stehen, trage auf sie die Längen, wie sie der Grundriss vorschreibt, und lege durch die Endpunkte dieser letzteren Parallelen das perspektivische Haupt. Ganz eben so werden die in Fig. 318 und Fig. 319 verzeichneten Steine erhalten. Der Schlussstein in Fig. 320 und 321 wird mit Hülfe rechtwinkliger Koordinaten verzeichnet. Es werden nämlich im Grundriss Fig. 311 die Projektionen von den inneren und von den äusseren Fugen ermittelt. Die durch diese Projektionen gebildeten zwei Rechtecke trage man sodann perspektivisch auf, konstruire in jedem Eckpunkte lothrechte Linien und mache dieselben mit den entsprechenden Höhen der Fugen dieses Steins, welche aus dem Duschschnitt Fig. 312 zu entnehmen sind, gleich gross.

Endlich verbinde man die zusammengehörigen Punkte durch gerade oder krumme Linien, je nachdem die Form des Steins es erheischt, dadurch erhält man das perspektivische Bild dieses Steins.

Bearbeitung der Steine. Jeder Gratstein, mit Ausnahme des Schlusssteins, bildet ein Rechteck, dessen eine Ecke zum Theil herausgeschnitten ist. Es wird daher am zweckmässigsten sein, jeden von diesen Steinen aus dem Vollen zu bearbeiten, indem ein Parallelepiped bearbeitet wird, dessen Abmessungen den grössten Abmessungen des Steins entsprechen und dessen Grundfläche jenem Rechteck gleich kommt. Ist dies Parallelepiped dargestellt, so werden die beiden Stirnschablonen und die Schablone des untern Lagers aufgelegt und nach diesen der Stein bearbeitet.

Zur Bearbeitung der Steine, welche nicht vom Grat eingenommen werden, bedarf es nur einer Stirnschablone.

§. 104.

In den Fig. 322 und 323 Taf. XXIV sind die Projektionen eines Klostergewölbes mit achteckigem Grundriss dargestellt. Fig. 323 zeigt den Grundriss mit den Stoss- und Lagerfugen und Fig. 322 den lothrechten Durchschnitt nach der Linie $R' S'$ des Grundrisses.

In Fig. 324 ist einer der Anfängersteine verzeichnet, dessen Grundriss in Fig. 323 mit V' bezeichnet ist.

Fig. 325 zeigt das perspektivische Bild eines Steins Z, welcher die Stelle über dem Anfänger einnimmt, und Fig. 326 stellt den Schlussstein vor, welcher die Form einer abgekürzten achteckigen Pyramide hat. In Fig. 327 ist noch der Anfänger dargestellt, welcher die eine Ecke des achteckigen Raumes einnimmt und dessen Grundriss die Fig. $a_2' b_2' c_2' d_2' e_2' n_2'$ Fig. 323 ist.

Dieser Stein wird mit Hülfe rechtwinkliger Koordinaten konstruirt, die Linie $f_2' k_2'$ als Abscissenachse angenommen.

Alle die Steine dieses Gewölbes, welche nicht Gratsteine sind, werden vermittelst der Stirnschablone bearbeitet, die Gratsteine hingegen werden entweder aus dem Vollen gearbeitet, oder sie werden vermittelst Winkel und Schmiege dargestellt. In diesem letztern Falle werden die innern Wölbungsflächen, welche in der Gratlinie sich schneiden, zunächst als Ebenen dargestellt. Hierzu bedarf es des Neigungswinkels, welchen die beiden sich schneidenden Ebenen mit einander bilden, so wie auch noch der Schablonen dieser Ebenen. Um für den Anfänger, dessen Grundriss F' ist, den Neigungswinkel zu erhalten, ziehe man durch einen beliebig angenommenen Punkt x' in der Projektion der Gratlinie die gerade Linie $y' r'$ normal auf den Grundriss $a' u'$ der Gratlinie $a u$ und fälle aus x' eine Normale $x' x_2'$ auf die in dem umgeklappten elliptischen Gratbogen konstruirte Sehne $u' (x)$, welche dem Gratbogen des Anfängers entspricht. Sodann mache man $x' z' = x' x_2'$ und ziehe die geraden Linien $z' r'$ und $z' y'$, so schliessen diese den gesuchten Winkel ein. Die Richtigkeit der Konstruktion folgt leicht, denn die geraden Linien $n' y'$ und $u' r'$ sind die Grundrissspuren der beiden in der Gratlinie sich schneidenden Ebenen und $u' a'$, der Grundriss der Gratlinie, stellt die Projektion der Durchschnittslinie jener Ebenen vor. Der Neigungswinkel zweier sich schneidenden Ebenen wird aber erhalten, wenn man in diesen Ebenen durch einen beliebigen Punkt der Durchschnittslinie zwei Linien zieht, welche auf letzterer senkrecht stehen; der Winkel, den diese Senkrechten mit einander bilden, ist der Neigungswinkel der sich schneidenden Ebenen.

Die Ebene des Neigungswinkels steht sonach senkrecht auf der Durchschnittslinie der sich schneidenden Ebenen, daher muss auch der Grundriss $r' y'$ der Winkelebene auf der Projektion $u' a'$ der Durchschnittslinie senkrecht stehen.

Die Sehne $u' (x)$ stellt die umgeklappte Durchschnittslinie vor und die aus dem Punkte x' normal auf $u' (x)$ konstruirte Linie $x' x_2'$ die Höhe des Dreiecks, welches $r' y'$ zur Grundlinie hat und dessen beide andere Seiten den verlangten Neigungswinkel einschliessen. Wenn man daher $x' z'$ gleich $x' x_2'$ macht und die geraden Linien $z' r'$ und $z' y'$ zieht, so ist die Fig. $r' y' z'$ das umgeklappte Dreieck, welches an der Spitze z' den verlangten Neigungswinkel enthält.

In Fig. 328 sind die Schablonen der gedachten Ebenen der innern Seite der Gratsteine durch die Fig. A, B, C und F dargestellt. Die Fig. A wird aus ihrem Grundriss A' in Fig. 323 auf folgende Art erhalten:

In dem umgeklappten Gratbogen Fig. 323 ziehe man die Sehne $(a)(d)$, diese stellt die wirkliche Grösse der Linie vor, deren Grundriss $a' d'$ ist.

Die Längen $a f$, $d e$, $a b$ und $d c$ Fig. 328 sind ihren Grundrissen $a' f'$, $d' e'$, $a' b'$ und $d' c'$ beziehlich gleich und können aus dem Grundriss entnommen werden. Wenn nun noch die Länge der Diagonale $a c$ oder $a e$ bekannt wäre, so liesse die Fig. A sich verzeichnen.

Die Länge der Diagonale $a c$ bildet aber die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete gleich $a b = a' b'$ und dessen andere die Sehne $c'' b''$ Fig. 322 ist. Sie wird demnach erhalten, wenn man die Länge $b' h'$ der Sehne $c'' b''$ Fig. 322 gleich macht, und die Hypotenuse $a' h'$ zieht; letztere ist die gesuchte Länge der Diagonale $a c$. Das Dreieck $a c d$ ist nun aus seinen drei Seiten auf geometrischem Wege zu konstruiren. Das andere Dreieck $a b c$ ist nun auch bekannt, da die Länge der Linie $b c$ ihrem Aufriss, nämlich der Länge der Sehne $c'' b''$ gleich ist. Das Viereck $a f e d$ ist dem Viereck $a b c d$ kongruent, es lässt sich deshalb auch verzeichnen und damit wäre die Schablone A des Gratsteins, welcher neben dem Schlussstein sich befindet, bestimmt. Ganz eben so werden die Schablonen B, C und F der übrigen Gratseine gefunden.

Der Gratstein zur Seite des Schlusssteins wird nun in folgender Weise bearbeitet.

An einem passenden Stein wird eine Ebene bearbeitet, welche ungefähr der darzustellenden Ebene $a b c d$ gleich kommt. Sodann wird eine gerade Seite dieser Ebene, in welche die Linie $a d$ zu liegen kommen würde, tracirt, der Neigungswinkel, welcher in der Durchschnittslinie $a d$ gebildet wird, an die tracirte Linie und Ebene angelegt, dadurch wird die Lage der zweiten Ebene $a f e d$ bestimmt.

Nachdem auch diese Ebene glatt bearbeitet ist, werden die beiden Theile der Schablone A auf die bearbeiteten Ebenen gelegt und die Richtungen der Stoss- und Lagerfugen vorgeschrieben. Die beiden Häupter des Steins werden sodann normal auf den dargestellten Ebenen, durch die festgesetzten Stossfugen gehend, bearbeitet, die Stirnschablone aufgelegt und deren Umriss auf den Stein gezeichnet. Nachdem dies geschehen ist, können alle Begränzungen des Steins, so wie auch die innere Wölbungsfläche leicht bearbeitet werden.

Eben so werden die übrigen Gratsteine hergestellt.

§. 105.

In den Fig. 329 und 330 sind die Projektionen eines Klostergewölbes dargestellt, dessen Grundriss eine längliche Form hat. Fig. 330 stellt den Grundriss dieses Gewölbes zur Hälfte vor, Fig. 329 den lothrechten Querdurchschnitt nach der Linie $A' B'$ des Grundrisses und Fig. 331 den lothrechten Längendurchschnitt nach der Linie $C' D'$. Der mittlere Theil dieses Gewölbes ist ein Tonnengewölbe und nur an beiden Enden schliesst der Raum mit einem Klostergewölbe ab.

In Fig. 332 sind (wie im vorigen Paragraphen beschrieben) die Schablonen G, H, I, K von den inneren Flächen derjenigen Gratsteine ausgetragen, deren Grundrisse in Fig. 330 mit G', H', I', K' bezeichnet worden sind, diese Flächen als Ebenen gedacht. Die Fig. G stellt die Schablone des Steins vor, dessen Grundriss in Fig 330 mit $m' n' d' a' p' e'$ bezeichnet ist, H bezeichnet die Schablone des nächsten Gratsteins, I die des dritten und endlich K die des Anfängers.

Zur Bearbeitung des Gratsteins, dessen Grundriss die Fig. $n' m' e' p' a' d'$ ist, bedarf man noch des Neigungswinkels, welchen die beiden Ebenen $e p a d$ und $e m n d$ in ihrer Durchschnittslinie $e d$ mit einander bilden. Diesen Winkel zu erhalten, schlage man die Gratlinie $a f$, um ihren Grundriss gedreht, in die Horizontalebene herab. Zu dem Ende errichte man in den Punkten b', c', d', e' und f' Normalen auf $a' f'$ und mache dieselben beziehlich gleich gross mit den Gewölbehöhen, welche jenen Punkten entsprechen und die aus Fig. 329 entnommen werden können. Dadurch werden die Punkte (b), (c), (d), (e) und (f) erhalten. Durch diese Punkte und durch den Punkt a' lege man die elliptische Linie $a' (f)$ und ziehe die Sehnen $a' (b)$, $(b)(c)$, $(c)(d)$ und $(d)(e)$; die elliptische Linie $a' (f)$ stellt die niedergeschlagene Gratlinie vor.

Um nun den in Rede stehenden Neigungswinkel zu erhalten, ziehe man durch einen beliebigen Punkt g' der Linie $d' e'$ die Linie $k' l'$ normal auf $d' e'$, ziehe $d' h'$ parallel mit $(d)(e)$ und $g' i'$ normal auf $d' h'$. Endlich mache man $g' u'$ gleich $g' i'$ und ziehe die Linien $k' u'$ und $l' u'$, der Winkel $l' u' k'$ ist dann der verlangte Neigungswinkel. Auf demselben Wege erhält man die Fig. H, I, K, so wie auch ihre zugehörigen Neigungswinkel.

In Fig. 333 haben wir noch den Schlussstein, dessen Grundriss in Fig. 330 mit L' bezeichnet ist, in isometrischer Projektion gezeichnet, dargestellt.

§. 106.

In den Fig. 334 und 335 sind die Projektionen eines Klostergewölbes dargestellt, welches in der Mitte ein ebenes Gewölbe, einen sogenannten Spiegel hat und deshalb auch Spiegelgewölbe genannt wird.

Fig. 335 zeigt den Grundriss mit den Projektionen der Stoss- und Lagerfugen zur Hälfte und Fig. 334 den lothrechten Querschnitt nach der Linie $A'B'$ des Grundrisses.

Die Grösse des Spiegels haben wir in diesem Beispiele dadurch bestimmt, dass wir die lichte Weite $c''d''$ des Gewölbes in drei gleiche Theile $d''a^0$, a^0b^0 und b^0c'' theilten, in den Punkten a^0 und b^0 Normalen a^0a'' und b^0b'' errichteten und mit der Länge a^0d'' die Kreisbogen $d''a''$ und $b''c''$ aus den Punkten a^0 und b^0 beschrieben. Die Bogen $d''a''$ und $b''c''$ stellen dann die Durchschnittslinie der innern gekrümmten Wölbungsfläche vor, die gerade Linie $a''b''$ aber die Durchschnittslinie des horizontalen Spiegels.

Die gekrümmte Wölbungsfläche läuft in gleicher Breite an den Widerlagsmauern rings herum und bildet dadurch die 4 Gratbogen in den Ecken. Die Projektionen der Lagerfugen in Fig. 334 schneiden sich nicht in einem Punkte, sondern in drei verschiedenen Punkten. Die Fugen in den gekrümmten Gewölbtheilen schneiden sich hinreichend verlängert gedacht in den Punkten a^0 und b^0, die Lagerfugen des Spiegels aber haben ihren Mittelpunkt in der Mittellinie des Gewölbes. Die Entfernung dieses Punktes von der Linie $a''b''$ wird so festgesetzt, dass die Fugen im Spiegel nicht zu schräg, aber auch nicht zu steil zu liegen kommen.

In Fig. 336 haben wir noch die Schablonen der inneren Flächen derjenigen Gratsteine ausgetragen, deren Grundrisse in Fig. 335 mit L', M', N', O' und P' bezeichnet worden sind, diese Flächen als Ebenen gedacht.

§. 107.

Fig. 339 Taf. XXV ist der Grundriss eines Klostergewölbes mit doppelten Graten und mit einem Spiegelgewölbe in der Mitte, gegen welches die Grate anlaufen. Fig. 338 ist der vertikale Durchschnitt dieses Gewölbes nach der Linie $A'B'$ des Grundrisses. Die aus den vier Ecken hervorgehenden doppelten Grate bilden ein Sterngewölbe, welches in seiner Mitte eben, in allen übrigen Theilen aber cylindrisch ist. Das reguläre Achteck, dessen Grundriss die Fig. $b'c'd'e'f'g'h'i'$ ist, trennt die ebene Gewölbfläche von der cylindrischen und die gerade Linie $i'b'$ ist die Achse desjenigen cylindrischen Gewölbes, dessen Grundriss die Fig. $o'b'i's'$ ist, weil sämmtliche centrale Lagerfugen dieses Gewölbtheils in der Linie $i'b'$ sich schneiden müssen, da der Mittelpunkt des Grundbogens $t''a''$ Fig. 338 dieses Gewölbtheils in dem Punkte a^0 sich befindet und die Länge a^0t'' mit $b'\beta'$ Fig. 339 gleich gross ist. Eben so gilt die gerade Linie $b'c'$ Fig. 339 als Achse desjenigen cylindrischen Gewölbes, welches zwischen den Gratlinien ob und oc sich befindet, ferner $c'd'$ als Achse des zwischen oc und pd befindlichen cylindrischen Gewölbes, u. s. f.

Die Fig. 340 zeigt den untersten Gratstein, welcher die Ecke einnimmt und als Anfänger gilt. Die obere Lagerfuge dieses Steins ist horizontal angenommen und die dadurch hervorgehende spitze Kante in der Wölbungsfläche nach der Richtung des Radius abgeschnitten worden. Um diesen Stein zu zeichnen, konstruire man zunächst das untere Lager desselben nach der Methode der schiefen Projektion. Sodann zeichne man die beiden Häupter des Steins, und zwar das vordere in geometrischer Form, kongruent der Stirnfläche dieses Steins, welche die Fig. 338 darbietet, und das andere Haupt nach der Methode der schiefen Projektion, indem man den Bogen ya aus seinen Koordinaten bestimmt. Nachdem die beiden Häupter konstruirt worden sind, ist es leicht, den Stein vollends zu zeichnen.

Die Fig. 341 stellt den zweiten Gratstein von unten vor. Man konstruirt diesen Stein wie den vorigen Stein aus den beiden Häuptern.

Fig. 342 zeigt den dritten Gratstein. Auch dieser Stein wird vermittelst seiner beiden Häupter konstruirt.

§. 108.

Zum Schluss dieses Kapitels haben wir noch in Fig. 345 den Grundriss eines kreisrunden Gewölbes gegeben, dessen vertikaler Querschnitt nach der Linie $A'B'$ genommen entweder Fig. 343 oder Fig. 344 vorstellt. Im erstern Falle ist das Gewölbe ein scheitrechtes, im zweiten aber ein kegelförmiges Gewölbe mit vertikaler Achse.

Die Fig. 346 zeigt den Stein P, dessen Aufriss in Fig. 344 mit P'' bezeichnet ist.

Fig. 348 stellt den Grundriss und Fig. 347 den vertikalen Querschnitt desselben Gewölbes für den Fall vor, wenn dies Gewölbe oben eine Lichtöffnung erhält.

SIEBENTES KAPITEL.

Von den Kreuzgewölben.

§. 109.

Durchschneiden sich zwei Tonnengewölbe von gleichen Höhen, so entsteht das Kreuzgewölbe. Widerlager dieses Gewölbes sind die vier Ecken des überwölbten Raumes; die Gewölbstirnen können offen oder durch Schildmauern geschlossen sein.

Diejenigen Linien, in denen die Gewölbleibungen sich schneiden, werden Grate genannt; diese Grate springen beim Kreuzgewölbe stets nach innen vor und bilden eine scharfe Kante. Das Princip, welches ihre Form festsetzt, ist daher demjenigen entgegengesetzt, nach welchem die Form des Grates beim Klostergewölbe gebildet wird.

Die vier Kämpferpunkte, in welchen das Gewölbe beginnt, befinden sich in der Regel in einer horizontalen Ebene. Es kommen aber auch Fälle vor, wo diese vier Punkte in einer gegen den Horizont geneigten Ebene sich befinden; wie z. B. bei Unterbauungen oder Ueberbauungen der Treppen. Ein solches Kreuzgewölbe wird steigendes Kreuzgewölbe genannt.

Die Särke der Widerlager des Kreuzgewölbes ist ungefähr $^1/_6$ der lichten Weite, wenn der zu überwölbende Raum von vollen Mauern eingeschlossen wird. Ruht hingegen das Gewölbe nur auf vier Pfeilern, so muss deren Stärke $^2/_5$ bis $^1/_3$ der lichten Weite betragen.

Die Stärke des Gewölbes im Scheitel ist durchschnittlich $^1/_{25}$ von der lichten Weite desselben.

§. 110.

In den Fig. 349, 350 und 351 Taf. XXVI sind die Projektionen eines Kreuzgewölbes dargestellt, welches von zwei unter rechten Winkeln sich kreuzenden Tonnengewölben von gleicher Bogenhöhe, aber verschiedenen lichten Weiten gebildet wird.

Die Fig. 349 zeigt die Ansicht des kleinern Bogens, Fig. 350 den Grundriss und Fig. 351 die Ansicht des grössern Bogens.

Der Konstruktion des Kreuzgewölbes ist der Bogen des kleinern Gewölbes, welcher nach dem Halbkreis gebildet ist, zu Grunde gelegt. Der grössere Bogen muss in den beziehlich gleichen Punkten einerlei Höhe mit dem kleinern Bogen haben, und ist sonach eine Ellipse.

Um dieses Gewölbe zu konstruiren, setze man zunächst die Lage der beiden Pfeiler $A'B'C'D'$ und $a'h'q'p'$ Fig. 350 fest. Sodann beschreibe man mit der Linie $a'f'$, der halben lichten Weite des kleinern Gewölbes, den Kreisbogen $a''f''$ Fig. 349, theile diesen nach der Anzahl der Gewölbsteine, welche er enthalten soll, in eine Anzahl gleicher Theile, wodurch die Punkte a'', b'', c'', d'', e'', f'' erhalten werden. Durch diese Punkte und durch den Mittelpunkt f^0 ziehe man die geraden Linien $f''o''$, $e''l''$, $d''m''$, $c''n''$, $b''a''$, konstruire den Rücken $o''n''$, so wie die Hintermauerung des Gewölbes: hierdurch wird der Fugenschnitt des kleinern Gewölbes festgesetzt. Nachdem dies geschehen ist, projicire man die Punkte a'', b'', c'', d'', e'', f'' auf die Linie $a'f'$, so erhält man in a', b', c', d', e', f' die Grundrisse jener Punkte.