

geht, die durch die einschliessenden Mauern der Treppe gebildet werden. Bei der Konstruktion der Treppen aus Holz würde es fehlerhaft sein, die Richtung der Vorderseite einer Stufe in der Richtung der Diagonalen $A'B'$ und $C'D'$ anzuordnen; die Konstruktion dieser Treppe aus Schnittsteinen erfordert aber, dass die Diagonalen $A'B'$ und $C'D'$ mit dem Grundriss der Vorderseite einer Stufe zusammenfallen.

Die Anordnung der Stufen dieser Treppe geschieht nun in der Art, dass man zunächst die Diagonalen $A'B'$ und $C'D'$ zieht, dieselben in den Punkten F' und G' halbiert und die gerade Linie $F'G'$ zieht. Hierauf trage man die mittlere Breite, welche man jeder Stufe zu geben beabsichtigt, von F' nach G' , und wenn etwa kein Theilpunkt in G' treffen würde, ändere man die mittlere Stufenbreite dahin, dass ein Theilpunkt in G' fällt. Durch die erhaltenen Theilpunkte und durch den Mittelpunkt M' ziehe man sodann die geraden Linien $I'K'$, $L'N'$, $O'P'$ u. s. f., so stellen diese die Grundrisse der Vorderseiten der Stufen vor. Eben so findet man die Grundrisse der Vorderseiten der Stufen in den drei übrigen Treppenarmen. Nachdem die Projektionen der Stufen der Treppe ermittelt sind, wende man sich zunächst zur Bestimmung der Projektionen des steigenden Gewölbes, welches die Treppenstufen trägt. Die innere Fläche dieses Gewölbes ist die Vereinigung von vier gleichen windschiefen steigenden Tonnengewölben, welche zwischen den einschliessenden Mauern der Treppe sich befinden. Fig. 534 stellt eine gerade Ansicht dieser Gewölbekonstruktion vor. Der Halbkreis $A''F''B''$ ist der Aufriss der Gratlinie, deren Grundriss die gerade Linie $A'B'$ ist, und der Halbkreis $D''G''C''$ ist der Aufriss der Gratlinie über der Diagonale $C'D'$ Fig. 535. Die Lage dieses zweiten Halbkreises $D''G''C''$ wird erhalten, wenn man die Länge der geraden Linie D^0D'' mit der Summe der Steigung aller Stufen, welche in dem einen Treppenarme sich befinden, gleich gross macht. Da hier in jedem Treppenarme 6 Stufen angeordnet worden sind, so muss die Länge der Linie D^0D'' die Steigung h jeder Stufe 6 Mal enthalten. Die beiden Halbkreise $A''F''B''$ und $D''G''C''$ Fig. 534 theile man nun in so viel gleiche Theile, als das Gewölbe Steinschichten erhalten soll, und verbinde die ähnlich liegenden Punkte durch gerade Linien: dadurch erhält man die windschiefen Linien, welche den Aufriss der inneren Leibungsfugen des Gewölbes in dem Treppenarme $A'B'D'C'$ vorstellen.

Der Treppenarm, dessen Grundriss die Figur $C'W'R'D'$ zur Hälfte vorstellt, enthält ebenfalls 6 Treppenstufen; wenn man daher die Höhe $C''W''$ gleich gross macht mit der Steigung dreier Treppenstufen und durch den Punkt W'' mit dem Radius $F''B''$ einen dritten Halbkreis konstruirt, so stellt dieser den Aufriss der Richtungslinie des Gewölbes vor, deren Grundriss die gerade Linie $R'W'$ ist. Theilt man nun auch diesen Halbkreis eben so, wie der Halbkreis $D''G''C''$ eingetheilt wurde, und verbindet man ähnlich liegende Punkte durch gerade Linien, so ergeben sich die parallelen Linien $G''H''$, $a''b''$, $c''e''$ und $m''n''$, welche den Aufriss der windschiefen Leibungsfugen des Gewölbes über $C'D'R'W'$ vorstellen. Damit die Figur nicht undeutlich werde, ist der Aufriss dieses Gewölbtheils nur zur Hälfte in Fig. 534 gezeichnet worden.

Um noch die Gratlinien zu erhalten, in welchen die steigenden Tonnen sich schneiden, darf man nur über $O'P'$ Fig. 535 einen Halbkreis beschreiben, in den Punkten o' , p' u. s. f. gerade Linien senkrecht auf $A'B'$ ziehen und diese gleich gross machen mit den Höhen jenes Halbkreises in den ähnlich liegenden Punkten, also $o'(o) = q'(q)$, $p'(p) = r'(r)$ u. s. f.; dadurch erhält man Punkte (o) , (p) u. s. f. der Gratlinie, von welcher die Rede ist.

Die innere einschliessende Mauer der Treppe, deren Grundriss durch die Fig. $Q'B'D'R'$ zur Hälfte vorgestellt wird, ist entweder hohl oder nicht, und heisst die Spindel der Treppe.

Von den Treppen mit geraden Armen auf vorspringendem Gewölbe.

§. 147.

Die Konstruktion der Treppen mit geraden Armen auf einem vorspringenden Gewölbe geht aus Fig. 536, Fig. 537 und Fig. 538 deutlich hervor. Fig. 538 ist der Grundriss dreier Arme dieser Treppenanlage. Zwischen je zwei Treppenarmen befindet sich ein Podest, unter welchem das vorspringende Gewölbe entweder ein Klostergewölbe bildet, wie die Fig. A in Fig. 538 zeigt, oder das vorspringende Gewölbe bildet hier ein konisches Gewölbe, wie Fig. B zeigt. Wenn die Podeste nach Art der Klostergewölbe unterwölbt werden, so stellt Fig. 537 eine gerade Ansicht dieser Treppenkonstruktion vor; wird aber das Gewölbe unter den Podesten konisch angeordnet, so ist die gerade Ansicht der Treppe wie Fig. 536 zeigt.

Von den Treppen zwischen cylindrischen Mauern.

§. 148.

Fig. 540 Tafel XLVI ist der Grundriss einer Treppe zwischen zwei cylindrischen Mauern und Fig. 539 ist ein vertikaler Durchschnitt, Steinschnitt.

schnitt nach der Richtung AE des Grundrisses. Diese Treppen können eine oder mehrere Wendungen erhalten und bekommen in gewissen Entfernungen Ruheplätze. Die Richtung der Vorderseiten der Stufen geht durch den Mittelpunkt M der cylindrischen Mauern, und es erhalten daher die Stufen an dem innern Kopfende eine geringere Breite als an dem äussern Kopfende. Je kleiner der Radius MC der innern cylindrischen Mauer ist, desto schmaler wird der Auftritt der Stufe in der Nähe ihres innern Kopfendes und desto unbequemer ist die Besteigung der Treppe. Aus diesem Grunde muss darauf gehalten werden, dass die Länge CM grösser sei als $\frac{1}{3} AE$, oder die Breite AC der Treppe geringer als $\frac{1}{3} AE$.

Um die Eintheilung der Treppenstufen zu machen, halbire man die Breite GE der Treppe in D und konstruirt aus dem Mittelpunkte M den Kreisbogen DFB . Sodann trage man die der Steigung entsprechende Breite des Auftritts auf diesen Kreisbogen DFB und ziehe durch die erhaltenen Theilpunkte und durch den Mittelpunkt M gerade Linien, so stellen diese die ersten Projektionen der Vorderflächen der Stufen vor.

Fig. 542 ist der Grundriss und Fig. 541 ein mittlerer gerader Durchschnitt einer Treppe zwischen zwei cylindrischen Mauern, von welchen aber nur die äussere Mauer beliebig fortgesetzt wird, die innere aber in treppenförmigen Absätzen endigt. Diese Absätze haben die Höhe von 2 bis 3 Stufen zur Höhe.

Die Fig. 543 und 544 zeigen endlich noch die Konstruktion einer Treppe, wo die äussere einschliessende cylindrische Mauer beliebig fortgesetzt gedacht werden kann, die innere cylindrische Mauer aber nur bis zur Treppe reicht und hier in einer krummen Wange endigt, welche von einer Schraubenfläche begrenzt wird. Die beiden Seitenflächen der Wange endigen oberhalb in Kurven, welche man Schraubenlinien nennt. Diese Schraubenlinien treten 5 bis 8 cm über der vorderen Oberkante jeder Stufe hervor.

In den Fig. 545 und 546 haben wir einen Theil der cylindrischen Wangenmauer in den vierfachen Maassen, nach welchen Fig. 544 gezeichnet worden ist, projicirt. Fig. 546 ist der Grundriss und Fig. 545 eine gerade Ansicht der Wangenmauer.

Die Steinschichten der Wangenmauer haben eine horizontale Lage und horizontale Lagerfugen, von welchen die obere schiefe Fläche der Wangenmauer in spitzen Winkeln geschnitten würde, wenn die horizontalen Lagerfugen in gerader Richtung bis zur Schraubenfläche sich erstreckten. Aus diesem Grunde müssen jene horizontalen Lagerfugen in der Nähe der Schraubenfläche in der Art gebrochen werden, dass ihre Richtung normal auf den Schraubenlinien steht, welche durch die Oberkanten der Wange gebildet werden. Um nun diese Richtung zu erhalten, theile man den Kreisquadrant $a'i'$ Fig. 546 in so viel gleiche Theile als Lagerfugen die obere Fläche der Wangenmauer in einem Quadrat begegnen; geschieht dies etwa von vier Lagerfugen, so theile man den Kreisbogen $a'i'$ in vier gleiche Theile, indem man $a'd' = d'g' = g'h' = h'i'$ macht, und ziehe durch diese Theilpunkte und durch den Mittelpunkt m' die geraden Linien $d'n'$, $g'q'$ und $h'r'$. Nachdem dies geschehen ist, trage man denjenigen Theil der Schraubenlinien der Wange aus, welcher einer horizontalen Steinschicht entsprechen würde, wenn die horizontalen Lager in gerader Richtung die Schraubenfläche schneiden würden. Zu dem Ende mache man in Fig. 547 die gerade Linie ae gleich dem Kreisbogen $a'd'$ Fig. 546, af Fig. 547 gleich $k'n'$ Fig. 546, ziehe ap senkrecht auf af und mache diese Linie gleich der Höhe einer Steinschicht. Zieht man nun die geraden Linien pe und pf , so stellen diese die ausgezogenen Schraubenlinien vor, um die es sich handelte.

Man mache nun die Länge ao gleich 8 bis 15 cm, ziehe oh parallel mit af und aus den Punkten h und n gerade Linien hi und nc senkrecht auf af , sowie hd senkrecht auf pf und nb senkrecht auf pe . Ferner werde $a'b'$ Fig. 546 gleich ec Fig. 547 gemacht, $a'c'$ Fig. 546 gleich eb Fig. 547, $k'l'$ Fig. 546 gleich $f'i'$ Fig. 547 und $k'm'$ Fig. 546 gleich $f'd'$ Fig. 547.

Sodann werde der Punkt b' Fig. 546 auf den entsprechenden Aufriss der innern Schraubenlinie nach b'' Fig. 545 projicirt, der Punkt l' auf die äussere Schraubenlinie nach l'' und der Punkt c' auf die gerade Linie $x''k''$ nach c'' ; verbindet man nun die Punkte b'', l'' und c'', w'' Fig. 546 durch gerade Linien, so wie auch in Fig. 545 die Punkte b'', l'' und c'', b'' , so ist die gebrochene Linie $x''c''b''l''$ der Aufriss der obern Lagerfuge der untersten Steinschicht.

Man mache ferner $d'e'$ Fig. 546 gleich $a'b'$, $d'f'$ gleich $a'c'$, $n'o'$ gleich $k'l'$ und $n'p'$ gleich $k'w'$, projicire sodann e' nach e'' Fig. 545, f' nach f'' und o' nach o'' , ziehe die geraden Linien $f''e''$ und $e''o''$: diese Linien stellen alsdann den Aufriss desjenigen Theils der zweiten Lagerfuge vor, welcher auf der Schraubenfläche normal steht.

Auf demselben Wege werden die Projektionen der übrigen Lagerfugen erhalten.

Fig. 548 stellt einen Stein der cylindrischen Wangenmauer vor; Fig. 549 und Fig. 550 zeigen Wangensteine der cylindrischen Mauer, an welchen Theile der Schraubenfläche sich befinden; Fig. 549 stellt den untersten und Fig. 550 den zunächst folgenden Wangenstein vor.

Um einen Wangenstein mit der Schraubenfläche zu bearbeiten, etwa den in Fig. 550 dargestellten Stein, sucht der Arbeiter zunächst das Cylinderstück $ABCDEFGH$ darzustellen, und zwar mittelst der Schablone der Lagerfugen und der Schablone der Stirnenden des Steins. Nachdem dies Cylinderstück bearbeitet worden ist, werden in mehreren Punkten der Bogen AG und BF gerade Linien senkrecht zum untern Lager gezogen und auf diesen die entsprechenden Höhen der beiden Schraubenlinien getragen, welche dieser Stein erhalten soll. Eben so werden alle übrigen Grenzpunkte des Steins mittelst Stichmaass aufgetragen und hiernach der Stein vollständig bearbeitet.

§. 149.

In dem Vorigen hatten wir vorausgesetzt, dass die Oberseite der Wange durch die Steinschichten der inneren cylindrischen Wangenmauer gebildet werde. Statt dessen kann man aber auch das kleinere Stirnende jeder Treppenstufe mit dem Wangensteine in der Art verbinden, wie dies später bei den freitragenden Treppen mit Wangen gezeigt wird. Oder man bildet auch wohl die Wange aus einer für sich bestehenden Steinschicht, welche zwischen zwei parallelen Schraubenflächen sich befindet und gegen welche die Schichten der cylindrischen Mauer in der Weise endigen, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde. Wie nun in diesem letzteren Falle ein solches Wangenstück projicirt und bearbeitet werde, ist aus den Fig. 551 bis 557 zu ersehen.

Es stellt nämlich Fig. 552 den Grundriss eines Wangenstücks vor und Fig. 551 eine gerade Ansicht desselben, welche auf folgendem Wege erhalten wird.

Man theile den Bogen $a'd'$ in vier gleiche Theile, indem man $a'b' = b'i' = i'c' = c'd'$ macht, und ziehe durch die erhaltenen Theilpunkte und durch den Mittelpunkt m' die geraden Linien $b'g'$, $i'k'$ und $c'f'$.

2. In Fig. 551 mache man $K''e''$ gleich der Höhe der Steigung dieses Wangenstücks und theile diese Höhe eben so ein, wie der Kreisbogen $a'd'$ eingetheilt wurde; dies gebe die Punkte L'' , M'' und N'' . Durch diese Punkte ziehe man gerade Linien $L''g''$, $M''i''$, $N''c''$ und $e''d''$ parallel mit der angenommenen Projektionsbasis $R''K''$, und projicire den Punkt a' Fig. 552 nach a'' Fig. 551 und h' nach h'' auf die gerade Linie $R''K''$. Ferner projicire man b' nach b'' und g' nach g'' auf die Linie $L''g''$, den Punkt i' nach i'' , c' nach c'' und f' nach f'' und endlich d' nach d'' und e' nach e'' .

3. Durch die Punkte a'' , b'' , i'' , c'' , d'' konstruiren man eine entsprechende Kurve, so wie auch durch die Punkte h'' , g'' , i'' , f'' und e'' eine desgleichen. Diese zwei Kurven sind die Aufrisse von den zwei unteren Schraubenlinien dieses Wangenstücks. Und um den Aufriss der oberen Schraubenlinien zu erhalten, darf man nur in den Punkten a'' , h'' , b'' , g'' , i'' , c'' , f'' , d'' und e'' lothrechte Linien konstruiren und diese mit der lothrechten Entfernung der beiden inneren oder äusseren Schraubenlinien gleich gross machen, dadurch erhält man Punkte für die Projektionen der zwei oberen Schraubenlinien.

4. Schreite man zur Bestimmung der Projektionen der Stossfugen dieses Wangenstücks. Diese Stossfugen können eben oder windschief sein. Sollen die Stossfugen eben sein, so können die Durchschnittslinien mit den cylindrischen Seiten der Wange nicht alle normal auf den Kanten der Unter- und Oberseite der Wangen stehen, und die Linien, in welchen die Schraubenflächen geschnitten werden, sind krumme Linien, deren Endpunkte nicht in derselben horizontalen Ebene sich befinden.

Sollen die Stossfugen aber windschief sein, so lassen sich zwei verschiedene Fälle unterscheiden:

erstens können die Durchschnittslinien dieser Stossfugen mit den cylindrischen Seiten der Wange beide beziehungsweise normal auf den Kanten der Ober- und Unterseite der Wange sein, in welchem Falle die Durchschnittslinie der untern Schraubenfläche der Wange eine krumme Linie ist, deren Endpunkte nicht in einer horizontalen Ebene sich befinden, wenn die Durchschnittslinie der obern Schraubenfläche wagerecht, also eine Erzeugende dieser Fläche ist;

zweitens können beide Durchschnittslinien, in welchen die Stossfuge die untere und die obere Schraubenfläche durchschneidet, eine wagrechte Lage haben, so dass beide Erzeugende jener Schraubenfläche sind; es können aber alsdann die Durchschnittslinien dieser Stossfuge mit den cylindrischen Seiten der Wange nicht mehr normal auf den Kanten stehen, welche von den vier Schraubenlinien gebildet werden.

Nehmen wir nun an, dass die Stossfugen des Wangenstücks in diesem letztern Princip angeordnet werden sollten, so verstrecke man einen gewissen Theil der vier Schraubenlinien der Wange, etwa die Hälfte derselben, indem man in Fig. 554 die gerade Linie ab gleich lang macht mit dem Bogen $a'i'$ Fig. 552 und ac Fig. 554 gleich dem Bogen $h'k'$ Fig. 552, sodann in den Punkten a , b und c Fig. 554 gerade Linien senkrecht auf ac zieht, die Länge

$ap = h''H''$ Fig. 551, $bq = cd$ Fig. 554 gleich $K''M''$ Fig. 551 und endlich $qr = ds = ap$ macht. Wenn man ferner die geraden Linien pr , ps , aq und ad zieht, so stellen diese die vier ausgehenden Schraubenlinien vor, welche an dem Wangenstück sich befinden.

Aus dem Punkte p ziehe man nun die Linien pe und pn beziehlich senkrecht auf aq und ad ; diese Linien stellen die Verstreckung der Linien vor, in welchen die Seitenwangen von der Fläche der Stossfuge geschnitten werden. Wenn man daher die Linien eg und nf senkrecht zu ac zieht, den Bogen $a'r'$ Fig. 552 gleich ag Fig. 554 macht und $h't'$ Fig. 552 gleich af Fig. 554, den Punkt r' Fig. 552 nach r'' Fig. 551 projicirt und t' nach t'' , so sind H'' , A'' , r'' , t'' die Projektionen der vier Punkte, in welchen die Schraubenlinien von der Fläche der Stossfuge geschnitten werden. Die Seitenflächen des Wangenstücks werden von der Fläche der Stossfuge in Kurven geschnitten, von welchen zunächst erst die Endpunkte H'' , t'' und A'' , r'' ermittelt worden sind, die aber zur Konstruktion jener Kurven noch keinesweges genügen, es ist deshalb nothwendig, dass noch mehrere Zwischenpunkte q'' , o'' ermittelt werden, durch welche jene Kurven gehen. Zu dem Ende ziehe man in beliebiger Höhe die gerade Linie lk Fig. 554 parallel mit ac und in Fig. 551 die gerade Linie $q''o''$ in derselben Höhe. Die Linie lk Fig. 554 schneidet die Linien pe und pn in den Punkten o und k . Aus diesen Punkten ziehe man die Linien oi und kh normal auf ac , trage die Länge ai von a' nach o' Fig. 552, so wie ah Fig. 554 von h' nach q' Fig. 552, und projicire die erhaltenen Punkte o' und q' auf die Linie $q''o''$, und zwar den Punkt o' nach o'' und q' nach q'' ; alsdann sind q'' und o'' zwei Punkte, durch welche die Kurven gehen, in welchen die cylindrischen Seitenflächen der Wange durch die Fläche der Stossfuge geschnitten werden. Auf demselben Wege können beliebig viel Punkte dieser Kurven ermittelt werden.

Nachdem die Projektionen der Stossfuge an dem untern Stirnende der Wange ermittelt worden sind, wende man sich zur Bestimmung der Projektionen der Stossfuge am obern Stirnende der Wange, indem man eben so konstruirt, wie bei der Bestimmung der untern Stossfuge, und man erhält alsdann die Fig. $A''H''t''r''e''d''D''E''$ Fig. 551 als Aufriss des Wangenstücks zwischen zwei beliebigen Stossfugen.

§. 150.

Bearbeitung des Wangenstücks, dessen Aufriss Fig. 551 vorstellt. Wir konstruiren diese Figur in Fig. 553 noch ein Mal und denken durch die äussersten Punkte H'' , V'' so wie durch a'' und e'' die geraden Linien $H''V''$ und $a''e''$: so folgt leicht, dass diese zwei Linien parallel sind. Wir denken ferner aus den Punkten V'' und a'' gerade Linien $V''W''$ und $a''Q''$ normal auf den parallelen Linien $a''W''$ und $H''V''$ und konstruiren ein normales Parallelepiped, dessen 3 Abmessungen die 3 Längen $a''W''$, $W''V''$ Fig. 553 und $w'k'$ Fig. 552 sind. Die Figur abc_2e_2fghk Fig. 556 stelle dies rechtwinklige Parallelepiped vor.

Der Steinmetz beginnt nun die Arbeit damit, dies rechtwinklige Parallelepiped und, nachdem solches geschehen ist, aus dem Parallelepiped ein Cylinderstück darzustellen, dessen Krümmung der Krümmung des Wangenstücks entspricht. Um dies Cylinderstück darzustellen zu können, bedarf der Arbeiter der Schablone von der untern Bettung. Diese Schablone ist in Fig. 555 ausgezogen worden, und zwar in folgender Weise:

Man mache die Länge la Fig. 555 gleich $l''a''$ Fig. 553, lv Fig. 555 gleich $l''v''$ Fig. 553, $lv = l''v''$ und $lw = l''w''$. In den Punkten l , u , v und w errichte man sodann Senkrechte lh , ug , vb und wk auf lw , und mache dieselben beziehlich gleich lang mit $l'h'$, $u'g'$, $v'b'$ und $w'k'$ Fig. 552, verbinde die Punkte a und h durch eine gerade Linie, die Punkte h , g und k aber, sowie auch a , b und i durch entsprechende Kurven: die hervorgehende Figur stellt die Schablone der untern Bettung des Steins zur Hälfte vor. Ganz ebenso erhält man die andere Hälfte $icdefk$ dieser Schablone.

Um nun mit Hilfe dieser Schablone das Cylinderstück aus dem Parallelepiped darzustellen, wird die Länge e_2l_2 Fig. 556 gleich $Q''H''$ Fig. 553 gemacht, die Länge l_2n Fig. 556 gleich la Fig. 555, und die in Fig. 555 dargestellte Schablone so auf den Stein gelegt, dass der Eckpunkt a derselben in n und der Eckpunkt d in k falle. Die Figur $nHpsrkl$ stellt alsdann die Lage der Schablone vor. Es ist einleuchtend, dass die Schablone zufolge ihrer Konstruktion länger als das Parallelepiped ist und dass sie dieserhalb um einen Theil ksr über dasselbe hinwegreichen muss.

Nachdem der Umriss der Schablone auf dem obern Lager des Steins vorgezeichnet worden ist, geschieht dasselbe auf dem untern Lager desselben, mit dem Unterschiede nur, dass die Schablone mit dem Eckpunkte a Fig. 555 in den Eckpunkt a des Parallelepipeds Fig. 556 gelegt wird, so dass dieselbe auf dieser Seite um dasselbe Stück über den Stein hinwegreicht, um welches dies auf der obern Seite am andern Ende des Steins geschah.

Es darf nicht übersehen werden, dass dies Cylinderstück nicht