

daß selbst bei einer Million und mehr Belastungswiederholungen die Bruchlast sich nicht gegenüber jenen Balken änderte, die durch eine einmalige, langsam anwachsende Belastung zerstört wurden. Zum gleichen Ergebnis führten auch die Versuche von Homann¹⁾ und Amos²⁾ an Plattenbalken. Dabei wurden bei letzteren Versuchen innerhalb von drei Jahren 7,4 Millionen Wiederholungen der Belastung vorgenommen.

Die zulässigen Querschnittsbeanspruchungen schwankten bei den angeführten Versuchen zwischen $\sigma = 40/760$ und $\sigma = 47/1900$ kg/cm².

Es sei noch angeführt, daß sich nach Versuchen von Probst (3), S. 492, die Dauerfestigkeit des auf Zug beanspruchten Betons nur mit der etwa 0,4fachen Biegezugfestigkeit ergab. Allerdings ist dieses Ergebnis unter außerordentlich ungünstigen Verhältnissen erzielt worden, nachdem in der Minute 20 bis 180 Be- und Entlastungen vorgenommen wurden. Trotzdem atmeten die Risse, selbst nach einer Million Belastungswiederholungen und bei Beanspruchungen bis zu $\sigma = 100/2000$ kg/cm² noch, d. h. sie schlossen sich nach der Entlastung fast vollständig.

Im übrigen werden Bauwerke, z. B. Brücken unter Eisenbahngleisen, vor einer nachteiligen Wirkung häufig wiederholter Belastungen gewöhnlich durch besondere Maßnahmen geschützt. Derartige Bauwerke werden sich deshalb günstiger verhalten, als den angeführten Versuchen zu entnehmen ist.

III. Die Untersuchung an den einzelnen Konstruktionsteilen.

A. Der durch eine Druckkraft mittig belastete Eisenbetonquerschnitt.

a) Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

1. Säulen ohne Knickgefahr.

α) Allgemeines.

Nach Versuchen setzt sich die Tragfähigkeit der durch eine Druckkraft mittig belasteten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung unter gewissen noch näher anzuführenden Bedingungen aus der Prismenfestigkeit des Betons und dem Lastanteil der bis zur Quetschgrenze beanspruchten Längseisen zusammen.

Bezeichnet F_b den gesamten Querschnitt einer Säule, F_e den Querschnitt der Längseisen, σ_p die Prismenfestigkeit des Betons und σ_q die Quetschgrenze der Längseisen, so beträgt die zu erwartende Bruchlast der Säule

$$(3a) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_b + \sigma_q \cdot F_e.$$

Gewöhnlich wird $\frac{\sigma_q}{\sigma_p} = n$ und $(F_b + n \cdot F_e) = F_i$ gesetzt. Es ergibt sich dann

$$(3b) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_i.$$

Da es üblich ist, mit dem Querschnitt F_b ohne Abzug des Querschnitts der Längseisen zu rechnen, ist zu beachten, daß diese Berechnungsweise eine Erhöhung der Verhältniszahl n um eins bewirkt. Die dadurch bedingte Ungenauigkeit der Berechnung ist jedoch ohne praktische Bedeutung.

Die Anwendbarkeit der Gl. 3 ist zunächst an die Bedingung geknüpft, daß die Stauchungen des Betons unter der Bruchlast ebenso groß sind wie die Stauchungen

¹⁾ Arm. Beton 1909, S. 153. — ²⁾ D. A. f. E., Heft 53 u. 54.

der Längseisen bei Erreichung der Quetschgrenze. Nach den bis jetzt vorliegenden Versuchen ist diese Bedingung bei Verwendung von Beton mit einer Würfel Festigkeit bis zu etwa 500 kg/cm^2 und von Längseisen mit einer Quetschgrenze bis zu etwa 4000 kg/cm^2 erfüllt. Die Zerstörung des Verbundes geht dabei gewöhnlich derart vor sich, daß wegen der größeren Verformbarkeit des Betons zunächst die Quetschgrenze der Längseisen erreicht wird. Dieselben bleiben dann auf dieser Spannungsstufe so lange stehen, bis mit weiter zunehmender Belastung jene Stauchung eintritt, die den Bruch des Betons herbeiführt.

Die Anwendbarkeit der Gl. 3 ist weiter an die Bedingung geknüpft, daß der Abstand der Bügel nicht zu groß ist. Gerade im Hinblick auf die Verwendung von hochwertigem Baustahl gewinnt die Frage des zulässigen Abstandes der Bügel besondere Bedeutung, wenn einem vorzeitigen Ausknicken der Längseisen vorgebeugt werden soll.

Dies geht aus einer Berechnung des Bügelabstandes s als Knicklänge der Längseisen mittels der Knickgleichung von Tetmajer hervor, wenn in derselben der Trägheitshalbmesser der Längseisen vom Durchmesser δ mit $i = \frac{\delta}{4}$ eingesetzt wird.

Wird z. B. für St 52 eine Quetschgrenze von 3600 kg/cm^2 berücksichtigt, so gilt für ein Verhältnis $s : i < 83$ die Beziehung

$$s = \frac{4300 - \sigma_k}{15,8} \cdot i.$$

Wird die Knickspannung σ_k gleich der Quetschgrenze der Längseisen, also $\sigma_k = 3600 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt, so wird eine einfache Sicherheit gegen Ausknicken noch erzielt, wenn $s = 11 \delta$ beträgt. Für $\sigma_k = 4000 \text{ kg/cm}^2$ ergibt sich $s = 10 \delta$. Diese Bügelabstände unterschreiten damit etwas den in den D. B. zugelassenen größten Bügelabstand von $s = 12 \delta$. Zu diesem rein rechnungsmäßigen Ergebnis muß allerdings bemerkt werden, daß Versuche, welche die obere Begrenzung des zulässigen Bügelabstandes von stahlbewehrten Säulen einwandfrei klarstellen, noch nicht vorliegen. Solange solche Versuche fehlen, sollte deshalb beim Entwurf derart bewehrter Säulen kein größerer Bügelabstand als etwa $s = 8 \delta$ bis höchstens $s = 10 \delta$ gewählt werden. Es ist nämlich zu berücksichtigen, daß das Festhalten der Längseisen in den einzelnen Bügellagen kein so sicheres ist, wie dies die Rechnung voraussetzt. Auch können örtliche Krümmungen der Längseisen, die entweder schon vorhanden sind oder z. B. durch Stampfstöße entstehen, deren Knicksicherheit verringern.

Bemerkenswert ist, daß bei den in Stuttgart durchgeführten und in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten (23) beschriebenen Säulenversuchen, bei denen die Längseisen eine Quetschgrenze von rd. 3700 kg/cm^2 aufwiesen, der Bügelabstand sogar nur mit $s = 3$ bis 4δ gewählt wurde. Überdies wurden schraubenförmige Wicklungen aus Rundeisen von 5 mm Durchm. bei 4,5 bzw. 7 cm Steigung verwendet.

Im Hinblick auf die vorliegenden Versuchsergebnisse ist die Anwendbarkeit der Gl. 3 noch an die Bedingung geknüpft, daß die Längsbewehrung etwa 0,8 bis 3 % des Betonquerschnitts beträgt. Die untere Begrenzung der Längsbewehrung ist deshalb nötig, um eine etwaige auftretende außermittige Druckkraft berücksichtigen zu können, während die obere Begrenzung derselben lediglich auf den Mangel an ausreichenden Versuchen mit Säulen von größerer Bewehrungsstärke zurückzuführen ist.

Die angeführte und den nachstehenden Ermittlungen zugrunde gelegte Begrenzung der Längsbewehrung reicht für die meisten praktischen Fälle vollkommen aus, nach-

dem für die Tragfähigkeit der Säulen mit einfacher Bügelbewehrung in erster Linie die Druckfestigkeit des verwendeten Betons maßgebend ist¹⁾.

Wird Gl. 3a in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit des Betons gebracht, so geht dieselbe unter Berücksichtigung der Ausführungen auf S. 12 bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge über in

$$(4a) \quad P_{r_{\max}} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot \left(F_b + \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}} \cdot F_e \right) = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}} \cdot F_i.$$

Bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge lautet sie dagegen

$$(4b) \quad P_{r_{\max}} = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot \left(F_b + \frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{20}}} \cdot F_e \right) = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}} \cdot F_i.$$

Da nach den Ausführungen auf S. 5 der frühest mögliche Zeitpunkt für die Belastung von Säulen bereits nach einer etwa 28 tägigen Erhärtungszeit des Betons stattfinden kann, genügt es im allgemeinen, in obige Gleichungen die Würfelfestigkeit des Betons nach dieser Erhärtungszeit einzusetzen. Dies um so mehr, als, wie auf S. 5 ebenfalls ausgeführt wurde, die Würfelfestigkeit des Betons, selbst nach einer Erhärtungszeit von 6 Monaten, u. U. nicht wesentlich größer sein kann wie jene nach 28 Tagen.

Zwischen der meistens gegebenen Gebrauchslast P und der unter dieser Last vorhandenen Querschnittsbeanspruchung $\sigma_{b_{\text{zul}}}$ besteht die Beziehung

$$(5) \quad P = \sigma_{b_{\text{zul}}} \cdot F_i.$$

Die Querschnittsbeanspruchung der Eiseneinlagen unter dieser Last ermittelt sich zu

$$(6) \quad \sigma_e' = n \cdot \sigma_{b_{\text{zul}}}.$$

β) Der rechnungsmäßige Sicherheitsgrad.

Wird der Sicherheitsgrad aus dem Verhältnis der Bruch- zur Gebrauchslast abgeleitet, so vereinfacht sich dieses Verhältnis infolge der Annahme einer gleichbleibenden Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen nach den Gl. 4 u. 5 auf das Verhältnis der unter diesen Lasten rechnungsmäßig vorhandenen Betondruckspannungen. Es ergibt sich dann

$$(7a) \quad \nu_r = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma_{w_{30}}}{\sigma_{b_{\text{zul}}}}$$

oder

$$(7b) \quad \nu_r = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{w_{20}}}{\sigma_{b_{\text{zul}}}}.$$

γ) Der tatsächliche Sicherheitsgrad.

Vorbedingung für eine möglichst genaue Ermittlung des bei Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung jeweils tatsächlich vorhandenen Sicherheitsgrades ist die möglichst zutreffende Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons aus seiner jeweiligen Würfelfestigkeit sowie des jeweiligen Verhältnisses n . Inwieweit mit der in Gl. 4 festgelegten Prismenfestigkeit des Betons und dem in den Gl. 3 u. 4 festgelegten Verhältnis n die tatsächliche Prismenfestigkeit des Betons und der tatsächliche Wert n

¹⁾ Die in den D.B. (§ 27, 1) vorgesehene Längsbewehrung bis zu 6 % des Betonquerschnitts kommt in der Hauptsache wohl nur für die Verwendung von Formeisen in Betracht, von dem bekannt ist, daß es statisch nicht so günstig wirkt wie Rundeisen.

erfaßt werden, geht am besten aus der Größe der Abweichungen der mittels dieser Gleichungen ermittelten Bruchlasten der Säulen von den tatsächlichen Bruchlasten hervor.

Für die Ableitung dieser Abweichungen ist zu berücksichtigen, daß die versuchsmäßige Ermittlung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen erhebliche Schwierigkeiten bereitet, da sich viele störende Einflüsse geltend machen können. Einwandfrei sind nach den bisherigen Erfahrungen nur Versuche mit Säulen, die entweder besonders ausgebildete Köpfe besitzen oder deren Druckflächen so hergestellt sind, daß der zwischen ihnen und den Enden der Längseisen vorhandene Beton eine bestimmte, nach Versuchen von Rudeloff¹⁾ etwa 2 bis 5 mm betragende Stärke nicht unter- bzw. überschreitet.

In folgender Tafel 2a sind die in den Materialprüfungsanstalten Stuttgart und Berlin-Lichterfelde durchgeführten bekanntesten Säulenversuche zusammengestellt, soweit sie nach Vorstehendem als einwandfrei anzusehen sind. Von den in dieser Tafel angeführten Versuchssäulen besaßen nur jene des Heftes 21 des D. A. f. E., Reihe A und B, besondere Kopfausbildung. Bei den übrigen Versuchssäulen wurden die Druckflächen in der vorbeschriebenen Weise ausgebildet, indem die Eiseneinlagen lediglich eine Betonüberdeckung von 2 bis 5 mm Stärke erhielten. Das Alter der Versuchssäulen betrug bei Vornahme der Prüfung fast ausschließlich 45 Tage. Lediglich die in Heft 28 des D. A. f. E. behandelten Versuchssäulen wurden im Alter von 90 Tagen geprüft.

Gleichzeitig mit den in Tafel 2a angeführten Versuchssäulen wurden Betonwürfel von 30 cm Kantenlänge hergestellt. Für die Ermittlung der rechnermäßigen Bruchlasten kommt daher Gl. 4a in Betracht. Die Tafel enthält alle für diese Ermittlung notwendigen Angaben sowie eine Gegenüberstellung der rechnermäßig abgeleiteten und der tatsächlich vorhandenen Bruchlasten der Säulen. Eine besondere Spalte enthält überdies die in Hundertteilen ausgedrückten Abweichungen \mathcal{A} zwischen $P_{r_{\max}}$ und $P_{t_{\max}}$.

Wie der Tafel 2a zu entnehmen ist, läßt sich eine im Hinblick auf die bestehenden Versuchsschwierigkeiten als recht befriedigend anzusprechende Übereinstimmung zwischen rechnermäßigen und tatsächlichen Bruchlasten feststellen. Wird von dem an zweiter Stelle angeführten Versuche von Bach abgesehen, so schwankt \mathcal{A} lediglich zwischen 1,5 und 11,5%.

Dieses Ergebnis beweist einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 4a erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{30}}$, andernteils die in den Gl. 3 u. 4a erfolgte Ableitung des Verhältnisses $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$ ist. Wäre nämlich in üblicher Weise die Prismenfestigkeit des Betons zu $\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{w_{30}}$ und damit $n = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{30}}}$ abgeleitet worden, so hätten sich die Abweichungen \mathcal{A} bis zu 17% nach der für die Sicherheit ungünstigen Seite hin ergeben.

Die an zweiter Stelle angeführten Versuche von Bach müssen hier deshalb ausgeschaltet werden, weil einesteils das Schlankheitsverhältnis der verwendeten Säulen recht gering war, andernteils aber durch den auf S. 21 angeführten sehr engen Bügelabstand, insbesondere aber durch die außerdem noch verwendeten sehr engen schraubenförmigen Wicklungen, die Wirkung einer Umschnürung hervorgerufen wurde. Aus

¹⁾ D. A. f. E., Heft 21.

Tafel 2. Vergleich zwischen rechnungsmäßiger und tatsächlicher Bruchlast von quadratischen Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bei mittlerer Druckbelastung.
a) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 30-cm-Würfel.

($P_{r_{\max}}$ aus Gl. 4a).

| Ver- öffentlichung | Versuchs- bezeichnung | Abmessungen u. Eiseneinlagen der Säulen | | | σ_w kg/cm ² | σ_q kg/cm ² | $P_{r_{\max}}$ t | $P_{t_{\max}}$ t | λ % | Be- merkungen | | | | | | | | |
|---|--------------------------|---|------|--------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|------------------------------|--------------------|-------------------------------------|----|-----|------|-----|------|-----|-------|------|
| | | Quer- schnitt- seite | Höhe | F_e cm ² | | | | | | | | | | | | | | |
| | | cm | cm | cm ² | | | | | | | | | | | | | | |
| Mörsch (25), S. 214 (Versuche der Wayss & Freytag AG.) | C, D, E | 30 | 90 | 8,04 | 245 | 3000 | 190 | C: 171 D: 168 E: 173 | -10 -11,5 -9 | Mittelwert aus je 3 Versuchen | | | | | | | | |
| | F | 30 | 90 | 12,6 | 245 | 3000 | 204 | 187,9 | -8 | | | | | | | | | |
| | G, H | 30 | 90 | 7,6 | 245 | 3000 | 189 | G: 170,3 H: 177,4 | -10 -6 | | | | | | | | | |
| Z. d. VdI 1913, Nr. 50 (Versuche von Bach) | 1 | 32 | 120 | 28,3 | 360 | 2890 | 360 | 385,7 | +7 | Mittelwert aus je 3 Versuchen | | | | | | | | |
| | 2 | 32 | 120 | 12,6 | 376 | 2940 | 326 | 370 | +13,5 | | | | | | | | | |
| | 3 | 32 | 120 | 28,3 | 226 | 2780 | 254 | 310,7 | +22,5 | | | | | | | | | |
| Forschungs- arbeiten Heft 166 bis 169 (Versuche von Bach u. Graf) | 98 105 106 | 40 | 200 | 16,1 | 225 | 3680 | 330 | 383,3 | +2,5 | Mittelwert aus je 3 Versuchen | | | | | | | | |
| | 125 135 | | | | | | | | | | 40 | 200 | 30,4 | 225 | 3750 | 384 | 404,7 | +5,5 |
| | 136 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| D. A. f. E. Heft 21 (Versuche von Rudeloff) | A { 2 4 6 } | 30 | 200 | 28,3 | 243 | 2600 | 238 | 234,8 | -1,5 | Mittelwert aus je 3 Versuchen | | | | | | | | |
| | B { 26 27 28 } | | | | | | | | | | 30 | 200 | 28,3 | 230 | 2600 | 230 | 238,3 | +3,5 |
| | C 1-9 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| D. A. f. E. Heft 28 (Versuche von Rudeloff) | 1-6 | 30 | 130 | 12,6 | 235 | 3040 | 197 | 1-3: 178,7 4-6: 193,5 | -9,5 -2 | Mittelwert aus je 3 Versuchen | | | | | | | | |
| | 7-12 | 30 | 130 | 12,6 | 240 | 3040 | 200 | 7-9: 190,9 10-12: 192,5 | -4,5 -3,5 | | | | | | | | | |
| | 13-18 | 30 | 130 | 12,6 | 232 | 3040 | 195 | 13-15: 181,4 16-18: 173,1 | -7 -11 | | | | | | | | | |
| | 19-24 | 30 | 130 | 12,6 | 211 | 3040 | 180 | 19-21: 185,5 22-24: 200,7 | +3 +11 | | | | | | | | | |

b) Bei Ermittlung der Druckfestigkeit des Betons mittels 20-cm-Würfel.

($P_{r_{\max}}$ aus Gl. 4b).

| | | | | | | | | | | |
|--|---------------------|----|-----|------|-----|-------|-----|-------|-------|-------------------------------------|
| Versuche des österr. Eisen- betonausschusses Heft 3 (Versuche von Spitzer) | 58 | 25 | 300 | 8,04 | 196 | ~2400 | 103 | 115 | +11,5 | Einzelversuch |
| | 58 _a -62 | 25 | 300 | 8,04 | 306 | ~2400 | 147 | 111 | -32 | Mittelwert aus 5 Versuchen |
| | 161,162 | 25 | 300 | 8,04 | 256 | ~2400 | 126 | 134,5 | +6,5 | Mittelwert aus je 2 Versuchen |
| | 50, 51 | 25 | 450 | 19,6 | 348 | ~2400 | 192 | 185 | -4,5 | |
| | 168,169 | 25 | 700 | 19,6 | 361 | ~2400 | 197 | 214 | +7,5 | |
| | 167,170 | 25 | 700 | 19,6 | 318 | ~2400 | 187 | 210 | +12 | |

letzterem Grunde wurden auch die von der Wayss & Freytag AG. an den Säulen J [vgl. (25), S. 214] ermittelten Bruchlasten in Tafel 2a nicht angeführt.

Versuche an Säulen mit einfacher Bügelbewehrung, bei denen die Druckfestigkeit des Betons gleichzeitig an Würfeln von 20 cm Kantenlänge nachgewiesen wurde,

liegen nur in beschränkter Zahl vor. In Tafel 2b sind mit den gleichen Einzelheiten wie bei den Versuchen der Tafel 2a sämtliche Versuche an quadratischen Säulen angeführt, die mit der zugehörigen Würfel Festigkeit in Heft 3 des österr. Eisenbetonausschusses (24) enthalten sind. Für die rechnungsmäßige Ermittlung der Bruchlasten kommt also Gl. 4b in Betracht.

Das Alter der baumäßig hergestellten Versuchssäulen schwankte bei Vornahme der Prüfung zwischen 65 und 108 Tagen. Nur bei der Versuchssäule Nr. 58 betrug es 16 Tage.

Wie der Tafel 2b zu entnehmen ist, besteht auch bei diesen Versuchen eine recht befriedigende Übereinstimmung zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Bruchlasten. Wird von den Versuchen an den Säulen Nr. 58a bis 62 abgesehen, so schwankt \mathcal{A} lediglich zwischen 4,5 und 12%.

Dieses Ergebnis beweist ebenfalls einwandfrei, wie zutreffend einesteils die in Gl. 4b erfolgte Ableitung der Prismenfestigkeit des Betons zu $\sigma_p = \frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$, andernteils

die in den Gl. 3 u. 4b erfolgte Ableitung des Verhältnisses $n = \frac{\sigma_q}{\sigma_p}$ ist. Wäre nämlich die Prismenfestigkeit des Betons zu $\sigma_p = \frac{4}{5} \cdot \sigma_{w_{20}}$ und damit $n = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_{w_{20}}}$ abgeleitet worden, so hätten sich die Abweichungen \mathcal{A} bis zu 18% nach der für die Sicherheit ungünstigen Seite hin ergeben.

Die an den Säulen Nr. 58a bis 62 vorgenommenen Versuche müssen hier deshalb ausgeschaltet werden, weil der zu diesen Säulen verwendete Beton anscheinend von anderer Beschaffenheit war als der Beton der Probewürfel.

Zusammengefaßt zeigen demnach die angeführten Versuche, daß die Gl. 4 zweifellos eine zuverlässige Grundlage für die Sicherheitsberechnung von Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung bieten¹⁾.

Aus diesem Grunde kann unter Umgehung der Gl. 2 die Ableitung des tatsächlichen Sicherheitsgrades genügend genau direkt mittels der Gl. 7 vorgenommen werden, wenn die jeweils zulässige Betondruckspannung $\sigma_{b_{zul}}$ aus Gl. 5 errechnet wird. Es ergibt sich dann folgendes Bild:

Für die Einhaltung des bei Eisenbetonsäulen mit einfacher Bügelbewehrung nach den Ausführungen auf S. 6 vorgesehenen 3fachen Sicherheitsgrades ist bei voller Ausnutzung der zulässigen Betondruckspannung $\sigma_{b_{zul}}$ und bei Verwendung von Würfeln mit 30 cm Kantenlänge unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$(10a) \quad \sigma_{w_{30}} = 4,0 \cdot \sigma_{b_{zul}},$$

bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge unter der gleichen Voraussetzung eine Betondruckfestigkeit von etwa

$$(10b) \quad \sigma_{w_{20}} = 4,5 \cdot \sigma_{b_{zul}}$$

nachzuweisen.

Da die Druckfestigkeit des Betons gewöhnlich an Würfeln von 20 cm Kantenlänge ermittelt wird, läßt sich demnach bei hochbeanspruchten Eisenbetonsäulen mit einfacher

¹⁾ Die Versuchsergebnisse können ohne weiteres auf praktische Verhältnisse übertragen werden, nachdem die Abmessungen der Versuchskörper baumäßig waren.

bauprisil = da, weil

Bügelbewehrung ein 3facher Sicherheitsgrad nur dann erzielen, wenn nach einer etwa 28tägigen Erhärtszeit des Betons (vgl. die Ausführungen S. 5) z. B.

| | |
|--|--|
| für $\sigma_{b_{zul}} = 60$ kg/cm ² eine Würfelfestigkeit von etwa 270 kg/cm ² , | |
| " $\sigma_{b_{zul}} = 80$ " " " " " " 360 " und | |
| " $\sigma_{b_{zul}} = 100$ " " " " " " 450 " | |

nachgewiesen wird¹⁾.

Liegen erheblich abweichende Würfelfestigkeiten vor, so errechnet sich der jeweils geänderte Sicherheitsgrad genügend genau aus Gl. 7.

Neben dem im Vorstehenden eingeschlagenen Weg kann, wie bereits auf S. 3 ausgeführt wurde, bei der Ableitung des Sicherheitsgrades auch von der unter der Bruchlast tatsächlich vorhandenen Prismenfestigkeit des Betons σ_{p_i} ausgegangen werden. Dieselbe läßt sich mit Hilfe der tatsächlichen Bruchlast und der durch das Verhältnis n bestimmten Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen ermitteln. Dabei ergeben sich die jeweiligen Abweichungen Δ zwischen dieser Prismenfestigkeit und der zu $\sigma_{p_r} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{20}}$ bzw. $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$ rechnerisch abgeleiteten

Prismenfestigkeit des Betons, in Hundertteilen ausgedrückt, naturgemäß ebenso groß wie die Abweichungen zwischen $P_{t_{max}}$ und $P_{r_{max}}$. Dies ist, nachdem die durch das Verhältnis n bestimmte Kräfteverteilung zwischen Beton und Eisen und damit die Fläche F_i im Bruchzustand der Wirklichkeit ziemlich nahe kommen, ohne weiteres aus der Beziehung

$$\sigma_{p_i} : \sigma_{p_r} = P_{t_{max}} : P_{r_{max}}$$

zu erkennen.

Im übrigen bestimmt sich nach Ableitung der Abweichungen Δ der für die Ermittlung des tatsächlichen Sicherheitsgrades nach Gl. 2 notwendige, rechnerische Sicherheitsgrad wiederum aus den Gl. 7. Damit ändern sich die bereits abgeleiteten Sicherheitszahlen bzw. die für die Einhaltung eines bestimmten Sicherheitsgrades nachzuweisenden Würfelfestigkeiten in keiner Weise.

Die Kenntnis der unter der Bruchlast tatsächlich vorhandenen Prismenfestigkeit des Betons kann es erwünscht erscheinen lassen, auch seine unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandene Beanspruchung und die Abweichung von ihrem rechnerischen Wert zu kennen, z. B. aus dem auf S. 35 bei Behandlung der Frage der Knicksicherheit angeführten Grunde, oder aber um feststellen zu können, inwieweit mittels der Berechnungsweise mit der Fläche F_i nach Gl. 4 der unter der Gebrauchslast tatsächlich vorhandene Spannungszustand erfaßt wird.

Nachstehend werden deshalb einige kennzeichnende Beispiele für die sich unter verschiedenen Belastungsstufen ergebenden Abweichungen zwischen rechnerischen und tatsächlichen Betondruckspannungen angeführt. Dieselben werden so gewählt, daß bei möglichst gleichbleibender Bewehrungsstärke der Einfluß der Betongüte auf diese Abweichungen zum Ausdruck kommt.

Als erstes Beispiel werden die in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten (23) für die bewehrten Säulen Nr. 98, 105 und 106 angeführten und von Bach und Graf vorgenommenen Stauchungsmessungen derart ausgewertet, daß die unter verschiedenen Belastungsstufen tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen zahlenmäßig feststehen.

¹⁾ Da sich die D. B. (§ 29, Tafel III) schon mit dem Nachweis einer Würfelfestigkeit von $\sigma_{w_{20}} = 3 \cdot \sigma_{b_{zul}}$ begnügen, ergibt demnach die Einhaltung dieser Vorschrift als unteren Grenzfall einen nur 2fachen Sicherheitsgrad.

Diese Säulen hatten quadratischen Querschnitt von 40 cm Seitenlänge, eine Höhe von 250 cm und waren mit 8 Rundeisen von 16 mm Durchm. bewehrt. Sie hatten demnach eine Bewehrungsstärke von 1%. Die Querbewehrung dieser Säulen wurde bereits auf S. 21 beschrieben. Der verwendete Beton wies eine Würfel Festigkeit von $\sigma_{w20} = 225 \text{ kg/cm}^2$ (also von $\sigma_{w20} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$) auf. Um die Beziehungen zwischen den Stauchungen und den jeweils zugehörigen tatsächlichen Betondruckspannungen klarzustellen, dienen die an unbewehrten Prismen von gleicher Beschaffenheit und gleichem Alter des Betons wie bei den Säulen vorgenommenen Stauchungsmessungen. Diese Prismen hatten quadratischen Querschnitt von 20 cm Seitenlänge und eine Höhe von rd. 80 cm. Die Prismenfestigkeit des Betons ergab sich zu 173 kg/cm^2 .

Die Stauchungen wurden bei den bewehrten Säulen auf eine Meßlänge von 100 cm, bei den unbewehrten Prismen auf eine Meßlänge von 50 cm ermittelt. Bei den Säulen wurde jeweils der Mittelwert aus 3, bei den Prismen der Mittelwert aus 7 Versuchen gebildet. Zu bemerken ist noch, daß die Messungen erst von einer gewissen Anfangsbelastung an durchgeführt werden konnten, in der das Eigengewicht der Versuchskörper und der Meßvorrichtung inbegriffen war.

Wie die Ermittlung der tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen des Betons vorgenommen wurde, sei an einem Beispiel gezeigt. Bei der Belastungsstufe $P = 52 - 4 = 48 \text{ t}$ wurde an den vorgenannten bewehrten Säulen auf die Meßlänge von 100 cm eine mittlere federnde Stauchung von $\frac{11,86}{1200}$ cm festgestellt. Diese Stauchung wurde bei den unbewehrten Prismen zwischen den Laststufen $\sigma_{b_t} = 24,3$ und $36,5 \text{ kg/cm}^2$ mit den zugehörigen, auf die gleiche Meßlänge umgerechneten Stauchungen von $\frac{10,36}{1200}$ und $\frac{16,06}{1200}$ cm beobachtet. Die tatsächliche Querschnittsbeanspruchung des Betons in der Säule beträgt demnach für $P = 48 \text{ t}$ genügend genau

$$\sigma_{b_t} = 24,3 + 12,2 \cdot \frac{11,86 - 10,36}{16,06 - 10,36} = 27,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Werden statt der federnden die gesamten Stauchungen in Rechnung gestellt, so ergibt sich $\sigma_{b_t} = 28,4 \text{ kg/cm}^2$. Dieser Wert weicht also nur unerheblich von obigem Wert σ_{b_t} ab.

Tafel 3a enthält für die angeführten Säulen eine Gegenüberstellung der unter verschiedenen Belastungsstufen als tatsächlich vorhanden zu bezeichnenden Betondruckspannungen σ_{b_t} und den jeweils zugehörigen, mittels der Fläche F_i aus der Beziehung

$$(5a) \quad P = \sigma_b \cdot F_i$$

rechnungsmäßig ermittelten Betondruckspannungen σ_{b_r} . Dabei wurde $n = \frac{4}{3} \cdot \frac{3680}{225}$ = rd. 22 berücksichtigt.

Wie der Tafel 3a zu entnehmen ist, sind die für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen σ_{b_r} durchweg kleiner als die tatsächlichen Betondruckspannungen, und zwar bis zu 13%.

Als weiteres Beispiel werden die in der Z. d. VdI 1913, Heft 50, behandelten Säulenversuche der 2. Versuchsreihe angeführt, bei denen Bach Stauchungsmessungen vornahm. Das Ergebnis derselben ist in der Zusammenstellung 34 des Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd. enthalten. Die Säulen hatten quadratischen Querschnitt von 32 cm Kantenlänge, eine Höhe von 120 cm und waren mit 4 Rundeisen von 20 mm Durchm. bewehrt. Die Bewehrungsstärke betrug also 1,24%. Der verwendete

Tafel 3. Vergleich zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen von quadratischen Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bei mittlerer Druckbeanspruchung.

a) Ermittelt aus den in Heft 166 bis 169 der Forschungsarbeiten für die Säulen Nr. 98, 105 und 106 angeführten Stauchungsmessungen.

| P | Bewehrungsstärke $\mu = 1\%$ | | | |
|-----|---|--|---|---|
| | Betondruckspannungen in kg/cm ² | | Eisendruckspannungen in kg/cm ² | |
| | σ_{b_t} | σ_{b_r} Gl. 5 a mit $n = 22$ | σ'_{e_t} | σ'_{e_r} Gl. 5 a mit $n = 22$ |
| t | | | | |
| 16 | 8,7 | 8,2 | 69 | 180 |
| 32 | 17,8 | 16,4 | 139 | 360 |
| 48 | 27,5 | 24,6 | 220 | 540 |
| 64 | 36,2 | 32,8 | 295 | 720 |
| 80 | 46,3 | 41,0 | 390 | 900 |
| 96 | 55,1 | 49,1 | 472 | 1080 |
| 112 | 65,1 | 57,8 | 576 | 1270 |
| 128 | 74,4 | 65,5 | 669 | 1440 |
| 137 | 80,0 | 70,4 | 716 | 1550 |
| 144 | 84,7 | 73,6 | 788 | 1620 |
| 160 | 93,5 | 82,0 | 896 | 1800 |
| 176 | 103,6 | 90,0 | 1035 | 1980 |

b) Ermittelt aus den in Zusammenstellung 34 des Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., für die Säulen der 2. Versuchsreihe angeführten Stauchungsmessungen.

| P | Bewehrungsstärke $\mu = 1,24\%$ | | | |
|-----|---|--|---|---|
| | Betondruckspannungen in kg/cm ² | | Eisendruckspannungen in kg/cm ² | |
| | σ_{b_t} | σ_{b_r} Gl. 5 a mit $n = 10$ | σ'_{e_t} | σ'_{e_r} Gl. 6 a mit $n = 10$ |
| t | | | | |
| 20 | 18,3 | 17,6 | 115 | 178 |
| 45 | 40,9 | 39,2 | 268 | 392 |
| 70 | 64,0 | 60,8 | 430 | 608 |
| 95 | 86,9 | 82,5 | 610 | 825 |
| 120 | 113,6 | 105,2 | 795 | 1052 |
| 136 | 124,0 | 117,5 | 925 | 1175 |

Beton hatte eine Würfel-
festigkeit von $\sigma_{w_{30}} = 376$ kg/cm² (also von $\sigma_{w_{20}} = \sim 415$ kg/cm²). Die unbewehrten Prismen, die zur gleichzeitigen Vornahme der Stauchungsmessungen dienten, wiesen die gleichen Abmessungen auf wie die Säulen und waren aus gleichem Beton hergestellt. Die Prismenfestigkeit des Betons betrug 330 kg/cm².

Die Stauchungen wurden durchweg auf eine Meßlänge von 50 cm ermittelt. Dabei wurde jeweils der Mittelwert aus 3 Versuchen gebildet.

Tafel 3b enthält für die angeführten Säulen eine Gegenüberstellung der unter verschiedenen Belastungsstufen in gleicher Weise wie vorher ermittelten tatsächlichen Betondruckspannungen σ_{b_t} sowie die jeweils zugehörigen rechnungsmäßigen Betondruckspannungen σ_{b_r} . Dabei wurde

$$n = \frac{4}{3} \cdot \frac{2940}{376} = \text{rd. } 10$$

berücksichtigt.

Wie aus Tafel 3b hervorgeht, sind die Abweichungen zwischen σ_{b_t} und σ_{b_r} wesentlich geringer wie jene der Tafel 3a und betragen nur noch bis zu 6 %.

Werden die beiden angeführten Beispiele einander gegenübergestellt, so ergibt sich, daß die Abweichungen zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Betondruckspannungen bei gleichbleibender Bewehrungsstärke etwa im Verhältnis der zunehmenden Betondruckfestigkeit abnehmen und daß dieselben bei Verwendung von hochwertigem und besonders bei Verwendung von höchstwertigem Beton gering sind.

In Tafel 3 sind noch die unter verschiedenen Belastungsstufen als tatsächlich vorhanden zu bezeichnenden Querschnittsbeanspruchungen der Eiseneinlagen σ'_{e_t} angeführt. Diese wurden dadurch ermittelt, daß aus den gemessenen gesamten Stauchungen des Betons unmittelbar auf die Stauchungen der Längseisen und mit $E_e = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2$ auf deren Beanspruchungen geschlossen wurde. Diese Art der Ermittlung erscheint zulässig, nachdem die durch die Druckplatten der Prüfungsmaschine bewirkten Stauchungen von Beton und Eisen gemeinsam stattfinden. Überdies wurde bei den bisherigen Versuchen festgestellt, daß bei zweckentsprechender Anordnung der Bewehrung die Stauchungen des Betons und der Längseisen bis zu hohen Belastungsstufen gleich groß sind¹⁾.

Weiter sind in Tafel 3 auch die zu σ'_{e_t} jeweils zugehörigen, aus der Beziehung

$$(6a) \quad \sigma'_{e_r} = n \cdot \sigma_{b_r}$$

rechnungsmäßig ermittelten Eisendruckspannungen angeführt.

Wie der Tafel 3a zu entnehmen ist, sind die für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Eisendruckspannungen bei Verwendung von hochwertigem Beton mit $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$ durchweg beträchtlich größer als die tatsächlichen Eisendruckspannungen. So ergaben sich zwischen σ'_{e_t} und σ'_{e_r} mit zunehmender Belastung Abweichungen, die von rd. 160 bis 90% abnehmen.

Bei Verwendung von höchstwertigem Beton mit $\sigma_{w_{20}} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$ werden, wie aus Tafel 3b hervorgeht, diese Abweichungen erheblich geringer. Sie schwanken nur noch zwischen rd. 55 und 25%.

d) Folgerungen.

Als wichtigstes Ergebnis der Ermittlungen ist anzuführen, daß die aus den Gl. 4 mittels der zu $\sigma_p = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{w_{20}}$ bzw. $\frac{2}{3} \cdot \sigma_{w_{20}}$ festgelegten Prismenfestigkeit des Betons sowie mittels dem zu $\frac{\sigma_q}{\sigma_p}$ festgelegten Verhältnis n abgeleiteten Bruchlasten mit den tatsächlichen Bruchlasten recht gut übereinstimmen, auch dann, wenn für die Herstellung der Säulen hoch- oder höchstwertiger Beton sowie hochwertiger Baustahl verwendet wird. Damit kann unter der Voraussetzung sorgfältiger Bauausführung der beabsichtigte 3fache Sicherheitsgrad auf jeden Fall eingehalten werden, wenn z. B. an Würfeln von 20 cm Kantenlänge eine Betondruckfestigkeit nachgewiesen wird, die etwa dem 4,5fachen Betrag der in Rechnung gestellten zulässigen Betondruckspannung entspricht. Die Ausführung von hochbeanspruchten Säulen ist demnach nur beim Vorliegen beträchtlicher Würfelfestigkeiten des Betons möglich. Z. B. muß für $\sigma_{b_{\text{zul}}} = 80 \text{ kg/cm}^2$ nach einer etwa 28tägigen Erhärtungszeit des Betons $\sigma_{w_{20}} = \sim 360 \text{ kg/cm}^2$, für $\sigma_{b_{\text{zul}}} = 100 \text{ kg/cm}^2$ sogar $\sigma_{w_{20}} = \sim 450 \text{ kg/cm}^2$ betragen.

Der Nachweis solcher Würfelfestigkeiten ist voll berechtigt, nachdem Säulen zu den weitaus wichtigsten Bauteilen gehören und deshalb eine ausreichende Sicherheit gegenüber irgendwelchen Mängeln bei der Ausführung unbedingt erforderlich ist. Es darf auch nicht übersehen werden, daß sich bei der durch eine Inrechnungstellung von erhöhten zulässigen Betondruckspannungen ergebenden erheblichen Verkleinerung der Querschnittsabmessungen schon geringe Ausführungsfehler den beabsichtigten Sicherheitsgrad stark beeinträchtigen können.

¹⁾ Vgl. z. B. Handb. f. Eisenbetonbau, 4. Aufl., I. Bd., S. 94.

Die rechnungsmäßigen Betondruckspannungen ergaben sich für Beton mit $\sigma_{w,0} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$ bis zu 13% und für Beton mit $\sigma_{w,0} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$ bis zu 6% geringer als die tatsächlichen Betondruckspannungen. Die unter verschiedenen Belastungsstufen vorhandenen Abweichungen zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Betondruckspannungen sind also bei Verwendung von hochwertigem und besonders bei Verwendung von höchstwertigem Beton gering.

Die sich zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Eisendruckspannungen ergebenden Abweichungen sind demgegenüber, selbst bei Verwendung von höchstwertigem Beton, erheblich.

2. Säulen mit Knickgefahr.

Bei normal beanspruchten Säulen mit einfacher Bügelbewehrung ist die Gefahr des Ausknickens bekanntlich nur ausnahmsweise zu berücksichtigen. Werden dagegen erhöhte zulässige Betondruckspannungen in Rechnung gestellt, so können sich im Verhältnis zur Säulenhöhe so geringe Querschnittsabmessungen ergeben, daß die Gefahr eines vorzeitigen Ausknickens besteht. Es wird deshalb bei Behandlung des Sicherheitsgrades von hochbeanspruchten Säulen auch der Frage der Knick-sicherheit näherzutreten sein.

Ist diese nachzuweisen, so wird gewöhnlich von der Berechnungsweise nach Euler ausgegangen. Nach derselben ist die Knicklast P_k , welche die Säule zum Bruche oder zu einer bleibenden seitlichen Ausbiegung bringt, bestimmt durch die Beziehung

$$(8) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot E_b \cdot J_i.$$

In derselben bezeichnet l die Knicklänge der Säule, E_b das Verformungsmaß des Betons und J_i das Trägheitsmoment des Querschnitts unter Berücksichtigung der Eisen-einlagen, bezogen auf jene Schwerachse, um die bei der Ausbiegung die Verdrehung des Querschnitts erfolgt.

Bei Spitzen- oder Gelenklagerung entspricht die Knicklänge der vollen Säulenhöhe. Gewöhnlich stehen jedoch Kopf und Fuß der Säulen in Verbindung mit anderen Tragwerken, so daß eine Verringerung der Knicklänge gegenüber der Säulenhöhe zulässig erscheint. Eine solche Verringerung kommt jedoch nur bei nicht zu hohen und nicht zu schlanken Säulen in Betracht, bei denen eine besonders gute Ausführung der Anschlüsse vorliegt. Diese Einschränkung ist darauf zurückzuführen, daß einestei ls bei sehr schlanken Säulen in den verhältnismäßig kleinen Endflächen nur Momente übertragen werden können, welche einer unvollkommenen Einspannung entsprechen, daß andernteils aber bei kürzeren und gedrun genen Säulen, bei denen die breiten Endflächen die Übertragung eines Momentes in die Säulen wirksam verhindern können, eine genau mittige Belastung selten vorhanden ist.

In der Regel wird mit der Säulenhöhe als Knicklänge gerechnet. In den D. B. ist diese Berechnungsweise sogar vorgeschrieben (§ 27, 2).

Das Verformungsmaß E_b ist von wesentlicher Bedeutung für die Anwendung der Gl. 8. Dasselbe muß möglichst der Wirklichkeit entsprechend eingesetzt werden, wenn diese Gleichung überhaupt brauchbare Ergebnisse liefern soll.

Damit ergibt sich bereits eine Schwierigkeit für die Untersuchung der Knick-sicherheit von hochbeanspruchten Säulen. Denn dieses Verformungsmaß kann je nach Beschaffenheit, Alter und Beanspruchung des Betons bekanntlich außerordentlich schwanken. Es wird deshalb zu versuchen sein, die Veränderlichkeit von E_b gesetz-mäßig zu erfassen.

Zu diesem Zwecke ist zunächst an Hand eines passenden Formänderungsgesetzes die Veränderlichkeit der Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit klarzustellen. Dieses Formänderungsgesetz lautet allgemein

$$(9) \quad \sigma_{b_t} = \sigma_w \cdot (1 - e^{-a \cdot \varepsilon})$$

und stammt von W. Ritter¹⁾. Dabei bezeichnet, wie bereits erwähnt wurde, ε die auf die Längeneinheit bezogene Stauchung des Betons, σ_{b_t} die zu dieser Stauchung gehörige, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung, $e = 2,71828 \dots$ sowie a einen von der Güte des Betons abhängigen Beiwert.

Für diesen Beiwert ist im Schrifttum seither ausschließlich nur der von Ritter stammende Wert $a = 1000$ bekannt, von dem behauptet wird, daß er die Formänderungen des Betons recht gut erfaßt. Wie die Verhältnisse jedoch tatsächlich liegen, geht aus nachstehenden Ermittlungen hervor.

Wird Gl. 9 nach a aufgelöst, so ergibt sich

$$(9a) \quad a = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}}$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen a schwanken kann, sowie mit welcher Genauigkeit sich die Formänderungen des Betons nach Gl. 9 überhaupt erfassen lassen, werden vorerst einige von Bach und Graf vorgenommene Stauchungsmessungen ausgewertet, die an Prismen aus gewöhnlichem und höchstwertigem Beton durchgeführt wurden. Diese Prismen hatten quadratischen Querschnitt von 25 bzw. 20 cm Seitenlänge und eine Höhe von 100 bzw. 80 cm. Die Würfelfestigkeit des verwendeten Betons betrug $\sigma_{w_{30}} = 146$ bzw. 416 kg/cm². Das Ergebnis dieser Stauchungsmessungen, die auf 75 bzw. 50 cm Länge vorgenommen wurden, ist in Heft 227 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 3 und 7, enthalten. Maßgebend für die Auswertung ist der Mittelwert aus je 2 Versuchen.

Werden die an den Prismen aus gewöhnlichem Beton zunächst beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen auf die Längeneinheit umgerechnet und in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert $a = 2090$, so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \cdot \varepsilon})$$

ergibt.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit die Formänderungen des Betons nach vorstehender Beziehung erfaßt werden, sind in Tafel 4 auf Seite 32 für verschiedene Belastungsstufen die Abweichungen zwischen den an den Prismen und den aus dieser Beziehung ermittelten Betondruckspannungen σ_{b_t} , in Hundertteilen ausgedrückt, zusammengestellt.

Wie aus Tafel 4 ersichtlich, sind diese Abweichungen, selbst unter großen Belastungsstufen, so gering, daß die Gültigkeit des mit $a = 2090$ abgeleiteten Formänderungsgesetzes wohl bis in die Nähe der Bruchlast angenommen werden darf. Die größte Abweichung beträgt lediglich 3 ‰, die mittlere Abweichung sogar nur 1,1 ‰.

In Tafel 4 sind zu Vergleichszwecken noch die mit dem üblichen Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$$

sich ergebenden Abweichungen angeführt. Wie ersichtlich, sind dieselben so beträcht-

¹⁾ Schweiz. Bauztg. 1899.

Tafel 4. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 146 \text{ kg/cm}^2.$$

| Versuchswerte | | $\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2090 \varepsilon})$ | | | $\sigma_b = 146 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$ | | | Versuchswerte | $\sigma_{b_t} = 146 \cdot (1 - e^{-2160 \varepsilon})$ | | |
|--------------------------------------|---------------|--|----------------------|-----|--|----------------------|-------|--|--|----------------------|---|
| σ_{b_t} kg/cm ² | ε | σ_{b_t} kg/cm ² | Abweichungen in % | | σ_b kg/cm ² | Abweichungen in % | | ε' 10. Last- wechsel | σ_{b_t} kg/cm ² | Abweichungen in % | |
| | | | + | - | | + | - | | | + | - |
| 16,1 | 0,000 057 5 | 15,4 | — | 0,7 | 8,1 | — | 8,0 | 0,000 057 6 | 16,8 | 0,7 | — |
| 32,3 | 0,000 126 | 33,6 | 1,3 | — | 18,1 | — | 14,2 | 0,000 127 | 33,6 | 1,3 | — |
| 48,4 | 0,000 195 | 48,6 | 0,2 | — | 25,6 | — | 22,8 | 0,000 204 | 48,8 | 0,4 | — |
| 64,6 | 0,000 276 | 64,0 | — | 0,6 | 34,3 | — | 30,3 | 0,000 294 | 65,6 | 1,0 | — |
| 80,8 | 0,000 370 | 78,8 | — | 2,0 | 45,2 | — | 35,6 | 0,000 400 | 81,5 | 0,7 | — |
| 97,0 | 0,000 485 | 94,0 | — | 3,0 | 56,2 | — | 40,8 | 0,000 532 | 97,0 | — | — |
| Σ der Abweichungen | | | 1,5 | 6,3 | | — | 151,7 | | | 4,1 | — |
| Durchschnittliche Abweichungen | | | 0,3 | 1,1 | | — | 25,3 | | | 0,7 | — |

lich, daß von einer auch nur rohen Annäherung nicht mehr gesprochen werden kann. So beträgt die größte Abweichung 40,8 %, die mittlere Abweichung 25,3 %.

Da das weiter oben angeführte Formänderungsgesetz für die beim erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Stauchungen abgeleitet wurde, sei noch dessen Veränderlichkeit angeführt, wenn wiederholte Be- und Entlastungen vorgenommen werden. Wird z. B. ein zehnmaliger Belastungswechsel berücksichtigt, der unter den größeren Belastungsstufen allerdings noch nicht den Beharrungszustand (vgl. S. 18), jedoch eine gute Annäherung an denselben herbeiführt, so ergeben sich die in Tafel 4 angeführten Stauchungswerte ε' . Mit denselben errechnet sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende Beiwert $a = 2060$, dessen Abweichung

Tafel 5. Vergleich zwischen den nach verschiedenen Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$$\sigma_{w_{30}} = 416 \text{ kg/cm}^2.$$

| Versuchswerte | | $\sigma_{b_t} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \varepsilon})$ | | | $\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \varepsilon})$ | | |
|--------------------------------------|---------------|---|----------------------|-----|--|----------------------|---|
| σ_{b_t} kg/cm ² | ε | σ_{b_t} kg/cm ² | Abweichungen in % | | σ_b kg/cm ² | Abweichungen in % | |
| | | | + | - | | + | - |
| 12,2 | 0,000 032 | 12,5 | 0,3 | — | 15,7 | 3,5 | — |
| 24,4 | 0,000 065 | 23,2 | — | 1,2 | 27,9 | 3,5 | — |
| 36,7 | 0,000 100 | 37,5 | 0,8 | — | 41,6 | 4,9 | — |
| 49,0 | 0,000 136 | 51,6 | 2,6 | — | 54,1 | 5,1 | — |
| 73,6 | 0,000 212 | 74,6 | 1,0 | — | 79,2 | 5,6 | — |
| 98,1 | 0,000 292 | 97,8 | — | 0,3 | 106,0 | 7,9 | — |
| 122,7 | 0,000 380 | 124,8 | 2,1 | — | 131,0 | 8,3 | — |
| 147,3 | 0,000 470 | 147,5 | 0,2 | — | 156,2 | 8,9 | — |
| 172,0 | 0,000 570 | 171,2 | — | 0,2 | 181,0 | 9,0 | — |
| Σ der Abweichungen | | | 7,0 | 1,7 | | 56,7 | — |
| Durchschnittliche Abweichungen | | | 0,8 | 0,2 | | 6,3 | — |

gegenüber $a = 2090$, trotz der Verwendung von gewöhnlichem Beton, somit recht gering ist.

Werden weiter die an den Prismen aus höchstwertigem Beton beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel gemessenen federnden Stauchungen in Gl. 9a eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der ebenfalls fast gleichbleibende und gegenüber dem vorherigen Beispiel

wesentlich geringere Beiwert $a = 930$, so daß sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{bt} = 416 \cdot (1 - e^{-930 \epsilon})$$

ergibt.

Wie aus Tafel 5 hervorgeht, besteht auch in diesem Falle zwischen den an den Prismen und den aus obiger Beziehung für verschiedene Belastungsstufen ermittelten Betondruckspannungen eine vorzügliche Übereinstimmung. So beträgt die größte Abweichung lediglich 2,6 %, die mittlere Abweichung sogar nur 0,8 %.

Demgegenüber ergeben, wie aus Tafel 5 ebenfalls hervorgeht, die aus dem Formänderungsgesetz

$$\sigma_b = 416 \cdot (1 - e^{-1000 \epsilon})$$

ermittelten Betondruckspannungen durchweg größere, nämlich 9,0 bzw. 6,3 % betragende Abweichungen.

Zur besseren Anschaulichkeit der angeführten Abweichungen sind dieselben in Abb. 2 mittels Schaulinien dargestellt.

Um den Beiwert a in seiner Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit klarzustellen, wurden weitere Stauchungsmessungen ausgewertet. Dabei ermittelt sich für einen Beton mit einer Würfelfestigkeit

| | | |
|--|------------|---|
| von $\sigma_{w_{30}} = 204$ kg/cm ² | $a = 1600$ | (Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 225$ „ | $a = 1360$ | (Forschungsarbeiten, Heft 166 bis 169, Zusammenstellung 22), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 228$ „ | $a = 1200$ | (Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 39), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 229$ „ | $a = 1160$ | (D.A.f.E., Heft 38, Säulen Nr. 46 bis 48), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 247$ „ | $a = 1240$ | (Forschungsarbeiten, Heft 45 bis 47, Zusammenstellung 50), |
| „ $\sigma_{w_{40}} = 283$ „ | $a = 1150$ | (Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 284$ „ | $a = 1170$ | (Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 320$ „ | $a = 1050$ | (D.A.f.E., Heft 28, Säulen Nr. 53 und 54), |
| „ $\sigma_{w_{30}} = 376$ „ | $a = 1100$ | (Handb. f. Eisenbetonbau, 3. Aufl., I. Bd., Zusammenstellung 34). |

Bei den an 1., 5. und 7. Stelle angeführten Werten für a konnten dieselben für verschiedene Belastungsstufen ziemlich gleichbleibend ermittelt werden. Bei den übrigen Werten wurden sie als Mittelwert der sich jeweils ergebenden unbedeutenden Streuungen abgeleitet.

In Abb. 3 sind die aus den angeführten Versuchen ermittelten Beiwerte a als Ordinaten zu den entsprechenden Würfelfestigkeiten als Abszissen aufgetragen und mittels einer stetig verlaufenden Schaulinie, die durch Anpassung an die Versuchswerte

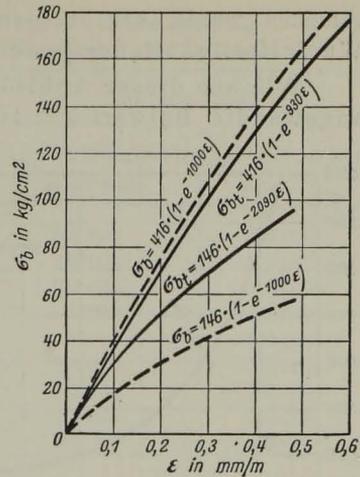


Abb. 2.

Darstellung der Abweichungen der nach verschiedenen Formänderungsgesetzen ermittelten Betondruckspannungen.

gefunden wurde, ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes a von der Würfelfestigkeit des jeweils verwendeten Betons.

Wie aus dieser Abbildung ersichtlich, gilt der seither ausschließlich angewandte Beiwert $a = 1000$ nur für Beton mit einer Würfelfestigkeit von rd. 400 bis 500 kg/cm^2 , also für einen Beton von ganz besonderer Güte.

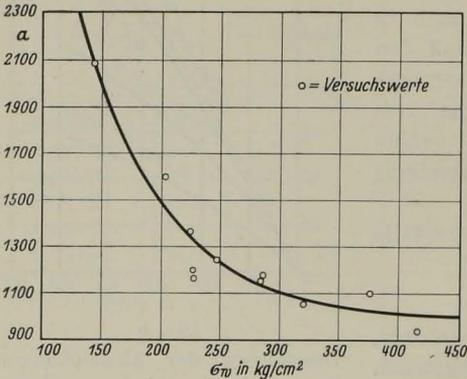


Abb. 3. Abhängigkeit des Beiwertes a der Gl. 9 von der Druckfestigkeit des Betons.

von 20 cm Kantenlänge ermittelte Betondruckfestigkeit in diese Gleichung eingesetzt wird. Praktisch ist jedoch diese Verringerung der Beiwerte ohne Bedeutung, wie weiter unten an einem Beispiel gezeigt werden soll.

Das im Spannungszustand σ_{b_t} tatsächlich vorhandene Verformungsmaß E_{b_t} läßt sich nun aus der Beziehung $\sigma_{b_t} = \varepsilon \cdot E_{b_t}$ dadurch ermitteln, daß

$$\frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = E_{b_t} + \varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$$

gebildet und unter Vernachlässigung der kleinen Größe $\varepsilon \cdot \frac{d E_{b_t}}{d \varepsilon}$ aus Gl. 9

$$E_{b_t} = \frac{d \sigma_{b_t}}{d \varepsilon} = \sigma_w \cdot a \cdot e^{-a \cdot \varepsilon}$$

oder

(10)

$$E_{b_t} = a \cdot (\sigma_w - \sigma_{b_t})$$

abgeleitet wird.

Die Brauchbarkeit dieser für die Behandlung der Frage der Knicksicherheit von hochbeanspruchten Säulen wichtigen Gleichung wird nachstehend an Hand eines Beispiels gezeigt. Demselben liegen die in Heft 45 bis 47 der Forschungsarbeiten (23), Zusammenstellung 50, enthaltenen und aus Versuchen unter verschiedenen Belastungsstufen ermittelten tatsächlichen Verformungsmaße des Betons zugrunde, denen die aus Gl. 10 rechnermäßig mit der bei diesen Versuchen festgestellten Würfelfestigkeit von $\sigma_{w_{30}} = 247 \text{ kg/cm}^2$ und dem nach Abb. 3 zugehörigen Beiwert $a = 1240$ bzw. unter entsprechender Umrechnung mit $\sigma_{w_{30}} = 272 \text{ kg/cm}^2$ und $a = 1170$ abgeleiteten Verformungsmaße gegenübergestellt werden.

Tafel 6 enthält diese Gegenüberstellung.

Wie der Tafel 6 zu entnehmen ist, stimmen die nach Gl. 10 abgeleiteten Verformungsmaße E_{b_t} sowohl beim Einsetzen von $\sigma_{w_{30}}$ wie von $\sigma_{w_{30}}$ mit den aus Versuchen ermittelten Verformungsmaßen im allgemeinen recht gut überein.

Es ist also für die Anwendung der Gl. 9 praktisch gleichgültig, ob die Druckfestigkeit von Würfeln mit 20 oder 30 cm Kantenlänge eingesetzt wird, wenn nur der der jeweiligen Würfel festigkeit zugeordnete Beiwert a berücksichtigt wird.

Da weiter in Gl. 10 die tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen einzusetzen sind,

dagegen meistens nur die aus Gl. 5a rechnermäßig zu ermittelnden Betondruckspannungen σ_{b_r} bekannt sind, gewinnt für die Auswertung der Gl. 10 die Frage der Abweichungen zwischen rechnermäßig ermittelten und tatsächlich vorhandenen Betondruckspannungen eine besondere Bedeutung. Sie wurde für Säulen mit einfacher Bügelbewehrung bereits S. 26 ff. behandelt. Dabei ergab sich, daß σ_{b_r} durchweg kleiner ist als σ_{b_t} , und zwar bei Verwendung von hochwertigem Beton mit $\sigma_{w_{20}} = \sim 250 \text{ kg/cm}^2$ bis zu 13%, bei Verwendung von höchstwertigem Beton mit $\sigma_{w_{20}} = \sim 415 \text{ kg/cm}^2$ bis zu 6%. Beim Einsetzen von σ_{b_r} statt σ_{b_t} in Gl. 10 wird demnach E_{b_t} , besonders im letzteren Falle, vom tatsächlichen Wert verhältnismäßig wenig abweichen.

Nachdem es somit möglich ist, das Verformungsmaß des Betons der Wirklichkeit entsprechend recht gut abzuleiten, ergibt sich der für die Spannungsstufe des Ausknickens zutreffende Wert für $E_{b_t} = T$, wenn σ_k die gleichmäßig verteilte, als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung unmittelbar vor dem Ausknicken darstellt, aus der Beziehung

$$(10a) \quad T = a \cdot (\sigma_w - \sigma_k).$$

Wird das aus dieser Gleichung ermittelte Verformungsmaß des Betons in Gl. 8 eingesetzt, so geht diese über in

$$(8a) \quad P_k = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot T \cdot J_i$$

und mit

$$P_k = F_i \cdot \sigma_k,$$

$$J_i = F_i \cdot i^2$$

(i bezeichnet den kleinsten Trägheitshalbmesser des Querschnitts)

und dem Schlankheitsverhältnis

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

folgt mit

$$\pi^2 = \sim 10$$

(11)

$$\sigma_k = \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

Gl. 11, welche die Abhängigkeit der Knickspannung von den Abmessungen der Säule sowie von der Würfel festigkeit des Betons und dem zugeordneten Beiwert a wiedergibt, entspricht in ihrem Aufbau der Knickformel von Schwarz-Rankine.

Tafel 6. Vergleich zwischen rechnermäßigem und tatsächlichem Verformungsmaß des Betons.

| σ_{b_t} kg/cm ² | Tatsächliches Verformungsmaß E_{b_t} kg/cm ² | E_{b_t} aus Gl. 10 | |
|--------------------------------------|--|---|---|
| | | $\sigma_{w_{20}} = 247 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1240$ | $\sigma_{w_{20}} = 272 \text{ kg/cm}^2$ $m = 1170$ |
| 6,0 | 297 600 | 299 000 | 308 000 |
| 12,0 | 285 450 | 292 000 | 300 000 |
| 18,1 | 276 600 | 284 000 | 295 000 |
| 24,3 | 271 100 | 276 000 | 288 000 |
| 36,4 | 260 650 | 260 000 | 274 000 |
| 60,8 | 245 250 | 231 000 | 245 000 |
| 72,9 | 237 250 | 213 000 | 230 000 |
| 85,1 | 227 850 | 202 000 | 217 000 |
| 97,3 | 216 650 | 186 000 | 206 000 |

Inwieweit die aus dieser Gleichung ermittelten Knickspannungen nach Ableitung von T dazu dienen können, die aus Gl. 8a errechneten Knicklasten gegenüber den tatsächlichen Knicklasten zutreffend zu erfassen, sei an Hand von Versuchsergebnissen nachgewiesen.

Für einen solchen Nachweis kommen allerdings nur Versuchsergebnisse in Betracht, die an Säulen ermittelt wurden, bei denen das Ausknicken einwandfrei festgestellt wurde.

Solche Knickversuche an Säulen mit einfacher Bügelbewehrung von beachtlicher Größe mit allen notwendigen Nebenermittlungen wurden bis jetzt nur an der Materialprüfungsanstalt Stuttgart von Bach durchgeführt¹⁾. Bei denselben wurden in 3 Versuchsreihen Säulen von 9,0 m Höhe und einem quadratischen Querschnitt von 32 cm Seitenlänge bis zum Bruch, der infolge Ausknickens erfolgte, belastet. Die Höhe der Säulen betrug also das 28fache der Seitenlänge. Die Bewehrung bestand bei der 1. und 3. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 30 mm Durchm., bei der 2. Versuchsreihe aus 4 Längseisen von 20 mm Durchm. Die Würfel Festigkeit des verwendeten Betons ergab sich nach 45tägiger Erhärtungszeit bei den 3 Versuchsreihen zu $\sigma_{w_{30}} = 360, 376$ und 283 kg/cm^2 .

Jede Versuchsreihe bestand aus 3 Einzelversuchen, aus denen jeweils der Mittelwert gebildet wurde.

Bei der 1. Versuchsreihe wurde eine mittlere Knicklast von 290 t ermittelt.

Wird diese mittels der vorgenommenen Ableitungen errechnet, so ist zunächst für das Verhältnis n , das hier mit $n = \frac{E_e}{T}$ zu berücksichtigen ist, eine Annahme zu machen. Mit z. B. $n = 12$ beträgt

$$J_i = 142\,000 \text{ cm}^4$$

$$F_i = 1\,380 \text{ cm}^2$$

und

$$i = 10,1 \text{ cm.}$$

Für $\sigma_{w_{30}} = 360 \text{ kg/cm}^2$ und $a = 1050$ ermittelt sich aus Gl. 11

$$\sigma_k = \frac{360}{1 + \frac{0,1}{1050} \cdot \left(\frac{900}{10,1}\right)^2} = 205 \text{ kg/cm}^2$$

und aus Gl. 8a mit

$$T = 1050 \cdot (360 - 205) = 163\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_k = \frac{10}{900^2} \cdot 163\,000 \cdot 142\,000 = 286 \text{ t.}$$

Da $n = \frac{2\,000\,000}{163\,000} = 12,3$ von obiger Annahme für n nur unerheblich abweicht, ist eine Wiederholung der Berechnung nicht nötig.

Die aus Gl. 8a unter Berücksichtigung der mit $a = 1050$ vorzunehmenden Zwischenrechnung nach Gl. 11 und 10a abgeleitete Knicklast stimmt demnach mit der tatsächlichen Knicklast ausgezeichnet überein. Wird dieselbe dagegen mit dem Beiwert $a = 1000$ abgeleitet, so ergibt nur $P_k = 275 \text{ t}$. Zu Vergleichszwecken wird noch angeführt, daß nach der seither üblichen Berechnungsweise mit $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 15$ sich sogar nur $P_k = 162 \text{ t}$ ermittelt.

¹⁾ Vgl. Z. d. VdI 1913, S. 1969.

Die bei den übrigen Versuchsreihen beobachteten mittleren Knicklasten sind neben der bereits angeführten Knicklast der 1. Versuchsreihe in Tafel 7 enthalten. Außerdem sind in dieser Tafel noch die Knicklasten zusammengestellt, die sich einesteiis aus Gl. 8a mit dem für die jeweilige Versuchsreihe nach Abb. 3 in Betracht kommenden Beiwert a sowie mit dem Beiwert $a = 1000$, andernteils aber mit $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 15$ errechnen.

Tafel 7. Vergleich zwischen rechnermäßiger und tatsächlicher Knicklast.
(Nach Versuchen von Bach.)

| Versuchsreihe | 1 | 2 | 3 |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Bewehrung | 4 \varnothing 30 mm | 4 \varnothing 20 mm | 4 \varnothing 30 mm |
| $\sigma_{w_{90}}$ in kg/cm^2 | 360 | 376 | 283 |
| Tatsächliche Knicklast in t | 290 | 270 | 233 |
| Aus Gl. 8a mit dem Beiwert a der Abb. 3 ermittelte Knicklast in t | 286 | 254 | 237 |
| Aus Gl. 8a mit $a = 1000$ ermittelte Knicklast in t | 275 | 236 | 235 |
| Mit $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 15$ ermittelte Knicklast in t | 162 | 206 | 266 |

Wie aus Tafel 7 hervorgeht, besteht auch bei der 2. und 3. Versuchsreihe eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen der aus Gl. 8a mit den in Betracht kommenden Beiwerten $a = 1040$ und 1150 abgeleiteten Knicklasten und den tatsächlichen Knicklasten. Dagegen weichen die mit $a = 1000$ abgeleiteten Knicklasten von den tatsächlichen Knicklasten bei der 2. Versuchsreihe ganz erheblich, bei der 3. Versuchsreihe allerdings nur unerheblich ab¹⁾. Die mit $E_b = 140\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 15$ ermittelten Knicklasten weisen überhaupt keine Anpassung an die tatsächlichen Knicklasten auf.

Mit den unter Berücksichtigung der Beiwerte a der Abb. 3 aus Gl. 11 ermittelten Knickspannungen errechnen sich somit, nach Ableitung von T , aus Gl. 8a Knicklasten, die — im Gegensatz zu anderen Berechnungsweisen — eine recht befriedigende Annäherung an die tatsächlichen Knicklasten aufweisen.

Aus Gl. 8a bzw. aus der Beziehung $P_k = F_i \cdot \sigma_k$ geht ohne weiteres hervor, daß es für die Einhaltung des durch das Verhältnis der Knicklast zur Gebrauchslast bestimmten Sicherheitsgrades genügt, die zulässige Knickspannung $\sigma_{k_{zul}}$ direkt aus dem durch dieses Verhältnis bestimmten Teil der unter der Knicklast vorhandenen Knickspannung σ_k abzuleiten. Für die Einhaltung eines 3fachen Sicherheitsgrades ergibt sich dann

$$(11a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_w}{1 + \frac{0,1}{a} \cdot \lambda^2}$$

In Abb. 4 sind in Form von Schaulinien die Beziehungen zwischen $\sigma_{k_{zul}}$ und dem veränderlichen Schlankheitsverhältnis λ für Beton mit einer Würfel Festigkeit von etwa 160, 200, 270, 360 und 450 kg/cm^2 dargestellt. Da die obere Begrenzung dieser Schau-

¹⁾ Die besondere Brauchbarkeit der abgeleiteten Berechnungsweise für die Ermittlung von P_k wäre zweifellos noch ausgeprägter zum Ausdruck gekommen, wenn bei den Versuchen auch Beton von geringerer Druckfestigkeit zur Verwendung gekommen wäre.

linien durch die Größe der jeweils zulässigen Betondruckspannung für Säulen ohne Knickgefahr gegeben ist, die hier $\sigma_{b_{zul}} = 35, 45, 60, 80$ und 100 kg/cm^2 betragen, so kommt die Berücksichtigung der Knickgefahr lediglich für den ausgezogenen Teil der jeweiligen Schaulinie in Betracht. Es wäre demnach für $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$ erst von $\lambda_u = 96$ ab, für $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$ erst von $\lambda_u = 87$ ab, für $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ erst von $\lambda_u = 76,5$ ab, für $\sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2$ erst von $\lambda_u = 72,3$ ab und für $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$ erst von $\lambda_u = 70,8$ ab die Knicksicherheit der Säulen nachzuprüfen.

Allgemein läßt sich die untere Schlankheitsgrenze λ_u der Säulen mittels der aus Gl. 11a abgeleiteten Beziehung

$$(11b) \quad \lambda_u = \sqrt{\frac{a}{0,1} \cdot \left(\frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} - 1 \right)}$$

oder, da bei Verwendung von Würfeln mit 20 cm Kantenlänge für diese Schlankheitsgrenze

$$\frac{\sigma_w}{3 \cdot \sigma_{k_{zul}}} = 1,5 \text{ ist, aus der Beziehung}$$

$$(11c) \quad \lambda_u = \sqrt{5 \cdot a}$$

ermitteln.

Anschaulicher als das Verhältnis λ ist bei quadratischem

oder rechteckigem Querschnitt das Verhältnis der Säulenhöhe l zur kleineren Querschnittsseite d . Die Umrechnung von λ auf $\frac{l}{d}$ ergibt sich, wenn zunächst die Eiseneinlagen vernachlässigt werden, mit

$$J = \frac{d^4}{12} \text{ oder } J = \frac{bd^3}{12} \text{ und } i^2 = \frac{d^2}{12} \text{ aus}$$

$$(12) \quad \lambda = \alpha_1 \cdot \frac{l}{d},$$

wobei $\alpha_1 = 3,464$.

Die untere Schlankheitsgrenze beträgt damit

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 27,8, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 25,2,$$

$$\text{für } \sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 22,1, \quad \text{für } \sigma_{b_{zul}} = 80 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,9$$

$$\text{und für } \sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2 \quad \frac{l}{d} = 20,4.$$

Sie ist demnach durchweg erheblich größer als die in den D. B. (§ 27, Tafel II) für quadratische und rechteckige Säulen mit $\frac{l}{d} = 15$ vorgeschriebene untere Schlankheitsgrenze.

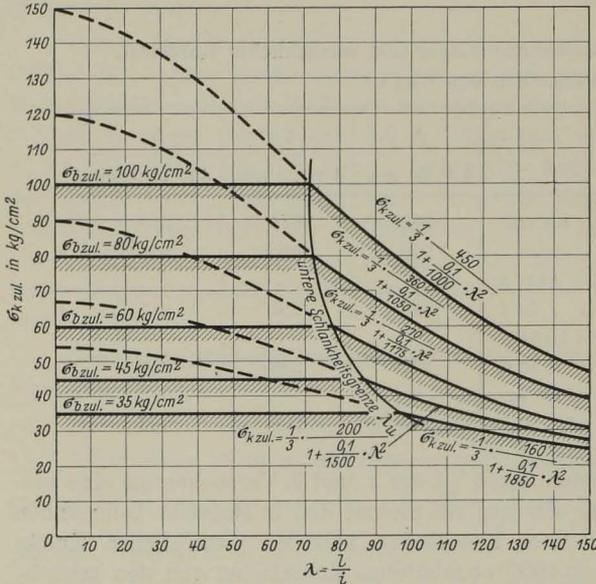


Abb. 4. Beziehungen zwischen $\sigma_{k_{zul}}$ und dem veränderlichen Schlankheitsverhältnis λ .

Überschreiten, wie aus Abb. 4 ersichtlich, die Abmessungen der Säulen die untere Schlankheitsgrenze, so nimmt $\sigma_{k_{zul}}$ mit zunehmender Schlankheit der Säulen ab, und zwar bei hochbeanspruchten Säulen rascher als bei normalbeanspruchten Säulen. Für z. B. $\lambda = 140$, welcher Wert ungefähr der in den D. B. festgelegten oberen Schlankheitsgrenze $\frac{l}{d} = 40$ entspricht, betragen die zu den oben angeführten Beanspruchungen $\sigma_{b_{zul}}$ gehörigen zulässigen Knickspannungen nur noch $\sigma_{k_{zul}} = 24,0, 27,0, 30,8, 38,3$ und $46,4 \text{ kg/cm}^2$.

Die durch die obere Schlankheitsgrenze bewirkte Abnahme der zulässigen Betondruckspannung schwankt demnach für $\sigma_{b_{zul}} = 35$ bis 100 kg/cm^2 zwischen 30 und 50% .

Werden bei der Umrechnung von λ auf $\frac{l}{d}$ die Eiseneinlagen berücksichtigt, so errechnet sich bei quadratischen Säulen mit nahe am Umfang gleichmäßig verteilter Bewehrung der Beiwert α_1 der Gl. 12 für z. B. $h = 0,92 d$ und der

| | | |
|-----------------------------------|---------------|-------|
| Gesamtbewehrung . . . | $\mu = 0,8\%$ | 3,0% |
| mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,42$ | | 3,38, |
| mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,44$ | | 3,40. |

Bei Säulen mit rechteckigem Querschnitt und gleichgeteilter Bewehrung ergibt sich demgegenüber der Beiwert α_1 der Gl. 12 für $h = 0,92 d$ und der

| | | |
|-----------------------------------|---------------|-------|
| Gesamtbewehrung . . . | $\mu = 0,8\%$ | 3,0% |
| mit $n = 15$ zu $\alpha_1 = 3,28$ | | 2,88, |
| mit $n = 10$ zu $\alpha_1 = 3,33$ | | 3,05. |

Die Abweichungen der sich bei Berücksichtigung der Eiseneinlagen ergebenden Beiwerte α_1 gegenüber dem weiter oben für den unbewehrten Querschnitt abgeleiteten Beiwert $\alpha_1 = 3,464$ sind demnach im allgemeinen so geringfügig, daß bei den weiteren Ermittlungen die Eiseneinlagen vernachlässigt werden können.

Werden die Abmessungen der Säulen derart gewählt, daß die untere Schlankheitsgrenze überschritten wird, so ist zur Einhaltung des beabsichtigten Sicherheitsgrades entweder die Gebrauchslast P oder die zulässige Betondruckspannung $\sigma_{b_{zul}}$ abzumindern. Diese Abminderung geschieht bekanntlich durch eine mit zunehmender Schlankheit der Säulen ebenfalls zunehmende Knickzahl ω derart, daß entweder die Gebrauchslast vergrößert wird auf

$$(13a) \quad P' = \omega \cdot P$$

oder aber die zulässige Knickspannung aus der zulässigen Betondruckspannung durch die Beziehung

$$(13a) \quad \sigma_{k_{zul}} = \frac{\sigma_{b_{zul}}}{\omega}$$

ermittelt wird. Beide Verfahren laufen naturgemäß auf dasselbe hinaus.

Abb. 5 enthält in Form von Schaulinien die tatsächlichen Knickzahlen ω in Abhängigkeit vom Schlankheitsverhältnis $\frac{l}{d}$ und den aus dieser Abbildung ersichtlichen zulässigen Betondruckspannungen. Diese Knickzahlen wurden aus den Schaulinien der Abb. 4 abgeleitet. Zu Vergleichszwecken enthält die Abbildung außerdem noch in Form einer besonders gekennzeichneten Schaulinie die in den D. B. (§ 27, Tafel II) vorgeschriebenen Knickzahlen.

Wie aus Abb. 5 hervorgeht, sind die tatsächlichen Knickzahlen, selbst wenn $\sigma_{b_{zul}} = 100 \text{ kg/cm}^2$ und $\frac{l}{d} = 40$ in Betracht gezogen werden, recht gering. Demgegenüber sind die in den D. B. vorgeschriebenen Knickzahlen so beträchtlich, daß von einer auch nur angenäherten Erkenntnis des wahren Knickvorganges nicht gesprochen werden kann (vgl. auch die Versuchsergebnisse weiter unten).

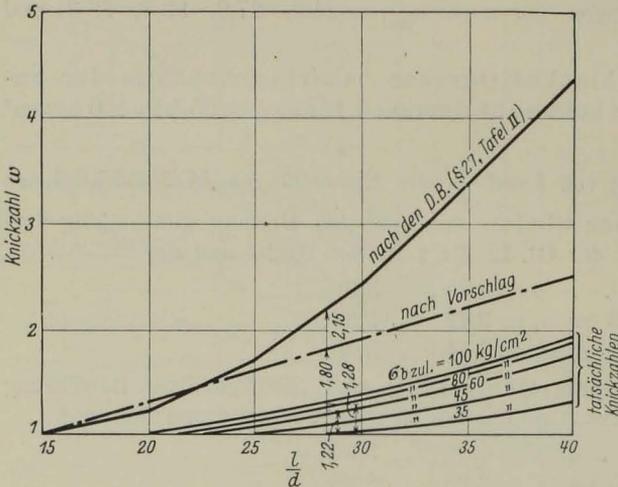


Abb. 5. Vergleich zwischen vorgeschriebenen und tatsächlichen Knickzahlen ω in Abhängigkeit von $\frac{l}{d}$ und $\sigma_{b_{zul}}$ bei Säulen mit einfacher Bügelbewehrung.

auf den hyperbelähnlichen Verlauf der die Beziehung zwischen dem Beiwert α der Gl. 9 und der Würfelfestigkeit des Betons wiedergebenden Schaulinie der Abb. 3 zurückzuführen.

Um eine bessere Anpassung zwischen den vorgeschriebenen und den tatsächlichen Knickzahlen zu erzielen, wird vorgeschlagen, die ersteren dahingehend abzuändern, daß sie z. B. von $\frac{l}{d} = 15$ mit $\omega = 1$ bis zu $\frac{l}{d} = 40$ mit $\omega = 2,5$ geradlinig zunehmen.

Mit einer derartigen Zunahme der Knickzahlen wird immer noch eine reichliche Sicherheit gegenüber der Gefahr des Ausknickens erzielt.

So errechnet sich z. B. aus der 1. und 2. Versuchsreihe der vorbehandelten Knickversuche von Bach (vgl. S. 36) für $\frac{l}{d} = 28$, $n = 12$ und $\sigma_{b_{zul}} = 90 \text{ kg/cm}^2$ ($\sigma_{w_{30}} = 360$ und 376 kg/cm^2) mit der vorgeschlagenen Knickzahl $\omega = 1,80$ (vgl. Abb. 5) eine zulässige Gebrauchslast von 68,5 und 59 t, so daß sich mit $P_{\text{max}} = 290$ und 270 t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,2- und 4,6facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knickzahl $\omega = 1,28$ ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 96 und 83,5 t, also ein 3,0- und 3,2facher Sicherheitsgrad.

Weiter errechnet sich aus der 3. Versuchsreihe der genannten Versuche für $\frac{l}{d} = 28$, $n = 12$ und $\sigma_{b_{zul}} = 70 \text{ kg/cm}^2$ ($\sigma_{w_{30}} = 283 \text{ kg/cm}^2$) ebenfalls mit $\omega = 1,80$ eine zulässige Gebrauchslast von 53 t, so daß sich mit $P_{\text{max}} = 233$ t statt eines etwa 3fachen Sicherheitsgrades ein 4,4facher Sicherheitsgrad ergibt. Mit der tatsächlichen Knick-

zahlen $\omega = 1,28$ ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 96 und 83,5 t, also ein 3,0- und 3,2facher Sicherheitsgrad.

Wie aus Abb. 5 weiter hervorgeht, nehmen die tatsächlichen Knickzahlen für ein bestimmtes Schlankheitsverhältnis $\frac{l}{d}$ bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B. $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ auf $\sigma_{b_{zul}} = 80$ oder 100 kg/cm^2 nur unerheblich zu, während diese Zunahme bei einer Erhöhung der zulässigen Betondruckspannung von z. B. $\sigma_{b_{zul}} = 35 \text{ kg/cm}^2$ auf $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$ oder von $\sigma_{b_{zul}} = 45 \text{ kg/cm}^2$ auf $\sigma_{b_{zul}} = 60 \text{ kg/cm}^2$, wenn auch nicht beträchtlich, so doch immerhin beachtlich ist. Diese verschiedenartige Zunahme von ω ist

zahl $\omega = 1,22$ ergibt sich dagegen eine zulässige Gebrauchslast von 78 t und damit ein 3facher Sicherheitsgrad.

Demgegenüber ermittelt sich mit der in den D. B. für den vorliegenden Fall vorgeschriebenen Knickzahl $\omega = 2,15$ bei den Säulen der 1. bis 3. Versuchsreihe ein 4,9-, 5,5- bzw. 5,4facher Sicherheitsgrad.

b) Umschnürte Säulen.

1. Säulen ohne Knickgefahr.

a) Allgemeines.

Eine wesentliche Erhöhung der Tragfähigkeit von Eisenbetonsäulen läßt sich bekanntlich dadurch erzielen, daß als Querbewehrung kreisförmige Umschnürungen verwendet werden. Als solche Umschnürungen kommen gewöhnlich Ringbügel oder Spiraleisen in Betracht, wobei der Abstand der Ringe oder die Ganghöhe der Spiraleisen nicht mehr als 8 cm betragen darf.

Den Umschnürungen entsprechend ist der Querschnittsumriß der umschnürten Säulen entweder ein Kreis oder ein regelmäßiges Vieleck (gewöhnlich ein Achteck). Letztere Querschnittsform wird deshalb bevorzugt, weil sie einfacher auszuführen ist.

Wie versuchsmäßig erwiesen, ist die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen ohne Knickgefahr bestimmt durch

$$(14a) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_k + \sigma_q \cdot F_e + m \cdot \sigma_p \cdot F_s.$$

In dieser Gleichung bedeutet F_k den durch die Mitte der Querbewehrungseisen begrenzten Querschnitt des umschnürten Kerns; $F_s = \frac{\pi \cdot D}{t} \cdot f$, wenn D den mittleren Krümmungsdurchmesser der Querbewehrungseisen, f den Querschnitt der letzteren und t ihren Abstand in der Richtung der Säulenachse bezeichnen sowie m einen aus Versuchen ermittelten Beiwert.

Die sonstigen Bezeichnungen der Gl. 14a sind bekannt. Die Tragfähigkeit der umschnürten Säulen setzt sich demnach aus der Eigenfestigkeit des Kernbetons, aus dem Widerstand der Längseisen und aus dem Einfluß der Querbewehrung zusammen. Mit

$\frac{\sigma_q}{\sigma_p} = n$ und $(F_k + n \cdot F_e + m \cdot F_s) = F_{i_s}$ geht sie über in

$$(14b) \quad P_{r_{\max}} = \sigma_p \cdot F_{i_s}.$$

Die Anwendbarkeit der Gl. 14 ist im Hinblick auf die vorliegenden Versuchsergebnisse an die Bedingung geknüpft, daß der Querschnitt der Längseisen etwa 0,8 bis 8% des Kernquerschnitts und mindestens $\frac{1}{3}$ der Querbewehrung F_s beträgt. Außerdem ist sie an die Bedingung geknüpft, daß der Beiwert m der jeweiligen Prismenfestigkeit des Betons entsprechend eingesetzt wird. Abb. 6 enthält

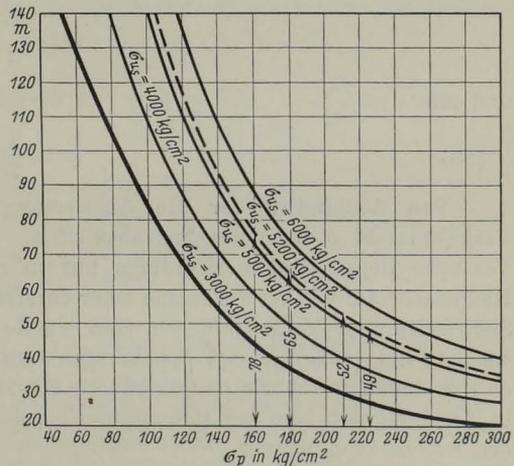


Abb. 6. Beziehungen zwischen σ_p , σ_{u_s} und m .