$$1. \ldots\ldots k_1 \,.\, F_e = k\frac{\delta}{4}$$

$$2. \ldots\ldots k\frac{\delta}{4}\cdot\frac{3}{4}\delta = M_{max}$$

woraus:

$$\mathrm{I.} \ldots\ldots \delta = 2{,}31\sqrt{\frac{M_{max}}{k}}$$

$$\mathrm{II.} \ldots\ldots F_e = \frac{1}{4}\,\frac{k}{k_1}\,\delta$$

II. Monier-Gewölbe für gleichmässig vertheilte Belastung, ganz und einseitig.

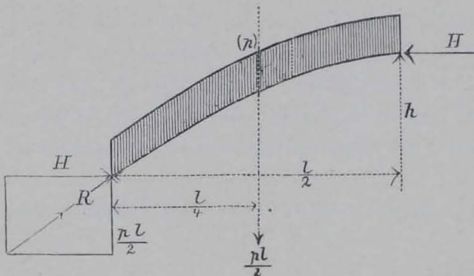
A. Kappengewölbe.

1. Volle Belastung.

a) Parabelbogen.

Für gleichmässig vertheilte volle Belastung ist der Parabelbogen Stützlinie. Ist also das Moniergewölbe nach einem Parabelbogen geformt, und bezeichnet p die Belastung für die Flächeneinheit Grundriss, l die Spannweite, h die Pfeilhöhe (Abb. 2), so erhält man aus der Kräftepaargleichung am halben Gewölbe den Seitenschub H, also aus Gleichung

Abb. 2.



$$Hh = \frac{pl}{2}\cdot\frac{l}{4} \quad \text{oder}$$

$$1. \ldots H = \frac{pl^2}{8h}$$

Der grösste Druck findet am Kämpfer statt, und ist daselbst

$$R = \sqrt{\left(\frac{pl}{2}\right)^2 + H^2} \quad \text{oder}$$

$$2. \ldots R = \frac{pl}{2}\sqrt{1 + \frac{l^2}{16\,h^2}}$$

Bezeichnet wie unter I:

δ die Dicke der Platte,

k die zulässige Druckspannung des Cementmörtels,

k_1 diejenige des Schmiedeeisens,

F_e den Eisenquerschnitt, so wird mit Gl. 2,

$$(\delta - F_e)\,k + F_e \,.\, k_1 = \frac{pl}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{16}\frac{l^2}{h^2}}$$

Setzt man $F_e = \frac{1}{n}\,\delta$, so wird

$$\delta = \frac{pl}{2}\,\frac{\sqrt{1 + \frac{1}{16}\frac{l^2}{h^2}}}{k + \frac{1}{n}(k_1 - k)}$$

Wir nehmen das Verhältniss $\frac{l}{h}$ konstant = 10; alsdann wird

$$\text{I.} \ldots \quad \delta = 1{,}35 \, \mathrm{pl} \frac{1}{k + \frac{1}{n}(k_1 - k)}$$

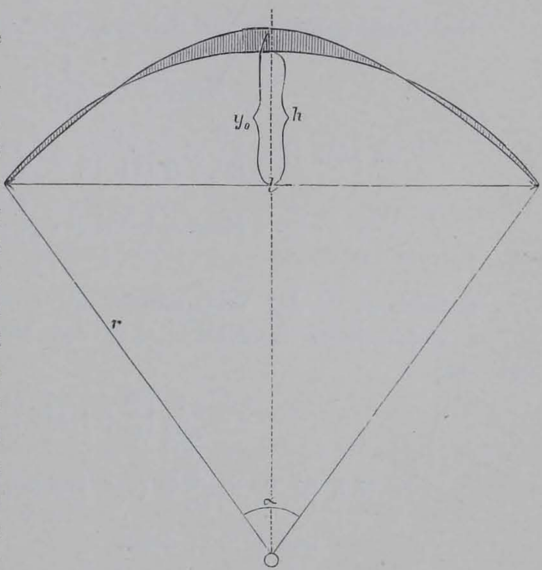
$$\text{II.} \ldots \quad F_e = \frac{1}{n} \delta$$

b) Kreisbogen.

Volle gleichmässig vertheilte Belastung.

Die unter a ermittelten Werthe gelten nur unter der gemachten Voraussetzung eines Parabelbogens. Wird letzterer in der Praxis durch einen Kreisbogen ersetzt, so treten noch Biegungsmomente auf, die mit wachsendem Pfeilverhältniss $\frac{h}{l}$ zunehmen. Um die Grösse derselben festzustellen, ist zu beachten, dass die Parabelstützlinie mit hinreichender Genauigkeit aus der Bedingung sich ableiten lässt, dass dieselbe um ebenso viel nach oben wie nach unten vom Kreisbogen abweicht (Abb. 3) in der Art, dass die algebraische Summe der senkrecht gestrichelten Momentenflächen gleich Null ist. Hiernach muss der Flächeninhalt des Parabelabschnitts mit der Pfeilhöhe y_0 gleich dem des Kreisabschnitts sein. Die Bedingung lautet daher:

Abb. 3.



$$\frac{2}{3} l \cdot y_0 = \frac{r^2}{2} \alpha - \frac{1}{2}(r - h)$$

$$\text{Da aber } \sin \alpha = \frac{l(r-h)}{r^2} \text{ und } r = \frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

so wird

$$\frac{2}{3} l \cdot y_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2}\right)^2 \left[\arcsin = \frac{l\left(\frac{l^2}{8h} - \frac{h}{2}\right)}{\left(\frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2}\right)^2}\right] - \frac{1}{2}\left(\frac{l^2}{8h} - \frac{h}{2}\right) \text{ oder}$$

$$\frac{y_0}{l} = \frac{3}{4}\left(\frac{l}{8h} + \frac{h}{2l}\right)^2 \left[\arcsin = \frac{8\frac{l^3}{h^3} - 32\frac{l}{h}}{\left(\frac{l^2}{h^2} + 4\right)^2}\right] - \frac{3}{4}\left(\frac{l}{8h} - \frac{h}{2l}\right)$$

für $\frac{1}{h} = 10$ gesetzt, erhält man

$$\frac{y_0}{1} = \frac{3}{356}(10 + 0{,}4)^2 \left(\text{arc sin} = \frac{8[10 - 0{,}4]}{[10 + 0{,}4]^2}\right) - \frac{3}{32}(10 - 0{,}4)$$

$$= \frac{3}{256} \cdot 108{,}16 \cdot 0{,}79 - \frac{3}{32} \cdot 9{,}6$$

$$= 1{,}0013 - 0{,}9$$

$$= 0{,}1013; \text{ also}$$

$$y_0 - h = 1\,(0{,}1013 - 0{,}10)$$

$$= 0{,}0013\ 1 = \frac{1}{770}\,1.$$

Das Biegungsmoment im Scheitel, welches das grösste, ist somit

$$M_{max} = H \cdot \frac{1}{770}\,1;$$

da aber $H = \frac{pl^2}{8y_0} = \frac{pl}{8 \cdot 0{,}1013} = 1{,}234$ pl, so wird

$$1. \ldots\ldots M_{max} = 1{,}234\ pl \cdot \frac{1}{770}\,1 = \frac{1}{624}\,pl^2$$

Bezeichnet W das Widerstandsmoment und F den Querschnitt, so ist bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Mitteldrucks H die grösste Spannung

$$\sigma = \frac{1}{624}\frac{pl^2}{W} + 1{,}234\,\frac{pl}{F}$$

Nun ist $W = \frac{3}{16}\,\delta^2$ (vgl. Monierplatte Gl. 2)

und $F = \delta$; daher

$$2. \ldots\ldots \sigma = \frac{1}{117}\frac{pl^2}{\delta^2} + 1{,}234\,\frac{pl}{\delta}$$

Setzt man $\sigma =$ der zulässigen Beanspruchung k, so ergiebt sich δ aus Gleichung

$$\delta^2 - 1{,}234\,\frac{pl}{k}\,\delta = \frac{1}{117}\frac{pl^2}{k}, \text{ woraus}$$

$$\text{I.} \ldots\ldots \delta = \frac{pl}{k}\left(0{,}617 + \sqrt{0{,}38 + \frac{1}{117}\frac{k}{p}}\right)$$

Der Eisenquerschnitt kann, wenn auch etwas zu gross, wie bei der Monierplatte angenommen werden, und zwar ist danach

$$\text{II.} \ldots\ldots, F_e = \frac{1}{4}\frac{k}{k_1}\,\delta$$

2. Einseitige Belastung.

Die ungünstigste einseitige Belastung liegt dann vor, wenn nahezu die Hälfte des Bogens belastet ist; ist dann p_1 die Last für die Flächeneinheit Grundriss, so wird der Seitenschub hinreichend genau $= \frac{p_1\, l^2}{16\,.\,y_0}$ und

$M_{max} = \frac{p_1\, l^2}{64}$; daher die grösste Beanspruchung

$$\sigma_1 = \frac{p_1\, l^2}{64\,.\,W} + \frac{p_1\, l^2}{16\, y_0\,.\,F}; \text{ für volle Belastung war}$$

$$\sigma = \frac{1}{624}\,\frac{p l^2}{W} + \frac{p\, l^2}{8\, y_0\, F}; \text{ soll } p_1 \text{ so gewählt werden, das } \sigma_1 = \sigma \text{ wird, so muss}$$

$$p_1 \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{16}\,\frac{1}{y_0}\cdot\frac{W}{F}\right) = p\left(\frac{1}{624} + \frac{1}{8}\,\frac{1}{y_0}\,\frac{W}{F}\right)$$

da aber $\frac{W}{F} = \frac{3}{16}\,\delta$ und $\frac{1}{y_0} = \frac{1}{0{,}1013\, l}$, so wird

$$\text{III.} \ldots\ldots \frac{p^1}{p} = \frac{\frac{1}{624} + \frac{1}{4{,}32}\,\frac{\delta}{l}}{\frac{1}{64} + \frac{1}{2{,}16}\,\frac{\delta}{l}}$$

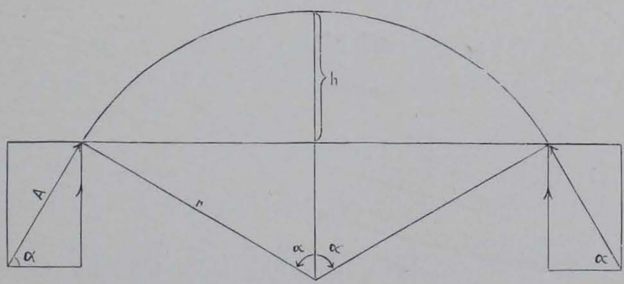
Man kann nun für den vorliegenden Zweck hinreichend genau für $\frac{\delta}{l}$ einen unveränderlichen Durchschnittswerth $= \frac{1}{120}$ einführen; es wird dann

$$\text{IV.} \ldots\ldots \frac{p^1}{p} = \text{rd. } \frac{1}{5}.$$

B. Kuppelgewölbe.

Die Rundeisenstäbe werden nach Richtungen der Trajektorien der Hauptspannungen eingelegt, folgen also (nach der Schwedler'schen Theorie) den Meridianen und Parallelkreisen.

Abb. 4.



Bezeichnet:

p das Gewicht der Flächeneinheit Kuppeloberfläche mit Einschluss der Auflast, die in radialer Richtung durchweg gleich hoch aufliege,

A die Meridianspannung für die Längeneinheit Parallelkreis (Druck positiv), B die Ringspannung für die Längeneinheit Meridian,

r der Halbmesser des die Kuppelfläche erzeugenden Kreisbogens, so muss zum Gleichgewicht in lothrechter Richtung unter beliebigem Mittelpunktswinkel α die Summe der lothrechten Seitenkräfte der Meridianspannungen A, also $A \sin \alpha \,.\, 2 r \sin \alpha \,.\, \pi$, dem Gewicht der Kuppelkalotte $= p \,.\, 2 r \pi h$ gleich sein, oder

$$A = \frac{p\,r\,h}{r \sin^2 \alpha} = \frac{p\,r\,(1 - \cos \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha}; \text{ oder}$$

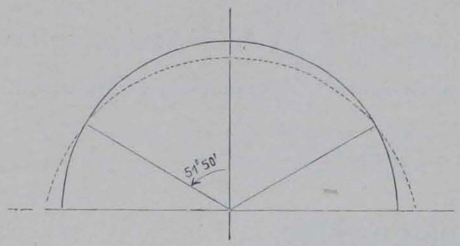
$$1. \ldots . \quad A = p\,r \frac{1}{1 + \cos \alpha}.$$

Zum Gleichgewicht im radialen Sinne (entsprechend der Grundgleichung $T = N \,.\, r$ bei cylindrischen Flächen) muss wegen der doppelten Krümmung der Kuppelfläche

$$A + B = p \cos \alpha \,.\, r \text{ sein, oder}$$

$$2. \ldots . \quad B = p\,r \left(\cos \alpha - \frac{1}{1 + \cos \alpha}\right)$$

Abb. 5.



Während A stets Druck ist, der mit α, also nach dem Rande der Kuppel hin wächst, bleibt B nur innerhalb eines Mittelpunktswinkels von 51° 50′ Druck und geht von da in Zug über, der gleichfalls nach dem Kuppelrande hin sehr rasch zunimmt, entsprechend der in Abb. 5 angedeuteten Formänderung.

Im Scheitel erreicht B_{Druck} seinen grössten Werth $= \frac{p\,r}{2}$, ebenso gross wie A daselbst; im Aequator wird $A = p\,r$ Druck, dagegen $B = - p\,r$ Zug.

Unter Zugrundelegung der beiden letzteren Werthe für die ganze Kuppel, wie unten geschehen, erhält man also auf alle Fälle ausreichende Stärken.

Bezeichnet nunmehr

δ die Dicke der Kuppel,

F_e den Eisenquerschnitt der Meridianstäbe für die Längeneinheit Parallelkreis,

F_e' den Eisenquerschnitt der Ringstäbe für die Längeneinheit Meridian,

k die zulässige Druckbeanspruchung des Cementbetons,

k_1 die zulässige Zug- oder Druckbeanspruchung des Schmiedeeisens, so wird, wenn

$$F_e = \frac{1}{n} \delta \text{ gesetzt wird,}$$

$$\frac{1}{n}\delta \,.\, k_1 + \delta\left(1 - \frac{1}{n}\right) k = p\, r, \text{ woraus}$$

$$\text{I.} \;\ldots\ldots\; \delta = \frac{p\,r}{1 + \frac{1}{n}(k_1 - k).}$$

Verzichtet man auf die Zugspannung des Cementbetons, so wird

$$\text{II.} \;\ldots\ldots\; F_o' = \frac{p\,r}{k_1}; \text{ endlich wie oben}$$

$$\text{III.} \;\ldots\ldots\; F_e = \frac{1}{n}\delta.$$

III. Cylindrische Röhren.

a) Mit **innerem** Normaldruck.

Bezeichnet

r den halben lichten Durchmesser der Röhre, deren Länge gleich der Längeneinheit;

p den Normaldruck für die Flächeneinheit der inneren Röhrenwandfläche;

δ die Stärke der Röhrenwand;

k die zulässige Zugbeanspruchung des Cementbetons;

k_1 diejenige des Schmiedeeisens;

F_e den Eisenquerschnitt, so wird

$$(\delta - F_e)\, k + F_e \,.\, k_1 = p \,.\, r$$

Setzt man $F_e = \frac{1}{n}\delta$, so wird

$$\delta = \frac{p\,.\,r}{k + \frac{1}{n}(k_1 - k)}$$

b) Mit **äusserem** Normaldruck.

Derselbe Werth für δ gilt auch für Röhren mit Normaldruck von Aussen, wobei indess für k und k_1 die zulässigen Druckspannungen der bezüglichen Materialien einzuführen sind.

IV. Freistehende cylindrische Wasserbehälter.

Bezeichnet

r den halben lichten Durchmesser des Behälters;

h die Höhe des höchsten Wasserspiegels über der Sohle;

γ das Einheitsgewicht des Wassers;

δ die Wandstärke in beliebiger Tiefe x unter dem höchsten Wasserspiegel;