

die Punkte g', h', i', o' und n' auf die Linie $s'f'$ nach g_2', m_3', i_2', o_2' und m' Fig. 220 projectirt; alsdann in Fig. 222 die Länge

$$\begin{aligned} s'' n'' &= s' m' \text{ Fig. 220,} \\ s'' o_2 &= s' o_2', \\ s'' i_2 &= s' i_2', \\ s'' h_2 &= s' m_3', \\ s'' g_2 &= s' g_2', \end{aligned}$$

und endlich $s'' f_2 = s' f'$ macht. Wenn man ferner in den Punkten o_2, i_2, h_2, g_2 und f_2 Senkrechte auf der Linie $s'' f_2$ errichtet und dieselben mit den entsprechenden Höhen $o' o'', i' i'', h' h'', g' g''$ und $f' f''$ Fig. 221 gleich lang macht, so erhält man die Punkte o'', i'', h'', g'' und f'' . Wenn man endlich noch diese Punkte mit der Spitze s'' durch gerade Linien verbindet und die Kurve $n'' f''$ konstruirt, die Projektionen der Stossfugen und des Auges auf gleichem Wege ermittelt, so erhält man die verlangte Figur.

§. 77.

Auf Taf. XIV sei Fig. 224 der Grundriss, Fig. 223 der Aufriss und Fig. 225 der Längendurchschnitt eines konischen Gewölbes, welches in der Ecke zweier sich schneidenden Mauern angebracht ist und im Uebrigen mit dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Gewölbe, mit Ausnahme des Hauptes, übereinstimmt. Das Haupt dieses Gewölbes bildet nämlich eine normale Cylinderfläche, wogegen das Haupt des vorigen Gewölbes eine gebrochene Ebene bildet.

Die Schnittkurve $a'' e'' d'' h''$ der konischen Leibung mit dem cylindrischen Haupt $a' m' h'$ erhält man leicht vermittelt der Mantellinien.

$a' h'$ ist der Grundriss und $a'' p'' h''$ der Aufriss der Leitlinie des Kegels; die verlängerte Mantellinie $s' p'$, deren Aufriss $s'' p''$ ist, schneidet die Cylinderfläche im Punkte d' , der als Aufriss den Punkt d'' , also einen Punkt der verlangten Schnittkurve ergibt.

Die Schnittkurve $h'' m''$ im Querschnitt (Fig. 225) erhält man, wenn man z. B. $k'' f'' = k' f'$ macht u. s. f.

§. 78.

Die sogenannten überhängenden Gewölbe werden im Princip eben so behandelt wie die konischen Gewölbe.

So ist z. B. Fig. 227 der Grundriss eines überhängenden Gewölbes in runder Wendung auf einer geraden Mauer, Fig. 226 der Aufriss dieses Gewölbes und Fig. 228 der Durchschnitt nach der Linie $m_2' v'$ des Grundrisses. $A' B'$ sei der Grundriss der Aussenseite der Mauer, worauf die Wölbung sich befindet, und $A'' B''$ sei der Aufriss derselben.

Dasselbe dient zur Unterstützung eines Balkons oder eines runden Thurmes oder irgend eines anderen Vorbaues. Die Konstruktion dieses Gewölbes ist folgende:

Aus dem Punkte m_2' Fig. 227 beschreibe man den Kreisbogen $a' v' h'$ der Grösse des Vorbaues entsprechend. Der Aufriss der Richtungslinie mag ein Halbkreis sein, der erhalten wird, wenn man den Punkt a' Fig. 227 nach a'' auf die Linie $A'' B''$ Fig. 226 projectirt, den Punkt h' nach h'' , m' nach m'' und aus diesem letzteren Punkte den Halbkreis $a'' v'' h''$ beschreibt. Diesen Halbkreis theile man in so viele gleiche Theile, als man Gewölbesteine im Haupte haben will. Dies gebe die Punkte b'', c'', d'', e'', f'' und g'' . Hierauf setze man die Grösse des Auges in der Art fest, dass die einzelnen Gewölbesteine in der Nähe desselben nicht zu dünn ausfallen und beschreibe den Halbkreis $n'' s'' w''$ als Begrenzung des Kerns. Man ziehe ferner aus den Theilpunkten b'', c'', d'' u. s. f. gerade Linien $b'' i'', c'' x'', d'' y''$ u. s. f., deren Richtung durch den Mittelpunkt m'' geht, diese Linien sind die Aufrisse der Leibungsfugen. Die Grundrisse dieser Fugen werden nun erhalten, wenn man die Kreisbogen $o'' t'' q''$ und $p'' u'' r''$ beliebig annimmt, den Punkt n'' nach n' projectirt, o'' nach o' und p'' nach p' . Wenn man ferner aus dem Mittelpunkte m_2' die Kreisbogen $n' s' w'$, $o' t' q'$ und $p' u' r'$ zeichnet, den Punkt i'' auf das Kreisbogenstück $n' w'$ nach i' projectirt, den Punkt h'' nach h' , l'' nach l' und b'' nach b' , die durch die erhaltenen Punkte konstruirte Kurve $i' k' l' b'$ Fig. 227 ist der Grundriss derjenigen Leibungsfuge, deren Aufriss die gerade Linie $i'' b''$ ist. Ebenso werden die Grundrisse der übrigen Leibungsfugen erhalten.

Das Kreisbogenstück $n' s' w'$ stellt hier die Projektion desjenigen Bogens vor, welcher das Auge oder den sogenannten Kern von dem übrigen Gewölbe abgrenzt.

Es ist hier angenommen worden, dass jede Steinschicht des Gewölbes aus einem einzigen Stein konstruirt werden könne, was bei kleinen Dimensionen des Gewölbes immer möglich ist. Sollten jedoch die Steine zu lang ausfallen, so kann man in jeder Steinschicht eine oder mehrere Stossfugen anordnen. Die Aufrisse dieser Stossfugen sind alsdann Kreisbogenstücke, deren Mittelpunkt

Ringleb, Steinschnitt.

der Punkt m'' Fig. 226 ist und die Grundrisse sind ebenfalls Kreisbogenstücke, deren Mittelpunkt der Punkt m_2' Fig. 227 ist.

Der Durchschnitt Fig. 228, welcher nach der Linie $m_2' v'$ des Grundrisses gedacht ist, wird erhalten, wenn man

$$\begin{aligned} m_2'' m'' &= m_2' m' \text{ Fig. 227,} \\ m_2'' s_2 &= m_2' s', \\ m_2'' t_2 &= m_2' t', \\ m_2'' u_2 &= m_2' u', \\ m_2'' v_2 &= m_2' v' \text{ macht,} \end{aligned}$$

sodann in den Punkten s_2, t_2, u_2 und v_2 gerade Linien normal auf $m_2'' v_2$ Fig. 228 konstruirt und diese beziehlich gleich lang macht mit den Linien $m'' s'', m'' t'', m'' u''$ und $m'' v''$ Fig. 226, die Kurve $m'' s'' t'' u'' v''$, welche durch die gefundenen Punkte gelegt wird, stellt den Durchschnitt der Wölbung vor.

Fig. 229 zeigt die Form der ausgetragenen oberen Lagerfuge des Steins über dem Anfänger. Diese Figur wird erhalten, wenn man

$$\begin{aligned} (m_3) (m_8) &= z'' z_8'' \text{ Fig. 226 macht,} \\ (m_3) (m_4) &= z'' z_4'', \\ (m_3) (m_5) &= z'' z_5'', \\ (m_3) (m_6) &= z'' z_6'', \\ \text{und } (m_3) (m_7) &= z'' z_7''; \end{aligned}$$

wenn man sodann in den erhaltenen Punkten gerade Linien senkrecht zu der Linie $(m_3) (m_8)$ zieht und von diesen

$$\begin{aligned} (m_3) (z) &= m_3' z' \text{ Fig. 227 macht,} \\ (m_4) (z_2) &= m_4' z_2', \\ (m_5) (z_3) &= m_5' z_3', \\ (m_6) (f) &= m_6' f', \\ (m_7) (z_4) &= m_7' z_4', \\ (m_8) (z_5) &= m_8' z_5' \text{ und endlich} \end{aligned}$$

die Punkte $(z) (z_2) (z_3) (f)$ durch eine entsprechende Kurve verbindet, diese krumme Linie $(z) (f)$ stellt die wirkliche Form der Leibungsfuge vor, deren zweite Projektion die Linie $z'' f''$ ist. Verbindet man endlich die drei Punkte $(f) (z_4) (z_5)$ durch eine Kurve, so stellt diese den elliptischen Bogen vor, in welchem die in Rede stehende Lagerfuge den cylindrischen Theil dieses Gewölbes in der Aussenseite, d. i. in dem cylindrischen Haupte, schneidet. In derselben Art werden alle übrigen Lagerfugen ausgetragen.

Die Bearbeitung der Steine dieses Gewölbes kann nur nach Schablonen geschehen, es ist deshalb nöthig, dass alle Schablonen des Umfanges eines Steins angefertigt werden.

§. 79.

Fig. 231 ist der Grundriss eines anderen vorspringenden Gewölbes.

Fig. 230 ist der Aufriss dieses Gewölbes, Fig. 232 das Haupt der einen Seite und Fig. 233 das der anderen Seite. — Bei der Wendung enger Strassen, wo die Passage behindert ist, kann man genöthigt sein, zur Erleichterung der Passage, von diesem Gewölbe Gebrauch zu machen, weil dasselbe gestattet, die Ecke eines Hauses bis auf eine gewisse Höhe lothrecht abzuschneiden. Auch zur Unterstützung eines Balkons oder irgend eines andern Vorbaues kann diese Gewölbekonstruktion angebracht werden.

Man konstruirt dies konische Kerngewölbe in folgender Art:

Die Linie $a' i'$ Fig. 231 sei der Grundriss der lothrechten Ebene, durch welche die Ecke $a' e' i'$ des Gebäudes abgeschnitten wird. Die Längen $a' e'$ und $i' e'$ seien ungleich. Ueber der Linie $a' e'$ konstruirt man irgend eine steigende Kurve $a' e''$, Fig. 232, deren Höhe $e' e''$ anderthalb bis zwei Mal grösser ist als ihre Basis $a' e'$. Diesen Bogen theile man sodann in eine ungerade Anzahl von gleichen Theilen, nehme e'', d'' gleich gross mit dem einen dieser Theile; d'', b'' und b'', a'' u. s. f. aber doppelt so gross. Hierauf konstruirt man über $i' e'$ einen zweiten steigenden Bogen $i' e''$, Fig. 233, welcher mit $a' e''$ in den entsprechenden Punkten gleiche Höhe erhält, indem man die Linien b'', b' und d'', d' senkrecht zu $a' e'$ zieht, $b' h'$ und $d' f'$ parallel $a' i'$ zieht, in den Punkten h', f' und e' gerade Linien $h' h'', f' f'', e' e''$ normal auf $i' e'$ konstruirt und $h' h''$ gleich $b' b''$, $f' f''$ gleich $d' d''$ und $e' e''$ Fig. 233 gleich $e' e''$, Fig. 232 macht. Die Kurve $i' h'' f'' e''$, Fig. 233 ist die verlangte.

Der Bogen $a' e''$ Fig. 232 sei die Leitlinie der cylindrischen Wölbungsfläche und $a' i'$ die Richtung der Mantellinie derselben. Es ergibt sich dann die Wölbungsfläche dieser Kernwölbung, wenn man die gerade Linie $a' i'$ auf den beiden Kurven $a' e''$, Fig. 232 und $i' e''$, Fig. 233 in der Art fortbewegt, dass jede neue Lage parallel der ersteren ist. Der Punkt e im Raum ist dann der höchste Punkt der cylindrischen Wölbungsfläche.

Um die zweite Projektionsebene festzusetzen, halbire man die Linie $a' i'$ Fig. 231 in a' und ziehe $a' e'$; normal auf der Richtung $a' e'$ nehme man die Vertikalebene an und die Linie AB als Grundschnitt.

Auf die Linie AB projicire man die Punkte a' nach a'' , e' nach e'' , b' nach b'' und d' nach d'' ; errichte in den Punkten b'' , d'' und e'' Normalen auf AB und mache $b'' b''$ gleich lang mit $b' b''$, $d'' d''$ gleich $d' d''$, und $e'' e''$ gleich $e' e''$. Die Punkte a'' , b'' , d'' und e'' sind Punkte der Leitlinie des Gewölbes im Aufriss. (Bei unserer Konstruktion fiel der Punkt d'' in den Punkt x'' , deshalb ist d'' in der Figur nicht angegeben worden.) — Eben so werden die Punkte i'' , h'' und f'' erhalten. Die Aufrisse der Leibungsfugen werden nun erhalten, wenn man aus dem Punkte e'' nach den Punkten b'' , d'' , f'' und h'' gerade Linien zieht, die Punkte p'' und t'' nach der Höhe der Anfänger festsetzt und aus dem Punkte e'' den Kreisbogen $w'' k'' x''$ beschreibt, durch welchen die Grösse des Auges oder Kerns festgesetzt wird. Der Radius des Kerns ist beliebig, jedoch mit Rücksicht darauf festzusetzen, dass die Gewölbsteine in der Nähe des Kerns nicht zu dünn ausfallen. Die Grundrisse der Leibungsfugen werden mit Hilfe der Aufrisse derselben leicht erhalten. Um etwa den Grundriss der Leibungsfuge md des Schlusssteins zu erhalten, nehme man in der Linie $d'' m''$ die Punkte c_2'' und b_2'' beliebig an, ziehe $c_2'' c''$, $b_2'' b''$ und $m'' \beta''$ parallel mit der Achse BA , projicire die Punkte c'' , b'' , β'' auf die Linie $e' a'$ Fig. 231 nach c' , b' und β' und ziehe aus diesen Punkten gerade Linien mit der Linie $a' i'$ parallel. Auf diese Parallelen projicire man nun den Punkt c_2'' nach c_2' , b_2'' nach b_2' und m'' nach m' ; die Kurve $d' c_2' b_2' m'$ ist der Grundriss der Leibungsfuge md des Schlusssteins. Eben so werden die Grundrisse der übrigen Leibungsfugen erhalten.

Die Richtung der Fugen d, q , und b, p , Fig. 232 ist nicht normal auf dem Bogen a, b, d, e , da dieselben im Punkte e sich schneiden müssen, weil die Aufrisse dieser Fugen im Punkte e'' , dem Aufrisse von e , sich schneiden.

§. 80.

Fig. 235 ist der Grundriss einer konischen Kernwölbung auf der rund abgestutzten Ecke. $a' l' k' i' g'$ ist die Richtungslinie und m' der Mittelpunkt einer cylindrischen Mauer, welche bis zur Kernwölbung sich erhebt. Die Richtungen $s' y'$ und $g' z'$ der Mauern eines Gebäudes, welche über der Kernwölbung die Ecke $y' d' z'$ bilden, sind Tangenten des Bogens $a' g'$ und $a' b, c, d$, Fig. 336 ist eine beliebig steigende Kurve, welche über $a' d'$ in der Art sich erhebt, dass die Höhe $d' d''$, wenigstens um die Hälfte grösser ist als die Basis $a' d'$.

In sofern sich schneidende Tangenten eines Kreisbogens gleich gross sind, wird die Länge $a' d'$ gleich der Länge $d' g'$ sein müssen und es wird daher über $g' d'$ eine zweite Kurve sich erheben müssen, welche der Kurve $a' b, c, d$, kongruent ist. Beide Kurven werden im Punkte d sich schneiden.

Die Entstehung der inneren Wölbungsfläche dieser Kernwölbung ist ziemlich dieselbe wie im vorigen Beispiele, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Durchschnitfiguren, welche hervorgehen, wenn man die innere Wölbungsfläche durch horizontale Ebenen schneidet,

hier horizontale Kreisbogen sind, deren Mittelpunkte in der durch den Punkt m' gedachten lothrechten Achse sich befinden (Umdrehungsfläche), wogegen im vorigen Beispiele diese horizontalen Durchschnitfiguren gerade Linien waren (Cylinderflächen). — Fig. 234 ist der Aufriss dieser Kernwölbung.

Die Linien $l'' p''$, $k'' q''$, $i'' v''$ und $h'' t''$ sind die Aufrisse der Lagerfugen, deren Richtungen im Punkte d'' sich schneiden. Es werden daher auch die Centrafugen p, b , und q, c , des Hauptes Fig. 236 im Punkte d' sich schneiden, ohne auf den Bogen $a' b, c, d$, normal zu stehen.

Diese Fugen anzuordnen, mache man $a' b, = b, c$, die Länge c, d , aber gleich der Hälfte von b, c , oder $\frac{3}{4}$ von b, c . Aus den Punkten b, c , ziehe man die Linien b, b' und c, c' normal auf $a' d'$, projicire die Punkte a' , b' , c' , d' auf den Grundschnitt AB der Aufrissebene, errichte in den erhaltenen Punkten Normalen auf AB und mache dieselben mit b, b' , c, c' , und d, d' , beziehlich gleich gross, dadurch werden die Punkte d, c, b, a , erhalten, durch welche die Kurve $a'' d''$ konstruirt werden kann, so wie auch die geraden Linien $l'' p''$ und $k'' q''$. Eben so erhält man die Kurve $g'' d''$, so wie die Fugen $h'' t''$ und $i'' v''$. Die Punkte c'' und e'' , so wie b'' und f'' werden in geraden Linien sich befinden, welche parallel der Linie AB sind. Um nun den Grundriss der Fuge qk zu erhalten, projicire man den Punkt q'' auf die Linie $a' d'$ nach q' , den Punkt c'' nach c' , so ist die Länge $q' c'$ der Grundriss der Fuge qc , so weit solche im Haupte sich befindet. Man ziehe ferner die gerade Linie $\delta'' q''$ durch einen beliebigen Punkt a'' der Linie $q'' k''$ parallel mit AB , projicire den Punkt δ'' nach δ' , konstruirt mit $m' \delta'$ als Radius aus dem Mittelpunkte m' den Kreisbogen $\delta' \sigma'$, und projicire den Punkt a'' auf diesen Kreisbogen nach a' ; die Punkte a'' und a' sind dann die Projektionen eines Punktes a der Fuge qk .

In derselben Weise erhält man die Punkte β' und k' als Projektionen der Punkte β und k dieser Fuge. — Die Bearbeitung der Steine dieser Kernwölbung geschieht am füglichsten nach Schablonen; es ist deshalb nothwendig, dass sämtliche Lagerfugen ausgetragen werden.

Fig. 237 stellt die ausgetragene Lagerfuge des Schlusssteins vor. Diese zu konstruiren, ziehe man CD parallel mit der Linie AB und konstruirt die Linien $q' q_3'$, $c' c_3'$, $a' a_3'$, $\beta' \beta_3'$ und $k' k_3'$ normal auf CD . Sodann mache man die Länge (q_2) (k_2) Fig. 237 gleich $q'' k''$ Fig. 234,

$$\begin{aligned} (q_2) (c_2) &= q'' c'', \\ (q_2) (a_2) &= q'' a'' \\ \text{und } (q_2) (\beta_2) &= q'' \beta'', \end{aligned}$$

konstruirt in den Punkten (q_2) , (c_2) , (a_2) , (β_2) und (k_2) gerade Linien normal auf $(q_2) (k_2)$ und mache $(q_2) (q)$ gleich $q_2' q'$ Fig. 235, $(q_2) (q_3)$ gleich $q_2' q_3'$, $(c_2) (c)$ gleich $c_2' c'$ und $(c_2) (c_3)$ gleich $c_2' c_3'$, $(a_2) (a)$ gleich $a_2' a'$ und $(a_2) (a_3)$ gleich $a_2' a_3'$, $(\beta_2) (\beta)$ gleich $\beta_2' \beta'$ und $(\beta_2) (\beta_3)$ gleich $\beta_2' \beta_3'$, $(k_2) (k)$ gleich $k_2' k'$ und $(k_2) (k_3)$ gleich $k_2' k_3'$; verbinde die Punkte (q) und (c) durch eine gerade Linie, (c) , (a) , (β) und (k) aber durch eine entsprechende Kurve. Dasselbe geschehe mit den Punkten (q_3) , (c_3) , (a_3) , (β_3) und (k_3) . Die hervorgehende Figur ist die verlangte.

VIERTES KAPITEL.

Von den sphärischen Gewölben, Kuppelgewölbe.

§. 81.

Unter sphärischen Gewölben versteht man solche, deren Leibung eine sphärische Fläche, eine Umdrehungsfläche bildet, d. h. eine Fläche, welche entsteht, wenn irgend eine Kurve (Ellipse, Parabel, Hyperbel etc.) um eine Gerade als Drehungsachse gedreht wird. Die Kurve heisst die Erzeugende, jede einzelne Lage derselben ein Meridian. Gewöhnlich wird die Hauptachse der Ellipse, Parabel oder Hyperbel als Drehungsachse genommen. Ist die Erzeugende ein Viertelkreis $a'' b''$ (Fig. 238 Taf. XV) und wird der Halbmesser $m'' b''$ als Drehungsachse verwendet, so entsteht eine Kugelfläche

und ein Gewölbe, dessen Leibung ein Theil einer Kugel ist, heisst Kugelgewölbe.

Im einfachsten Falle wird das Kuppelgewölbe von einer runden cylindrischen Mauer unterstützt. Hat ein Kugelgewölbe ein polygones (vier- oder achtseitiges) Widerlager derart, dass die Widerlagsmauern die kugelförmige Leibung durchschneiden (Fig. 246), wobei der grösste Kreis der Kugel durch die Ecken des Polygons $p', z' \dots$ (Fig. 247) geht, die innere Mauerflucht demnach ein dem grössten Kreis der Kugel einbeschriebenes Polygon (Viereck, Achteck u. s. w.) bildet, so heisst ein solches Gewölbe eine Hängekuppel. Besteht die Gewölbleibung nur aus einem kleineren Theil der Kugelfläche (Kalotte), so heisst das Gewölbe ein Kappengewölbe (Taf. XVII).