

THEORIE

einiger wichtiger Konstruktionen

nach System Monier

Metallgerippe mit Cementschüttung

nach der von Regierungs-Baumeister M. Koenen im Centralblatt der Bauverwaltung (Jahrgang 1886) angegebenen, mit den Belastungsversuchen übereinstimmenden Berechnungsweise.

I. Monier-Platten, beliebig belastet.

Monier-Platten, welche wie zwei Balken auf zwei Stützen auf Biegung in Anspruch genommen werden, mögen dieselben eben oder von Auflager zu Auflager beliebig, aber einfach gekrümmt sein, also auch bogenförmige Gebilde, die bei freier Beweglichkeit der Auflager im wagerechten Sinne von nur senkrecht gerichteten Auflagerdrücken getragen werden, also keinen Seitenschub ausüben bezw. für sich in Anspruch nehmen sollen, erhalten Stärke und Eisenquerschnitt nach folgender Festigkeitsberechnung:

Es sei gegeben eine Platte, deren Breite gleich der Längeneinheit und es bezeichne:

δ die Dicke der Platte,

F_e den Eisenquerschnitt,

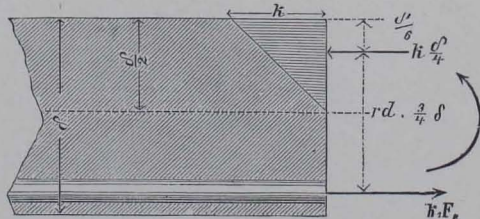
M_{\max} das grösste Biegemoment,

k die zulässige Druckspannung des Cementschüttels,

k_1 die gestattete Zugspannung des Schmiedeeisens;

bringt man die inneren Kräfte, welche das Widerstandskräftepaar ergeben, in der hiernebenangedeuteten Weise in Ansatz (Abb. 1), wobei auf die Zugspannung des Cementschüttels verzichtet ist, so berechnen sich δ und F_e aus den beiden Gleichgewichtsbedingungen:

Abb. 1.



$$\begin{aligned}
 1. \dots \dots k_1 \cdot F_e &= k \frac{\delta}{4} \\
 2. \dots \dots k \frac{\delta}{4} \cdot \frac{3}{4} \delta &= M_{\max} \\
 &\text{woraus:} \\
 \text{I.} \dots \dots \delta &= 2,31 \sqrt{\frac{M_{\max}}{k}} \\
 \text{II.} \dots \dots F_e &= \frac{1}{4} \frac{k}{k_1} \delta
 \end{aligned}$$

II. Monier-Gewölbe für gleichmässig vertheilte Belastung, ganz und einseitig.

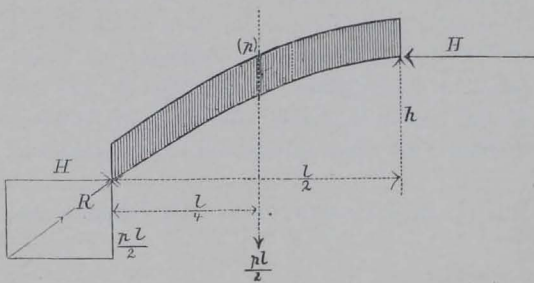
A. Kappengewölbe.

1. Volle Belastung.

a) Parabelbogen.

Für gleichmässig vertheilte volle Belastung ist der Parabelbogen Stützlinie. Ist also das Moniergewölbe nach einem Parabelbogen geformt, und bezeichnet p die Belastung für die Flächeneinheit Grundriss, l die Spannweite, h die Pfeilhöhe (Abb. 2), so erhält man aus der Kräftepaargleichung am halben Gewölbe den Seitenschub H , also aus Gleichung

Abb. 2.



$$Hh = \frac{pl}{2} \cdot \frac{1}{4} \quad \text{oder}$$

$$1. \dots \dots H = \frac{pl^2}{8h}$$

Der grösste Druck findet am Kämpfer statt, und ist daselbst

$$R = \sqrt{\left(\frac{pl}{2}\right)^2 + H^2} \quad \text{oder}$$

$$2. \dots \dots R = \frac{pl}{2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{16h^2}}$$

Bezeichnet wie unter I:

δ die Dicke der Platte,

k die zulässige Druckspannung des Cementmörtels,

k_1 diejenige des Schmiedeeisens,

F_e den Eisenquerschnitt, so wird mit Gl. 2,

$$(\delta - F_e) k + F_e \cdot k_1 = \frac{pl}{2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{16h^2}}$$

Setzt man $F_e = \frac{1}{n} \delta$, so wird

$$\delta = \frac{pl}{2} \frac{\sqrt{1 + \frac{l^2}{16h^2}}}{k + \frac{1}{n} (k_1 - k)}$$

Wir nehmen das Verhältniss $\frac{l}{h}$ konstant = 10; alsdann wird

$$\text{I. } \delta = 1,35 \text{ pl } \frac{1}{k + \frac{1}{n} (k_1 - k)}$$

$$\text{II. } F_e = \frac{1}{n} \delta$$

b) Kreisbogen.

Volle gleichmässig vertheilte Belastung.

Die unter a) ermittelten Werthe gelten nur unter der gemachten Voraussetzung eines Parabelbogens. Wird letzterer in der Praxis durch einen Kreisbogen ersetzt, so treten noch Biegemomente auf, die mit wachsendem Pfeilverhältniss

$\frac{h}{l}$ zunehmen. Um die

Grösse derselben festzustellen, ist zu beachten, dass die Parabelstützlinie mit hinreichender Genauigkeit aus der Bedingung sich ableiten lässt, dass dieselbe um ebenso viel nach oben wie nach unten vom Kreisbogen abweicht (Abb. 3) in der Art, dass die algebraische Summe der senkrecht gestrichelten Momentenflächen gleich Null ist. Hiernach muss der Flächeninhalt des Parabelabschnitts mit der

Pfeilhöhe y_0 gleich dem des Kreisabschnitts sein. Die Bedingung lautet daher:

$$\frac{2}{3} l \cdot y_0 = \frac{r^2}{2} \alpha - \frac{1}{2} (r-h)$$

$$\text{Da aber } \sin \alpha = \frac{l(r-h)}{r^2} \text{ und } r = \frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

so wird

$$\frac{2}{3} l \cdot y_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2} \right)^2 \left[\arcsin \frac{1 \left(\frac{l^2}{8h} - \frac{h}{2} \right)}{\left(\frac{l^2}{8h} + \frac{h}{2} \right)^2} \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{l^2}{8h} - \frac{h}{2} \right) \text{ oder}$$

$$\frac{y_0}{l} = \frac{3}{4} \left(\frac{l}{8h} + \frac{h}{2l} \right)^2 \left[\arcsin \frac{8 \frac{l^3}{h^3} - 32 \frac{l}{h}}{\left(\frac{l^2}{h^2} + 4 \right)^2} \right] - \frac{3}{4} \left(\frac{l}{8h} - \frac{h}{2l} \right)$$

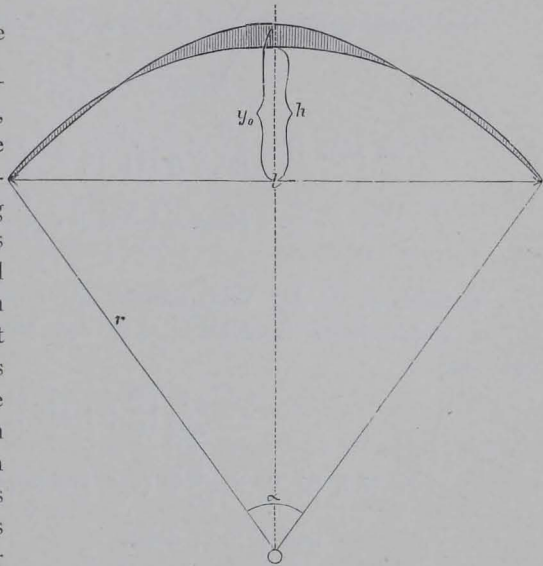


Abb. 3.

für $\frac{1}{h} = 10$ gesetzt, erhält man

$$\frac{y_0}{l} = \frac{3}{356} (10 + 0,4)^2 \left(\arcsin = \frac{8 [10 - 0,4]}{[10 + 0,4]^2} \right) - \frac{3}{32} (10 - 0,4)$$

$$= \frac{3}{256} \cdot 108,16 \cdot 0,79 - \frac{3}{32} \cdot 9,6$$

$$= 1,0013 - 0,9$$

$$= 0,1013; \text{ also}$$

$$y_0 - h = l (0,1013 - 0,10)$$

$$= 0,0013 \cdot l = \frac{1}{770} l.$$

Das Biegemoment im Scheitel, welches das grösste, ist somit

$$M_{\max} = H \cdot \frac{1}{770} l;$$

da aber $H = \frac{pl^2}{8y_0} = \frac{pl}{8 \cdot 0,1013} = 1,234 pl$, so wird

$$1. \dots \dots M_{\max} = 1,234 pl \cdot \frac{1}{770} l = \frac{1}{624} pl^2$$

Bezeichnet W das Widerstandsmoment und F den Querschnitt, so ist bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Mitteldrucks H die grösste Spannung

$$\sigma = \frac{1}{624} \frac{pl^2}{W} + 1,234 \frac{pl}{F}$$

Nun ist $W = \frac{3}{16} \delta^3$ (vgl. Monierplatte Gl. 2)

und $F = \delta$; daher

$$2. \dots \dots \sigma = \frac{1}{117} \frac{pl^2}{\delta^2} + 1,234 \frac{pl}{\delta}$$

Setzt man $\sigma =$ der zulässigen Beanspruchung k , so ergibt sich δ aus Gleichung

$$\delta^2 - 1,234 \frac{pl}{k} \delta = \frac{1}{117} \frac{pl^2}{k}, \text{ woraus}$$

$$1. \dots \dots \delta = \frac{pl}{k} \left(0,617 + \sqrt{0,38 + \frac{1}{117} \frac{k}{p}} \right)$$

Der Eisenquerschnitt kann, wenn auch etwas zu gross, wie bei der Monierplatte angenommen werden, und zwar ist danach

$$II. \dots \dots F_e = \frac{1}{4} \frac{k}{k_1} \delta$$

2. Einseitige Belastung.

Die ungünstigste einseitige Belastung liegt dann vor, wenn nahezu die Hälfte des Bogens belastet ist; ist dann p_1 die Last für die Flächeneinheit Grundriss, so wird der Seitenschub hinreichend genau $= \frac{p_1 l^2}{16 \cdot y_0}$ und

$$M_{\max} = \frac{p_1 l^2}{64}; \text{ daher die grösste Beanspruchung}$$

$$\sigma_1 = \frac{p_1 l^2}{64 \cdot W} + \frac{p_1 l^2}{16 y_0 \cdot F}; \text{ für volle Belastung war}$$

$$\sigma = \frac{1}{624} \frac{p l^2}{W} + \frac{p l^2}{8 y_0 F}; \text{ soll } p_1 \text{ so gewählt werden, das } \sigma_1 = \sigma \text{ wird, so muss}$$

$$p_1 \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{16} \frac{1}{y_0} \cdot \frac{W}{F} \right) = p \left(\frac{1}{624} + \frac{1}{8} \frac{1}{y_0} \frac{W}{F} \right)$$

$$\text{da aber } \frac{W}{F} = \frac{3}{16} \delta \text{ und } \frac{1}{y_0} = \frac{1}{0,1013 l}, \text{ so wird}$$

$$\text{III. } \dots \dots \frac{p^1}{p} = \frac{\frac{1}{624} + \frac{1}{4,32} \frac{\delta}{l}}{\frac{1}{64} + \frac{1}{2,16} \frac{\delta}{l}}$$

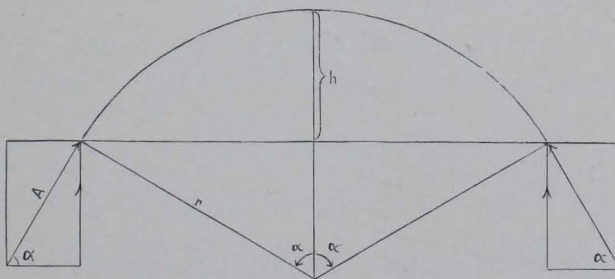
Man kann nun für den vorliegenden Zweck hinreichend genau für $\frac{\delta}{l}$ einen unveränderlichen Durchschnittswerth $= \frac{1}{120}$ einführen; es wird dann

$$\text{IV. } \dots \dots \frac{p^1}{p} = \text{rd. } \frac{1}{5}.$$

B. Kuppelgewölbe.

Die Rundeisenstäbe werden nach Richtungen der Trajektorien der Hauptspannungen eingelegt, folgen also (nach der Schwedler'schen Theorie) den Meridianen und Parallelkreisen.

Abb. 4.



Bezeichnet:

p das Gewicht der Flächeneinheit Kuppeloberfläche mit Einschluss der Auflast, die in radialer Richtung durchweg gleich hoch aufliege,

A die Meridianspannung für die Längeneinheit Parallelkreis (Druck positiv),

B die Ringspannung für die Längeneinheit Meridian,
 r der Halbmesser des die Kuppelfläche erzeugenden Kreisbogens,
 so muss zum Gleichgewicht in lothrechter Richtung unter beliebigem
 Mittelpunktswinkel α die Summe der lothrechten Seitenkräfte der Meridian-
 spannungen A, also $A \sin \alpha \cdot 2 r \sin \alpha \cdot \pi$, dem Gewicht der Kuppel-
 kalotte $= p \cdot 2 r \pi h$ gleich sein, oder

$$A = \frac{p r h}{r \sin^2 \alpha} = \frac{p r (1 - \cos \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha}; \text{ oder}$$

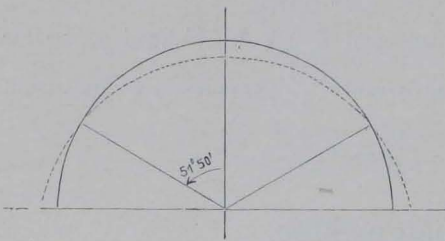
$$1. \dots A = p r \frac{1}{1 + \cos \alpha}.$$

Zum Gleichgewicht im radialen Sinne (entsprechend der Grund-
 gleichung $T = N \cdot r$ bei cylindrischen Flächen) muss wegen der doppelten
 Krümmung der Kuppelfläche

$$A + B = p \cos \alpha \cdot r \text{ sein, oder}$$

$$2. \dots B = p r \left(\cos \alpha - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right)$$

Abb. 5.



Während A stets Druck ist,
 der mit α , also nach dem Rande
 der Kuppel hin wächst, bleibt
 B nur innerhalb eines Mittel-
 punktswinkels von $51^\circ 50'$ Druck
 und geht von da in Zug über,
 der gleichfalls nach dem Kuppel-
 rande hin sehr rasch zunimmt,
 entsprechend der in Abb. 5 an-
 gedeuteten Formänderung.

Im Scheitel erreicht B_{Druck} seinen grössten Werth $= \frac{p r}{2}$,
 ebenso gross wie A daselbst; im Aequator wird $A = p r$
 Druck, dagegen $B = - p r$ Zug.

Unter Zugrundelegung der beiden letzteren Werthe für die ganze
 Kuppel, wie unten geschehen, erhält man also auf alle Fälle ausreichende
 Stärken.

Bezeichnet nunmehr

δ die Dicke der Kuppel,

F_e den Eisenquerschnitt der Meridianstäbe für die Längeneinheit
 Parallelkreis,

F_e' den Eisenquerschnitt der Ringstäbe für die Längeneinheit
 Meridian,

k die zulässige Druckbeanspruchung des Cementbetons,

k_1 die zulässige Zug- oder Druckbeanspruchung des Schmiede-
 eisens, so wird, wenn

$$F_e = \frac{1}{n} \delta \text{ gesetzt wird,}$$

$$\frac{1}{n} \delta \cdot k_1 + \delta \left(1 - \frac{1}{n} \right) k = p r, \text{ woraus}$$

$$\text{I. } \delta = \frac{p r}{1 + \frac{1}{n} (k_1 - k)}.$$

Verzichtet man auf die Zugspannung des Cementbetons, so wird

$$\text{II. } F_e' = \frac{p r}{k_1}; \text{ endlich wie oben}$$

$$\text{III. } F_e = \frac{1}{n} \delta.$$

III. Cylindrische Röhren.

a) Mit **innerem** Normaldruck.

Bezeichnet

r den halben lichten Durchmesser der Röhre, deren Länge gleich der Längeneinheit;

p den Normaldruck für die Flächeneinheit der inneren Röhrenwandfläche;

δ die Stärke der Röhrenwand;

k die zulässige Zugbeanspruchung des Cementbetons;

k_1 diejenige des Schmiedeeisens;

F_e den Eisenquerschnitt, so wird

$$(\delta - F_e) k + F_e \cdot k_1 = p \cdot r$$

Setzt man $F_e = \frac{1}{n} \delta$, so wird

$$\delta = \frac{p \cdot r}{k + \frac{1}{n} (k_1 - k)}$$

b) Mit **äusserem** Normaldruck.

Derselbe Werth für δ gilt auch für Röhren mit Normaldruck von Aussen, wobei indess für k und k_1 die zulässigen Druckspannungen der bezüglichen Materialien einzuführen sind.

IV. Freistehende cylindrische Wasserbehälter.

Bezeichnet

r den halben lichten Durchmesser des Behälters;

h die Höhe des höchsten Wasserspiegels über der Sohle;

γ das Einheitsgewicht des Wassers;

δ die Wandstärke in beliebiger Tiefe x unter dem höchsten Wasserspiegel;

F_e den Eisenquerschnitt der Wand daselbst f. d. Tiefeneinheit;
 δ_h die Wandstärke an der Sohle in der Tiefe h unter dem
höchsten Wasserspiegel;

k die zulässige Zugbeanspruchung des Cementbetons;

k_1 diejenige des Schmiedeeisens, so wird

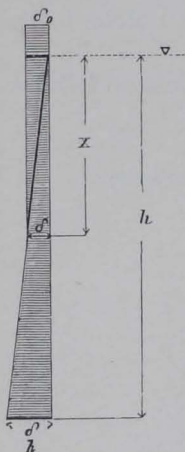
$$(\delta - F_e) k + F_e \cdot k_1 = \gamma \cdot x \cdot r.$$

Setzt man $F_e = \frac{1}{n} \delta$, so wird

$$1. \dots \delta = \frac{\gamma \cdot x \cdot r}{k + \frac{1}{n} (k_1 - k)}$$

Nach dieser Formel wächst δ mit der Tiefe x nach der Geraden;
für $x = 0$ wird also die Wandstärke $\delta = 0$, eine praktische Unmöglichkeit;
man muss vielmehr mit einer passenden Anfangsstärke δ_0 und dem
entsprechenden Eisenquerschnitt $\frac{1}{n} \delta_0$ beginnen und diese zweckmässig bis

Abb. 6.



zu der Tiefe beibehalten, wo sie dem berechneten
Werthe gleich wird; von da ab tritt obige Formel für
 δ in ihre Rechte.

Für die Tiefe h wird

$$2. \dots \delta_h = \frac{\gamma \cdot h \cdot r}{k + \frac{1}{n} (k_1 - k)}$$

Durch Division der beiden Gleichungen durch
einander ergibt sich

$$3. \dots \frac{\delta}{\delta_h} = \frac{x}{h}$$

Nachdem δ_h berechnet, findet man δ für jede
Tiefe x bequem durch nebenstehende Konstruktion
(Abb. 6), in welcher auch die Anfangsstärke δ_0 be-
rücksichtigt ist.

