

Die rechnungsmäßigen Betondruckspannungen ergaben sich für Beton mit  $\sigma_{w,0} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 13% und für Beton mit  $\sigma_{w,0} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 6% geringer als die tatsächlichen Betondruckspannungen. Die unter verschiedenen Belastungsstufen vorhandenen Abweichungen zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Betondruckspannungen sind also bei Verwendung von hochwertigem und besonders bei Verwendung von höchstwertigem Beton gering.

Die sich zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Eisendruckspannungen ergebenden Abweichungen sind demgegenüber, selbst bei Verwendung von höchstwertigem Beton, erheblich.

## 2. Säulen mit Knickgefahr.

Bei normal beanspruchten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung ist die Gefahr des Ausknickens bekanntlich nur ausnahmsweise zu berücksichtigen. Werden dagegen erhöhte zulässige Betondruckspannungen in Rechnung gestellt, so können sich im Verhältnis zur Säulenhöhe so geringe Querschnittsabmessungen ergeben, daß die Gefahr eines vorzeitigen Ausknickens besteht. Es wird deshalb bei Behandlung des Sicherheitsgrades von hochbeanspruchten Säulen auch der Frage der Knick-sicherheit näherzutreten sein.

Ist diese nachzuweisen, so wird gewöhnlich von der Berechnungsweise nach Euler ausgegangen. Nach derselben ist die Knicklast  $P_k$ , welche die Säule zum Bruche oder zu einer bleibenden seitlichen Ausbiegung bringt, bestimmt durch die Beziehung

$$(8) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot E_b \cdot J_i.$$

In derselben bezeichnet  $l$  die Knicklänge der Säule,  $E_b$  das Verformungsmaß des Betons und  $J_i$  das Trägheitsmoment des Querschnitts unter Berücksichtigung der Eisen-einlagen, bezogen auf jene Schwerachse, um die bei der Ausbiegung die Verdrehung des Querschnitts erfolgt.

Bei Spitzen- oder Gelenklagerung entspricht die Knicklänge der vollen Säulenhöhe. Gewöhnlich stehen jedoch Kopf und Fuß der Säulen in Verbindung mit anderen Tragwerken, so daß eine Verringerung der Knicklänge gegenüber der Säulenhöhe zulässig erscheint. Eine solche Verringerung kommt jedoch nur bei nicht zu hohen und nicht zu schlanken Säulen in Betracht, bei denen eine besonders gute Ausführung der Anschlüsse vorliegt. Diese Einschränkung ist darauf zurückzuführen, daß einestei ls bei sehr schlanken Säulen in den verhältnismäßig kleinen Endflächen nur Momente übertragen werden können, welche einer unvollkommenen Einspannung entsprechen, daß andernteils aber bei kürzeren und gedrun genen Säulen, bei denen die breiten Endflächen die Übertragung eines Momentes in die Säulen wirksam verhindern können, eine genau mittige Belastung selten vorhanden ist.

In der Regel wird mit der Säulenhöhe als Knicklänge gerechnet. In den D. B. ist diese Berechnungsweise sogar vorgeschrieben (§ 27, 2).

Das Verformungsmaß  $E_b$  ist von wesentlicher Bedeutung für die Anwendung der Gl. 8. Dasselbe muß möglichst der Wirklichkeit entsprechend eingesetzt werden, wenn diese Gleichung überhaupt brauchbare Ergebnisse liefern soll.

Damit ergibt sich bereits eine Schwierigkeit für die Untersuchung der Knick-sicherheit von hochbeanspruchten Säulen. Denn dieses Verformungsmaß kann je nach Beschaffenheit, Alter und Beanspruchung des Betons bekanntlich außerordentlich schwanken. Es wird deshalb zu versuchen sein, die Veränderlichkeit von  $E_b$  gesetz-mäßig zu erfassen.

Zu diesem Zwecke ist zunächst an Hand eines passenden Formänderungsgesetzes die Veränderlichkeit der Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit klarzustellen. Dieses Formänderungsgesetz lautet allgemein

$$(9) \quad \sigma_{b_t} = \sigma_w \cdot (1 - e^{-a \cdot \varepsilon})$$

und stammt von W. Ritter<sup>1)</sup>. Dabei bezeichnet, wie bereits erwähnt wurde,  $\varepsilon$  die auf die Längeneinheit bezogene Stauchung des Betons,  $\sigma_{b_t}$  die zu dieser Stauchung gehörige, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung,  $e = 2,71828 \dots$  sowie  $a$  einen von der Güte des Betons abhängigen Beiwert.

Für diesen Beiwert ist im Schrifttum seither ausschließlich nur der von Ritter stammende Wert  $a = 1000$  bekannt, von dem behauptet wird, daß er die Formänderungen des Betons recht gut erfaßt. Wie die Verhältnisse jedoch tatsächlich liegen, geht aus nachstehenden Ermittlungen hervor.

Wird Gl. 9 nach  $a$  aufgelöst, so ergibt sich

$$(9a) \quad a = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}}$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen  $a$  schwanken kann, sowie mit welcher Genauigkeit sich die Formänderungen des Betons nach Gl. 9 überhaupt erfassen lassen, werden vorerst einige von Bach und Graf vorgenommene Stauchungsmessungen ausgewertet, die an Prismen aus gewöhnlichem und höchstwertigem Beton durchgeführt wurden. Diese Prismen hatten quadratischen Querschnitt von 25 bzw. 20 cm Seitenlänge und eine Höhe von 100 bzw. 80 cm. Die Würfelfestigkeit des verwendeten Betons betrug  $\sigma_{w_{30}} = 146$  bzw. 416 kg/cm<sup>2</sup>. Das Ergebnis dieser Stauchungsmessungen, die auf 75 bzw. 50 cm Länge vorgenommen wurden, ist in Heft 227 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 3 und 7, enthalten. Maßgebend für die Auswertung ist der Mittelwert aus je 2 Versuchen.

Werden die an den Prismen aus gewöhnlichem Beton zunächst beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen auf die Längeneinheit umgerechnet und in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert  $a = 2090$ , so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \cdot \varepsilon})$$

ergibt.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit die Formänderungen des Betons nach vorstehender Beziehung erfaßt werden, sind in Tafel 4 auf Seite 32 für verschiedene Belastungsstufen die Abweichungen zwischen den an den Prismen und den aus dieser Beziehung ermittelten Betondruckspannungen  $\sigma_{b_t}$ , in Hundertteilen ausgedrückt, zusammengestellt.

Wie aus Tafel 4 ersichtlich, sind diese Abweichungen, selbst unter großen Belastungsstufen, so gering, daß die Gültigkeit des mit  $a = 2090$  abgeleiteten Formänderungsgesetzes wohl bis in die Nähe der Bruchlast angenommen werden darf. Die größte Abweichung beträgt lediglich 3 ‰, die mittlere Abweichung sogar nur 1,1 ‰.

In Tafel 4 sind zu Vergleichszwecken noch die mit dem üblichen Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$$

sich ergebenden Abweichungen angeführt. Wie ersichtlich, sind dieselben so beträcht-

<sup>1)</sup> Schweiz. Bauztg. 1899.



Tafel 4. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 146 \text{ kg/cm}^2.$$

Versuchswerte		$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \varepsilon})$			$\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$			Versuchswerte	$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2160 \varepsilon})$		
$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\varepsilon$	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in ‰		$\sigma_b$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in ‰		$\varepsilon'$ 10. Last- wechsel	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in ‰	
			+	-		+	-			+	-
16,1	0,000 057 5	15,4	—	0,7	8,1	—	8,0	0,000 057 6	16,8	0,7	—
32,3	0,000 126	33,6	1,3	—	18,1	—	14,2	0,000 127	33,6	1,3	—
48,4	0,000 195	48,6	0,2	—	25,6	—	22,8	0,000 204	48,8	0,4	—
64,6	0,000 276	64,0	—	0,6	34,3	—	30,3	0,000 294	65,6	1,0	—
80,8	0,000 370	78,8	—	2,0	45,2	—	35,6	0,000 400	81,5	0,7	—
97,0	0,000 485	94,0	—	3,0	56,2	—	40,8	0,000 532	97,0	—	—
$\Sigma$ der Abweichungen			1,5	6,3		—	151,7			4,1	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,3	1,1		—	25,3			0,7	—

lich, daß von einer auch nur rohen Annäherung nicht mehr gesprochen werden kann. So beträgt die größte Abweichung 40,8 ‰, die mittlere Abweichung 25,3 ‰.

Da das weiter oben angeführte Formänderungsgesetz für die beim erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Stauchungen abgeleitet wurde, sei noch dessen Veränderlichkeit angeführt, wenn wiederholte Be- und Entlastungen vorgenommen werden. Wird z. B. ein zehnmaliger Belastungswechsel berücksichtigt, der unter den größeren Belastungsstufen allerdings noch nicht den Beharrungszustand (vgl. S. 18), jedoch eine gute Annäherung an denselben herbeiführt, so ergeben sich die in Tafel 4 angeführten Stauchungswerte  $\varepsilon'$ . Mit denselben errechnet sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende Beiwert  $a = 2060$ , dessen Abweichung

Tafel 5. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 416 \text{ kg/cm}^2.$$

Versuchswerte		$\sigma_{b_t} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \varepsilon})$			$\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$		
$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\varepsilon$	$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in ‰		$\sigma_b$ kg/cm <sup>2</sup>	Abweichungen in ‰	
			+	-		+	-
12,2	0,000 032	12,5	0,3	—	15,7	3,5	—
24,4	0,000 065	23,2	—	1,2	27,9	3,5	—
36,7	0,000 100	37,5	0,8	—	41,6	4,9	—
49,0	0,000 136	51,6	2,6	—	54,1	5,1	—
73,6	0,000 212	74,6	1,0	—	79,2	5,6	—
98,1	0,000 292	97,8	—	0,3	106,0	7,9	—
122,7	0,000 380	124,8	2,1	—	131,0	8,3	—
147,3	0,000 470	147,5	0,2	—	156,2	8,9	—
172,0	0,000 570	171,2	—	0,2	181,0	9,0	—
$\Sigma$ der Abweichungen			7,0	1,7		56,7	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,8	0,2		6,3	—

gegenüber  $a = 2090$ , trotz der Verwendung von gewöhnlichem Beton, somit recht gering ist.

Werden weiter die an den Prismen aus höchstwertigem Beton beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der ebenfalls fast gleichbleibende und gegenüber dem vorherigen Beispiel

wesentlich geringere Beiwert  $a = 930$ , so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{bt} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \epsilon})$$

ergibt.

Wie aus Tafel 5 hervorgeht, besteht auch in diesem Falle zwischen den an den Prismen und den aus obiger Beziehung für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen eine vorzügliche Übereinstimmung. So beträgt die größte Abweichung lediglich 2,6 %, die mittlere Abweichung sogar nur 0,8 %.

Demgegenüber ergeben, wie aus Tafel 5 ebenfalls hervorgeht, die aus dem Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \epsilon})$$

ermittelten Betondruckspannungen durchweg größere, nämlich 9,0 bzw. 6,3 % betragende Abweichungen.

Zur besseren Anschaulichkeit der angeführten Abweichungen sind dieselben in Abb. 2 mittels Schaulinien dargestellt.

Um den Beiwert  $a$  in seiner Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit klarzustellen, wurden weitere Stauchungsmessungen ausgewertet. Dabei ermittelt sich für einen Beton mit einer Würfelfestigkeit

von $\sigma_{w_{30}} = 204$ kg/cm <sup>2</sup>	$a = 1600$	(Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7),
„ $\sigma_{w_{30}} = 225$ „	$a = 1360$	(Forschungsarbeiten, Heft 166 bis 169, Zusammenstellung 22),
„ $\sigma_{w_{30}} = 228$ „	$a = 1200$	(Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 39),
„ $\sigma_{w_{30}} = 229$ „	$a = 1160$	(D.A.f.E., Heft 38, Säulen Nr. 46 bis 48),
„ $\sigma_{w_{30}} = 247$ „	$a = 1240$	(Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 50),
„ $\sigma_{w_{40}} = 283$ „	$a = 1150$	(Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34),
„ $\sigma_{w_{30}} = 284$ „	$a = 1170$	(Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7),
„ $\sigma_{w_{30}} = 320$ „	$a = 1050$	(D.A.f.E., Heft 28, Säulen Nr. 53 und 54),
„ $\sigma_{w_{30}} = 376$ „	$a = 1100$	(Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34).

Bei den an 1., 5. und 7. Stelle angeführten Werten für  $a$  konnten dieselben für verschiedene Belastungsstufen ziemlich gleichbleibend ermittelt werden. Bei den übrigen Werten wurden sie als Mittelwert der sich jeweils ergebenden unbedeutenden Streuungen abgeleitet.

In Abb. 3 sind die aus den angeführten Versuchen ermittelten Beiwerte  $a$  als Ordinaten zu den entsprechenden Würfelfestigkeiten als Abszissen aufgetragen und mittels einer stetig verlaufenden Schaulinie, die durch Anpassung an die Versuchswerte

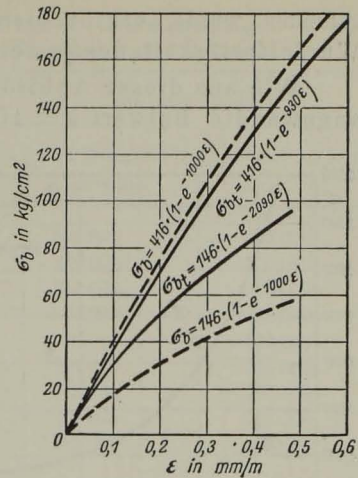


Abb. 2.

Darstellung der Abweichungen der nach verschiedenen Formänderungsgesetzen ermittelten Betondruckspannungen.



gefunden wurde, ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes  $a$  von der Würfelfestigkeit des jeweils verwendeten Betons.

Wie aus dieser Abbildung ersichtlich, gilt der seither ausschließlich angewandte Beiwert  $a = 1000$  nur für Beton mit einer Würfelfestigkeit von rd. 400 bis 500  $\text{kg/cm}^2$ , also für einen Beton von ganz besonderer Güte.

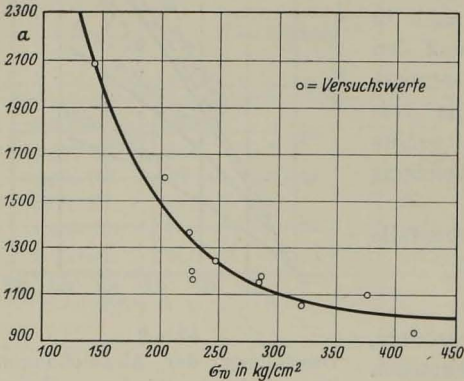


Abb. 3. Abhängigkeit des Beiwertes  $a$  der Gl. 9 von der Druckfestigkeit des Betons.

von 20 cm Kantenlänge ermittelte Betondruckfestigkeit in diese Gleichung eingesetzt wird. Praktisch ist jedoch diese Verringerung der Beiwerte ohne Bedeutung, wie weiter unten an einem Beispiel gezeigt werden soll.

Das im Spannungszustand  $\sigma_{b_t}$  tatsächlich vorhandene Verformungsmaß  $E_{b_t}$  läßt sich nun aus der Beziehung  $\sigma_{b_t} = \varepsilon \cdot E_{b_t}$  dadurch ermitteln, daß

$$\frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = E_{b_t} + \varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$$

gebildet und unter Vernachlässigung der kleinen Größe  $\varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$  aus Gl. 9

$$E_{b_t} = \frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = \sigma_w \cdot a \cdot e^{-a \cdot \varepsilon}$$

oder

(10)

$$E_{b_t} = a \cdot (\sigma_w - \sigma_{b_t})$$

abgeleitet wird.

Die Brauchbarkeit dieser für die Behandlung der Frage der Knicksicherheit von hochbeanspruchten Säulen wichtigen Gleichung wird nachstehend an Hand eines Beispiels gezeigt. Demselben liegen die in Heft 45 bis 47 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 50, enthaltenen und aus Versuchen unter verschiedenen Belastungsstufen ermittelten tatsächlichen Verformungsmaße des Betons zugrunde, denen die aus Gl. 10 rechnermäßig mit der bei diesen Versuchen festgestellten Würfelfestigkeit von  $\sigma_{w_{30}} = 247 \text{ kg/cm}^2$  und dem nach Abb. 3 zugehörigen Beiwert  $a = 1240$  bzw. unter entsprechender Umrechnung mit  $\sigma_{w_{30}} = 272 \text{ kg/cm}^2$  und  $a = 1170$  abgeleiteten Verformungsmaße gegenübergestellt werden.

Tafel 6 enthält diese Gegenüberstellung.

Wie der Tafel 6 zu entnehmen ist, stimmen die nach Gl. 10 abgeleiteten Verformungsmaße  $E_{b_t}$  sowohl beim Einsetzen von  $\sigma_{w_{30}}$  wie von  $\sigma_{w_{30}}$  mit den aus Versuchen ermittelten Verformungsmaßen im allgemeinen recht gut überein.

Es ist also für die Anwendung der Gl. 9 praktisch gleichgültig, ob die Druckfestigkeit von Würfeln mit 20 oder 30 cm Kantenlänge eingesetzt wird, wenn nur der der jeweiligen Würfel festigkeit zugeordnete Beiwert  $a$  berücksichtigt wird.

Da weiter in Gl. 10 die tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen einzusetzen sind,

dagegen meistens nur die aus Gl. 5a rechnermäßig zu ermittelnden Betondruckspannungen  $\sigma_{b_r}$  bekannt sind, gewinnt für die Auswertung der Gl. 10 die Frage der Abweichungen zwischen rechnermäßig ermittelten und tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen eine besondere Bedeutung. Sie wurde für Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bereits S. 26 ff. behandelt. Dabei ergab sich, daß  $\sigma_{b_r}$  durchweg kleiner ist als  $\sigma_{b_t}$ , und zwar bei Verwendung von hochwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 13%, bei Verwendung von höchstwertigem Beton mit  $\sigma_{w_{20}} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$  bis zu 6%. Beim Einsetzen von  $\sigma_{b_r}$  statt  $\sigma_{b_t}$  in Gl. 10 wird demnach  $E_{b_t}$ , besonders im letzteren Falle, vom tatsächlichen Wert verhältnismäßig wenig abweichen.

Nachdem es somit möglich ist, das Verformungsmaß des Betons der Wirklichkeit entsprechend recht gut abzuleiten, ergibt sich der für die Spannungsstufe des Ausknickens zutreffende Wert für  $E_{b_t} = T$ , wenn  $\sigma_k$  die gleichmäßig verteilte, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung unmittelbar vor dem Ausknicken darstellt, aus der Beziehung

$$(10a) \quad T = a \cdot (\sigma_w - \sigma_k).$$

Wird das aus dieser Gleichung ermittelte Verformungsmaß des Betons in Gl. 8 eingesetzt, so geht diese über in

$$(8a) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot T \cdot J_i$$

und mit

$$P_k = F_i \cdot \sigma_k,$$

$$J_i = F_i \cdot i^2$$

( $i$  bezeichnet den kleinsten Trägheitshalbmesser des Querschnitts)

und dem Schlankheitsverhältnis

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

folgt mit

$$\pi^2 = \sim 10$$

(11)

$$\sigma_k = \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

Gl. 11, welche die Abhängigkeit der Knickspannung von den Abmessungen der Säule sowie von der Würfel festigkeit des Betons und dem zugeordneten Beiwert  $a$  wiedergibt, entspricht in ihrem Aufbau der Knickformel von Schwarz-Rankine.

Tafel 6. Vergleich zwischen rechnermäßigem und tatsächlichem Verformungsmaß des Betons.

$\sigma_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	Tatsächliches Verformungsmaß $E_{b_t}$ kg/cm <sup>2</sup>	$E_{b_t}$ aus Gl. 10	
		$\sigma_{w_{20}} = 247 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1240$	$\sigma_{w_{20}} = 272 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1170$
6,0	297 600	299 000	308 000
12,0	285 450	292 000	300 000
18,1	276 600	284 000	295 000
24,3	271 100	276 000	288 000
36,4	260 650	260 000	274 000
60,8	245 250	231 000	245 000
72,9	237 250	213 000	230 000
85,1	227 850	202 000	217 000
97,3	216 650	186 000	206 000



Inwieweit die aus dieser Gleichung ermittelten Knickspannungen nach Ableitung von  $T$  dazu dienen können, die aus Gl. 8a errechneten Knicklasten gegenüber den tatsächlichen Knicklasten zutreffend zu erfassen, sei an Hand von Versuchsergebnissen nachgewiesen.

Für einen solchen Nachweis kommen allerdings nur Versuchsergebnisse in Betracht, die an Säulen ermittelt wurden, bei denen das Ausknicken einwandfrei festgestellt wurde.

Solche Knickversuche an Säulen mit einfacher Bügelbewehrung von beachtlicher Größe mit allen notwendigen Nebenermittlungen wurden bis jetzt nur an der Materialprüfungsanstalt Stuttgart von Bach durchgeführt<sup>1)</sup>. Bei denselben wurden in 3 Versuchsreihen Säulen von 9,0 m Höhe und einem quadratischen Querschnitt von 32 cm Seitenlänge bis zum Bruch, der infolge Ausknickens erfolgte, belastet. Die Höhe der Säulen betrug also das 28fache der Seitenlänge. Die Bewehrung bestand bei der 1. und 3. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 30 mm Durchm., bei der 2. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 20 mm Durchm. Die Würfel Festigkeit des verwendeten Betons ergab sich nach 45tägiger Erhärtungszeit bei den 3 Versuchsreihen zu  $\sigma_{w_{30}} = 360, 376$  und  $283 \text{ kg/cm}^2$ .

Jede Versuchsreihe bestand aus 3 Einzelversuchen, aus denen jeweils der Mittelwert gebildet wurde.

Bei der 1. Versuchsreihe wurde eine mittlere Knicklast von 290 t ermittelt.

Wird diese mittels der vorgenommenen Ableitungen errechnet, so ist zunächst für das Verhältnis  $n$ , das hier mit  $n = \frac{E_e}{T}$  zu berücksichtigen ist, eine Annahme zu machen. Mit z. B.  $n = 12$  beträgt

$$J_i = 142\,000 \text{ cm}^4$$

$$F_i = 1\,380 \text{ cm}^2$$

und

$$i = 10,1 \text{ cm.}$$

Für  $\sigma_{w_{30}} = 360 \text{ kg/cm}^2$  und  $a = 1050$  ermittelt sich aus Gl. 11

$$\sigma_k = \frac{360}{1 + \frac{0,1}{1050} \cdot \left(\frac{900}{10,1}\right)^2} = 205 \text{ kg/cm}^2$$

und aus Gl. 8a mit

$$T = 1050 \cdot (360 - 205) = 163\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_k = \frac{10}{900^2} \cdot 163\,000 \cdot 142\,000 = 286 \text{ t.}$$

Da  $n = \frac{2\,000\,000}{163\,000} = 12,3$  von obiger Annahme für  $n$  nur unerheblich abweicht, ist eine Wiederholung der Berechnung nicht nötig.

Die aus Gl. 8a unter Berücksichtigung der mit  $a = 1050$  vorzunehmenden Zwischenrechnung nach Gl. 11 und 10a abgeleitete Knicklast stimmt demnach mit der tatsächlichen Knicklast ausgezeichnet überein. Wird dieselbe dagegen mit dem Beiwert  $a = 1000$  abgeleitet, so ergibt nur  $P_k = 275 \text{ t}$ . Zu Vergleichszwecken wird noch angeführt, daß nach der seither üblichen Berechnungsweise mit  $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$  und  $n = 15$  sich sogar nur  $P_k = 162 \text{ t}$  ermittelt.

<sup>1)</sup> Vgl. Z. d. VdI 1913, S. 1969.

Die bei den übrigen Versuchsreihen beobachteten mittleren Knicklasten sind neben der bereits angeführten Knicklast der 1. Versuchsreihe in Tafel 7 enthalten. Außerdem sind in dieser Tafel noch die Knicklasten zusammengestellt, die sich einesteiis aus Gl. 8a mit dem für die jeweilige Versuchsreihe nach Abb. 3 in Betracht kommenden Beiwert  $a$  sowie mit dem Beiwert  $a = 1000$ , andernteils aber mit  $E_b = 140\,000$  kg/cm<sup>2</sup> und  $n = 15$  errechnen.

Tafel 7. Vergleich zwischen rechnermäßiger und tatsächlicher Knicklast.  
(Nach Versuchen von Bach.)

Versuchsreihe . . . . .	1	2	3
Bewehrung . . . . .	4 ∅ 30 mm	4 ∅ 20 mm	4 ∅ 30 mm
$\sigma_{w_{90}}$ . . . . . in kg/cm <sup>2</sup>	360	376	283
Tatsächliche Knicklast . . . . . in t	290	270	233
Aus Gl. 8a mit dem Beiwert $a$ der Abb. 3 ermittelte Knicklast . . . . . in t	286	254	237
Aus Gl. 8a mit $a = 1000$ ermittelte Knicklast . . . . . in t	275	236	235
Mit $E_b = 140\,000$ kg/cm <sup>2</sup> und $n = 15$ ermittelte Knicklast . . . . . in t	162	206	266

Wie aus Tafel 7 hervorgeht, besteht auch bei der 2. und 3. Versuchsreihe eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen der aus Gl. 8a mit den in Betracht kommenden Beiwerten  $a = 1040$  und  $1150$  abgeleiteten Knicklasten und den tatsächlichen Knicklasten. Dagegen weichen die mit  $a = 1000$  abgeleiteten Knicklasten von den tatsächlichen Knicklasten bei der 2. Versuchsreihe ganz erheblich, bei der 3. Versuchsreihe allerdings nur unerheblich ab<sup>1)</sup>. Die mit  $E_b = 140\,000$  kg/cm<sup>2</sup> und  $n = 15$  ermittelten Knicklasten weisen überhaupt keine Anpassung an die tatsächlichen Knicklasten auf.

Mit den unter Berücksichtigung der Beiwerte  $a$  der Abb. 3 aus Gl. 11 ermittelten Knickspannungen errechnen sich somit, nach Ableitung von  $T$ , aus Gl. 8a Knicklasten, die — im Gegensatz zu anderen Berechnungsweisen — eine recht befriedigende Annäherung an die tatsächlichen Knicklasten aufweisen.

Aus Gl. 8a bzw. aus der Beziehung  $P_k = F_i \cdot \sigma_k$  geht ohne weiteres hervor, daß es für die Einhaltung des durch das Verhältnis der Knicklast zur Gebrauchslast bestimmten Sicherheitsgrades genügt, die zulässige Knickspannung  $\sigma_{k_{zul}}$  direkt aus dem durch dieses Verhältnis bestimmten Teil der unter der Knicklast vorhandenen Knickspannung  $\sigma_k$  abzuleiten. Für die Einhaltung eines 3fachen Sicherheitsgrades ergibt sich dann

$$(11a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

In Abb. 4 sind in Form von Schaulinien die Beziehungen zwischen  $\sigma_{k_{zul}}$  und dem veränderlichen Schlankheitsverhältnis  $\lambda$  für Beton mit einer Würfel Festigkeit von etwa 160, 200, 270, 360 und 450 kg/cm<sup>2</sup> dargestellt. Da die obere Begrenzung dieser Schau-

<sup>1)</sup> Die besondere Brauchbarkeit der abgeleiteten Berechnungsweise für die Ermittlung von  $P_k$  wäre zweifellos noch ausgeprägter zum Ausdruck gekommen, wenn bei den Versuchen auch Beton von geringerer Druckfestigkeit zur Verwendung gekommen wäre.



linien durch die Größe der jeweils zulässigen Betondruckspannung für Säulen ohne Knickgefahr gegeben ist, die hier  $\sigma_{b_{zul}} = 35, 45, 60, 80$  und  $100 \text{ kg/cm}^2$  betragen, so kommt die Berücksichtigung der Knickgefahr lediglich für den ausgezogenen Teil der jeweiligen Schaulinie in Betracht. Es wäre demnach für  $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 96$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 87$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 76,5$  ab, für  $\sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 72,3$  ab und für  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  erst von  $\lambda_u = 70,8$  ab die Knicksicherheit der Säulen nachzuprüfen.

Allgemein läßt sich die untere Schlankeitsgrenze  $\lambda_u$  der Säulen mittels der aus Gl. 11a abgeleiteten Beziehung

$$(11b) \quad \lambda_u = \sqrt{\frac{a}{0,1} \cdot \left( \frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} - 1 \right)}$$

oder, da bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge für diese Schlankeitsgrenze

$$\frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} = 1,5 \text{ ist, aus der Beziehung}$$

$$(11c) \quad \lambda_u = \sqrt{5 \cdot a}$$

ermitteln.

Anschaulicher als das Verhältnis  $\lambda$  ist bei quadratischem

oder rechteckigem Querschnitt das Verhältnis der Säulenhöhe  $l$  zur kleineren Querschnitts-

seite  $d$ . Die Umrechnung von  $\lambda$  auf  $\frac{l}{d}$  ergibt sich, wenn zunächst die Eiseneinlagen vernachlässigt werden, mit

$$J = \frac{d^4}{12} \text{ oder } J = \frac{bd^3}{12} \text{ und } i^2 = \frac{d^2}{12} \text{ aus}$$

$$(12) \quad \lambda = \alpha_1 \cdot \frac{l}{d},$$

wobei  $\alpha_1 = 3,464$ .

Die untere Schlankeitsgrenze beträgt damit

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 27,8, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 25,2,$$

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 22,1, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,9$$

$$\text{und für } \sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,4.$$

Sie ist demnach durchweg erheblich größer als die in den D. B. (§ 27, Tafel II) für quadratische und rechteckige Säulen mit  $\frac{l}{d} = 15$  vorgeschriebene untere Schlankeitsgrenze.

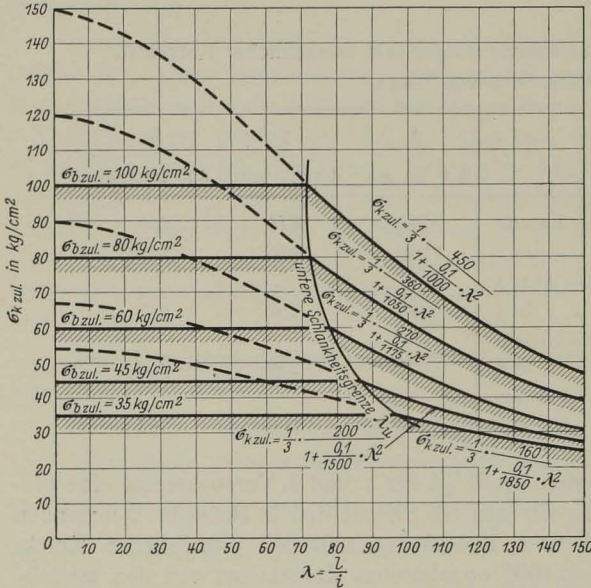


Abb. 4. Beziehungen zwischen  $\sigma_{k_{zul}}$  und dem veränderlichen Schlankeitsverhältnis  $\lambda$ .

Überschreiten, wie aus Abb. 4 ersichtlich, die Abmessungen der Säulen die untere Schlankheitsgrenze, so nimmt  $\sigma_{k_{zul}}$  mit zunehmender Schlankheit der Säulen ab, und zwar bei hochbeanspruchten Säulen rascher als bei normalbeanspruchten Säulen. Für z. B.  $\lambda = 140$ , welcher Wert ungefähr der in den D. B. festgelegten oberen Schlankheitsgrenze  $\frac{l}{d} = 40$  entspricht, betragen die zu den oben angeführten Beanspruchungen  $\sigma_{b_{zul}}$  gehörigen zulässigen Knickspannungen nur noch  $\sigma_{k_{zul}} = 24,0, 27,0, 30,8, 38,3$  und  $46,4 \text{ kg/cm}^2$ .

Die durch die obere Schlankheitsgrenze bewirkte Abnahme der zulässigen Betondruckspannung schwankt demnach für  $\sigma_{b_{zul}} = 35$  bis  $100 \text{ kg/cm}^2$  zwischen 30 und  $50\%$ .

Werden bei der Umrechnung von  $\lambda$  auf  $\frac{l}{d}$  die Eiseneinlagen berücksichtigt, so errechnet sich bei quadratischen Säulen mit nahe am Umfang gleichmäßig verteilter Bewehrung der Beiwert  $\alpha_1$  der Gl. 12 für z. B.  $h = 0,92 d$  und der

Gesamtbewehrung . . .	$\mu = 0,8\%$	3,0%
mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,42$		3,38,
mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,44$		3,40.

Bei Säulen mit rechteckigem Querschnitt und gleichgeteilter Bewehrung ergibt sich demgegenüber der Beiwert  $\alpha_1$  der Gl. 12 für  $h = 0,92 d$  und der

Gesamtbewehrung . . .	$\mu = 0,8\%$	3,0%
mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,28$		2,88,
mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,33$		3,05.

Die Abweichungen der sich bei Berücksichtigung der Eiseneinlagen ergebenden Beiwerte  $\alpha_1$  gegenüber dem weiter oben für den unbewehrten Querschnitt abgeleiteten Beiwert  $\alpha_1 = 3,464$  sind demnach im allgemeinen so geringfügig, daß bei den weiteren Ermittlungen die Eiseneinlagen vernachlässigt werden können.

Werden die Abmessungen der Säulen derart gewählt, daß die untere Schlankheitsgrenze überschritten wird, so ist zur Einhaltung des beabsichtigten Sicherheitsgrades entweder die Gebrauchslast  $P$  oder die zulässige Betondruckspannung  $\sigma_{b_{zul}}$  abzumindern. Diese Abminderung geschieht bekanntlich durch eine mit zunehmender Schlankheit der Säulen ebenfalls zunehmende Knickzahl  $\omega$  derart, daß entweder die Gebrauchslast vergrößert wird auf

$$(13a) \quad P' = \omega \cdot P$$

oder aber die zulässige Knickspannung aus der zulässigen Betondruckspannung durch die Beziehung

$$(13a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{\sigma_{b_{zul}}}{\omega}$$

ermittelt wird. Beide Verfahren laufen naturgemäß auf dasselbe hinaus.

Abb. 5 enthält in Form von Schaulinien die tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit vom Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{d}$  und den aus dieser Abbildung ersichtlichen zulässigen Betondruckspannungen. Diese Knickzahlen wurden aus den Schaulinien der Abb. 4 abgeleitet. Zu Vergleichszwecken enthält die Abbildung außerdem noch in Form einer besonders gekennzeichneten Schaulinie die in den D. B. (§ 27, Tafel II) vorgeschriebenen Knickzahlen.



Wie aus Abb. 5 hervorgeht, sind die tatsächlichen Knickzahlen, selbst wenn  $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$  und  $\frac{l}{d} = 40$  in Betracht gezogen werden, recht gering. Demgegenüber sind die in den D. B. vorgeschriebenen Knickzahlen so beträchtlich, daß von einer auch nur angenäherten Erkenntnis des wahren Knickvorganges nicht gesprochen werden kann (vgl. auch die Versuchsergebnisse weiter unten).

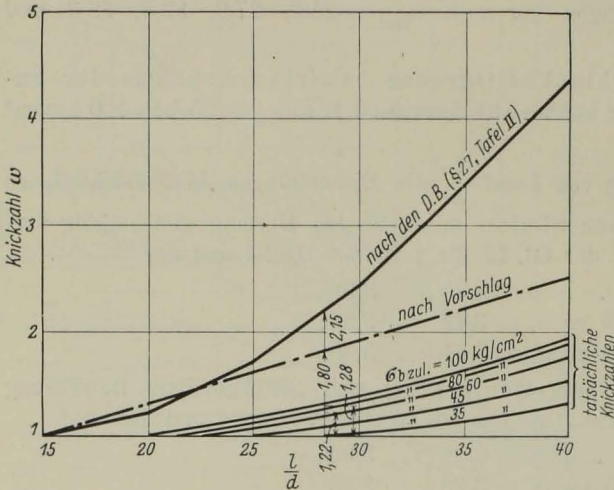


Abb. 5. Vergleich zwischen vorgeschriebenen und tatsächlichen Knickzahlen  $\omega$  in Abhängigkeit von  $\frac{l}{d}$  und  $\sigma_{b_{zul}}$  bei Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

auf den hyperbelähnlichen Verlauf der die Beziehung zwischen dem Beiwert  $\alpha$  der Gl. 9 und der Würfel Festigkeit des Betons wiedergebenden Schaulinie der Abb. 3 zurückzuführen.

Um eine bessere Anpassung zwischen den vorgeschriebenen und den tatsächlichen Knickzahlen zu erzielen, wird vorgeschlagen, die ersteren dahingehend abzuändern, daß sie z. B. von  $\frac{l}{d} = 15$  mit  $\omega = 1$  bis zu  $\frac{l}{d} = 40$  mit  $\omega = 2,5$  geradlinig zunehmen.

Mit einer derartigen Zunahme der Knickzahlen wird immer noch eine reichliche Sicherheit gegenüber der Gefahr des Ausknickens erzielt.

So errechnet sich z. B. aus der 1. und 2. Versuchsreihe der vorbehandelten Knickversuche von Bach (vgl. S. 36) für  $\frac{l}{d} = 28$ ,  $n = 12$  und  $\sigma_{b_{zul}} = 90 \text{ kg/cm}^2$  ( $\sigma_{w_{30}} = 360$  und  $376 \text{ kg/cm}^2$ ) mit der vorgeschlagenen Knickzahl  $\omega = 1,80$  (vgl. Abb. 5) eine zulässige Gebrauchslast von 68,5 und 59 t, so daß sich mit  $P_{\text{max}} = 290$  und 270 t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,2- und 4,6facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knickzahl  $\omega = 1,28$  ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 96 und 83,5 t, also ein 3,0- und 3,2facher Sicherheitsgrad.

Weiter errechnet sich aus der 3. Versuchsreihe der genannten Versuche für  $\frac{l}{d} = 28$ ,  $n = 12$  und  $\sigma_{b_{zul}} = 70 \text{ kg/cm}^2$  ( $\sigma_{w_{30}} = 283 \text{ kg/cm}^2$ ) ebenfalls mit  $\omega = 1,80$  eine zulässige Gebrauchslast von 53 t, so daß sich mit  $P_{\text{max}} = 233$  t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,4facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knick-

werden kann (vgl. auch die Versuchsergebnisse weiter unten).

Wie aus Abb. 5 weiter hervorgeht, nehmen die tatsächlichen Knickzahlen für ein bestimmtes Schlankheitsverhältnis  $\frac{l}{d}$  bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 80$  oder  $100 \text{ kg/cm}^2$  nur unerheblich zu, während diese Zunahme bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B.  $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  oder von  $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$  auf  $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ , wenn auch nicht beträchtlich, so doch immerhin beachtlich ist. Diese verschiedenartige Zunahme von  $\omega$  ist

zahl  $\omega = 1,22$  ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 78 t und damit ein 3facher Sicherheitsgrad.

Demgegenüber ermittelt sich mit der in den D. B. für den vorliegenden Fall vorgeschriebenen Knickzahl  $\omega = 2,15$  bei den Säulen der 1. bis 3. Versuchsreihe ein 4,9-, 5,5- bzw. 5,4facher Sicherheitsgrad.

## b) Umschnürte Säulen.

### 1. Säulen ohne Knickgefahr.

#### a) Allgemeines.

Eine wesentliche Erhöhung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen läßt sich bekanntlich dadurch erzielen, daß als Querbewehrung kreisförmige Umschnürungen verwendet werden. Als solche Umschnürungen kommen gewöhnlich Ringbügel oder Spiraleisen in Betracht, wobei der Abstand der Ringe oder die Ganghöhe der Spiraleisen nicht mehr als 8 cm betragen darf.

Den Umschnürungen entsprechend ist der Querschnittsumriß der umschnürten Säulen entweder ein Kreis oder ein regelmäßiges Vieleck (gewöhnlich ein Achteck). Letztere Querschnittsform wird deshalb bevorzugt, weil sie einfacher auszuführen ist.

Wie versuchsmäßig erwiesen, ist die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen ohne Knickgefahr bestimmt durch

$$(14a) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_k + \sigma_q \cdot F_e + m \cdot \sigma_p \cdot F_s.$$

In dieser Gleichung bedeutet  $F_k$  den durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzten Querschnitt des umschnürten Kerns;  $F_s = \frac{\pi \cdot D}{t} \cdot f$ , wenn  $D$  den mittleren Krümmungsdurchmesser der Querbewehrungseisen,  $f$  den Querschnitt der letzteren und  $t$  ihren Abstand in der Richtung der Säulenachse bezeichnen sowie  $m$  einen aus Versuchen ermittelten Beiwert.

Die sonstigen Bezeichnungen der Gl. 14a sind bekannt. Die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen setzt sich demnach aus der Eigenfestigkeit des Kernbetons, aus dem Widerstand der Längseisen und aus dem Einfluß der Querbewehrung zusammen. Mit

$$\frac{\sigma_q}{\sigma_p} = n \text{ und } (F_k + n \cdot F_e + m \cdot F_s) = F_{i_s}$$

geht sie über in

$$(14b) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_{i_s}.$$

Die Anwendbarkeit der Gl. 14 ist im Hinblick auf die vorliegenden Versuchsergebnisse an die Bedingung geknüpft, daß der Querschnitt der Längseisen etwa 0,8 bis 8% des Kernquerschnitts und mindestens  $\frac{1}{3}$  der Querbewehrung  $F_s$  beträgt. Außerdem ist sie an die Bedingung geknüpft, daß der Beiwert  $m$  der jeweiligen Prismenfestigkeit des Betons entsprechend eingesetzt wird. Abb. 6 enthält

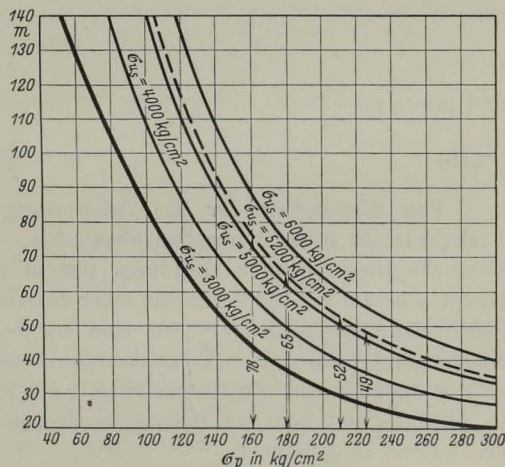


Abb. 6. Beziehungen zwischen  $\sigma_p$ ,  $\sigma_{u_s}$  und  $m$ .