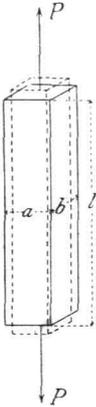


Bei Beanspruchung auf Druck würde die Verkürzung in diesem Falle = l sein, d. h. der Stab zur Länge Null zusammengedrückt werden. Da die Elasticitätsgefetze nicht bis zu den erwähnten Grenzen gelten, so ist die in Art. 279, S. 245 gegebene Definition des Elasticitäts-Coefficienten vorzuziehen.

291.
Transversale
Längen-
änderungen.

Die auf einen Körper wirkenden Kräfte P erzeugen ausser der Längenänderung in der Krafrichtung auch solche in allen anderen Richtungen. Wir legen durch einen beliebigen Punkt der Stabaxe (Fig. 71) 3 Coordinatenaxen, deren eine mit der Stabaxe zusammenfällt, deren andere beiden normal zu der ersteren stehen. Man nennt sodann die Längenänderung in der Richtung der Stabaxe die longitudinale, diejenigen in den Richtungen der beiden anderen Axen die transversalen Längenänderungen.

Fig. 71.



Die transversalen Längenänderungen sind der longitudinalen Längenänderung umgekehrt proportional. Bezeichnet μ einen für verschiedene Materialien besonders zu ermittelnden Coefficienten, so ist

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\Delta l}{l}.$$

Nun ist $\frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{E}$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = -\frac{1}{\mu} \frac{N}{E} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{N}{E}.$$

Bei Körpern, welche nach allen Richtungen gleiche Elasticität haben, d. h. bei sog. isotropen Körpern ist $\mu = \mu_1$, daher

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = -\frac{1}{\mu} \frac{N}{E}.$$

Für isotrope Körper liegt μ zwischen 3 und 4.

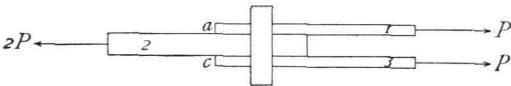
3. Kapitel.

Schubelasticität und Schubfestigkeit.

292.
Schub-
spannungen.

Der Fall der reinen Schubelasticität tritt, wie bereits in Art. 277, S. 244 gesagt wurde, ein, wenn die wirkenden Kräfte das Bestreben haben, zwei Nachbarquerchnitte so gegen einander zu verschieben, dass die Entfernung der Querschnittsebenen dieselbe bleibt. Dies ist nur möglich, wenn die Kräfte unmittelbar neben der Ebene wirken, längs deren das Bestreben einer Verschiebung stattfindet, und wenn dieselben sich zu zwei Resultirenden vereinen lassen, welche einander nach Grösse und Richtung genau gleich, dem Sinne nach entgegengesetzt sind. Man nennt diese Kräfte die abscherenden Kräfte.

Fig. 72.



In der Technik kommt dieser Fall ganz klar bei den Niet- und Bolzenverbindungen vor. Die beiden Kräfte P (Fig. 72) haben das Bestreben, die Bleche 1 und 3 nach rechts zu verschieben; diese Verschiebung wird durch den Niet verhindert, welcher die Bleche 1 und 3 mit 2 verbindet. Längs jeder der beiden Trennungsflächen ab und cd wirkt je eine Kraft P nach rechts im Bleche 1, bzw. 3, je eine Kraft P nach links im Bleche 2.

Man kann für die Bestimmung der Spannungen, welche in den auf reine Schubelasticität beanspruchten Querschnitten entstehen, mit einer für die Praxis hinreichenden Genauigkeit annehmen, dass die abscherenden Kräfte sich gleichförmig über die ganzen abzuschierenden Querschnitte vertheilen, mithin in dem Querschnitt eine gleichförmig vertheilte Schubspannung erzeugen. Daraus folgt, dass der Widerstand gegen Abscheren der Grösse des abzuschierenden Querschnittes direct proportional ist.

Ist also der Flächeninhalt des auf Abscheren beanspruchten Querschnittes F , die abscherende Kraft P und die im Querschnitt entstehende Schubspannung T , so ist $P = F T$, woraus

$$T = \frac{P}{F} \dots \dots \dots 26.$$

Die Querschnittsgröße der auf Schub beanspruchten Querschnitte wird durch Gleichung 26. ermittelt. Versteht man unter T die größte pro Flächeneinheit des Querschnittes zulässige Schubbeanspruchung, unter P die auf Abschereung wirkende Kraft, so ergibt sich aus der angegebenen Gleichung die nöthige Querschnittsgröße:

293.
Querschnitts-
bestimmung.

$$F = \frac{P}{T} \dots \dots \dots 27.$$

Was nun die für T einzuführenden Werthe anlangt, so haben die angestellten Versuche ergeben, daß der Widerstand der Materialien gegen Beanspruchung auf Schub geringer ist, als gegen Beanspruchung auf Zug oder Druck. Daraus folgt, daß man die Materialien auf Schub nicht so stark beanspruchen darf, wie auf Zug oder Druck.

Die nachstehende Tabelle giebt für eine Reihe wichtiger Baustoffe die Festigkeits-Coefficienten für Schub und die zulässigen Schubbeanspruchungen, für das Quadrat-Centimeter als Flächeneinheit an. Indem hierbei noch auf weitere einschlägige Festigkeitsangaben in der I. Abtheilung dieses Bandes (Die Technik der wichtigeren Baustoffe) verwiesen wird, sei bemerkt, daß von einer Verwerthung der *Wöhler'schen* Versuche für die zulässige Schubbeanspruchung abgesehen worden ist, weil bisher noch nicht genügende Versuche in dieser Richtung vorliegen.

Bezeichnung der Materialien	Festigkeits-Coefficient für Schub	Zulässige Schubbeanspruchung T
Schmiedeeisen	3200 bis 4000	600 bis 800 ¹⁵⁸⁾
Gufseisen	1000 bis 1100	220
Gufstahl	4000	800
Nadelholz: parallel der Faserrichtung . . .	46	9 bis 10
normal zu der Faserrichtung . . .	125	16 bis 19
Eichenholz: parallel der Faserrichtung . . .	86	22 bis 27
normal zu der Faserrichtung . . .	125	22 bis 27

Kilogr. pro 1 qcm der Querschnittsfläche.

Beispiele: 1) Eine schmiedeeiserne Stange, in welcher ein Zug $P = 5600$ kg herrscht, soll mit einem Bolzen an einem Knotenbleche befestigt werden. Es ist der Durchmesser d des Bolzens zu bestimmen.

294.
Beispiele.

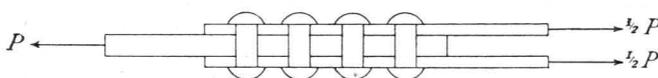
Der Querschnitt F des Bolzens ergibt sich aus der Gleichung 27. Die zulässige Schubbeanspruchung T sei hier 700 kg, sonach

$$F = \frac{5600}{700} = 8 \text{ qcm} \quad \text{und} \quad d = \sqrt{\frac{4 F}{\pi}} = 3,2 \text{ cm.}$$

2) Es ist die Anzahl Nietquerchnitte zu bestimmen, welche nöthig sind, um einen schmiedeeisernen Constructionstheil, in welchem ein Zug $P = 30\,000$ kg herrscht, mit einem Knotenbleche zu verbinden

Der Durchmesser der Niete sei 2 cm; der betreffende Constructionstheil (Fig. 73) soll aus zwei Flach-eisen hergestellt sein, welche das Knotenblech zwischen sich nehmen.

Fig. 73.



¹⁵⁸⁾ Bei den Nieten ist wegen des vorzüglichen Materials die erlaubte Schubbeanspruchung gleich der im Blech erlaubten Zug- resp. Druckbeanspruchung zu setzen.

Jedes Flacheisen hat einen Zug von $\frac{P}{2} = 15\,000\text{ kg}$ zu ertragen; den gleichen Zug haben die Nietquerchnitte zwischen diesem Flacheisen und dem Knotenbleche aus dem einen in das andere zu überführen, d. h. die auf Abfcheren dieser Querchnitte wirkende Kraft beträgt $15\,000\text{ kg}$. Der Gesamtquerchnitt aller zur Befestigung des einen Flacheisens dienenden Nietquerchnitte ergibt sich demnach zu $F = \frac{15\,000}{T}$.

Die für Niete erlaubte Schubbeanspruchung T kann man (laut Fußnote 158 auf S. 255), da die Niete aus dem besten Eisen hergestellt werden, unbedenklich gleich der im gewöhnlichen Stabeisen und Blech erlaubten Zugbeanspruchung annehmen. Wir nehmen deshalb $T = 750\text{ kg}$, und es wird

$$F = \frac{15\,000}{750} = 20\text{ qcm.}$$

Ist die Anzahl der Nietquerchnitte n , so muß $\frac{n d^2 \pi}{4} = F = 20\text{ qcm}$ sein, oder, da $d = 2\text{ cm}$,

$$n = \frac{20 \cdot 4}{d^2 \pi} = 6,37, \text{ statt dessen } 7.$$

Es müssen also 7 Nietquerchnitte zur Verbindung des einen Flacheisens mit dem Knotenbleche angeordnet werden; genau eben so groß muß die Zahl der Nietquerchnitte sein, welche zur Verbindung des anderen Flacheisens mit dem Knotenbleche dienen.

Ein Abfcheren ist bei der Construction in Fig. 73 nur möglich, wenn jeder Niet in zwei Querchnitten abfchert wird; jeder Niet bietet also zwei Querchnitte, so daß im Ganzen 7 Niete, d. h. 14 Nietquerchnitte anzuordnen sind¹⁵⁹⁾.

3) Eine Strebe (Fig. 74), welche einen Druck $P = 20\,000\text{ kg}$ zu ertragen hat, sei mit einem Balken durch Veratzung verbunden; der Winkel beider Axen sei 45° . Die Dimension l ist so zu bestimmen, daß ein Abfcheren längs der Fläche mn nicht stattfindet. Die Kraft P zerlegt sich in eine verticale Seitenkraft $V = P \sin \alpha$ und eine horizontale Seitenkraft $H = P \cos \alpha$.

Es ist $H = 20\,000 \cos 45^\circ = 14\,140\text{ kg}$ und $V = 20\,000 \sin 45^\circ = 14\,140\text{ kg}$.

Die abfcherende Kraft A ist die Kraft H abzüglich des Reibungswiderstandes fV , wenn f den Reibungscoefficienten bedeutet. Sei $f = 0,3$, so ist die abfcherende Kraft

$$A = H - fV = 14\,140 (1 - 0,3) = 9898\text{ kg} \\ \text{oder rot. } A = 10\,000\text{ kg.}$$

Dabei ist auf die durch den Bolzen eventuell erzeugte Reibung keine Rücksicht genommen, weil ein Lockern des Bolzens denkbar ist.

Die Breite des Balkens und der Strebe sei b ; alsdann wird eine Fläche von der Länge l und der Breite b auf Abfcherung in Anspruch genommen (d. h. die Fläche mn). Ist die pro 1 qcm der abzufcherenden Fläche zulässige Schubspannung T , so darf in dieser Fläche im Ganzen eine Schubspannung $S = b l T$ stattfinden.

So groß darf also A höchstens sein. Die Bedingungsgleichung für die Ermittlung von l ist sonach:

$$b l T = A \text{ oder } l = \frac{A}{b T}.$$

In unserem Falle sei $b = 25\text{ cm}$, T ist nach der Tabelle für Nadelholz = 10 kg pro 1 qcm; es muß also sein:

$$l = \frac{10\,000}{25 \cdot 10} = 40\text{ cm.}$$

Auf die complicirteren Fälle der Schubbeanspruchung werden wir bei der Biegungselasticität zurückkommen.

¹⁵⁹⁾ Man unterscheidet einschnittige und zweischnittige Niete. Bei den einschnittigen Nieten wird von jedem Niet nur ein Querchnitt, bei den zweischnittigen Nieten werden von jedem Niet zwei Querchnitte auf Abfcheren beansprucht. Näheres hierüber im III. Theil dieses »Handbuchs«, Bd. 1 (Abth. I, Abfchn. 3: Constructions-Elemente in Eisen).