Es mufs demnach $\frac{p}{2} c_1 l_1 = \frac{p l_1^2}{8} - \frac{p}{2} c_1 l_1$ fein, woraus $\frac{l_1}{8} = c_1$. Da nun $c_1 = \frac{a^2 + a b}{l_1}$ ift, wird $a^2 + a b = \frac{l_1^2}{8}$; da ferner $b = l - a$, wird

$$a^2 + a l - a^2 = \frac{l_1^2}{8} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{l} = \frac{1}{8} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 187.$$

Für $l_1 = l$ würde $a = \frac{l}{8}$; für $l_1 = \frac{4}{3} l$ würde $a = \frac{2}{9} l$ etc.

Beim Träger mit einfeitiger Confole (Art. 369, S. 330; Fig. 165) würde fich diefes Verhältnifs in folgender Weife ergeben. Das Moment über dem Auflager ift $\frac{p}{2} c_1 l_1$; das Maximalmoment in der Oeffnung ift $M_{max} = \frac{p}{8} (l_1 - c_1)^2$; mithin ift die Bedingungsgleichung

$$\frac{p}{8} (l_1 - c_1)^2 = \frac{p}{2} c_1 l_1.$$

Die Auflöfung diefer Gleichung ergiebt $c_1 = l_1 \left(3 - \sqrt{8}\right) = 0{,}172 \; l_1$ und, da $c_1 = \frac{a^2 + a b}{l_1}$, ferner $b = l - 2a$, fo wird nach einfachen Umformungen

$$\frac{a}{l} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}688 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2}}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 188.$$

Für die verfchiedenen Werthe von $\frac{l_1}{l}$ ergeben fich aus den Gleichungen 187. und 188. die nachfolgenden Werthe für $\frac{a}{l}$:

	$\frac{l_1}{l} =$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$\frac{a}{l}$	Träger mit beiderfeitiger Confole	0,06	0,08	0,11	0,125	0,15	0,18	0,21
$\frac{a}{l}$	Träger mit einfeitiger Confole	0,093	0,125	0,168	0,22	0,30	—	—

Von einer genauen Unterfuchung darüber, bei welchem Verhältnifs der Spannweiten l und l_1 und der Confolelängen a die Momentenfläche und damit der Materialverbrauch ein Minimum würde, kann hier abgefehen werden, da man im Hochbau nur ganz ausnahmsweife fo grofse derartige Träger anordnet, dafs man fich der theoretifchen Materialmenge einigermafsen nähert.

4) Continuirliche Träger.

372. Auflager-Reactionen u. Momente.

Die continuirlichen Träger oder die Träger auf mehr als zwei Stützpunkten find nach Art. 357, S. 317 ftatifch unbeftimmt. Die Auflager-Reactionen werden mit Hilfe der Elafticitätslehre ermittelt, indem die Deformationen des Balkens beftimmt werden. Diefe Operationen find in vielen Fällen ziemlich umftändlich, und es erscheint bei der verhältnismäsig geringen Verwendung dieser Träger und um den hier disponibeln Raum nicht zu überschreiten, als genügend, für eine Reihe von gewöhnlichen Belastungsfällen die Gröfse der Auflager-Reactionen und der wichtigsten Momente anzugeben[166]).

Im Folgenden bezeichnen: D_0, D_1, D_2 . . . die Auflager-Reactionen in den verschiedenen Stützpunkten *0, 1, 2* . . .; M_0, M_1, M_2 . . . die Momente an diesen Stützpunkten; $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_3$ . . . die Maximalmomente in den Oeffnungen *1, 2, 3* . . .; l die Stützweite jeder Oeffnung, falls alle Stützweiten gleich grofs sind; l_1, l_2, l_3 . . . die Stützweiten der Oeffnungen *1, 2, 3* . . ., falls nicht alle Stützweiten gleich grofs sind; p_1, p_2, p_3 . . . die gleichförmig vertheilten Belastungen pro Längeneinheit in den Oeffnungen *1, 2, 3* . . . des Trägers.

α) Sämmtliche Oeffnungen haben die gleiche Stützweite l und die gleiche totale Belastung p pro Längeneinheit zu tragen. Die mafsgebenden Werthe von M, D und $\mathfrak{M}$ sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Anzahl der Oeffnungen.

	2	3	4			2	3	4			2	3	4	
$M_0 =$	0	0	0		$D_0 =$	0,375	0,100	0,3929		$\mathfrak{M}_1 =$	0,07031	0,08	0,0771	
$M_1 =$	0,125	0,10	0,10714		$D_1 =$	1,250	1,100	1,1428		$\mathfrak{M}_2 =$	0,07031	0,025	0,0363	
$M_2 =$	0	0,10	0,0714	$p\,l^2$	$D_2 =$	0,375	1,100	0,9186	$p\,l$	$\mathfrak{M}_3 =$	—	0,08	0,0363	$p\,l^2$
$M_3 =$	—	0	0,10714		$D_3 =$	—	0,400	1,1428		$\mathfrak{M}_4 =$	—	—	0,0771	
$M_4 =$	—	—	0		$D_4 =$	—	—	0,3929						

β) Die Oeffnungen sind ungleich weit und haben die totalen Belastungen p_1, p_2, p_3 . . . pro Längeneinheit zu tragen.

Nehmen wir zunächst zwei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1 und l_2 an, so ist

$$M_0 = M_2 = 0, \quad M_1 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8\,(l_1 + l_2)}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 189.$$

$$\left. \begin{array}{l} D_0 = \dfrac{p_1 l_1}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8\,l_1\,(l_1 + l_2)}, \quad D_1 = \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8\,l_1\,l_2} + \dfrac{p_1 l_1}{2} + \dfrac{p_2 l_2}{2}, \\ \qquad D_2 = \dfrac{p_2 l_2}{2} - \dfrac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{8\,l_2\,(l_1 + l_2)} \end{array} \right\} \quad . \; . \quad 190.$$

166) Für das Studium der »Theorie der continuirlichen Träger« seien folgende Schriften empfohlen:

Clapeyron. *Calcul d'une poutre élastique reposant librement sur des appuis inégalement espacés. Comptes rendus, tome 45ème*, S. 1076.

Mohr. Beitrag zur Theorie der Holz- und Eisen-Constructionen. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860, S. 323; 1868, S. 19.

Culmann, K. Die graphische Statik. Zürich 1866. S. 273.

Winkler, E. Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit etc. I. Theil. Prag 1867. S. 112.

Ritter, W. Die elastische Linie und ihre Anwendung auf den continuirlichen Balken. Zürich 1871.

Lippich, F. Theorie des continuirlichen Trägers constanten Querschnittes. Allg. Bauz. 1871, S. 104 u. 175. (Auch als Separatabdruck erschienen: Wien 1871.)

Weyrauch, J. J. Allgemeine Theorie und Berechnung der continuirlichen und einfachen Träger. Leipzig 1873.

Winkler, E. Vorträge über Brückenbau. Theorie der Brücken. I. Heft. Aeufsere Kräfte gerader Träger. 2. Aufl. Wien 1875. S. 53.

Laifsle, F. u. A. Schübler. Der Bau der Brückenträger mit besonderer Rücksicht auf Eisen-Constructionen. I. Theil. 4. Aufl. Stuttgart 1876. S. 161.

Schäffer. Belastungsgesetze für den continuirlichen geraden stabförmigen Körper von constantem Querschnitt. Zeitschr. f. Bauw. 1876, S. 239.

Grashof, F. Theorie der Elasticität und Festigkeit etc. 2. Aufl. Berlin 1878. S. 100.

Landsberg. Beitrag zur graphischen Berechnung continuirlicher Träger. Centralbl. d. Bauverw. 1881, S. 164 u. 174.

Canovetti. *Théorie des poutres continues* etc. Paris 1882.

Bei drei Oeffnungen mit den Stützweiten l_1, l_2 und l_1 ergeben fich folgende Refultate:

$$M_0 = M_3 = 0, \quad M_1 = M_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4(3 l_2 + 2 l_1)} \quad \ldots\ldots \quad 191.$$

$$D_0 = D_3 = \frac{p_1 l_1}{2} - \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)}, \quad D_1 = D_2 = \frac{p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3}{4 l_1 (3 l_2 + 2 l_1)} + \frac{p_1 l_1}{2} + \frac{p_2 l_2}{2} \quad 192.$$

b) Innere Kräfte der Gitterträger.

373. Allgemeines.

Die Balkenträger find entweder vollwandige Träger oder gegliederte Träger, letztere gewöhnlich Gitterträger genannt. Bei den erfteren bildet der ganze Querfchnitt eine zufammenhängende Fläche; bei den letzteren befteht derfelbe aus zwei getrennten Theilen, den fog. Gurtungsquerfchnitten; beide Gurtungen find durch ein Syftem von Stäben mit einander verbunden.

Die Ermittelung der Spannungen, welche in den vollwandigen Trägern, wozu die hölzernen und gufseifernen Balken, die Walzbalken und Blechträger gehören, durch die äufseren Kräfte erzeugt werden, ift bereits im 4. Kapitel des 1. Abfchnittes vorgeführt worden; dafelbft ift auch die Querfchnittsbeftimmung für diefe Balken gezeigt. Im vorliegenden Kapitel follen defshalb nur die in den Gitterträgern entftehenden inneren Kräfte entwickelt werden.

Gitterträger find aus einzelnen Stäben combinirte Träger. Die Kreuzungspunkte der einzelnen Stäbe heifsen Knotenpunkte. Jeder Gitterträger hat eine obere Gurtung und eine untere Gurtung. Zur Verbindung beider dient das zwischen ihnen angeordnete Gitterwerk.

374. Claffification der Gitterträger.

Nach der Form der Gurtung unterfcheidet man:

1) Parallelträger, d. h. Träger, deren beide Gurtungen parallel (gewöhnlich auch horizontal) find.

2) Träger mit einer krummen und einer geraden Gurtung oder mit zwei krummen Gurtungen. Die erfteren nennt man, wenn die Endhöhe des Trägers gleich Null ift und die obere Gurtung krumm, die untere Gurtung gerade ift, Bogenfehnenträger; wenn die untere Gurtung gekrümmt, die obere Gurtung gerade ift, Fifchbauchträger. Je nach der Curve der Krümmung unterfcheidet man Parabelträger, Hyperbel- (Schwedler-) Träger, Ellipfenträger etc.

3) Dreieck- und Trapezträger, d. h. Träger, deren Gurtungen ein Dreieck, bezw. ein Paralleltrapez bilden.

Nach der Anordnung des Gitterwerkes werden unterfchieden:

1) Träger mit einfachem Gitterwerk oder Träger, bei denen nur zwei Lagen von Gitterftäben vorhanden find;

2) Träger mit combinirtem Gitterwerk, falls drei Lagen von Gitterftäben vorhanden find.

Wir werden uns mit den letzteren nur in fo fern befchäftigen, als man die Träger mit Gegendiagonalen zu denfelben rechnen kann.

Eintheiliges Gitterwerk ift folches, bei welchem fich jeder Gitterftab nur in den Gurtungen mit den anderen Gitterftäben kreuzt; mehrtheiliges Gitterwerk ift folches, bei welchem jeder Gitterftab fich aufser in den Gurtungen noch ein oder mehrere Male mit anderen Gitterftäben kreuzt.

Für die Zwecke des Hochbaues ift wohl immer das eintheilige Gitterwerk