

- CLARKE, G. S. *The principles of graphic statics*. London 1880.
- EDDY, H. T. *News constructions in graphical statics*. New York 1877. — Deutsche vom Verfasser verm. u. verb. Ausgabe. Leipzig 1880.
- ORLANDER, E. *A new method of graphic statics applied to the construction of wrought-iron girders*. London 1880.
- MÜLLER-Breslau, F. B. *Elemente der graphischen Statik der Bauconstruktionen für Architekten und Ingenieure*. Berlin 1881.
- ALBERT, F. *Die technische Mechanik im Hochbau*. Plauen 1881.
- CHALMERS, J. B. *Graphical determination of forces in engineering structures*. London 1881.
- CROFTON, M. W. *Lectures on the elements of applied mechanics*. London 1881.
- WEISBACH, J. *Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik*. II. Theil, 1. Abth.: *Statik der Bauwerke*. 5. Aufl. Braunschweig 1882.
- WITTMANN, W. *Statik der Hochbau-Construktionen*. Berlin. 1. Theil: *Steinconstruktionen*. 1879. — II. Theil: *Holzconstruktionen*. 1882.
- WENK, J. *Die Baumechanik etc.* 2. Aufl. Leipzig 1882.
- BELLOT. *Die wichtigsten Lehren der Baumechanik*. Leipzig 1882.

## 1. Abschnitt.

# Elemente der Elasticitäts- und Festigkeitslehre.

## 1. Kapitel.

### Grundbegriffe.

270.  
Molecüle.

Jeder in der Natur vorkommende Körper besteht aus einzelnen, mit einander verbundenen, außerordentlich kleinen Theilen, den sog. Molecülen. Diese einzelnen Theile sind nicht unabänderlich fest zu einem starren System mit einander verbunden; vielmehr verändert sich die gegenseitige Lage derselben, also auch die Form des Körpers, wenn Kräfte auf den Körper wirken. Die Größe und Form der Aenderung ist von dem Material des Körpers, von seiner Form, von der Größe und Wirkungsdauer der wirkenden Kräfte, von der Temperatur und von verschiedenen anderen Factoren abhängig.

Wenn die Kräfte, welche die Formveränderung hervorgebracht haben, zu wirken aufhören, so nimmt unter gewissen Bedingungen der Körper seine frühere Form wieder an.

271.  
Elasticität.

Man nennt Elasticität diejenige Eigenschaft der Körper, vermöge deren sie, wenn sie unter der Einwirkung der Kräfte ihre ursprüngliche Form verändert haben, dieselbe nach dem Aufhören der Kräfteeinwirkung mehr oder weniger wieder annehmen. Vollkommen elastisch würde ein Körper sein, wenn er nach dem Aufhören der Kraft seine frühere Gestalt genau wieder annähme; vollkommen unelastisch derjenige Körper, der die in Folge der Kraftwirkung deformirte Gestalt genau beibehalten würde, auch wenn die Kräfte zu wirken aufhörten.

Es giebt in der Natur weder vollkommen elastische, noch vollkommen unelastische Körper. Daraus folgt, daß kein Körper nach dem Aufhören der Kräftewirkung vollständig seine frühere Form wieder annimmt; je näher er dem

vollkommen elastischen Körper steht, desto mehr verschwindet die Formänderung; niemals aber verschwindet sie ganz.

Man unterscheidet die elastische Formänderung, d. h. diejenige, welche mit dem Aufhören der Kraftwirkung wieder verschwindet, und die bleibende Formänderung, d. h. diejenige, welche nicht wieder verschwindet, auch wenn die Kraft zu wirken aufhört. Wenn die wirkenden Kräfte gewisse Gröfsen nicht überschreiten, so ist die bleibende Formänderung nur sehr gering, so gering, daß man sie für die Fälle der Praxis als nicht vorhanden ansehen kann.

Die Grenze, bis zu welcher die durch äufsere Kräfte in dem Körper erzeugten inneren Kräfte oder Spannungen zunehmen dürfen, bevor eine merkbare bleibende Formänderung entsteht, läßt sich für die verschiedenen Materialien annähernd feststellen, und man nennt dieselbe die Elasticitätsgrenze.

Im Folgenden wird unter Elasticitätsgrenze speciell diejenige Spannung verstanden werden, welche ein Stab vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit höchstens ertragen kann, ohne daß eine merkbare bleibende Formänderung eintritt.

Die Elasticitätsgrenze ist nicht bloß für die verschiedenen Materialien, sondern auch für die verschiedenen Arten der Beanspruchung verschieden. Im Allgemeinen wird sie für Beanspruchung durch Zug bei demselben Material eine andere sein, als für Beanspruchung durch Druck.

Wird die in dem Körper wirkende Spannung über die Elasticitätsgrenze gesteigert, so tritt zunächst aufser der elastischen eine merkbare bleibende Formänderung ein; eine weitere Vergrößerung der Spannung bewirkt eine Trennung der Molecüle, d. h. ein Zerreißen, Zerdrücken oder Zerbrechen des Körpers.

Diejenige Spannung, welche ein Stab vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit höchstens ertragen kann, ehe er zerstört wird, nennt man den Festigkeits-Coefficienten des Materials.

Auch die Festigkeits-Coefficienten sind nach dem verschiedenen Material und nach den verschiedenen Beanspruchungsweisen verschieden.

Man muß an jede Bauconstruction zunächst die Forderung stellen, daß sie durch die wirkenden Kräfte nicht zerstört wird. Mit dieser Anforderung allein darf man sich aber nicht begnügen. Das Verhalten der Materialien, sobald sie über die Elasticitätsgrenze hinaus beansprucht werden, ist wenig zuverlässig, und man stellt deshalb die Bedingung, daß eine jede Construction in allen ihren Theilen niemals über die Elasticitätsgrenze hinaus in Anspruch genommen werde.

In den folgenden Untersuchungen werden wir uns hauptsächlich mit den sog. stabförmigen Körpern beschäftigen. Stabförmige Körper sind solche, bei denen die Längendimension die Breiten- und Höhendimensionen wesentlich übertrifft.

Schneidet man den Körper an irgend einer Stelle durch eine normal zur Längsrichtung an dieser Stelle gerichtete Ebene, so erhält man einen Querschnitt des Körpers. Die Verbindungslinie der Schwerpunkte aller Querschnitte des Körpers heist die Axe des Körpers.

Ist die Axe eine Gerade, so hat man einen geraden stabförmigen Körper; alsdann sind alle Querschnitte des Körpers parallel; ist die Axe eine Curve, so ist der Körper ein krummer stabförmiger Körper.

Je nach der Art der durch die wirkenden Kräfte erzeugten Beanspruchung unterscheidet man hauptsächlich folgende Arten der Elasticität, bezw. Festigkeit:

- 1) die Normalelasticität, bezw. Normalfestigkeit,

272.  
Elastische und  
bleibende Form-  
änderung.

273.  
Elasticitäts-  
grenze.

274.  
Festigkeits-  
Coefficient.

275.  
Aufgabe  
der  
Construction.

276.  
Stabförmige  
Körper.

277.  
Arten der  
Elasticität und  
Festigkeit.

- 2) die Schubelastizität, bezw. Schubfestigkeit,
- 3) die Biegeelastizität, bezw. Biegefestigkeit,
- 4) die Torsionselastizität, bezw. Torsionsfestigkeit.

Ad 1) Die Normalelastizität tritt auf, wenn die auf den Körper wirkenden Kräfte die Querschnitte desselben so gegen einander zu verschieben streben, daß sich deren Entfernung in der Richtung der Axe gegen einander verändert, vergrößert oder verringert. Im ersten Falle findet Beanspruchung des Körpers auf Zug, im zweiten Falle Beanspruchung des Körpers auf Druck statt.

Unter Zug-, bezw. Druckfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche in der Richtung der Axe pro Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß durch bloßen Zug, bezw. Druck eine Zerstörung des Körpers stattfindet; die geringste Vergrößerung dieser Kraft würde demnach den Zusammenhang des Körpers zerstören.

Ad 2) Die Schubelastizität tritt auf, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben haben, zwei benachbarte Querschnitte längs einander zu verschieben, ohne daß deren Entfernung in der Richtung der Axe sich ändert. Der Körper wird an der betreffenden Stelle auf Schub oder Abscheren beansprucht.

Unter Schub- oder Abscherungsfestigkeit wird diejenige Kraft verstanden, welche pro Flächeneinheit des Querschnittes höchstens wirken darf, ohne daß eine Zerstörung des Körpers an dieser Stelle durch Verschiebung der Nachbarquerschnitte gegen einander erfolgt.

Ad 3) Die Biegeelastizität tritt auf, wenn die äußeren Kräfte das Bestreben zeigen, zwei Nachbarquerschnitte um eine Axe, die normal zur Kraftebene steht, derart zu drehen, daß die Entfernung der Querschnitte sich ändert. Die Beanspruchung findet auf Biegung statt.

Biegefestigkeit ist die Beanspruchung, welche die am meisten gespannten Fasern des Körpers pro Flächeneinheit des Querschnittes höchstens ertragen können, ehe eine Zerstörung des Körpers durch Biegen, d. h. hier, bevor ein Zerbrechen eintritt.

Ad 4) Die Torsionselastizität tritt auf, wenn die wirkenden Kräfte zwei Nachbarquerschnitte gegen einander so zu verdrehen streben, daß deren Entfernung gleich bleibt. Die Torsionselastizität ist für die Hochbau-Constructionen von untergeordneter Wichtigkeit, und wir werden uns im Nachstehenden mit derselben nicht beschäftigen.

#### Literatur.

Bücher über »Lehre von der Elastizität und Festigkeit«.

Indem aut die Werke über »Mechanik«, die stets einen Abriss über »Elastizität und Festigkeit« enthalten, nur ganz generell verwiesen werden mag, seien im Nachstehenden bloß die einschlägigen Specialschriften namhaft gemacht:

MOLL, C. L. und F. REULEAUX. Die Festigkeit der Materialien, namentlich des Guß- und Schmiedeeisens. Braunschweig 1853.

ROFFIAEN, E. *Traité sur la résistance des matériaux dans les constructions.* Liège 1858.

BOURDAIS, J. *Traité pratique de la résistance des matériaux appliquée à la construction etc.* Paris 1859.

JEEP, W. Die Festigkeit der Materialien etc. Weimar 1861.

SHIELDS, F. W. *The strains on structures of ironwork.* London 1861.

CLEBSCH, A. Theorie der Elastizität fester Körper. Leipzig 1862.

MORIN, A. *Résistance des matériaux.* 3<sup>e</sup> édit. Paris 1862.



- LAMÉ. *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. 2e édit. Paris 1866.
- WINKLER, E. Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit etc. 1. Theil. Prag 1867.
- BARLOW, P. *Treatise on the strength of materials, with rules for application in architecture etc.* A new edit. by W. HUMBER. London 1867.
- ANDERSON, C. E. *The strength of materials and structures*. London 1872.
- MÜLLER, H. *Elementares Handbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1875.
- KURZ, A. *Taschenbuch der Festigkeitslehre etc.* Berlin 1877.
- GRASHOF, F. *Theorie der Elasticität und Festigkeit etc.* 2. Aufl.\* Berlin 1878.
- KENT, W. *The strength of materials*. New York 1879.
- LAMBERT, P. *Tabellarische Zusammenstellung der Resultate aus der angewandten Festigkeitslehre, mit befonderer Berücksichtigung von Constructionen in Eifen und Holz*. Zürich 1880.
- LINGLIN, TH. *Traité élémentaire de la résistance des matériaux*. Paris 1880.
- MADAMET, A. *Résistance des matériaux*. Paris 1881.
- SERGEANT, E. *Traité pratique de la résistance des matériaux*. 3e édit. Paris. Im Erfcheinen begriffen.

## 2. Kapitel.

### Normalelasticität und Normalfestigkeit.

Die reine Normalelasticität kommt nur bei geraden Stäben vor, weshalb hier nur solche betrachtet werden sollen.

Die Elasticitätslehre giebt für die Normalelasticität folgende Grundgesetze:

1) Die Verlängerung, bzw. Verkürzung eines in feiner Axenrichtung, d. h. auf Normalelasticität beanspruchten Stabes ist, so lange die Beanspruchung innerhalb der Elasticitätsgrenze bleibt, der ursprünglichen Länge des Stabes direct proportional. Das Verhältniß der Verlängerung (positiv oder negativ genommen) zu der ursprünglichen Länge heisst das Verlängerungsverhältniß.

2) Die Verlängerung eines, wie angegeben, beanspruchten Stabes ist, so lange die Spannung desselben innerhalb der Elasticitätsgrenze liegt, direct proportional der in dem Stab herrschenden Spannung. Ist also die Spannung im Stab  $N$ , so ist die Verlängerung, also auch das Verlängerungsverhältniß  $N$ -mal so groß, als bei der Spannung 1.

3) Das Verlängerungsverhältniß ist vom Material abhängig, aus welchem der Stab besteht. Für diese Abhängigkeit ist eine besondere Bezeichnung eingeführt. Nennt man die Verlängerung, welche ein Gewicht gleich der Kräfteinheit an einem Stabe hervorbringt, dessen Querschnitt gleich der Flächeneinheit ist,  $\lambda$ , die ursprüngliche Länge des Stabes vor der Verlängerung  $l$ , so ist für diesen Fall das Verlängerungsverhältniß  $= \frac{\lambda}{l}$ .

Dieses Verlängerungsverhältniß, welches je nach dem Material, aus welchem der Stab besteht, verschieden ist, bezeichnet man mit  $\frac{1}{E}$  und nennt  $E$  den Elasticitäts-Modulus oder Elasticitäts-Coefficienten des betreffenden Materials. Demnach ist der Elasticitäts-Modulus  $E$  der reciproke Werth des (positiven oder negativen) Verlängerungsverhältnisses, welches durch die Spannung 1 an einem Stabe vom Querschnitt gleich der Flächeneinheit hervorgebracht wird.

Wirkt in dem Stabe eine Spannung  $N$  pro Flächeneinheit des Querschnittes, so ist nach 2. das Verlängerungsverhältniß  $N$ -mal so groß, als bei der Spannung 1 pro Flächeneinheit des Querschnittes; mithin ist sodann das Verlängerungsverhältniß

278.  
Elasticitäts-  
gesetze.

279.  
Elasticitäts-  
Coefficient.