  $c$  Zug.) Geht man nun zum Knotenpunkte  $E$  über, so wirken daselbst ( $b = 0$ )  $c, e$  und  $f$ ; bekannt ist  $c = \gamma\xi$ . Demnach sind  $e$  und  $f$  durch Zerlegung zu ermitteln, wobei die Parallele zum Randstabe  $f$  durch den Punkt  $\gamma$  im Kraftpolygon gehen muß, welcher zwischen  $D_1$  und  $D_0$  liegt, da der Randstab  $f$  im System sich zwischen den Kräften  $D_0$  und  $D_1$  befindet. Man erhält leicht  $e$  und  $f$ . (Da  $c$ , wie oben gefunden, Zug ist, erhält  $e$  Druck,  $f$  Zug.) Geht man so weiter, so ergibt sich der in Fig. 187 gezeichnete Kräfteplan. In demselben sind die Druckspannungen durch doppelte, die Zugspannungen durch einfache Linien bezeichnet;  $m$  ist Druck, fällt aber mit einer Anzahl von Zugspannungen zusammen und ist deshalb besonders herausgezeichnet. Die Endpunkte der Stabspannungen sind stets durch dieselben Buchstaben bezeichnet, welche die bezüglichen Stäbe im System führen. Die Spannungen  $b, l, n, w$  werden gleich Null.

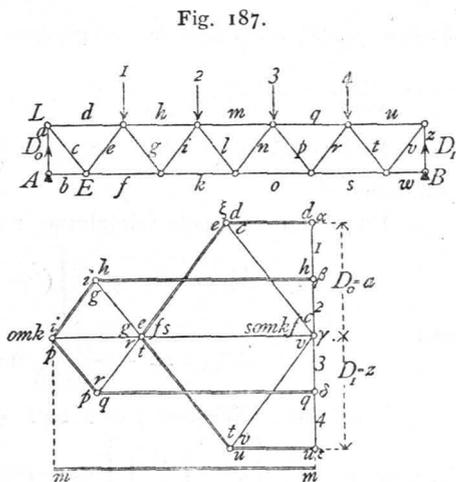


Fig. 187.

Uebergangen wir nunmehr dazu, die Maximalspannungen in den Gitterstäben, welche durch mobile Belastung hervorgebracht werden, zu bestimmen, so war, wenn die Lasten an der oberen Gurtung angreifen, oder allgemein, wenn die an der mobil belasteten Gurtung gelegenen Knotenpunkte zunächst den Auflagern von diesen um eine ganze Feldweite  $a$  entfernt sind, nach Art. 384, S. 347 für die nach rechts fallenden Diagonalen

$$V_{max} = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}.$$

Die graphische Darstellung von

$$Q_{max} = \frac{p}{2l} \left[ x^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right]$$

ergiebt eine Parabel.

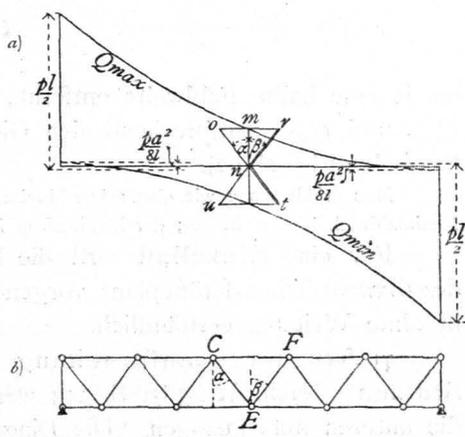
Für  $x = 0$  wird  $Q_{max} = -\frac{p a^2}{8l}$ ; für  $x = l$

wird  $Q_{max} = \frac{p}{2l} \left[ l^2 - \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right] = \frac{p l}{2} - \frac{p a^2}{8l}$ ,  $Q_{max}$

wird Null für  $x = \frac{a}{2}$ ; die Curve hat ein Minimum für  $0 = 2x$ , d. h. für  $x = 0$ . Danach ist die Curve in Fig. 188 a) construirt.

Hier sind diejenigen Ordinaten der Curve als Werthe von  $Q_{max}$  einzuführen, welche den Fußpunkten der betreffenden Diagonalen entsprechen. Für die Diagonale  $CE$  ergibt sich  $mn$  als Werth von  $Q_{max}$ . Die

Fig. 188.



durch  $n$  parallel zur Diagonale  $CE$  gezogene Linie  $no$  giebt den Werth von  $Y = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}$ ; denn es ist  $\frac{no}{\cos \alpha} = \frac{m n}{\cos \alpha} = \frac{Q_{max}}{\cos \alpha}$ .

Nach Gleichung 211. ist  $Y'_{min} = -\frac{Q_{max}}{\cos \beta}$ , also  $n r$  der größte Druck in der rechts steigenden Diagonale  $EF$ .

Es ist ferner nach Gleichung 210. und 212.

$$Y_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ (l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right] \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{Q_{min}}{\cos \alpha}$$

und

$$Y'_{max} = -\frac{Q_{min}}{\cos \beta} = \frac{p}{2l} \left[ (l-x)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right] \frac{1}{\cos \beta}.$$

Wird die Differenz  $l-x = \xi$  gesetzt, so ergibt sich, dass die Curve für

$$Q_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ \xi^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right]$$

derjenigen für  $Q_{max}$  congruent ist.

Für  $\xi = 0$  ist  $Q_{min} = +\frac{p a^2}{8l}$ ; für  $\xi = l$  ist  $Q_{min} = -\frac{p}{2l} \left[ l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right] = -\frac{p l}{2} + \frac{p a^2}{8l}$ .

Man erhält die in Fig. 188 a gezeichnete Curve, in welcher für die rechts fallende Diagonale  $CE$  das Minimum  $nt$ , für die rechts steigende Diagonale das Maximum  $nu$  eingezeichnet ist.

Greifen die Lasten an der unteren Gurtung an oder allgemein, sind die an der mobil belasteten Gurtung gelegenen Knotenpunkte zunächst den Auflagern von diesen

Fig. 189.

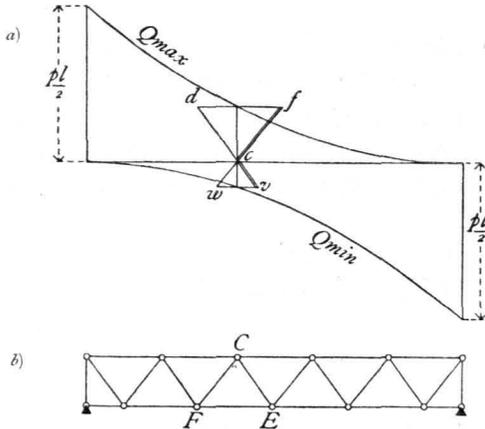
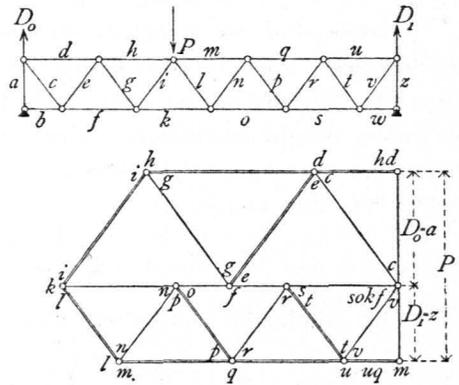


Fig. 190.



um je eine halbe Feldweite entfernt, so ergibt die Verzeichnung der Curven für  $Q_{max}$  und  $Q_{min}$  entsprechend den Gleichungen in Art. 384, S. 348 oben stehende Parabeln (Fig. 189 a).

Man erhält genau wie oben: Der Maximalzug in  $CE$  ist  $cd$ ; der Maximaldruck in  $CF$  ist  $cf$ ; der Maximaldruck in  $CE$  ist  $cv$ ; der Maximalzug in  $CF$  ist  $cw$ .

Für eine Einzellaft wird die Ermittlung der Spannungen bequem mittels des *Cremona'schen* Kräfteplans vorgenommen, wie in Fig. 190 geschehen ist; dieselbe ist ohne Weiteres verständlich.

γ) Art der Beanspruchung der Stäbe bei einem Träger auf zwei Stützen. Nach Art. 383, S. 343 werden die oberen Gurtungsstäbe stets gedrückt, die unteren stets gezogen. Die Diagonalen erhalten verschiedene Beanspruchungen.

Durch das Eigengewicht erhalten die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen Zug, die nach der Mitte zu steigenden Diagonalen Druck; durch die ungünstigste mobile Belastung erhalten im Allgemeinen alle Diagonalen sowohl Zug, wie Druck. Wenn der größte Druck, der in einer Diagonalen durch mobile Belastung entsteht, kleiner ist, als der Zug durch das Eigengewicht, so erleidet die Diagonale nur Zug, umgekehrt nur Druck. Für die nach der Mitte zu fallenden Diagonalen nahe dem Auflager ist der Zug in Folge des Eigengewichtes meistens viel größer, als der größte Druck durch mobile Belastung, und es werden daher diese Diagonalen meistens nur gezogen. Eben so ergibt sich, daß die nahe dem Auflager befindlichen, nach der Mitte zu ansteigenden Diagonalen nur Druck erhalten. Die Diagonalen in dem mittleren Theile des Trägers werden dagegen sowohl gezogen, wie gedrückt.

3) Parallelträger mit Fachwerk.

α) Berechnung der Spannungen in den Gurtungen. Für eine beliebige Belastung wird im vorliegenden Falle genau so, wie in Art. 383, S. 343, wenn  $M$  das Biegemoment für den einem oberen Gurtungsstabe conjugirten Punkt,  $M'$  das Biegemoment für den einem unteren Gurtungsstabe conjugirten Punkt bezeichnet,

$$X = -\frac{M}{h} \quad \text{und} \quad Z = \frac{M'}{h} \dots \dots \dots 215.$$

Auch hier findet das Maximum der Beanspruchung der Gurtungsstäbe bei totaler Belastung des Trägers statt.

Für die Belastung durch Eigengewicht, bzw. totale gleichmäßig vertheilte mobile Belastung (Fig. 191) ist die Spannung in den Gurtungsstäben davon unabhängig, ob die Lasten an der oberen oder an der unteren Gurtung angreifen. Es ist die Auflager-Reaction

$$D_0 = D_1 = (n-1) \frac{g a}{2}.$$

Für den  $m$ -ten Stab der oberen, bzw. der unteren Gurtung erhält man die durch das Eigengewicht  $g$  pro Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_g = -\frac{g a^2 m (n-m)}{2 h} \quad \text{und} \quad Z_g = \frac{g a^2}{2 h} (m-1) (n-m+1) \dots 216.$$

und die durch totale mobile Belastung  $p$  pro Längeneinheit erzeugten Spannungen

$$X_p = -\frac{p a^2 m (n-m)}{2 h} \quad \text{und} \quad Z_p = \frac{p a^2}{2 h} (m-1) (n-m+1) \dots 217.$$

$X_p$  und  $Z_p$  sind zugleich die Maximalspannungen, die durch mobile Belastung hervorbracht werden.

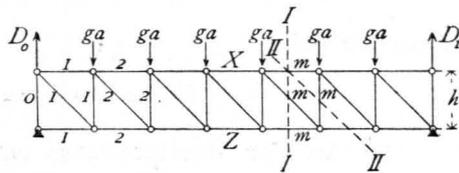
β) Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben. Für das Fragment in Fig. 192 sei bei beliebiger Belastung die Transversalkraft  $Q$ ; alsdann ist für die Spannung in der Diagonalen

$$Y \cos \alpha = Q, \quad \text{woraus} \quad Y = \frac{Q}{\cos \alpha} \dots \dots \dots 218.$$

Ist in Fig. 193 die Transversalkraft für das Fragment  $Q'$ , so ist die Spannung in der Verticalen

386.  
Berechnung  
d. Gurtungs-  
spannungen.

Fig. 191.



387.  
Berechnung  
d. Gitterstabs-  
spannungen.