und 162 *b* graphiſch dargeſtellt. Der gröſste Werth des Momentes und der Transverſalkraft findet an derſelben Stelle, an der Einſpannungsſtelle ſtatt.

Die graphiſche Ermittelung von D_0, Q und M bietet hier keine Vortheile, iſt auch leicht nach den für Einzellaſten gegebenen Regeln vorzunehmen.

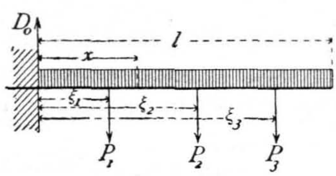
Dritter Fall: Der Conſole-Träger wird durch eine gleichförmig vertheilte Belaſtung und durch Einzellaſten belaſtet. 367. Gleichförmig vertheilte Laſt u. Einzellaſten.

Die Auflager-Reactionen, Transverſalkräfte und Momente ergeben ſich als die Summe der bei den partiellen Belaſtungen ſtattfindenden Reactionen, Transverſalkräfte und Momente. Es wird deſshalb genügen, hier die Werthe anzugeben (Fig. 163):

$$\left.\begin{aligned} D_0 &= P_1 + P_2 + P_3 + p\,l = \sum_0^l P + p\,l; \\ Q_x &= \sum_x^l P + p\,(l - x); \\ M_x &= - \sum_x^l \left[P\,(\xi - x)\right] - \frac{p\,(l-x)^2}{2}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 174.$$

Eben ſo wird die Veränderlichkeit der Q und M graphiſch dargeſtellt durch graphiſche Addition der für die Partialbelaſtungen ſich ergebenden Werthe von Q und M.

Fig. 163.



Beiſpiel. Ein ſchmiedeeiſerner Balkonträger von 2^{m} freier Länge hat als Eigengewicht eine gleichmäſsig vertheilte Belaſtung von 500^{kg} pro lauf. Meter und eine Nutzlaſt von 800^{kg} pro lauf. Meter zu tragen, auſserdem noch das Gewicht der Brüſtung mit 800^{kg} in $1{,}8^{\mathrm{m}}$ Abſtand von der Wand. Es iſt demnach, wenn Alles auf Centimeter reducirt wird, $g = 5^{\mathrm{kg}}$, $p = 8^{\mathrm{kg}}$, $P = 800^{\mathrm{kg}}$, $\xi = 180^{\mathrm{cm}}$ und $l = 200^{\mathrm{cm}}$.

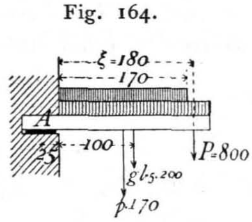
Die Nutzlaſt habe nur eine Länge von 170^{cm}.

Als Berechnungsweite darf man in den meiſten Fällen nicht die freie Länge bis zur Wand einführen, ſondern muſs diejenige bis zur Auflagermitte nehmen, welche hier etwa 25^{cm} hinter der Mauerkante liegen möge. Alsdann iſt für den Punkt A (Fig. 164), wenn M_g das Maximalmoment für permanente, M_p dasjenige für mobile Laſt bezeichnet, abſolut genommen:

$$M_g = P\,(\xi + 25) + g\,l\left(\frac{l}{2} + 25\right) = 800 \,.\, 205 + 1000 \,.\, 125 = 289\,000^{\mathrm{kgcm}},$$

$$M_p = p \,.\, 170\left(\frac{170}{2} + 25\right) = 8 \,.\, 170 \,.\, 110 = 149\,600^{\mathrm{kgcm}}.$$

Fig. 164.



Der Querſchnitt an der Stelle A iſt ſo zu beſtimmen, daſs nach Gleichung 39. und 41. ſtattfindet

$$\frac{\mathcal{J}}{a} = \frac{M_g}{K_1} + \frac{M_p}{(1 - \alpha_1)\,K_1} = \frac{289\,000}{1200} + \frac{149\,600}{720} = 448{,}6.$$

Nr. 26 der »Deutſchen Normalprofile für I-Eiſen« (ſiehe Seite 198) hat ein Widerſtandsmoment $\frac{\mathcal{J}}{a} = 446$ und dürfte für vorliegenden Fall ausreichend ſein.

3) Continuirliche Gelenkträger.

Die Querſchnittsgröſse der Träger und damit die zu denſelben gebrauchte Materialmenge iſt weſentlich von der Gröſse der in den einzelnen Querſchnitten 368. Princip.
ſtattfindenden Maximalmomente abhängig. Eine Verminderung der Momente hat auch eine Querſchnittsverringerung zur Folge. Eine ſolche Verringerung der Momente wird den gewöhnlichen Trägern auf zwei Stützen gegenüber durch die ſog. continuirlichen Gelenkträger erreicht, bei denen die Stützpunkte eines Theiles

der Träger durch Conſolen der Nachbarträger gebildet werden. Man erhält dadurch für die verſchiedenen Oeffnungen verſchiedene Trägerarten, und zwar wechſelt immer ein Träger mit einer, bezw. zwei Conſolen an den Enden und ein ſolcher ohne Conſolen ab.

Für drei neben einander liegende Oeffnungen *I, II, III* ſind die hauptſächlich vorkommenden Combinationen in Fig 165 u. 166 dargeſtellt. Entweder hat, wie in Fig. 165 gezeichnet, jeder Seitenträger *I* und *III* eine über das Auflager *B*, bezw. *E* vorragende Conſole *B C*, bezw. *D E*, auf deren Enden der Mittelträger *C D* frei aufruht, oder der Mittelträger *C D* hat, wie in Fig. 166, jederſeits eine Conſole *B C*, bezw. *D E*, und die Seitenträger *A B* und *E F* ruhen auſser auf den Endſtützpunkten *A*, bezw. *F* auf den Enden *B* und *E* der erwähnten Conſolen. Durch dieſe Conſtructionsart werden einmal die Momente in den Trägern, an deren Enden die Conſolen ſind, in Folge der Conſole-Belaſtungen weſentlich vermindert, auſserdem aber auch die Längen der frei aufliegenden Träger — in Fig. 165 des Trägers über Oeffnung *II*, in Fig. 166 der Träger über Oeffnung *I* und *III* — verkürzt, wodurch wiederum die Momente ſich verringern.

Fig. 165.

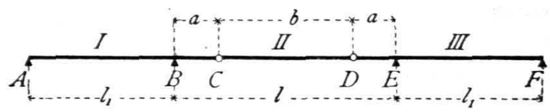
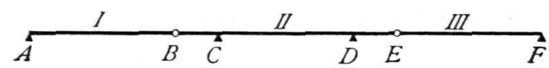


Fig. 166.



Im Folgenden ſoll nur der für den Hochbau vorwiegend wichtige Belaſtungsfall einer gleichmäſsig vertheilten totalen Belaſtung ins Auge gefaſſt werden, und zwar für die beiden angegebenen Combinationen.

369. Erſte Combination.

Erſte Combination: Die Conſolen befinden ſich an den Seitenträgern (Fig. 165).

α) Seitenträger mit einſeitiger Conſole. Es ſei $AB = l_1$, $BE = l$, $BC = DE = a$ und $CD = b$, alſo $l = 2a + b$; es ſei ferner die Belaſtung pro Längeneinheit des Trägers p. Alsdann wirkt auſser dieſer Belaſtung auf den Seitenträger in C eine Kraft nach unten, welche der in dem Punkte C auf den Balken CD nach oben wirkenden Auflager-Reaction (nach dem Geſetze der Wechſelwirkung, vergl. Art. 259, S. 234) genau gleich iſt, d. h. eine Kraft $\frac{pb}{2}$. Die Reaction im Auflagerpunkte A (Fig. 167 *a*) ergiebt ſich durch Aufſtellung der Gleichung der ſtatiſchen Momente für Punkt B zu

$$D_0 = \frac{p\,l_1}{2} - \frac{p}{2}\,\frac{ab + a^2}{l_1}.$$

Setzen wir die Conſtante $\frac{ab + a^2}{l_1} = c_1$, ſo iſt

$$D_0 = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 175.$$

Weiters iſt die Reaction im Auflagerpunkte B

$$D_1 = \frac{p\,l_1}{2} + \frac{pb}{2} \cdot \frac{l_1 + a}{l_1} + pa\,\frac{l_1 + \frac{a}{2}}{l_1} = \frac{p}{2}\,(l_1 + c_1 + 2a + b) \quad . \quad 176.$$

In der Strecke AB beträgt die Transverſalkraft für einen Punkt L mit der Abſciſſe x, von A aus gerechnet,

$$Q_x = D_0 - p\,x = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1 - 2\,x), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 177.$$

d. h. die graphiſche Darſtellung iſt eine Gerade. Für $x = 0$ iſt $Q_0 = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1)$; für $x = l_1$ iſt $Q_{l_1} = -\frac{p}{2}\,(l_1 + c_1)$; die Transverſalkraft wird Null für $x_0 = \frac{l_1 - c_1}{2}$.

In der Strecke $B\,C$ iſt die Transverſalkraft für einen Punkt L_1 mit der Abſciſſe x_1, von C aus gerechnet,

$$Q_{x_1} = \frac{p}{2}\,(b + 2\,x_1), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 178.$$

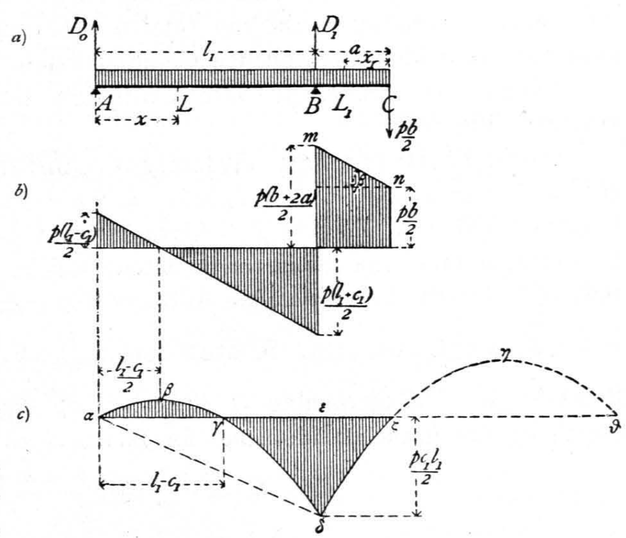
d. h. die graphiſche Darſtellung derſelben iſt eine Gerade. Für $x_1 = 0$ iſt $Q_0 = \frac{p\,b}{2}$; für $x_1 = a$ iſt $Q_a = \frac{p}{2}\,(b + 2\,a)$. Die Transverſalkräfte ſind in Fig. 167 *b* graphiſch dargeſtellt.

In der Strecke $A\,B$ iſt das Moment für den Punkt L

$$M_x = D_0\,x - \frac{p\,x^2}{2} = \frac{p}{2}\,(l_1 - c_1)\,x - \frac{p\,x^2}{2} = \frac{p}{2}\,(l_1\,x - x^2) - \frac{p\,c_1\,x}{2} \quad . \quad . \quad 179.$$

Der erſte Theil dieſes Ausdruckes iſt das Moment, welches in einem frei aufliegenden Balken $A\,B$ von der Länge l_1 entſtehen würde; in Folge der Conſole und ihrer Belaſtung erhalten wir demnach hier an jeder Stelle ein um $\frac{p\,c_1\,x}{2}$ kleineres Moment. Die graphiſche Darſtellung giebt eine Parabel $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ (Fig. 167 *c*); die Linie $\alpha\,\delta$ iſt die Linie der Gleichung $y = -\frac{p\,c_1\,x}{2}$. Trägt man alſo von dieſer aus die Ordinaten $z = \frac{p}{2}\,(l_1\,x - x^2)$ auf, ſo ergeben die von $\alpha\,\varepsilon$ aus gemeſſenen Ordinaten die Momente an den einzelnen Stellen. Für $x = 0$ iſt $M_x = 0$;

Fig. 167.



für $x = l_1$ iſt $M_{l_1} = -\frac{p\,c_1\,l_1}{2} = \varepsilon\,\delta$. M_x wird Null für jenen Werth von x, für welchen ſtattfindet: $0 = \frac{p}{2}\,(l_1 - x) - \frac{p\,c_1}{2}$, d. h. für $x_0 = l_1 - c_1$; $\alpha\,\gamma$ iſt alſo gleich $l_1 - c_1$. M_x hat ſein Maximum für $\frac{d\,M_x}{d\,x} = 0$, d. h. für $x_{max} = \frac{l_1 - c_1}{2}$, und es iſt

$$M_{max} = \frac{p}{2} \cdot \frac{l_1 - c_1}{2} \cdot \frac{l_1 + c_1}{2} - \frac{p\,c_1}{2} \cdot \frac{l_1 - c_1}{2} = \frac{p\,(l_1 - c_1)^2}{8}.$$

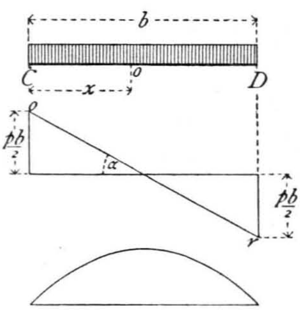
In der Strecke $B\,C$ iſt das Moment für den Punkt L_1

$$M_{x_1} = -\frac{p\,b}{2}\,x_1 - \frac{p\,x_1^2}{2} = -\frac{p}{2}\,(b\,x_1 + x_1^2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 180.$$

d. h. die graphiſche Darſtellung liefert eine Parabel. M_{x_1} wird Null für $x_1 = 0$ und für $b\,x_1 + x_1^2 = 0$, d. h. für $x_1 = -b$, alſo für Punkt C, und wenn die Curve über den Nullpunkt C nach rechts auf die negative Seite der Abſciſſenaxe fortgeſetzt wird, für den Punkt D (Fig. 165). Ferner wird M_{x_1} ein Maximum für $0 = b + 2x_1$, d. h. es wird $x_{1\,max} = -\frac{b}{2}$. Für $x_1 = a$, d. h. für den Auflagerpunkt B wird $M_{x_1} = -\frac{p}{2}\,(a\,b + a^2) = -\frac{p}{2}\,c_1\,l_1$ wie bereits oben gefunden. Hiernach iſt die Parabel $\delta\,\zeta\,\eta\,\vartheta$ in Fig. 167 c conſtruirt.

β) Balkenträger auf den beiden Conſolen. Für dieſen Träger $C\,D$ (Fig. 168) gilt das unter 1. für den Träger auf zwei Stützen Gefundene. Es iſt alſo für einen Punkt o mit der Abſciſſe x

Fig. 168.

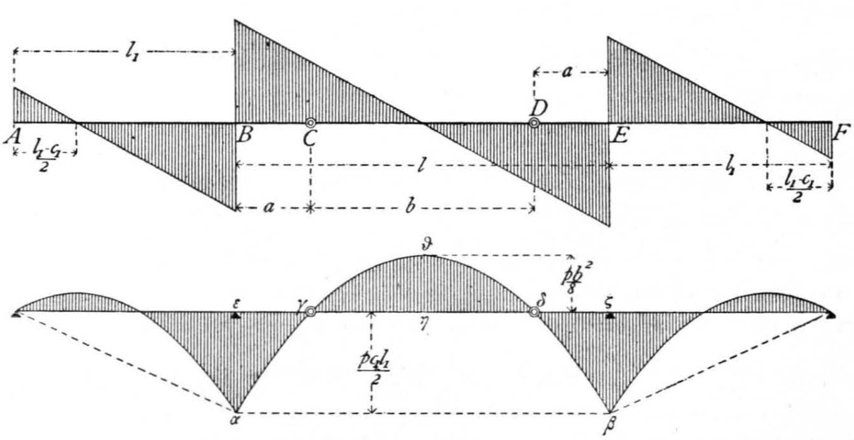


$$Q_x = \frac{p}{2}\,(b - 2\,x) \quad \text{und} \quad M_x = \frac{p}{2}\,(b\,x - x^2)\;. \quad 181.$$

Die graphiſchen Darſtellungen der Transverſalkräfte und Momente giebt die Fig. 168.

γ) Ganzer Träger. Betrachtet man nun den ganzen Träger (Fig. 169), ſo ſieht man zunächſt, daſs die Transverſalkräfte und Momente in C gleiche Gröſse haben, ob man vom Träger $A\,B\,C$ oder vom Träger $C\,D$ ausgeht. Auch die Neigung der Linie $o\,r$, welche die Transverſalkraft auf $C\,D$ darſtellt (Fig. 168), iſt mit derjenigen von $m\,n$ (Fig. 167 b), welche die Transverſalkraft der Strecke $B\,C$ darſtellt, identiſch; denn es iſt

Fig. 169.



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{p\,b}{2}}{\frac{b}{2}} = p \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{p\,a}{a} = p, \quad \text{d. h.} \quad \beta = \alpha;$$

demnach bilden die beiden Linien $o\,r$ und $m\,n$ eine einzige Linie. Auch die

Momentencurven beider Theile find identifch; denn für die Abtheilung BC ift nach Gleichung 180. $M_{x_1} = -\frac{p}{2}(b\,x_1 + x_1^2)$ und für negative x_1, d. h. für Punkte, welche rechts von C liegen, ift $M_{x_1} = -\frac{p}{2}(-b\,x_1 + x_1^2) = +\frac{p}{2}(b\,x_1 - x_1^2)$. Dies ift aber nach Gleichung 181. der Werth, welcher fich für das Moment auf der Strecke CD ergiebt. Die in Fig. 167 c punktirte Curve $\zeta\,\eta\,\vartheta$ ift alfo die richtige Momentencurve.

In Fig. 169 find die Momente und Transverfalkräfte für den ganzen Träger angegeben.

δ) Vergleich mit dem Träger auf zwei Stützen. Für den mittleren Träger $BCDE$ (Fig. 169) find die Transverfalkräfte genau, wie bei einem frei aufliegenden Träger von der Spannweite $l = 2a + b$; für die Seitenträger find die Transverfalkräfte an jeder Stelle um $\frac{p\,c_1}{2}$ kleiner, als beim einfachen, auf den Stützen A und B aufruhenden Balkenträger. Die abfoluten Werthe der Transverfalkräfte find alfo auf der pofitiven Seite um $\frac{p\,c_1}{2}$ kleiner, auf der negativen Seite um $\frac{p\,c_1}{2}$ gröfser, als dort.

Was die Momente anbelangt, fo ift für die Seitenträger oben bereits nachgewiefen, dafs das Moment an jeder Stelle um $\frac{p\,c_1\,x}{2}$ kleiner ift, als beim frei aufliegenden Balkenträger von der Spannweite l_1. Falls der Mittelträger in B und E frei aufläge, würde an einer beliebigen Stelle mit der Abfciffe ξ von B aus gemeffen das Moment $M_\xi = \frac{p}{2}(l\,\xi - \xi^2) = \frac{p}{2}\left[(b + 2a)\,\xi - \xi^2\right] = p\,a\,\xi + \frac{p}{2}\,b\,\xi - \frac{p\,\xi^2}{2}$ fein, oder, wenn man des bequemeren Vergleiches halber die Abfciffen vom Punkt C aus rechnet und mit x bezeichnet (nach rechts pofitiv), fo wird $\xi = a \pm x$ und nach einigen Umformungen $M_x = \frac{p}{2}(b\,x - x^2) + \frac{p}{2}\,c_1\,l_1$. Für den Mittelträger $BCDE$ mit den Gelenken in C und D ift nach Gleichung 181. das Moment $M_x = \frac{p}{2}(b\,x - x^2)$, alfo um $\frac{p}{2}\,c_1\,l_1$ kleiner, als wenn die Auflagerung in gewöhnlicher Weife in B und E erfolgte. Nun ift aber diefe Differenz $\frac{p}{2}\,c_1\,l_1$ gerade das negative Moment an den Stützen B und E; die von der Horizontalen $\alpha\,\beta$ in Fig. 169 aus gemeffenen Ordinaten ergeben daher die Momente des in B und E frei aufliegenden Trägers. Conftruirt man demnach die Parabel der Gleichung $\frac{p}{2}(l\,\xi - \xi^2)$ in gewöhnlicher Weife und zieht durch die Punkte γ und δ, in welchen die Verticalen der Confolenenden die Curve fchneiden, eine Horizontale $\varepsilon\,\zeta$, fo find die von diefer Horizontalen aus gemeffenen Ordinaten die Momente.

Es empfiehlt fich oft, die Confolenlänge fo zu beftimmen, dafs das negative Moment über den Stützen genau fo grofs ift (abfolut genommen), wie das pofitive Moment in der Mitte. Man theile dann einfach die Pfeilhöhe der Parabel $\alpha\,\vartheta\,\beta$ in zwei gleiche Theile und ziehe durch den Theilpunkt eine Horizontale; alsdann geben die Längen $\varepsilon\,\gamma$, bezw. $\delta\,\zeta$ die Längen der Confolen.

Schliefslich ift der Vergleich noch in Betreff der Materialmenge anzuftellen. Die Querfchnittsfläche ift nach Früherem hauptfächlich von der Gröfse des Maximalmomentes in den verfchiedenen Querfchnitten abhängig. Ift aber die Querfchnittsfläche der Gröfse von M proportional, fo ift die Materialmenge auf die Länge $d\,x$ dem Werthe $M\,d\,x$, auf die Gefammtlänge dem Werthe $\int M\,d\,x$ proportional. $\int M\,d\,x$ ift aber die Fläche, welche zwifchen der Momentencurve und derjenigen Horizontalen liegt, von welcher aus die Ordinaten abgetragen werden, alfo für den Fall des Trägers BE auf den Stützen B und E die Fläche $\alpha\,\gamma\,\vartheta\,\delta\,\beta\,\alpha$, für den hier vorliegenden Fall des Trägers CD und der Confolen BC und DE (Fig. 169) die Fläche $\alpha\,\varepsilon\,\gamma + \gamma\,\eta\,\delta\,\vartheta + \delta\,\zeta\,\beta$, wobei felbftverftändlich alle Flächen pofitiv gerechnet werden, da es für die Querfchnittsgröfse gleichgiltig ift, ob das Moment pofitiv oder negativ ift. Wie man durch einen Blick auf die neben ftehende Figur fieht, ift die Momentenfläche, mithin auch der Materialverbrauch, im zweiten Falle wefentlich kleiner, als im erften.

Bei gegebener Weite l wird der Materialverbrauch für die Mittelöffnung BE ein Minimum ſein, wenn der Flächeninhalt der Momentenfläche ein Minimum wird. Als Momentenfläche ergiebt ſich leicht

$$\gamma\eta\delta\vartheta + \alpha\varepsilon\gamma + \delta\zeta\beta = \frac{p}{12}\left(2b^3 + 6c_1 l_1 l - l^3\right);$$

wenn $c_1 = \frac{a^2 + ab}{l_1}$ und $a = \frac{l - b}{2}$ eingeſetzt wird, erhält man nach einfachen Umformungen

$$f = \frac{p}{12}\left(2b^3 + \frac{l^3}{2} - \frac{3}{2} l b^2\right).$$

Das Minimum des Flächeninhaltes findet ſtatt für $\frac{df}{db} = 0$, d. h. für $6b^2 - 3lb = 0$ oder $b = \frac{l}{2}$. Wird für b dieſer Werth in obige Gleichung für f eingeführt, ſo wird $f_{min} = \frac{p l^3}{32}$.

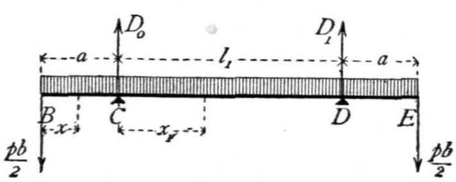
Für einen Balken auf zwei Stützen mit der Stützweite l iſt die Momentenfläche $f_1 = \frac{2}{3} l \frac{p l^2}{8} = \frac{p l^3}{12}$. Die Erſparniſs bei der günſtigſten Anordnung, bei welcher $BC = DE = \frac{l}{4}$ iſt, iſt alſo proportional dem Werthe $f_1 - f_{min}$.

370. Zweite Combination.

Zweite Combination: Die Conſolen befinden ſich am Mittelträger.

α) Mittelträger mit beiderſeitigen Conſolen. Die Länge des Mittelfeldes (Fig. 170) ſei l_1, diejenige der Conſole ſei a und die Länge jedes Seitenträgers b; alsdann iſt bei totaler Belaſtung die Auflager-Reaction

Fig. 170.



$$D_0 = \frac{p}{2}(l_1 + 2a + b) = D_1 \quad . \quad 182.$$

In der Strecke BC iſt die Transverſalkraft

$$Q_x = -\frac{pb}{2} - px \quad . \quad . \quad . \quad 183.$$

Für $x = 0$ iſt $Q_0 = -\frac{pb}{2}$; für $x = a$ iſt $Q_a = -\frac{pb}{2} - pa = -\frac{p}{2}(b + 2a)$.

In der Strecke CD iſt die Transverſalkraft

$$Q_{x_1} = D_0 - \frac{pb}{2} - pa - px_1 = \frac{p}{2}(l_1 - 2x_1), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 184.$$

d. h. genau ſo groſs, wie ohne Conſole. Für $x_1 = 0$ iſt $Q_0 = \frac{p l_1}{2}$; für $x_1 = l_1$ iſt $Q_{l_1} = -\frac{p l_1}{2}$.

In der Strecke DE iſt die Transverſalkraft eben ſo groſs wie in BC; nur iſt hier poſitiv, was dort negativ iſt. Die graphiſche Darſtellung der Transverſalkräfte giebt Fig. 171 a.

In den Strecken BC und DE haben die Momente die gleichen Werthe, wie bei den in Art. 369, S. 332 behandelten Conſolen. Es iſt demnach, vom Punkte B aus gerechnet,

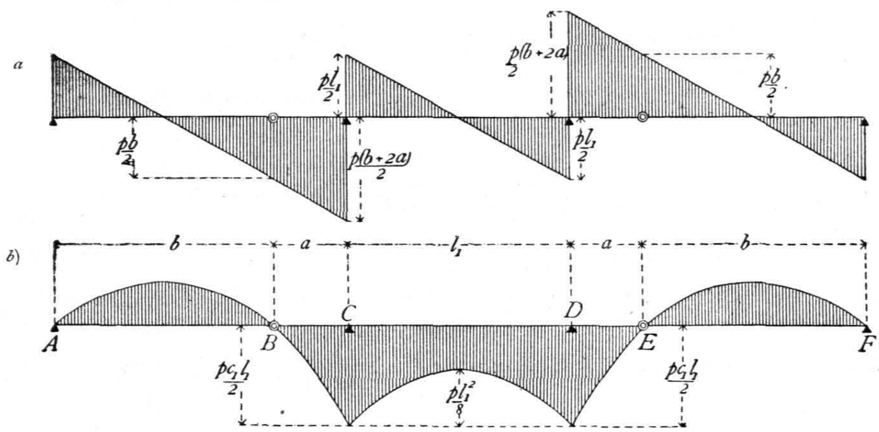
$$M_x = -\frac{pb}{2}x - \frac{px^2}{2} = -\frac{p}{2}(bx + x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 185.$$

Für $x = 0$ iſt $M_0 = 0$; für $x = a$ iſt $M_a = -\frac{p}{2}(ab + a^2) = -\frac{p}{2} c_1 l_1$.

In der Strecke CD iſt das Moment

$$M_{x_1} = D_0 x_1 - \frac{p x_1^2}{2} - pa\left(\frac{a}{2} + x_1\right) - \frac{pb}{2}(a + x_1) = \frac{p}{2}(l_1 x_1 - x_1^2) - \frac{p}{2} c_1 l_1 \quad 186.$$

Fig. 171.



Der erfte Theil des Momentes ift das Moment für einen frei aufliegenden Balken von der Stützweite l_1; der zweite Theil ift das Moment über der Stütze *C*, bezw. *D*.

Alfo auch hier gilt daffelbe, was im vorhergehenden Artikel über den dortigen Mittelträger gefagt wurde. Die graphifche Darftellung der Momente ift in Fig. 171 *b* gegeben.

β) Seitenträger. Die Seitenträger find frei auf zwei Stützpunkten gelagerte Träger, für welche Alles gilt, was in Art. 361, S. 323 entwickelt wurde. Demnach ift, wenn der linke Auflagerpunkt hier als Anfangspunkt der Coordinaten gewählt wird,

$$Q_x = \frac{p}{2}(b - 2x) \quad \text{und} \quad M_x = \frac{p}{2}(bx - x^2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 186_a.$$

und es ergiebt fich leicht, wie in Art. 369, dafs die Curven für die Momente und die Transverfalkräfte identifch find mit denjenigen, welche für die Confole *B C* gefunden worden find.

Die Momente und Transverfalkräfte für die verfchiedenen Querfchnitte find in Fig. 171 graphifch aufgetragen.

Zum Schlusse erübrigt noch eine Unterfuchung über das günftigfte Verhältnifs der Gröfsen *a* und *b*, d. h. über jenes Verhältniss, welches den geringften Materialaufwand bedingt.

371. Günftiges Verhältnifs von *a* und *b*.

Im Hochbau wird man meiftens Träger mit conftantem oder nahezu conftantem Querfchnitt verwenden; derfelbe mufs alsdann fo grofs fein, wie das gröfste überhaupt im Träger vorkommende Moment es verlangt. Die Anordnung wird demnach praktifch fo getroffen, dafs die in den verfchiedenen Stellen ftattfindenden Maximalmomente einander (abfolut genommen) gleich find.

Beim Träger mit beiderfeitigen Confolen (Art. 370, S. 334; Fig. 166) finden die gröfsten Momente über den Stützen *C*, bezw. *D* und in der Mitte der Oeffnung ftatt. Die Bedingung, dafs diefelben einander (abfolut genommen) gleich fein follen, giebt eine Gleichung für die günftigfte Länge von *a*. Es ift

$$M_c = \frac{p}{2} c_1 l_1 \quad \text{und} \quad M_{mitte} = \frac{p\, l_1^2}{8} - \frac{p}{2} c_1 l_1.$$

Es mufs demnach $\frac{p}{2} c_1 l_1 = \frac{p l_1^2}{8} - \frac{p}{2} c_1 l_1$ fein, woraus $\frac{l_1}{8} = c_1$. Da nun $c_1 = \frac{a^2 + a b}{l_1}$ ift, wird $a^2 + a b = \frac{l_1^2}{8}$; da ferner $b = l - a$, wird

$$a^2 + a l - a^2 = \frac{l_1^2}{8} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{l} = \frac{1}{8} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 187.$$

Für $l_1 = l$ würde $a = \frac{l}{8}$; für $l_1 = \frac{4}{3} l$ würde $a = \frac{2}{9} l$ etc.

Beim Träger mit einfeitiger Confole (Art. 369, S. 330; Fig. 165) würde fich diefes Verhältnifs in folgender Weife ergeben. Das Moment über dem Auflager ift $\frac{p}{2} c_1 l_1$; das Maximalmoment in der Oeffnung ift $M_{max} = \frac{p}{8} (l_1 - c_1)^2$; mithin ift die Bedingungsgleichung

$$\frac{p}{8} (l_1 - c_1)^2 = \frac{p}{2} c_1 l_1.$$

Die Auflöfung diefer Gleichung ergiebt $c_1 = l_1 (3 - \sqrt{8}) = 0{,}172\ l_1$ und, da $c_1 = \frac{a^2 + a b}{l_1}$, ferner $b = l - 2a$, fo wird nach einfachen Umformungen

$$\frac{a}{l} = \frac{1 - \sqrt{1 - 0{,}688 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2}}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 188.$$

Für die verfchiedenen Werthe von $\frac{l_1}{l}$ ergeben fich aus den Gleichungen 187. und 188. die nachfolgenden Werthe für $\frac{a}{l}$:

	$\frac{l_1}{l} =$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$\frac{a}{l}$	Träger mit beiderfeitiger Confole	0,06	0,08	0,11	0,125	0,15	0,18	0,21
$\frac{a}{l}$	Träger mit einfeitiger Confole	0,093	0,125	0,168	0,22	0,30	—	—

Von einer genauen Unterfuchung darüber, bei welchem Verhältnifs der Spannweiten l und l_1 und der Confolelängen a die Momentenfläche und damit der Materialverbrauch ein Minimum würde, kann hier abgefehen werden, da man im Hochbau nur ganz ausnahmsweife fo grofse derartige Träger anordnet, dafs man fich der theoretifchen Materialmenge einigermafsen nähert.

4) Continuirliche Träger.

372. Auflager-Reactionen u. Momente.

Die continuirlichen Träger oder die Träger auf mehr als zwei Stützpunkten find nach Art. 357, S. 317 ftatifch unbeftimmt. Die Auflager-Reactionen werden mit Hilfe der Elafticitätslehre ermittelt, indem die Deformationen des Balkens beftimmt werden. Diefe Operationen find in vielen Fällen ziemlich umftändlich, und