

Liegt z. B. der in Abb. 33a im Querschnitt dargestellte Plattenbalken mit  $h = 54$  cm und  $F_e = 30,2$  cm<sup>2</sup> vor, dessen Beanspruchungen sich für ein Gebrauchsmoment von  $M = 30\,000$  mkg mit  $n = 15$  zu  $\sigma = 80/2000$  kg/cm<sup>2</sup> ermitteln, so errechnet sich für diesen Querschnitt nach Zustand I mit  $n = 15$ , ein Widerstandsmoment  $W_i = 38\,000$  cm<sup>3</sup> und für dieses Gebrauchsmoment eine Zugbeanspruchung des Betons von  $\sigma_{b_2} = 79,6$  kg/cm<sup>2</sup>.

Wird das gleiche Gebrauchsmoment beibehalten und darf die zulässige Betondruckspannung von  $\sigma_b = 80$  kg/cm<sup>2</sup> beim Spannungsnachweis nach Zustand II mit  $n = 10$  nicht überschritten werden, so muß die wirksame Querschnittshöhe auf  $h = 59$  cm vergrößert werden, und es ergibt sich der in Abb. 33b im Querschnitt dargestellte Plattenbalken, dessen Eisenquerschnitt  $F_e = 28,0$  cm<sup>2</sup> beträgt. Das zu diesem Querschnitt gehörige Widerstandsmoment errechnet sich, wenn — lediglich

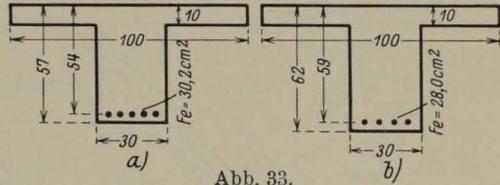


Abb. 33.

zu Vergleichszwecken — der Zustand I mit  $n = 15$  berücksichtigt wird, jedoch zu  $W_i = 43\,500$  cm<sup>3</sup>, und die Zugbeanspruchung des Betons unter dem Gebrauchsmoment beträgt  $\sigma_{b_2} = 68,5$  kg/cm<sup>2</sup>.

Der Querschnitt nach Abb. 33b weist demnach eine um 14% größere Rissesicherheit auf als der Querschnitt nach Abb. 33a.

Dabei ist der Kostenunterschied zwischen diesen beiden Querschnitten gering. Wird z. B. das S. 103 angeführte Preisverhältnis  $\eta = 50$  zwischen Eisen und Beton berücksichtigt, so ergibt sich der Kostenbeiwert der Rippe

für den Querschnitt nach Abb. 33a zu  $c = 47 \cdot 30 + 50 \cdot 30,2 = 2920$  cm<sup>3</sup> und

„ „ „ „ „ 33b „  $c = 52 \cdot 30 + 50 \cdot 28 = 2960$  cm<sup>3</sup>.

Die Rippe nach Abb. 33b ist also nur um 2% teurer als jene nach Abb. 33a.

Im übrigen sei hinsichtlich der für die Erhöhung der Rissesicherheit sonst zu berücksichtigenden Umstände auf die früheren Ausführungen verwiesen.

## 5. Die Schubsicherheit.

### α) Allgemeines.

Wie aus den früheren Ausführungen hervorgeht, erreichen die Schubspannungen bei Platten und meistens auch bei Balken recht geringe Werte. Beim Plattenbalken bewirkt jedoch die im Verhältnis zur Plattenbreite gewöhnlich recht geringe Rippenbreite  $b_0$ , daß die aus der Gleichung

$$(59) \quad \tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z}$$

ermittelten Schubspannungen beträchtlich sein können.

Der Gl. 59 ist zu entnehmen, daß bei gleichbleibender Querkraft für die Veränderlichkeit von  $\tau_0$  mit zunehmenden zulässigen Beanspruchungen der jeweilige Wert  $z$ , der gewöhnlich mit  $z = h - \frac{d}{2}$  berücksichtigt wird, maßgebend ist.

Wie Vergleichsrechnungen zeigen, ergibt sich diese Veränderlichkeit unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen in ähnlicher Weise, wie sie in Abb. 23 für Rechteckquerschnitte dargestellt wurde. Wird demnach ein Plattenbalken statt mit  $\sigma = 40/1200$  kg/cm<sup>2</sup>

z. B. mit  $\sigma = 80/1200 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht, so erhöht sich  $\tau_0$  auf das etwa 1,8fache. Wird er dagegen mit  $\sigma = 80/2000 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht, so erhöht sich  $\tau_0$  auf das etwa 1,5fache.

Inwieweit das Schlankheitsverhältnis von Plattenbalken für bestimmte zulässige Beanspruchungen zu begrenzen ist, damit  $\tau_0 = 18 \text{ kg/cm}^2$  nicht überschritten wird, geht für den allgemeinsten Belastungsfall der gleichmäßig verteilten Belastung  $q \text{ (kg/lfdm)}$  aus folgender Ableitung hervor.

Wird

$$Q = \frac{q \cdot l}{2}$$

und

$$M = \frac{q \cdot l^2}{k}$$

in Gl. 59 eingesetzt, so ermittelt sich

$$\tau_0 = \frac{q \cdot l}{2 \cdot b_0 \cdot z} = \frac{k \cdot M}{2 \cdot b_0 \cdot l \cdot z}$$

Da mit  $d = \beta \cdot h$  und  $x = s \cdot h$  nach Mörsch (25), S. 300,

$$\frac{M}{b} = \frac{\sigma_e \cdot \beta}{n \cdot (1-s)} \cdot \left( s - \frac{\beta \cdot s}{2} - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta^2}{3} \right) \cdot h^2$$

beträgt und sich mit

$$r'^2 = \frac{n \cdot (1-s)}{\beta \cdot \sigma_e \cdot \left( s - \frac{\beta \cdot s}{2} - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta^2}{3} \right)}$$

wie beim Rechteckquerschnitt

$$M = \frac{h^2}{r'^2} \cdot b$$

ergibt, so geht vorstehende Gleichung für  $\tau_0$  mit  $b = \alpha \cdot b_0$  über in

$$(60) \quad \tau_0 = \frac{\alpha \cdot k}{2 \cdot r'^2 \cdot \left( 1 - \frac{\beta}{2} \right)} \cdot \frac{h}{l} = c_2 \cdot \frac{h}{l}$$

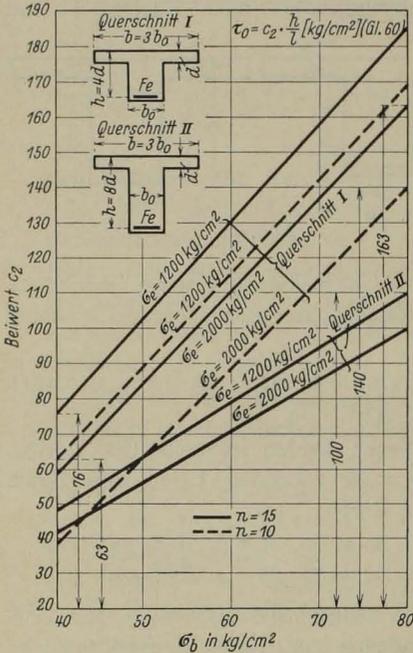


Abb. 34. Darstellung der Beiwerte  $c_2$  zur Ermittlung der Schubspannungen  $\tau_0$  von biegebeanspruchten Plattenbalken bei gegebenen zulässigen Beanspruchungen  $\sigma_b/\sigma_e$  und gegebenem Schlankheitsverhältnis  $h/l$ .

Die für Beanspruchungen von  $\sigma = 40/1200 \text{ kg/cm}^2$  bis zu  $\sigma = 80/2000 \text{ kg/cm}^2$  bei freier Endauflagerung mit  $n = 15$  und  $n = 10$  ermittelten Beiwerte  $c_2$  sind in Abb. 34 für Plattenbalken dargestellt, bei denen entweder  $\alpha = 3$  und  $\beta = 0,25$  (Querschnitt I) oder aber  $\alpha = 3$  und  $\beta = 0,125$  (Querschnitt II) beträgt.

Wird für den erstgenannten Querschnitt mit Hilfe der Werte  $c_2$  die vorgenannte Begrenzung des Schlankheitsverhältnisses abgeleitet, so ermittelt sich dieselbe z. B. für  $\sigma = 40/1200 \text{ kg/cm}^2$  mit  $n = 15$  und  $c_2 = 76$  zu  $h/l = 1/4$ , für  $\sigma = 80/2000 \text{ kg/cm}^2$  mit  $c_2 = 163$  zu  $h/l = 1/9$ .

Wird mit  $n = 10$  gerechnet, so ergibt sich im ersten Falle mit  $c_2 = 63$   $h/l = 1/3,5$ , im letzten Falle mit  $c_2 = 140$   $h/l = 1/8$ .

Es darf also für den behandelten Querschnitt bei Inrechnungstellung von  $\sigma = 80/2000 \text{ kg/cm}^2$  die Rippenhöhe äußerstenfalls rd. 1/9 bzw. 1/8 der Spannweite betragen.

Ist die Rippenhöhe im Verhältnis zur Plattenstärke größer, so nehmen die Werte  $c_2$  ab. So ermittelt sich für den Querschnitt II der Abb. 34 für  $\sigma = 80/2000 \text{ kg/cm}^2$  mit  $n = 15$   $c_2 = 100$  und damit  $h/l = 1/5,5$ .

Mit zunehmender Plattenbreite werden die Werte  $c_2$  im Verhältnis dieser Zunahme größer. Sie können damit beträchtlich werden.

Diese Ableitungen lassen bereits erkennen, daß sich bei hochbeanspruchten Plattenbalken erhebliche Schubspannungen ergeben können. Der Bedarf an abgebogenen Eisen zur Erzielung einer vollen Schubsicherung geht aus folgender Ableitung hervor.

Wird, um einen Maßstab für diesen Bedarf zu erzielen, derselbe auf den Querschnitt  $F_e$  der im Bereiche des größten Feldmomentes erforderlichen Zugeisen bezogen, so leitet sich der Querschnitt  $F_{e_s}$  der abgebogenen Eisen unter der Voraussetzung gleicher zulässiger Eisenbeanspruchungen  $\sigma_e = \sigma_{e_s}$  zu

$$(61) \quad F_{e_s} = \frac{\tau_0 \cdot b_0 \cdot l}{4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma_{e_s}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma_{e_s} \cdot z} = \frac{k}{8 \cdot \sqrt{2}} \cdot F_e$$

ab, d. h. dieser Querschnitt ist wie bei Platte und Balken unabhängig von den jeweils in Rechnung gestellten Beanspruchungen und beträgt wie bei denselben z. B. für  $k = 8$  das 0,71fache, für  $k = 24$  jedoch das 2,13fache des Querschnittes der im Bereiche des größten Feldmomentes erforderlichen Zugeisen.

### β) Die Schubsicherheit nach Versuchen.

Die folgenden Ausführungen befassen sich mit Versuchen an Plattenbalken aus hochwertigem Beton mit teilweiser oder voller Schubsicherung, aus denen der Einfluß dieser Sicherung auf die erreichbaren Schubspannungen  $\tau_{0\text{max}}$  hervorgeht.

Diese Versuche sind in Tafel 31 zusammengestellt. Die Tafel enthält neben einem Hinweis auf die benutzten Veröffentlichungen die jeweiligen Abmessungen der Versuchskörper, die Bewehrungsstärke derselben, die Würfelfestigkeiten des verwendeten Betons sowie die Versuchsergebnisse.

Zur Erhöhung der Übersicht wurde eine Unterteilung der Versuchskörper je nach Art der Schubsicherung in 5 Gruppen vorgenommen. Gruppe 1 enthält die Versuchskörper mit nur geraden Eisen, Gruppe 2 jene mit einem abgebogenen Eisen, Gruppe 3 und 4 jene mit 2 und 3 abgebogenen Eisen sowie Gruppe 5 jene mit 4 und mehr abgebogenen Eisen.

Die einzelnen Gruppen wurden wiederum derart unterteilt, daß neben der Bezeichnung der Versuchskörper und den erreichten Versuchswerten  $\tau_{0\text{max}}$  auch das Verhältnis  $\frac{F_{e_s}}{F_e}$  ersichtlich ist.

Das Alter der Versuchskörper betrug bei den Versuchen von Saliger vom Jahre 1928 und von Probst 25 und 28 Tage, bei den Versuchen von Weidert (48) 35 Tage und bei den übrigen Versuchen 40 bis 50 Tage.

Bei den meisten Versuchskörpern erfolgte der Bruch infolge der Wirkung zu großer Querkräfte. Soweit der Bruch auf andere Ursachen zurückzuführen ist, sind die in der Tafel eingetragenen Versuchswerte  $\tau_{0\text{max}}$  eingeklammert.

Die Versuchskörper, bei denen Bügel verwendet wurden, sind in der Tafel dadurch gekennzeichnet, daß die erreichten Versuchswerte  $\tau_{0\text{max}}$  fett gedruckt wurden.

Die Gruppierung der Versuchskörper in Tafel 31 ermöglicht es, den Einfluß, den die Anzahl der abgebogenen Eisen auf die erreichbaren Werte  $\tau_{0\max}$  ausübt, zu verfolgen. Dabei zeigt sich, daß  $\tau_{0\max}$  mit zunehmender Anzahl der abgebogenen Eisen im allgemeinen größer wird.

Werden zunächst die Versuchsbalken betrachtet, bei denen keine Bügel verwendet wurden, so ermittelte sich bei den Versuchen der Dyckerhoff & Widmann AG. mittels des Balkens mit nur geraden Eisen  $\tau_{0\max} = 19,3 \text{ kg/cm}^2$ , dagegen mittels der Balken mit einem oder zwei abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 34,3$  und  $39,2 \text{ kg/cm}^2$ . Bei den Versuchen des D. A. f. E. ergab sich mittels der Balken mit nur geraden Eisen  $\tau_{0\max} = 17,9$  bis  $20,2 \text{ kg/cm}^2$ , mittels der Balken mit einem abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 27,6$  und  $35,2 \text{ kg/cm}^2$ , mittels der Balken mit zwei abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 32,2$  und  $39,5 \text{ kg/cm}^2$  und mittels der Balken mit drei oder mehr abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = (36,4)$  bis  $(41,6) \text{ kg/cm}^2$ . Sehr hohe Werte  $\tau_{0\max}$  wurden bei den Versuchen von Saliger vom Jahre 1913 erzielt. So wurde mittels der Balken mit nur geraden Eisen  $\tau_{0\max} = 30,2$  und  $32,7 \text{ kg/cm}^2$ , mittels der Balken mit zwei abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 34,1$  und  $39,5 \text{ kg/cm}^2$  und mittels der Balken mit drei abgebogenen Eisen sogar  $\tau_{0\max} = 44,7$  bis  $88,3 \text{ kg/cm}^2$  ermittelt.

Bei Verwendung von Bügeln erhöht sich  $\tau_{0\max}$  nicht unwesentlich. So ergab sich bei den Versuchen des D. A. f. E. mittels der Balken mit nur geraden Eisen  $\tau_{0\max} = 29,0$  bis  $34,6 \text{ kg/cm}^2$  und mittels der Balken mit einem abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 39,9 \text{ kg/cm}^2$ . Bei den Versuchen von Weidert wurde mittels des Balkens mit nur geraden Eisen sogar  $\tau_{0\max} = 50,3 \text{ kg/cm}^2$  und mittels des Balkens mit drei abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = 59,4 \text{ kg/cm}^2$  erzielt. Bei den Versuchen von Saliger vom Jahre 1928 ermittelte sich mittels Balken mit sechs abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = (41,4)$  und  $(50,3) \text{ kg/cm}^2$ , während sich bei den Versuchen von Probst mittels Balken mit fünf oder sechs abgebogenen Eisen  $\tau_{0\max} = (33,6)$  bis  $46,2 \text{ kg/cm}^2$  ergab.

Wegen der verschiedenen Querschnittsabmessungen, der verschieden hohen Streckgrenze der verwendeten Eiseneinlagen sowie wegen der verschiedenartigen Verankerungen der abgebogenen Eisen im Beton ist ein unmittelbarer Vergleich der erreichten Schubspannungen in Abhängigkeit von der Betongüte nicht möglich. Es geht aber aus den angeführten Versuchen hervor, daß wegen der wirkungsvolleren Verankerung der abgebogenen Eisen bei Verwendung von hochwertigem Beton die Versuchswerte  $\tau_{0\max}$  bei genügenden Eisenabbiegungen sowie bei Verwendung von Bügeln beträchtlich werden können. Die Versuchsergebnisse der Balken der Gruppen 3 und 4 lassen einwandfrei erkennen, daß dieselben bei sorgfältiger Ausführung der Schubsicherung mindestens 45 bis  $60 \text{ kg/cm}^2$  betragen können. Die bei den Versuchen von Saliger erzielten außerordentlich hohen Schubspannungen bis zu fast  $90 \text{ kg/cm}^2$  zeigen sogar, daß sich die Versuchswerte  $\tau_{0\max}$  durch entsprechende Vorkehrungen wesentlich steigern lassen, wenn hierfür ein Bedürfnis besteht.

Aus den angeführten Versuchen geht weiter hervor, daß mit einer oberen Begrenzung der in Rechnung zu stellenden Schubspannungen mit  $18 \text{ kg/cm}^2$  bei Verwendung von hochwertigem Beton und bei sorgfältiger Ausbildung der Schubsicherung mit einer etwa 2,5- bis 3,5fachen und sogar noch größeren Schubsicherheit gerechnet werden kann.

Es sei noch bemerkt, daß die beim Auftreten der ersten Schubrisse vorhandenen Schubspannungen bei den in Tafel 31 angeführten Versuchen zwischen 15 und  $25 \text{ kg/cm}^2$  schwankten, im Mittel also etwa  $20 \text{ kg/cm}^2$  betragen.

Tafel 31. Die Größe der Schubspannungen  $\tau_{0\max}$  nach Versuchen.

Ver- öffentlichung	Abmessungen der Versuchskörper						$\sigma_w$  kg/cm <sup>2</sup>	Gruppe 1		Gruppe 2		Gruppe 3		Gruppe 4		Gruppe 5		Bemerkungen				
	Spann- weite <i>l</i>	Querschnitt						Ver- suchs- Nr.	$\tau_{0\max}$ kg/cm <sup>2</sup>	Ver- suchs- Nr.	$\frac{F_{e_s}}{F_e}$	$\tau_{0\max}$ kg/cm <sup>2</sup>	Ver- suchs- Nr.	$\frac{F_{e_s}}{F_e}$	$\tau_{0\max}$ kg/cm <sup>2</sup>	Ver- suchs- Nr.	$\frac{F_{e_s}}{F_e}$		$\tau_{0\max}$ kg/cm <sup>2</sup>			
		<i>h</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i> <sub>0</sub>	$\mu$																
Beton-Verein (2), 1908 (Versuche der Dyckerhoff & Widmann AG.)	2,5	27	10	45	15	4,7	$\sigma_{w_{30}} = 307$	3	19,3	9	0,5	34,3	4	0,5	39,2			Einzelversuche.				
D. A. f. E., Heft 10 u. 12 (Versuche von Bach u. Graf)	3 0	35	10	50	20	3,6	$\sigma_{w_{30}} = 245$	7 8 15	20,2 29,0 34,2	29 30	0,46 0,46	35,2 39,9	47	0,91	39,5	38	0,70 (40,3)	42	0,68	38,4	Mittelwert aus je 3 Versuchen.	
D. A. f. E., Heft 20 (Versuche von Bach u. Graf)	4,0	35	10	60	20	3,6	$\sigma_{w_{30}} = 233$	53 54	19,2 34,6	55	0,50	27,6				58/60	0,60 (36,4)	66	0,70	38,8	Mittelwert aus je 3 Versuchen.	
D. A. f. E., Heft 48 (Versuche von Bach u. Graf)	5,4	64	10	120	25	2,5	$\sigma_{w_{30}} = 282$	1024	17,9				1032	0,25	32,2			1025 1026	0,50 0,62	(41,6) (40,8)	Einzelversuche.	
Ztschr. f. Betonbau 1913/14 (Versuche von Saliger)	2,4 2,4	29 29	10 10	38 38	7,5 7,5	3,4 7,4	$\sigma_{w_{30}} = 250$	1 22	30,2 32,7				4 10	0,67 0,80	34,1 39,5	16 24 26 28	0,75 0,25 0,50 0,75	44,7 67,4 80,5 88,3				Mittelwert aus je 2 Versuchen. (Bei den Balken 26 u. 28 wurde der Beton in der Richtung der Hauptdruckspan- nungen zerstört.)
Baug. 1923, Heft 8 (Versuche von Weidert)	1,0	15	5	25	5	7,3	$\sigma_{w_7} = 360$	<i>b</i> <sub>1</sub>	50,3							<i>c</i> <sub>1</sub>	0,57	59,4				Einzelversuche.
Baug. 1929, Heft 7 (Versuche von Saliger)	2,4	28	10	16	38	2,7 3,3	$\sigma_{w_{20}} = 318$ $\sigma_{w_{20}} = 318$											10 14	0,66 0,66	(41,4) (50,3)		Mittelwert aus je 2 Versuchen.
Baug. 1931, Heft 12/13 (Versuche von Probst)	3,5	35	8	60	18	5,3 3,8 3,8 3,8	$\sigma_{w_{20}} = 245$											1 2 3 4	0,71 0,78 0,74 0,78	46,2 (33,6) (40,9) (39,8)		Einzelversuche.