tale Lager vor und die beiden vertikalen Ebenen $lqedrsl$ und $q,hgr,s,$ sind die Stossfugen dieses Steins, welche in der vertikalen Achse des Gewölbes sich schneiden. Die ringförmige Fläche eqq,h bezeichnet die centrale Lagerfuge, welche einen Theil des abgekürzten Kegelmantels darstellt und die Fläche $dehg$ ist der Theil der inneren Kugelfläche, welche jeder Stein der zweiten Gewölbeschicht darbietet.

Wir kommen zur Konstruktion des in Fig. 245 dargestellten Steins der dritten Gewölbeschicht.

Die Fig. $\delta''\pi''\sigma''\omega''$ Fig. 238 stellt den normalen Querschnitt der dritten Steinschicht vor und $m_2' m_3' m_4' m_5'$ Fig. 239 den Grundriss eines Steins dieser Schicht. Durch die grössten Abmessungen dieses normalen Querschnitts lege man das Rechteck $\gamma''\varphi''\lambda''\mu''$ Fig. 238 und konstruire ein Cylinderstück, welches das Rechteck $\gamma''\varphi''\lambda''\mu''$ zur Stirnfläche hat; dessen innerer Radius gleich der Länge $e_2''\gamma''$, der äussere Radius aber der Länge $e_2''\mu''$ gleich ist und dessen Centriwinkel mit dem des zu konstruirenden Steins der Kuppel übereinstimmt, also dem Winkel $m_2' m' m_5'$ Fig. 239 gleich ist. — Dies gebe die Fig. $\mu\lambda\varphi\gamma\gamma,\varphi,\lambda,$ Fig. 245. Hierauf mache man die Längen

$\lambda\sigma$	und	$\lambda,\sigma,$	Fig. 245	gleich	$\lambda''\sigma''$	Fig. 238,
$\varphi\pi$	»	$\varphi,\pi,$	»	»	$\varphi''\pi''$	» »
$\varphi\delta$	»	$\varphi,\delta,$	»	»	$\varphi''\delta''$	» »
$\gamma\omega$		aber		»	$\gamma''\omega''$	» »

und verbinde die zusammengehörigen Punkte durch entsprechende Linien: die hervorgehende Fig. $\omega\sigma\pi\delta\delta,\pi,\sigma,$ stellt alsdann einen Stein der dritten Schicht des sphärischen Gewölbes vor. In derselben Weise werden alle übrigen Steine konstruirt, deren Rücken rund ist.

§. 86.

Bearbeitung der Steine.

Die Bearbeitung der Steine des sphärischen oder sphäroïdischen Gewölbes geschieht zum Theil nach der rechtwinkligen Behauungsmethode, zum Theil nach Schablonen. Um z. B. den in Fig. 243 dargestellten Stein der unteren Schicht zu bearbeiten, sucht der Arbeiter zunächst erst das Cylinderstück anzufertigen, welches Fig. 242 darstellt.

Um dies Cylinderstück zu erhalten, wählt der Arbeiter ein Parallelepiped, welches den Dimensionen des darzustellenden Steins so ziemlich entspricht, bearbeitet an demselben das untere Lager, legt die Schablone der unteren Lagerfuge auf die bearbeitete Fläche, zeichnet den Umriss derselben auf den Stein und bearbeitet nach diesem Umrisse die vier Seitenflächen des Steins normal auf dem Lager. Damit aber die vier Seitenkanten tu, wv, $t,u,$ und $w,v,$ auf der unteren Ebene genau normal stehen, gebraucht der Arbeiter die Vorsicht, die Richtung jeder derselben in Bezug auf zwei sich schneidende gerade Linien abzuwinkeln, weil eine gerade Linie nur dann auf einer Ebene normal steht, wenn sie mit zwei sich schneidenden geraden Linien in dieser Ebene rechte Winkel bildet. — Nachdem die Steitenkanten genau eingerichtet und die Seitenebenen bearbeitet sind, geschieht dasselbe mit der oberen Ebene des Steins. Der Stein hat alsdann die Form, welche Fig. 242 zeigt.

Diesem Stein wird nun die Form gegeben, welche Fig. 243 zeigt. Zu dem Ende legt der Arbeiter auf beide Stirnflächen $vwtu$ und $v,w,t,u,$ Fig. 242 die Schablone der Stossfuge und zeichnet den Umriss derselben auf den Stein. Dadurch werden die Kreisbogen ca und $c'a'$, so wie die geraden Linien $a\beta$ und $a,\beta,$ Fig. 243 erhalten. Diese Linien und der Bogen cc', welcher auf das untere Lager des Steins vermittelst der Schablone getragen wird, dienen dem Arbeiter bei der Bearbeitung der Kugelfläche zur Richtschnur, dabei bedient derselbe sich noch einer an dem grössten Kreise der inneren Gewölbefläche aufgenommenen Lehre, welche während der Bearbeitung auf die beiden Kreisbogen ca und $c'a'$ Fig. 243 gelegt wird, um zu untersuchen, ob diese Lehre die bearbeitete Fläche überall innig berühre.

§. 87.

Die Hängekuppel.

Fig. 246 ist der vertikale Durchschnitt und Fig. 247 der halbe Grundriss einer Kuppel über einem quadraten Raume. Dieser Raum wird von vier Mauern eingeschlossen, welche die Widerlager des sphärischen Gewölbes vorstellen.

Der Durchschnitt in der Diagonale des quadraten Raumes schneidet die Kugel in einem grössten Kreise; der Schnitt durch die Mitte zweier parallelen Seiten des Quadrats schneidet die Kugel dagegen in einem Kreisbogenstück, welches kleiner als der Halbkreis ist. Daher ist die innere Wölbungsfläche nur in der Richtung der Diagonale des Quadrats eine vollständige Halbkugel.

Die innere Seitenfläche jeder Mauer schneidet die Kugelfläche in einem Halbkreise, dessen Durchmesser gleich der Seite des inneren Quadrats ist; der Halbkreis $c^0x''y^0$ Fig. 246 stellt diese Durchschnittslinie vor.

Die Fig. 246 und 247 zu konstruiren, verfahre man wie folgt:

Aus dem Mittelpunkte m' Fig. 247 des quadraten Raumes ziehe man die Diagonale $m'p'$ und beschreibe mit derselben aus dem Punkte m'' Fig. 246 den Halbkreis $p''r''o''a''v''$. Diesen Halbkreis theile man in eine ungerade Anzahl gleicher Theile, indem man $p''r'' = r''o'' = o''a'' = a''q'' = q''s''$ u. s. w. macht. Bei dieser Eintheilung muss aber darauf Rücksicht genommen werden, dass in den Punkt c'', den Durchschnittspunkt der geraden Linie c^0c'' und jenes Halbkreises, kein Theilpunkt komme, denn an dieser Stelle darf keine Fuge angebracht werden.

Die oberen Lagerfugen der zwei unteren Steinschichten können hier horizontal angenommen werden, weil sie zum grössten Theil in die gerade Mauer fallen. Erst von der dritten, durch den Punkt a'' gelegten Lagerfuge an, geht die Richtung derselben durch den Mittelpunkt m'' der Kugel. Man verbinde nun die Theilpunkte s'' und t'', q'' und u'', a'' und v'' durch gerade Linien; diese stellen den Aufriss derjenigen kleineren Kreise vor, in welchen die innere Kugelfläche von den ringsherum laufenden centralen Lagerfugen geschnitten wird. Aus den Punkten o'' und r'' ziehe man ferner gerade Linien parallel der Linie $p''y^0$, projicire die Punkte a'', q'' und s'' nach a', q' und s' Fig. 247 und konstruire koncentrische Kreise, welche durch diese Punkte gehen und m' zum Mittelpunkt haben; diese drei koncentrischen Kreise sind die Grundrisse jener kleineren Kreise.

Man konstruire ferner den Bogen $d_2'f_2'$ Fig. 247 mit dem Radius $o''o_4''$ Fig. 246, so wie auch den Bogen $d_3'f_3'$ mit der Länge $r''r_4''$ als Radius und ordne die Stossfuge im Grundrisse in der Weise an, dass ein guter Steinverband entstehe. Nachdem alle Fugen im Grundrisse festgesetzt worden sind, ermittele man ihre Aufrisse in Fig. 246, wobei man jetzt keine Schwierigkeiten weiter finden wird.

Fig. 248 stellt den Eckstein A vor, dessen Grundriss die Fig. $l'a_3'a_2'w'a_4'$ Fig. 247 ist. Dieser Stein hat oben und unten horizontale Lager $ar\beta\gamma\delta\varepsilon$ und $wa_2a_3la_4$; die beiden Stirnflächen $\beta\gamma a_3a_2$ und $a\varepsilon a_4w$ stehen normal auf der Richtung der Mauern und in der innern Ecke beginnt die kugelförmige Wölbung in einem Punkte.

Die innere Kugelfläche wird von dem oberen horizontalen Lager dieses Steins in dem Kreisbogen $ar\beta$ geschnitten, dessen Grundriss in Fig. 247 der Kreisbogen $a_2'w'$ ist. Man erhält daher die Punkte a und β, wenn man pw Fig. 248 gleich $p'w'$ Fig. 247, pa_2 gleich $p'a_2'$ macht, in den Punkten w und a_2 die Normalen wa und $a_2\beta$ konstruirt und deren Länge gleich der Linie $l''k''$ Fig. 246 macht. Den Punkt r bestimme man aus seinen rechtwinkligen Koordinaten, indem man aus dem Punkte r' Fig. 247 Senkrechte auf $p'a_2'$ und $p'w'$ fällt, diese Längen auf pw und pa_2 Fig. 248 trägt und damit ein perspektivisches Quadrat konstruirt; dadurch wird der Punkt r_2 erhalten. In diesem Punkte konstruire man nun die lothrechte r_2r und mache sie mit $l''k''$ Fig. 246 gleich lang; der so erhaltene Punkt r giebt einen dritten Punkt zur Bestimmung des Bogens $ar\beta$.

Fig. 249 stellt diejenigen zwei Steine vor, welche in der zweiten Schicht die Ecke der Mauern einnehmen und hier die Verbindung der Kugel mit den geraden Mauern vermitteln; ihre ersten Projektionen sind in Fig. 247 mit $m_2'c_2'd_2'e_2'f_2'g_2'h_2'l_2'k_2'$ bezeichnet worden.

Die Fig. $NKLMaPIHO$ stellt die untere Steinschicht der Mauer vor, die Linien Lm und Im die Mittellinien des Quadrats und m den Mittelpunkt der innern Kugelfläche. LK und HI bezeichnen die Stärke der Mauern und LM die Höhe der unteren Steinschicht. Diese Steine zu konstruiren stelle man zunächst dasjenige zusammengesetzte Parallelepiped dar, dessen Grundriss die Fig. $m_2'l_2'h_2'g_2'z'c_2'$ Fig. 247 ist, indem man die Längen βc_3 und βg_3 Fig. 249 mit $z'c_2'$ Fig. 247 gleich lang macht und die Höhe g_3g_2 Fig. 249 gleich $r_4''o_4''$ Fig. 246.

Um den Bogen $d_2e_2f_2$ zu erhalten, mache man die Länge $c_2d_2 = c_2'd_2'$ Fig. 247, ebenso $g_2f_2 = g_2'f_2'$ und bestimme einen dritten Punkt e_2 aus seinen rechtwinkligen Koordinaten.

Das obere horizontale Lager der zweiten Steinschicht würde die Kugelfläche in einem zu spitzen Winkel schneiden und mit derselben eine spitze zerbrechliche Kante bilden. Aus diesem Grunde fanden wir uns bewogen, durch eine centrale Abschrägung nach der Linie $o''n''$ Fig. 246 jene spitze scharfe Kante zu beseitigen. In der geraden Mauer fällt diese Abschrägung aber fort, weshalb die mit B bezeichneten Ecksteine ungleiche Höhen haben, in sofern der Theil derselben, welcher die Kugelfläche aufnimmt, eine grössere Höhe hat als derjenige, welcher als Stein der geraden Mauer gilt.

Der Unterschied dieser Höhen ist die Länge y_2z_2 Fig. 249, welche in dem Unterschiede der Höhen der Punkte n'' und v'' Fig. 246 erhalten wird.

Die centrale Lagerfuge $u_2 f_2 d_2 x_2$ Fig. 249 wird von der vertikalen Stossfuge $x_2 y_2 z_2 d_2$ in der Linie $x_2 d_2$ geschnitten und von der vertikalen Stossfuge $u_2 v_2 w_2 f_2$ in der Linie $u_2 f_2$. Diese Durchschnittslinien sind Hyperbeln, denn die centrale Lagerfuge ist ein Theil eines normalen abgekürzten Kegelmantels, dessen lothrecht stehende Achse durch den Punkt m geht, mit welcher die schneidenden Ebenen $x_2 y_2 z_2 d_2$ und $u_2 v_2 w_2 f_2$ parallel laufen. Die Richtungen dieser Hyperbeln gehen durch die Punkte F und G, welche erhalten werden, wenn man die Längen KF und HG mit $z' d_2'$ oder z, f_2' Fig. 247 gleich gross macht.

Die Richtung der Stossfuge $i_2 t_2$ geht durch die Achse des Kugelgewölbes, daher geht die gerade Linie $t_2 e_2$ durch den Mittelpunkt m und die Linie $t_2 i_2$ durch den Eckpunkt l_2. Damit aber in l_2 keine spitze Kante gebildet werde, haben wir diese Stossfuge im Punkte i_2 nach der auf $l_2 v_2$ normal stehenden Richtung $i_2 k_2$ gebrochen.

Von der dritten Steinschicht einen Stein noch zu zeichnen, hielten wir für überflüssig. Die Ecke wird in dieser Schicht durch die drei Steine gebildet, deren erste Projektionen die Fig. $b_2' b_3' b_4' b_7' b_8'$, $b_4' b_5' b_6' b_7'$ und $l' b_6' b_8' b_9'$ Fig. 247 sind. Der durch $b_2' b_3' b_4' b_7' b_8'$ bezeichnete Kugelstein vermittelt hier die Verbindung der Kugel mit den geraden Mauern und die beiden anderen Steine haben die Form eines rechtwinkligen Parallelepipeds.

Zur Seite dieser Steine vermittelt der Stein $b_2' b_8' b_9' n_2' o_2' p_2'$ die Verbindung der Kugel mit der geraden Mauer und zum Schluss dient der Mittelstein $n_2' o_2' p_2' q_2' r_2' s_2'$. Die vertikalen Stossfugen dieses Steins bilden eine gebrochene Ebene, welche mit dem einen Theil auf der Richtung der Mauer normal steht, mit dem anderen aber durch den Mittelpunkt der Kugel geht. Eine gebrochene Ebene richtig darzustellen, ist für den Arbeiter stets eine schwierige Aufgabe und es ist deshalb vorzuziehen, diese Stossfuge als eine Ebene darzustellen, indem man die Richtung der Linie $o_2' p_2'$ nicht durch den Mittelpunkt der Kugel gehen lässt, sondern dieselbe als Fortsetzung der geraden Linie $n_2' o_2'$ darstellt.

Die Fig. $l'' p'' r'' o'' a'' b'' f''$ Fig. 246 ist der nach der Richtung der Diagonale $l' m'$ Fig. 247 genommene Durchschnitt der Eckverbindung, $p'' r'' k'' l''$ ist der Durchschnitt des unteren Steins der Ecke, $r'' o'' n'' g'' k''$ der Durchschnitt der zweiten Steinschicht und endlich $o'' a'' b'' f'' g''$ der Durchschnitt der dritten Steinschicht.

§. 88.

Die Konstruktion eines überhöhten sphäroidischen Gewölbes zeigt Fig. 250 Taf. XVI.

Dieses Kuppelgewölbe hat zum mittleren Querschnitt eine Ellipse, deren Ueberhöhung beinahe $^1/_5$ des untern Durchmessers des Gewölbes beträgt. Im Uebrigen sind alle Konstruktionen dieses Gewölbes dieselben, wie beim Kugelgewölbe, ausgenommen die Konstruktion der Lagerfugen, deren Richtungen hier nicht die Achse des Gewölbes im Mittelpunkte des untersten Kreises treffen, sondern die Achse in verschiedenen Punkten übereinander schneiden. Es hat dies darin seinen Grund, dass die Lagerfugen in die Richtung der Kurvennormale fallen müssen, wenn sie auf der inneren Wölbungsfläche normal stehen sollen, weshalb die Richtung dieser Lagerfugen nach §. 53 ermittelt werden muss.

Fig. 251 zeigt die Konstruktion des gedrückten sphäroidischen Gewölbes, wie solches zuweilen über Sälen angebracht wird.

In Fig. 252 haben wir noch ein mit Kassetten verziertes Kuppelgewölbe dargestellt, welches in dem Princip des antiken römischen Kuppelgewölbes konstruirt worden ist.

§. 89.

Das Kappengewölbe.

Das auf Taf. XVII dargestellte Gewölbe ist ein flaches Kugelgewölbe über dem quadraten Raume, welches auch unter der besonderen Benennung Böhmisches Gewölbe bekannt ist. Fig. 254 ist der Grundriss dieses Gewölbes, Fig. 253 ein Querdurchschnitt nach der Linie $A' B'$ des Grundrisses und Fig. 255 ein Diagonalschnitt nach der Richtung $C' D'$.

Fig. 256 stellt den Eckstein M vor, dessen Grundriss in Fig. 254 mit M' bezeichnet ist. E bezeichnet die Schablone des oberen horizontalen Lagers und H die des unteren Lagers dieses Steins.

Fig. 257 stellt den Zwickelstein K vor, dessen Grundriss mit K' bezeichnet ist. P Fig. 259 bezeichnet die Schablone der Stossfuge dieses Steins.

Fig. 258 stellt den Stein N vor, dessen Grundriss mit N' bezeichnet ist. Dieser Stein findet sein Auflager auf der vollen Mauer und bindet zum Theil in das Kugelgewölbe, wodurch der Uebergang aus der geraden Mauerfläche in die Kugelfläche vermittelt wird.

Fig. 258 zeigt diesen Stein von oben angesehen, Fig. 259 aber denselben von unten angesehen. I ist die Schablone vom obern horizontalen Lager und P die der Stossfuge $abcde$.

Die Fig. 260 und 261 zeigen endlich noch den mittlern Stein O; erstere ist eine Ansicht dieses Steins von oben, letztere eine Ansicht von unten. S ist die Schablone des obern horizontalen Lagers und R die der Stossfuge.

Die Stossfugen dieses Steins stehen normal auf der Richtung der Mauer, worauf derselbe lagert; die Stossfugen der Kugelsteine sind aber central, indem dieselben in der Achse des Gewölbes sich schneiden; es müsste sonach der in das Kugelgewölbe einbindende Theil dieses Steins centrale Stossfugen haben, weshalb die ebene Stossfuge $nmovwx$ Fig. 261 eine gebrochene Ebene sein müsste. Nun ist aber klar, das die gebrochene Ebene bei weitem schwieriger zu bearbeiten ist, als die nicht gebrochene Ebene; aus diesem Grunde fanden wir uns veranlasst, die Stossfuge des in das Kugelgewölbe einbindenden Theils des Steins O als Fortsetzung der Ebene, welche auf der Richtung der Mauer normal steht, zu behandeln.

§. 90.

Die Hängekuppel über Gurtbögen.

Fig. 263 Taf. XVIII ist der Grundriss eines Kugelgewölbes über dem quadraten Raume; Fig. 262 der vertikale Querschnitt desselben nach der Linie $A' B'$ des Grundrisses, Fig. 264 der Diagonalschnitt nach $C' D'$ und Fig. 265 die Ansicht von vorn.

Dies Kugelgewölbe ruht auf vier Tonnengewölben, deren Widerlager die vier Eckpfeiler vorstellen und die deshalb stabil genug konstruirt werden müssen, denn von ihrer Standfähigkeit hängt die Sicherheit des ganzen Gewölbes ab.*)

Es sei $a' b' c' d'$ Fig. 263 das Quadrat, über welchem das Kuppelgewölbe konstruirt werden soll, m' die Mitte von $b' c'$ und m'' Fig. 262 der Aufriss desselben Punktes. Da die Breite der Archivolte in der Regel $^1/_8$ bis $^1/_{12}$ des lichten Weite der zugehörigen Bogenöffnung ist, nehme man den Vorsprung $c' e' = b' o'$ gleich $^1/_8$ bis $^1/_{12}$ der Länge $o' e'$, beschreibe sodann mit den Längen $m' b'$ und $m' o'$ aus dem Punkte m'' Fig. 262 die Halbkreise $b'' b_2'' c''$ und $o'' o_2'' e''$, theile den letzteren in eine ungerade Anzahl gleicher Theile und projicire die erhaltenen Theilpunkte auf die Linie $b' c'$ Fig. 263. Dadurch werden die Punkte n', r', s', v', w', u' u. s. f. erhalten.

Aus den Theilpunkten n'', r'', s'', v'' u. s. f. des Halbkreises $o'' o_2'' e''$ ziehe man in der Richtung des Radius die geraden Linien $n'' n_2''$, $r'' r_2''$, $s'' s_2''$ u. s. f., projicire den Punkt n_2'' auf die Linie $b' c'$ nach n_2', eben so den Punkt r_2'' nach r_2', s_2'' nach s_2', v_2'' nach v_2', w_2'' nach w_2', u_2'' nach u_2' u. s. f., die erhaltenen Punkte sind Projektionen derjenigen Punkte, in welchen die innere Kugelfläche von den Centralfugen des innern Hauptes vom Tonnengewölbe durchdrungen wird, da der Halbkreis $b'' b_2'' c''$ die zweite Projektion der Durchschnittlinie vorstellt, in welcher die innere Kugelfläche von dem innern geraden Haupte des Tonnengewölbes geschnitten wird.

Es werde nun das äussere Quadrat $C' E' D' F'$ Fig. 263 konstruirt, indem man die Stärke der Eckpfeiler mit Rücksicht darauf festsetzt, ob dieselben äusserlich ganz frei stehen oder von andern Konstruktionstheilen unterstützt werden. Sodann trage man die verschiedenen Konstruktionspunkte der Linie $b' c'$ auf die drei übrigen Seiten des innern Quadrats und vollende die untere Ansicht der vier Tonnengewölbe, auf welche die Kuppel sich stützt.

Die Diagonale $b' d'$ des innern Quadrats ist der Durchmesser der innern Kugelfläche. Um den Mittelpunkt m_3' dieser Diagonale winden sich die Grundrisse der inneren horizontalen Leibungsfugen in koncentrischen Kreisen rings herum. Um sie zu erhalten, beschreibe man über der Linie $A'' B''$ Fig. 262 mit der Länge $m_3' b'$ als Radius einen Halbkreis, theile denselben in eine ungerade Anzahl von gleichen Theilen, jedoch so, dass kein Theilpunkt in die Punkte b_3'' und c_3'' fällt, in welchen jener Halbkreis von den lothrechten Linien $b'' b_3''$ und $c'' c_3''$ geschnitten wird, weil in der Begegnung zweier Systeme keine Fuge angebracht werden darf. Auch darf die Länge $b_3'' a_3''$ nicht zu gross sein, damit der Schlussstein des Tonnengewölbes nicht zu weit in das Kugelgewölbe eingreife.

Dem Kugelgewölbe gebe man im Scheitel eine entsprechende Stärke, etwa $^1/_{30}$ der Diagonale $d' b'$ und konstruire den Oberbogen des Kugelgewölbes, den Durchschnitt der beiden Tonnengewölbe, welche in der Richtung der Linie $A' B'$ durchschnitten werden, so wie den ganzen obern Theil des Kugelgewölbes in der Art, wie in dem Vorangegangenen gezeigt worden ist.

*) Bei der St. Nikolai-Kirche zu Potsdam, welche in diesem Princip konstruirt worden ist, misst die Seite des inneren Quadrats 18,8 m, die Seite des äusseren Quadrats 36,9 m; mithin die Dicke des Eckpfeilers 9,04 m, fast die Hälfte der lichten Weite der Tonnengewölbe. Das Gewicht dieser Eckpfeiler wird aber dadurch entschieden vermindert, dass im Innern derselben eine 1,26 m breite Treppe nach den obern Räumen angebracht worden ist. Die Tonnengewölbe, welche das Kugelgewölbe stützen, haben hier eine Stärke von 1,65 m bei einer lichten Weite von 18,8 m; also etwas mehr als $^1/_{12}$ der lichten Weite.

Beim St. Peter zu Rom betrug die Stärke dieser Tonnengewölbe $^1/_{18}$ ihrer lichten Weite; die Stärke der Pfeiler der Hauptkuppel, deren innerer Durchmesser 40,82 mass, war von Bramante zu 13,2 m angeordnet worden. Michel Angelo fand aber solches zu schwach und verstärkte diese Pfeiler bis auf 18,2 m. Dies genüge zur Anordnung der Massen.