rade Linie, verlängere diese so weit, bis sie in s' die Verlängerung der Linie $k'l'$ schneidet: so stellt s' den Grundriss der Spitze des Kegels vor, k' den des Mittelpunktes desjenigen Kreisbogens, welcher die untern Kanten der Böschungsmauer verbindet, und l' die des Mittelpunktes vom obern Kreisbogen, durch welchen die obern Kanten der Böschungsmauer verbunden werden.

Wenn man daher von k' auf die Richtungen $A'R'$ und $R'M'$ der Mauern die Normalen $k'n'$ und $k'\psi'$ fällt, die Punkte n' und ψ' mit s' durch gerade Linien verbindet, die Längen $k'l'$ und $n'm'$ beide in sechs gleiche Theile theilt, aus k' mit $k'n'$ als Radius den Kreisbogen $n'\psi'$, aus dem Punkte 3 mit der Länge $o'3$ als Radius den Kreisbogen $o'\eta'$, aus 5 mit $a'5$ den Kreisbogen $a'p'$ und endlich aus l' mit $l'm'$ den Kreisbogen $m'q'$ beschreibt, so stellen diese Kreisbogen die Grundrisse der äussersten Kanten der drei kegelförmigen Steinschichten vor.

Die Stossfugen werden in gleicher Weise wie im vorigen Falle angeordnet. Es werden nämlich die mittleren Kreisbogen der Kegelflächen an den Steinschichten konstruirt und die gebrochenen Stossfugen in der Böschungsfläche normal auf diesen Kreisbogen und zugleich auch normal auf der hintern normalen Cylinderfläche der Mauer angeordnet. Für den obern Schlussstein, dessen Grundriss die Fig. $y'x'w'v'V'd'c'b'a'z'$ ist, sind $y'v'$ und $z'c'$ die Projektionen von denjenigen Theilen der Stossfugen, welche auf dem mittlern Kreisbogen $a'x'$ normal stehen, wo hingegen die Fugen $v'V'$ und $c'd'$ normal stehen, auf dem hintern Bogen $V'd'$, da ihre Richtung durch den Mittelpunkt l' dieses Kreisbogens geht.

§. 18.

Die Fig. 97 zeigt denselben Fall, welchen wir in dem Vorangegangenen erklärt haben, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Richtung der einen Mauer auf der Richtung der andern normal steht und die Böschungen auf der innern Seite der Mauern sich befinden. Beide Böschungsseiten werden durch eine Kegelfläche unter einander verbunden, deren Projektionen man findet, wenn man konstruirt wie im vorigen Paragraphen gelehrt worden ist. Man findet alsdann den Punkt l' als Mittelpunkt des untern Kreisbogens $n'o'$, m' als Mittelpunkt der zwei obern Kreisbogen und s' als Projektion der Spitze des Kegels.

In Fig. 96 nehmen die Radien der Kreisbogen der verschiedenen Schichten von unten nach oben zu ab und die Spitze des Kegels befindet sich im Raum über der Mauer; in Fig. 97 findet aber der entgegengesetzte Fall Statt, die Spitze des Kegels befindet sich im Raum unterhalb der Mauer und die Radien der verschiedenen Kreisbogen nehmen von oben nach unten zu ab.

In sofern die Art und Weise der Darstellung eines Steins der kegelförmigen Mauer, so wie auch die Bearbeitung desselben ähnlich ist der Darstellung und der Bearbeitung eines Steins von der schiefen cylindrischen Mauer, so haben wir es nicht für nöthig befunden, das Zeichnen und das Bearbeiten der Steine dieser Mauer weiter noch zu erklären.

Da eine Ebene eine Kegelfläche nur in dem Fall in einer Geraden (d. h. in einer Mantellinie) schneidet, wenn sie durch die Spitze des Kegels geht, so sind auch hier (Fig. 96 und 97) die Stossfugenkanten keine geraden Linien, sondern Kurven (d. h. Theile von einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel), da die Stossfugenebenen die Kegelfläche beliebig schief schneiden. Die Form der betreffenden Brettungen findet man in gleicher Weise, wie in Fig. 86 und 91, durch Umklappung.

Bestimmung der Abmessungen der Futtermauern.

§. 19.

Unter Futter- oder Stützmauern versteht man solche Mauern, welche einer Erdmasse, dem Wasser u. s. w. als Stütze dienen, die also auf einer Seite frei, auf der andern Seite dem Schub einer Erd- oder Wassermasse ausgesetzt sind.

Wird trockene oder nasse Erde, Sand oder dergleichen aufgeschüttet, so bildet sich ein kegelförmiger Haufen, dessen Seiten einen der Beschaffenheit des Materials eigenthümlichen Böschungswinkel bilden. Ist nun z. B. $\sphericalangle\, bad = \alpha$ Fig. 98 Tfl. VI dieser Böschungswinkel, so wird, wenn die Masse in der Form $bcad$ aufgehäuft wird, die Masse abc das Bestreben haben, nach dem natürlichen Böschungswinkel α, also auf der Fläche ab hinab zu gleiten; soll nun dieses Gleiten verhindert werden durch eine bei ac sich anlehnende Böschungsmauer, so wird das Endprisma abc auf dieselbe einen Seitenschub ausüben.

§. 20.

Es sei nun $ac = h$ die Höhe einer Futtermauer, α der Ruhewinkel der Erde, womit die Mauer hinterfüllt ist, und m sei das Gewicht der Kubikeinheit dieser Erdart; man soll den Horizontaldruck S der Erde gegen die Futtermauer berechnen, vorausgesetzt, dass ausser dem Druck der Erde keine fremde Kraft innerhalb derjenigen Grenze, in welcher die Erde noch auf die Futtermauer wirkt, vorhanden sei und dass die Erde mit der Futtermauer einerlei Höhe habe.

Dies vorausgesetzt, sei der Winkel $dab = \alpha$ und abc der normale Querschnitt desjenigen Erdkörpers, dessen Bestreben, nach der Richtung ba abzugleiten, so eben im Gleichgewicht mit der Reibung ist, welche hier sich bildet. Bezeichnet W das Gewicht dieses Erdkörpers, so ist das abgleitende Bestreben desselben nach der Richtung ba

$$= W \operatorname{Sin} \alpha,$$

und die Reibung auf der schiefen Ebene ba, wenn μ den Reibungskoefficient bezeichnet,

$$= \mu\, W \operatorname{Cos} \alpha.$$

Es ist sonach $W \operatorname{Sin} \alpha = \mu\, W \operatorname{Cos} \alpha$

$$\text{oder } \mu = \operatorname{Tang} \alpha.$$

Dieser Werth des Reibungskoefficienten bleibst stets derselbe, wenn gleich die Bewegung der Erde hinter der Mauer nicht in der Linie ba, sondern in irgend einer andern Richtung Statt findet. So lange die Erde hinter der Mauer eine kompakte, in sich fest zusammenhängende Masse bildet, kann sie keinen Schub erzeugen. Nur dann erst, wenn die Erde zunächst hinter der Mauer von der festliegenden Erdmasse sich ablöst, wird der Erddruck gegen die Mauer zu wirken beginnen. Es bildet sich alsdann eine festliegende schiefe Ebene, auf welcher die abgelöste Erdmasse hinabzugleiten das Bestreben hat. Die Reibung, welche auf dieser schiefen Ebene entsteht, hebt zwar das abgleitende Bestreben der Massen zum Theil auf, sie hebt dieses Bestreben sogar gänzlich auf, wenn die Trennung in der Linie ba unter dem Ruhewinkel α erfolgte. In jeder andern Trennungslinie zwischen ab und ac wird aber die Reibung geringer sein, als das abgleitende Bestreben und es wird der Unterschied P beider Thätigkeiten die Intensität der Kraft ausdrücken, mit welcher die Erde hinabgleiten kann.

Bei der Bestimmung des Erddrucks gegen die Futtermauer ist es aber nothwendig, denjenigen Fall anzunehmen, bei welchem der Druck gegen die Mauer ein Maximum wird, weil man alsdann sicher ist, dass kein Druck gegen die Mauer entsteht, durch welchen dieselbe überwältigt werden kann, wenn man die Abmessungen der Mauer dem grössten Druck entsprechend angeordnet hat. Je nachdem aber die Trennungslinie der Erdmassen eine andere Richtung hat, wird auch der Schub S gegen die Mauer einen andern Werth annehmen, weshalb es von Wichtigkeit ist, diejenige Trennungslinie ea zu erforschen, für welche der Schub S sein Maximum wird.

Zu dem Ende sei der Winkel $cae = x$, der Winkel $cab = 90 - \alpha = \beta$ und das Gewicht des dreiseitigen Prisma, dessen Querschnitt das Dreieck ace vorstellt, sei $= Q$. Die Länge l dieses Körpers kann der Kürze wegen gleich Eins gesetzt werden. Das Gewicht Q kann in dem Schwerpunkte s des Dreiecks ace vereinigt gedacht werden und muss dann hier in die zwei Komponenten y und z zerlegt werden, von welchen die Komponente y parallel der Linie ea wirkt, z aber normal darauf.

Die Komponente y hat das Bestreben, den Erdkörper zum Dreieck ace längs der Linie ea fortzubewegen, während der Normaldruck z auf dieser schiefen Ebene eine Reibung erzeugt, die dem Bestreben von y entgegen wirkt. Diese Reibung ist gleich μz und es kann sonach die Erde nur noch mit der Kraft

$$P = y - \mu z$$

nach der Richtung ea hinabgleiten.

$$\text{Es ist aber } Q = \frac{h^2 m}{2} \operatorname{Tang} x,$$

$$y = Q \operatorname{Cos} x,$$

$$z = Q \operatorname{Sin} x,$$

$$\text{daher } P = Q (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x)$$

$$= \frac{h^2 m}{2} \operatorname{Tang} x (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x).$$

Aus dieser Kraft P entspringt nun der Horizontalschub S gegen die Mauer. Zugleich geht aber hier noch eine Reibung hervor, welche nicht übersehen werden darf. Wenn nämlich der Erkörper zu ace mit der Gewalt P auf der schiefen Ebene hinabgleitet, so muss an der hintern Wandfläche der Mauer eine Bewegung Statt finden, da sonst ein Senken des ganzen Erdkörpers vom Gewicht Q nicht möglich wäre. Wenn nun die hintere Wandfläche der Mauer eine lothrechte Richtung hat, so wird der aus P hervorgehende Horizontalschub S auf derselben eine Reibung von $\mu' S$ erzeugen, welche im Punkte s vereinigt in lothrechter Richtung nach oben wirkend gedacht werden kann.

Zur Bestimmung von S bedienen wir uns des Satzes der virtuellen Geschwindigkeit. Wir denken nämlich durch den Schwerpunkt s die Gegenkraft S nach horizontaler Richtung angebracht und haben dann drei Kräfte P, S und $\mu' S$ Fig. 99, welche unter einander im vollkommenen Gleichgewicht sein müssen. Nehmen wir nun an, dass das Gleichgewicht zwischen diesen drei Kräften einen Augenblick aufgehoben worden wäre und dass der Punkt s während dieser Zeit in der zu $e\,a$ parallelen Richtung den Weg $sn = v$ durchlaufen hätte, so wäre v der gleichzeitige Weg von P, nm der von $\mu' S$ und ms der von S, wenn die Linie nm normal auf der Richtung der Kraft S gedacht wird.

Es ist aber $nm = v \operatorname{Cos} x$ und

$$ms = v \operatorname{Sin} x,$$

daher $$Pv = S \,.\, v \operatorname{Sin} x + \mu' S \,.\, v \operatorname{Cos} x$$

oder $$P = S \,.\, (\operatorname{Sin} x + \mu' \operatorname{Cos} x)$$

und $$S = \frac{P}{\operatorname{Sin} x + \mu' \operatorname{Cos} x}$$

Es war aber $P = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x)$, daher

$$\text{I.}\quad S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \frac{\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x + \mu' \operatorname{Cos} x}$$

Der Reibungskoefficient μ ist bekannt, weil $\mu = \operatorname{Tang} \alpha$ ist; aber der Werth von μ' ist unbekannt. Da aber die Mauer an der Seite, welche gegen die Erde gerichtet meist sehr uneben ist und die Vertiefungen doch mit Erde ausgefüllt sind, so kann man das Abrutschen der Erde von der Mauer so annehmen, als wenn Erde auf Erde sich reibe und es ist dann $\mu' = \mu$.

Zur Bestimmung des Horizontalschubs S hat man dann die Gleichung

$$S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \frac{\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x + \mu \operatorname{Cos} x}$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \,.\, \frac{\operatorname{Cos} x - \operatorname{Tang} \alpha \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x + \operatorname{Tang} \alpha \operatorname{Cos} x}$$

Es war aber $90 - \alpha = \beta$, daher $\operatorname{Tang} \alpha = \operatorname{Cotg} \beta$, und deshalb

$$S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \frac{\operatorname{Cos} x - \operatorname{Cotg} \beta \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x + \operatorname{Cotg} \beta \operatorname{Cos} x}$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \,.\, \frac{\operatorname{Cos} x \operatorname{Sin} \beta - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x \operatorname{Sin} \beta + \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} x}$$

$$\text{oder II.}\quad S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \,.\, \operatorname{Tang} (\beta - x)$$

Es sollte aber der Winkel x der Bedingung gemäss ermittelt werden, dass der Horizontalschub S ein Maximum würde.

Dieser Fall tritt ein, wenn $x = \frac{\beta}{2}$ ist. Substituirt man nun $\frac{\beta}{2}$ für x in die Formel II, so erhält man

$$\text{III.}\quad S = \frac{h^2\, m}{2} \left(\operatorname{Tang} \frac{\beta}{2}\right)^2$$

Aus dieser Formel geht hervor, dass unter gleichen Umständen der Horizontalschub gegen die Mauer sich verhält, wie die Quadrate der zugehörigen Höhen.

Die Gleichung III giebt folgende Resultate:

Tabelle I.

Füllmaterial hinter der Futtermauer.	α Ruhe-winkel. Grad.	$\frac{\beta}{2}$ Grad.	m Gewicht eines Kubikmet. in Klg.	Horizontalschub $S = \frac{mh^2}{2} (\operatorname{Tng} \frac{\beta}{2})^2$ Klg.
1. Angefeuchteter Sand	24.	33.	1940	$409{,}1 \,.\, h^2$
2. Angefeuchtete Gartenerde . . .	27.	$31\frac{1}{2}$	2043	$363{,}6 \,.\, h^2$
3. Trockener Sand.	32	29	1634	$251{,}0 \,.\, h^2$
4. Trockene pulverisirte Gartenerde	37.	$26\frac{1}{2}$	1626	$202{,}1 \,.\, h^2$
5. Trockener pulverisirter Lehm .	40	25	1513	$164{,}4 \,.\, h^2$
6. Trockener pulverisirter Thon. .	45	$22\frac{1}{2}$	1785	$500 \,.\, h^2$
7. Wasser hinter der Futtermauer.	0	45	1000.	
8. Schwimmender Morast, dessen specifisches Gewicht $= \delta$ ist . .	0	45	$1000 \,.\, \delta$.	$500 \,.\, \delta \,.\, h^2$

§. 21.

Wird die Reibung, welche durch das Abgleiten der Erde an der Mauer gebildet wird, ausser Rechnung gelassen, so erhält man nach Formel I. §. 20 den Horizontalschub

$$S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \frac{\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x}$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} (1 - \mu \operatorname{Tang} x)$$

Der Ausdruck $\frac{h^2 m}{2} (1 - \mu \operatorname{Tang} x)$ wird aber ein Maximum für $x = o$, und es ist daher für diesen Fall der grösste Horizontalschub gegen die Mauer oder

$$S = \frac{h^2\, m}{2}.$$

Hiernach hat man

Tabelle II.

Füllmaterial hinter der Futtermauer.	m Gewicht eines Kubikmeters in Klg.	$S = \frac{m\,h^2}{2}$ Horizontalschub gegen die Mauer. Klg.
1. Angefeuchteter Sand	1940	$970{,}15 \,.\, h^2$
2. Angefeuchtete Gartenerde	2043	$1021{,}5 \,.\, h^2$
3. Trockener Sand	1634	$817{,}0 \,.\, h^2$
4. Trockene pulverisirte Gartenerde . . .	1626	$813{,}2 \,.\, h^2$
5. Trockener pulverisirter Lehm.	1513	$756{,}5 \,.\, h^2$
6. Trockener pulverisirter Thon	1785	$892{,}6 \,.\, h^2$
7. Wasser	1000	$500 \,.\, h^2$
8. Schwimmender Morast	$1000 \,.\, \delta$.	$500 \,.\, \delta \,.\, h^2$

§. 22.

Der Fall, welcher in §. 21 angenommen worden ist, führt auf eine Trennungslinie, welche bei Erde nicht füglich Statt finden kann. Wir sind deshalb der Meinung, dass der grösste Erddruck gegen die Mauer nach einem andern Princip, als dem in §. 20 befolgten, berechnet werden muss, wenn die Reibung $\mu' S$, welche das Abgleiten der Erde an der Mauer erzeugt, ausser Rechnung gelassen werden soll.

Jedenfalls giebt es einen Neigungswinkel, für welchen das abgleitende Bestreben der abrutschenden Erdmasse ein Maximum wird. Es entsteht sonach die Frage, unter welchem $cae = x$ Fig. 98 die Trennungslinie angenommen werden müsse, damit das abgleitende Bestreben der Erdmasse ein Maximum werde.

Die Beantwortung dieser Frage führt auf eine unreine kubische Gleichung, welche in folgender Weisse ermittelt wird:

Bezeichnet Q das Gewicht der Erde, welche in der Richtung $a\,e$ von der festen Masse sich getrennt hat, und ist m das Gewicht der Kubikeinheit derselben, so drückt $Q \operatorname{Cos} x$ die Gewalt aus, mit welcher die lose Erdmasse auf der schiefen Ebene $e\,a$ hinabzugleiten strebt. Es entsteht aber auf der schiefen Ebene $e\,a$ eine Reibung $= \mu Q \operatorname{Sin} x$, welche jenes Abgleiten zum Theil verhindert, und es ist deshalb das Bestreben, womit die Erde nur abgleiten kann,

$$P = Q \operatorname{Cos} x - \mu Q \operatorname{Sin} x.$$

Es ist aber $Q = \frac{h^2}{2} \operatorname{Tang} x \,.\, l\,m$, wenn l die Länge des prismatischen Körpers bezeichnet, wovon das Dreieck $e\,a\,c$ den normalen Querschnitt vorstellt. Diese Länge l der Kürze wegen gleich Eins gesetzt, giebt

$$Q = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\text{; daher}$$

$$\text{I.}\quad P = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cosin} x - \mu \operatorname{Sin} x) = \text{Maxim.}$$

Nun ist aber $\frac{d\,P}{d\,x} = \frac{h^2\, m}{2} [\operatorname{Cos} x - \mu\, (\operatorname{Sin} x \operatorname{Cos} x + \operatorname{Sin} x \operatorname{Sec} x^2)]$;

$$\text{daher}\ \frac{h^2\, m}{2} [\operatorname{Cos} x - \mu\ (\operatorname{Tang} x \operatorname{Cos} x + \operatorname{Sin} x \operatorname{Sec} x^2)] = 0,$$

$$\text{oder}\ 1 - \mu\, (\operatorname{Tang} x + \operatorname{Tang} x \operatorname{Sec} x^2) = 0,$$

$$\text{und hieraus}\ \operatorname{Tang} x^3 + 2 \operatorname{Tang} x - \frac{1}{\mu} = 0.$$

Aber $\frac{1}{\mu} = \operatorname{Cotg} \alpha$,

daher $\operatorname{Tang} x^3 + 2 \operatorname{Tang} x - \operatorname{Cotg} \alpha = 0$, und hieraus

$$\text{II.}\quad \operatorname{Tang} x = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2} \operatorname{Cotg} \alpha + \sqrt{\tfrac{1}{4} \operatorname{Cotg} \alpha^2 + (\tfrac{2}{3})^3}}$$

$$- \sqrt[3]{- \tfrac{1}{2} \operatorname{Cotg} \alpha + \sqrt{\tfrac{1}{4} \operatorname{Cotg} \alpha^2 + (\tfrac{2}{3})^3}}$$

Es wird nun die Kraft

$$P = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x)$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} \cdot \frac{\operatorname{Tang} x - \mu \operatorname{Tang} x^2}{\sqrt{1 + \operatorname{Tang} x^2}}$$

für denjenigen Werth von x ein Maximum, welcher der Gleichung II. entspricht.

Aus der Kraft P geht nun ein Horizontalschub S gegen die Mauer hervor, dessen Grösse wir hier eben so ermitteln, wie dies früher im §. 22 geschah. Durch den Schwerpunkt s des Dreiecks $a e c$ wird nämlich eine horizontal wirkende Gegenkraft S gedacht, welche im Stande sei, der Kraft P das Gleichgewicht zu halten. Gesetzt nun, es durchliefe dies System von Kräften in irgend einer Zeit einen gewissen Weg, indem das Gleichgewicht während dieser Zeit aufgehoben worden wäre, so würden die Kräfte P und S umgekehrt sich verhalten, wie die gleichzeitig durchlaufenen Wege. Wenn daher der Angriffspunkt s in der zu $e a$ parallelen Richtung den Weg $s n = v$ Fig. 99 durchlaufen hätte, so wäre der gleichzeitig durchlaufene Weg von $P = v$ und der von $S = v$ Sin x; daher

$$P : S = v \operatorname{Sin} x : v$$

oder

$$S = \frac{P}{\operatorname{Sin} x}$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} \cdot \frac{\operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x)}{\operatorname{Sin} x}$$

oder III.

$$S = \frac{h^2\, m}{2} (1 - \operatorname{Tang} \alpha \,.\, \operatorname{Tang} x)$$

Folgerecht den statischen Principien muss aber der Horizontalschub gegen die Mauer mit der gedachten horizontalen Gegenkraft S von gleicher Grösse sein und es drückt sonach die Formel III. den Horizontalschub S gegen die Futtermauer aus.

Wenn man nun in Formel III. für Tang x den Werth aus II. substituirt, so bekommt man

$$\text{IV.} \quad S = \frac{h^2\, m}{2} \left[1 - \operatorname{Tang} \alpha \left(\sqrt[3]{\tfrac{1}{2} \operatorname{Cotg} \alpha + \sqrt{\tfrac{1}{4} (\operatorname{Cotg} \alpha)^2 + (\tfrac{2}{3})^3}} - \sqrt[3]{-\tfrac{1}{2} \operatorname{Cotg} \alpha + \sqrt{\tfrac{1}{4} (\operatorname{Cotg} \alpha)^2 + (\tfrac{2}{3})^3}} \right) \right]$$

Tabelle III.

Füllmaterial hinter der Futtermauer.	α Ruhewinkel.	x Winkel der nachtheiligst. Trennungslin.	Werth von Tang x.	m Gewicht eines Kubikmet. in Klg.	$S = \frac{m h^2}{2}(1 - \operatorname{Tg} \alpha \operatorname{Tg} x)$ Horizontalschub gegen die Mauer. Klg.
1. Angefeuchteter Sand	24°.	39° 48′ 39″	0,833496.	1940	610,2 . h^2
2. Angef. Gartenerde .	27°.	37° 16′ 18″	0,761019.	2043	625,3 . h^2
3. Trockener Sand .	32°.	33° 20′ 19″	0,657831.	1634	481,1 . h^2
4. Trockene pulverisirte Gartenerde	37°.	29° 42′ 36″	0,570623.	1626	463,6 . h^2
5. Trocken. pulv. Lehm	40°	27° 39′ 9″	0,523957.	1513	424,0 . h^2
6. Trocken. pulv. Thon	45°	24° 23′ 22″	0,453398.	1785	487,9 . h^2
7. Wasser.	0	—	—	1000	500 . h^2
8. Schwimmender Morast vom specif. Gewicht δ	0	—	—	1000 . δ	500 . δ . h^2

§. 23.

Nachdem wir in §. 22 die Kraft $P = \frac{h^2 m}{2}$ Tang x (Cos $x - \mu$ Sin x) ermittelt hatten, durch welche die Intensität der Kraft ausgedrückt wird, mit welcher die Erdmasse auf der schiefen Ebene $a e$ abzugleiten das Bestreben hat, bestimmten wir den hieraus hervorgehenden Schub S gegen die Mauer nicht vermittelst des Parallelogramms der Kräfte, sondern mit dem Satze von der virtuellen Geschwindigkeit. Dies schien uns nothwendig zu sein, denn die Anwendung des Princips von der virtuellen Geschwindigkeit ist sicherer und liefert genauere Resultate, als die Anwendung des Parallelogramms der Kräfte. Dies letztere Gesetz ist zwar an und für sich richtig, dass aber dessen ungeachtet dasselbe häufig fehlerhafte Resultate liefert, ist eine Sache, welche allgemein bekannt ist. Weniger bekannt möchte indess der Grund dieser auffallenden Erscheinung sein, weil sonst die Theorie der Futtermauer nicht so verschieden sein würde. Ein Gesetz, welches richtig ist, muss auch richtige Resultate liefern, und wenn dies nicht der Fall ist, so muss der Grund in einer fehlerhaften Anwendung des Gesetzes gesucht werden. Die Resultate, welche hervorgehen, wenn man nach der Theorie des Parallelogramms der Kräfte eine Kraft P in Componenten zerlegt, aus welchen Kräfte nach Richtungen hervorgehen, in welchen das System keine Bewegung zulässt, sind zwar absolut betrachtet richtig, sie führen aber den Rechner in Bezug auf das Resultat, welches er sucht, auf fehlerhafte Schlüsse.

Denn zerlegt man nach Fig. 100 das Gewicht Q des Erdkörpers zu $a c e$ in die Componenten y und z, indem man das Parallelogramm der Kräfte oder vielmehr das Rechteck $v r s w$ bildet, so führt dies unbedingt zu richtigen Resultaten, indem die hieraus hervorgehenden Kräfte y und μz nach der Richtung $e a$ wirken, in welcher das System sich bewegen kann. Wenn man dahingegen die Länge $r o = \mu z$ macht, und dann die Kraft $o s = Q \operatorname{Cos} x - \mu Q \operatorname{Sin} x$ in die Componenten $s t$ und $s u$ nach horizontaler und lothrechter Richtung zerlegt, so wirkt die Kraft $s u$ nach einer Richtung, in welcher keine Bewegung stattfinden kann. Das Gewicht Q des Erdkörpers $a c e$ kann wohl in der mit $a e$ parallelen Richtung $s r$ sich bewegen, aber nicht in der lothrechten Linie $s v$. Daher sind die Componenten $s t$ und $s u$ zwar an und für sich richtig bestimmt worden, man würde aber einen fehlerhaften Schluss machen, wenn man die Componente $s t$ als diejenige Kraft ansähe, welche den Horizontalschub der Erde gegen die Mauer repräsentire. Denn es ist

$$s t = o s \operatorname{Sin} x$$

$$= Q (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x) \,.\, \operatorname{Sin} x$$

$$= \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x) \operatorname{Sin} x\,;$$

nach Formel I. §. 22 die Reibung an der Mauer ausser Rechnung gelassen, ist aber der Horizontalschub der Erde gegen die Mauer

$$S = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x \frac{\operatorname{Cos} - \mu \operatorname{Sin} x}{\operatorname{Sin} x},$$

woraus hervorgeht, dass die Formel

$$s t = \frac{h^2\, m}{2} \operatorname{Tang} x\, (\operatorname{Cos} x - \mu \operatorname{Sin} x) \operatorname{Sin} x$$

den Horizontalschub der Erde viel zu gering angibt. Dies liegt auch in der Natur der Sache. Die Componente $s u$ kann nicht als verlorene Kraft angesehen werden, deren Thätigkeit durch eine gleich grosse entgegengesetzte Kraft aufgehoben würde; eine solche Gegenkraft ist nicht vorhanden und deshalb wird auch aus der Kraft $s u$ noch ein Horizontaldruck gegen die Mauer hervorgehen müssen, um welchen man fehlt, wenn die Componente $s t$ so angesehen wird, als repräsentire sie allein den Horizontalschub S der Erde.

§. 24.

Ist die Erde hinter der Futtermauer höher als die Mauer, so denke man durch die obere Grundebene der Mauer eine horizontale Ebene E, berechne das Gewicht Q der abgleitenden Erde, welche unterhalb der Ebene E sich befindet, so wie auch das Gewicht Q' der auf der erweitert gedachten Trennungslinie $a e$ Fig. 98 oberhalb der Ebene E abgleitenden Erdemasse und setze dann $Q + Q'$ anstatt Q in die §. 22 geführte Berechnung des Horizontalschubs S der Erde.

Befindet sich innerhalb derjenigen Grenze, in welcher die Erde noch auf die Mauer einwirken kann, irgend ein schwerer Gegenstand, durch dessen Gewicht der Erddruck vermehrt wird, so ermittele man das Gewicht Q'' dieses Gegenstandes und nehme dasselbe in der Rechnung mit auf, indem man das Gewicht der abgleitenden Erde um das Gewicht Q'' vermehrt.

Befindet sich eine Strasse längs einer Futtermauer, so muss auch die Belastung noch in Rechnung gebracht werden, welche durch das Fahren der Lastwagen veranlasst wird; auch dürfen hier die Stösse nicht ausser Acht gelassen werden, welche vom schnellen Fahren der Wagen entstehen. Nach Eytelwein soll es in diesem Falle genügen, wenn man anderthalbfache Sicherheit rechnet, also $\frac{2}{3} S$ anstatt S in Rechnung bringt.

§. 25.

Den Mittelpunkt des horizontalen Erddruckes S zu ermitteln.

Es sei Fig. 101 die Linie $c q = z$ und $q r$ parallel $a e$. Das Dreieck $c q r$ werde als normaler Querdurchschnitt desjenigen prismatischen Erdkörpers angesehen, dessen Gewicht K das Bestreben hat, das System um eine durch den Punkt a gelegte horizontale Achse zu drehen. Wenn nun der aus K hervorgehende Horizontalschub mit S bezeichnet wird, so ist nach §. 22 Formel III.

$$S = \frac{z^2\, m}{2} (\operatorname{Tang} \frac{\beta}{2})^2,$$

wenn α den Ruhewinkel der Erde hinter der Mauer bezeichnet und $\beta = 90 - \alpha$ ist.

Es sei ferner das Umdrehungsmoment $S = Fz$ und k die Zunahme von z, so ist $F(z+k) - Fz$ das Moment des aus $qrwv$ hervorgehenden Druckes. Dieser Druck ist nach III. §. 22

$$= (z+k)^2 \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 - z^2 \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2$$

$$= \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 . [(z+k)^2 - z^2].$$

Dieser Druck wirkt in der Linie qv gegen die Mauer und es ist deshalb der Hebelarm desselben grösser als av und kleiner als aq, also etwa $= h - z - k'$, wenn k' eine Länge bezeichnet, welche kleiner als k ist. Es entsteht daher die Gleichung

$$F(z+k) - Fz = \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 [(z+k)^2 - z^2)] (h - z - k').$$

Aus dieser Gleichung folgt nun, dass

$$F(z+k) - Fz = \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 (2kz + k^2) (h - z - k'),$$

oder $\frac{F(z+k) - Fz}{k} = \frac{m}{2} (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 (2z + k)(h - z - k')$ ist.

Setzt man nun $k = 0$, so geht auch k' in 0 über und man hat

$$Fz = \int_{z=0}^{z=h} mz \, (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 (h - z) \, dz,$$

und hieraus $Fh = m \, (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2 \frac{h^3}{6}$ als das Moment des horizontalen Erddruckes.

Nun ist aber der ganze Horizontaldruck gegen ca gleich $\frac{m h^2}{2}$ $(\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2$, folglich der Hebelarm desselben in Bezug auf den Punkt a

$$= \frac{\frac{1}{6} m h^3 (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2}{\frac{1}{2} m h^2 (\text{Tang} \frac{\beta}{2})^2} = \frac{h}{3},$$

d. h. der Mittelpunkt des horizontalen Erddruckes ist um den dritten Theil der Höhe der Mauer von der Grundfläche derselben entfernt.

§. 26.

Damit die Abmessungen einer Futtermauer auch dem nachtheiligsten Fall entsprechend gewählt werden, müssen zwei verschiedene Untersuchungen angestellt werden, von welchen die eine das Umkanten, die andere aber das Fortschieben der Mauer betrifft.

Damit der horizontalwirkende Erddruck S die Mauer nicht etwa umkante, muss das statische Moment desselben kleiner sein als die Stabilität der Mauer und damit die Mauer nicht etwa gleitend fortgeschoben werden könne, muss der horizontale Erddruck kleiner sein als die durch das Gewicht der Mauer gebildete Reibung.

Der normale Querschnitt einer Futtermauer sei ein Rechteck von der Höhe h und Breite x Fig. 102, man soll die Breite x in der Art bestimmen, dass die Mauer von dem horizontalen Erddruck weder umgeworfen noch fortgeschoben werden könne.

Es werde hier, so wie auch in den folgenden Aufgaben vorausgesetzt, dass die Futtermauer auf einer horizontalen Ebene stehe und dass q das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk bezeichne. Es muss alsdann in Bezug auf das Umkanten um den Punkt A die Länge $l =$ Eins gesetzt,

$$1) \; \frac{hx^2}{2} q > \frac{m h^2}{2} \left(\text{Tang} \frac{\beta}{2}\right)^2 . \frac{h}{3},$$

und in Bezug auf Fortschieben

$$2) \; \mu h x q > \frac{m h^2 \left(\text{Tang} \frac{\beta}{2}\right)^2}{2} \text{ sein.}$$

Aus 1) ist $x > \sqrt{\left(\frac{m h^2 \left(\text{Tang} \frac{\beta}{2}\right)^2}{3q}\right)}$

und aus 2), $x > \frac{m h^2 \left(\text{Tang} \frac{\beta}{2}\right)^2}{2 \mu h q}$; oder, den Horizontaldruck der Erde mit S bezeichnet:

$$1) \; x > h \sqrt{\frac{2S}{3q}} \text{ für Umwerfen,}$$

$$2) \; x > \frac{S}{\mu h q} \text{ für Fortschieben.}$$

§. 27.

Es sei $ABCD$ Fig. 103 der normale Querschnitt einer Futtermauer von der Höhe h, deren vordere Seitenebene n füssig dossirt, die hintere Seitenebene aber lothrecht ist, man sucht die obere Breite x der Mauer der Bedingung gemäss, dass weder ein Umkanten noch ein Fortschieben der Mauer stattfinden könne.

Der Horizontaldruck S der Erde gegen die Mauer ist nach Tabelle I oder Tabelle III bekannt, der Hebelarm desselben ist $\frac{h}{3}$, mithin das Moment des horizontalen Erddruckes

$$= S . \frac{h}{3}.$$

Dies Moment hat das Bestreben, die Stabilität der Mauer zu überwältigen. Diese letztere zu erhalten, zerlegen wir das Trapez $ABCD$ in das Rechteck $BCDE$ und in das rechtwinklige Dreieck ABE.

Das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk gleich q und die Länge der Mauer gleich Eins gesetzt, giebt das Gewicht des Rechtecks $BCDE = hxq$, der Hebelarm für den Drehpunkt A ist $nh + \frac{x}{2}$, daher das Moment $= \left(nh + \frac{x}{2}\right) . hxq$.

Es ist ferner das Moment des rechtwinkligen Dreiecks ABC $= \frac{nh^2}{2} . q . \frac{2}{3} nh$ und man hat daher in Bezug auf Umwerfen

$$\left(nh + \frac{x}{2}\right) hxq + \frac{1}{3} n^2 h^3 q > S \cdot \frac{h}{3}$$

$$\text{oder } x^2 + 2nhx > \frac{2}{3} \left(\frac{S}{q} - n^2 h^2\right),$$

und für den Fall des Gleichgewichtes

$$x^2 + 2hnx = \frac{2}{3} \left(\frac{S}{q} - n^2 h^2\right)$$

$$\text{woraus } x = -nh + \sqrt{n^2 h^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{S}{q} - n^2 h^2\right)}$$

$$\text{oder 1) } x = -nh + \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{2S}{q} + n^2 h^2\right)}$$

In Bezug auf Fortschieben der Mauer muss der horizontale Erddruck S gegen die Mauer kleiner sein als die Reibung, welche aus dem Gewicht der Mauer hervorgeht;

daher $\mu \left(xh + \frac{nh^2}{2}\right) q > S$; und für das Gleichgewicht

$$\mu \left(xh + \frac{nh^2}{2}\right) q = S$$

oder $\quad 2) \; x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{nh}{2}.$

§. 28.

Es sei $ABCD$ Fig. 104 der normale Querschnitt einer Futtermauer von der Höhe h und Länge $l =$ Eins. Die vordere Mauerfläche sei lothrecht, die hintere aber n füssig dossirt, man sucht die obere Breite x der Mauer.

Bezeichnet q das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk, so ist in Bezug auf den Drehpunkt A das Moment des Rechtecks $ABCE$ $= \frac{hx^2}{2} q$ und das Moment vom Dreieck $DCE = \frac{nh^2 q}{2} (x + \frac{1}{3} nh)$.

Der Mauer zur Hülfe kommt hier aber noch das Gewicht der Erde, welche auf der dossirten Mauerfläche CD sich befindet, deren Moment $= \frac{nh^2 m}{2} (x + \frac{2}{3} nh)$ ist und es ist sonach

$$\frac{x^2 hq}{2} + \frac{nh^2 q}{2} (x + \tfrac{1}{3} nh) + \frac{nh^2 m}{2} \left(x + \frac{2nh}{3}\right) > \frac{S.h}{3},$$

wenn S den Horizontalschub der Erde und m das Gewicht der Kubikeinheit Erde ausdrückt.

Für das Gleichgewicht wäre daher

$$\frac{x^2 hq}{2} + \frac{nh^2 q}{2} (x + \tfrac{1}{3} nh) + \frac{nh^2 m}{2} (x + \tfrac{2}{3} nh) = \frac{Sh}{3}$$

$$\text{oder } x^2 + x\left(nh + \frac{nhm}{q}\right) = \frac{2}{3} \frac{S}{q} - \frac{1}{3} n^2 h^2 - \frac{2}{3} \frac{n^2 h^2 m}{q},$$

und hieraus

$$1)\ x = \frac{-nh(q+m)+\sqrt{\frac{1}{3}(3n^2h^2m^2 - n^2h^2q^2 - 2n^2h^2mq + 8S.q)}}{2q}$$

In Bezug auf Fortschieben der Mauer ist dahingegen

$$\mu\left(hxq + \frac{nh^2}{2}q + \frac{nh^2m}{2}\right) > S,$$

und dabei für das Gleichgewicht

$$2)\ x = \frac{S}{\mu hq} - \frac{nhm}{2q} - \frac{nh}{2}$$

Es hat zwar seine Richtigkeit, dass die auf der schiefen Ebene CD lagernde Erdmasse vom Gewicht $\frac{nh^2m}{2}$ der Stabilität der Mauer zu Gute kommt; dessen ungeachtet glauben wir empfehlen zu müssen, diesen lothrechten Erddruck ausser Rechnung zu lassen, da der Fall sehr leicht vorkommen kann, dass die Erde unmittelbar hinter der Mauer auf eine gewisse Tiefe, welche kleiner als h ist, heraus gehoben wird, wo dann der Horizontaldruck der Erde unten immer noch gegen die Mauer wirken kann, während der grösste Theil der Erde, deren Gewicht der Mauer zu Hülfe kommt, hinwegfällt. Für diesen Fall hat man aber in Bezug auf Umwerfen

$$\frac{x^2hq}{2} + \frac{nh^2q}{2}(x + \tfrac{1}{3}nh) > S.\frac{h}{3}$$

und hieraus das Gleichgewicht

$$x = -\frac{nh}{2} + \sqrt{\frac{n^2h^2}{4} + \frac{2S}{3q} - \frac{n^2h^2}{3}}$$

$$\text{oder } 1)\ x = -\frac{nh}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{3}\left(\frac{8S}{q} - n^2h^2\right)}$$

In Bezug auf Fortschieben wäre aber

$$\mu\left(hxq + \frac{nh^2q}{2}\right) > S, \text{ oder für das Gleichgewicht}$$

$$\mu\left(hxq + \frac{nh^2q}{2}\right) = S$$

$$\text{woraus } 2)\ x = \frac{S}{\mu hq} - \frac{nh}{2}.$$

§. 29.

Die obere Stärke einer Futtermauer ist nicht allein von dem horizontalen Erddruck, welcher gegen die Mauer wirkt, abhängig, sondern auch noch von andern schädlichen Einwirkungen, durch welche der Ruin der Mauer herbeigeführt werden kann. Dahin gehören die nachtheiligen Erschütterungen, welche durch das Fahren längs der Mauer veranlasst werden, so wie noch insbesondere die Wirkung des Frostes, durch welche schwache Futtermauern in ihren oberen Theilen sehr leicht beschädigt werden können.

Es gilt deshalb als Regel, die obere Breite $b = \frac{1}{5}$ von der Höhe h der Futtermauer zu nehmen, wenn mit schweren Lastwagen zur Seite der Mauer gefahren wird und wenn dies nicht der Fall ist, $b = \frac{h}{6}$ oder $= \frac{h}{7}$ zu machen. Hiebei muss jedoch vorausgesetzt werden, dass die Mauer durch Fussbänke oder durch eine dossirte Ebene verstärkt werde.

Bei Futtermauern von Bedeutung darf die obere Breite derselben jedoch nicht geringer als 80 cm sein.

§. 30.

Die Höhe einer Futtermauer sei gleich h, ihre obere Breite b gleich $\frac{h}{6}$ gegeben, die vordere Seitenebene sei lothrecht, die hintere aber dossirt, man soll die Breite derselben berechnen.

Es sei Fig. 105 $ABCD$ der normale Querschnitt der Mauer, die Höhe AB sei gleich h, die obere Breite $BC = b$ und die gesuchte untere Breite $AD = b + x$.

Wenn nun q das Gewicht eines Kubikmeters Mauer und m das Gewicht eines Kubikmeters Erde bezeichnet, alle Abmessungen in Metern verstanden, so ist das Moment vom Rechteck $ABCE$ in Bezug auf den Drehpunkt $A = \frac{b^2h}{2}q$ und das Moment des Dreiecks $ECD = \frac{hxq}{2}\left(b + \frac{x}{3}\right)$.

Ferner ist das Moment der lothrecht über CD lagernden Erdmasse

$$= \frac{hxm}{2}(b + \tfrac{2}{3}x).$$

und das Moment des horizontalen Erddruckes

$$= \frac{Sh}{3};$$

daher für das Gleichgewicht die Gleichung

$$\frac{b^2hq}{2} + \frac{hxq}{2}\left(b + \frac{x}{3}\right) + \frac{hxm}{2}(b + \tfrac{2}{3}x) = \frac{Sh}{3},$$

und hieraus

$$1)\ x = -\tfrac{1}{2}\frac{3b(q+m)}{2m+q} + \sqrt{\left(\frac{3b(q+m)}{4m+2q}\right)^2 + \frac{2S - 3b^2q}{q+2m}}$$

In Bezug auf Fortschieben ist aber

$$\mu\left(bhq + \frac{xhq}{2} + \frac{xhm}{2}\right) = S,$$

$$\text{oder } x\,(hq + hm) = \frac{2S}{\mu} - 2bhq,$$

und hieraus

$$2)\ x = \frac{2S}{\mu h(q+m)} - \frac{2bq}{q+m}.$$

Lässt man die auf der schiefen Ebene CD ruhende Erdmasse vom Gewichte $\frac{hxm}{2}$ ausser Rechnung, so ergibt sich

$$1) \text{ für Umwerfen } x = -\frac{3b}{2} + \sqrt{\frac{2S}{q} - \frac{3b^2}{4}}$$

$$2) \text{ für Fortschieben } x = \frac{2S}{\mu hq} - 2b.$$

§. 31.

Eine Futtermauer sei von vorn n füssig und hinten k füssig dossirt, ihre Höhe sei gleich h gegeben, man sucht die obere Breite x der Mauer.

Fig. 106 stelle den normalen Querschnitt der Mauer vor. Die Linien BE und CF auf AD normal gedacht, sei $AE = nh$ und $FD = kh$.

Die Länge l der Mauer sei gleich Eins, das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk gleich q und das der Erde gleich m. In Bezug auf Umwerfen ist alsdann das Moment des Dreiecks ABE, den Punkt A als Drehpunkt gedacht,

$$= \frac{n^2h^3q}{3};$$

das Moment des mittleren Rechtecks $BCFE$

$$= xh\left(nh + \frac{x}{2}\right)q;$$

das Moment vom Dreieck CDF

$$= \frac{kh^2}{2}(nh + x + \tfrac{1}{3}kh)\,q;$$

und endlich das Moment der auf der Böschungseite CD lagernden Erde, welche der Stabilität der Mauer zu Hülfe kommt,

$$= \frac{kh^2m}{2}(nh + x + \tfrac{2}{3}kh).$$

Für das Gleichgewicht entsteht daher die Gleichung

$$\frac{Sh}{3} = \frac{n^2h^3}{3}q + xh\left(nh + \frac{x}{2}\right)q + \frac{kh^2}{2}q\left(nh + x + \frac{kh}{3}\right) + \frac{kh^2m}{2}(nh + x + \tfrac{2}{3}kh)$$

oder

$$x^2 + xh\left(2n + k + \frac{km}{q}\right) + \left(nk + \frac{k^2}{3} + \frac{kmn}{q} + \tfrac{2}{3}\frac{k^2m}{q} + \frac{2n^2}{3} - \frac{2S}{3h^2q}\right)h^2 = 0$$

woraus

$$x = h\left[-\left(n + \frac{k}{2} + \frac{km}{2q}\right) + \sqrt{\left(n + \frac{k}{2} + \frac{km}{2q}\right)^2 + \frac{2S}{3qh^2} - kn - \frac{k^2}{3} - \frac{kmn}{q} - \tfrac{2}{3}\frac{k^2m}{q} - \frac{2n^2}{3}}\right]$$

In Bezug auf Fortschieben ist aber für das Gleichgewicht

$$\mu\left[\tfrac{1}{2}nh^2q + xhq + \tfrac{1}{2}kh^2q + \tfrac{1}{2}kh^2m\right] = S$$

oder

$$2)\ x=\frac{h}{2}\left[\frac{2\,S}{\mu\,h^2\,q}-n-k-\frac{k\,m}{q}\right]$$

Lässt man die auf der Böschungseite CD lagernde Erdmasse ausser Rechnung, was stets zu empfehlen ist, so erhält man in Bezug auf Umwerfen der Mauer die Gleichung

$$1)\ x=h\left[-\left(n+\frac{k}{2}\right)+\sqrt{\left(n+\frac{k}{2}\right)^2+\frac{2\,S}{3\,q\,h^2}-k\,n-\frac{k^2}{3}-\tfrac{2}{3}\,n^2}\right]$$

Für Fortschieben aber

$$2)\ x=\frac{h}{2}\left(\frac{2\,S}{\mu\,q\,h^2}-n-k\right)$$

§. 32.

Die obere Breite b und die Höhe h einer auf beiden Seiten dossirten Futtermauer seien gegeben, man soll die untere Breite derselben berechnen.

Es sei $ABCD$ Fig. 107 der normale Querschnitt der Mauer, die Ausladung der vorderen Böschungsebene sei gleich a und die der hinteren gleich x. Es sei ferner q das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk, m das der Erde und S sei der horizontale Erddruck gegen die Mauer. In Bezug auf Umwerfen hat man alsdann für das Gleichgewicht die Gleichung

$$\frac{S\,h}{3}=\frac{a^2hq}{3}+bhq\left(a+\frac{b}{2}\right)+\frac{hx}{2}q\left(a+b+\frac{x}{3}\right)+\frac{x\,h^2\,m}{2}\left(a+b+\frac{2\,x}{3}\right)$$

oder

$$x^2\,(q+2\,m)+3\,x\,(a+b)\,(q+m)+2\,a^2\,q+6\,a\,b\,q+3\,b^2\,q-2\,S=0$$

und hieraus

$$1)\ x=-\frac{3\,(a+b)\,(q+m)}{2\,(q+2\,m)}$$

$$+\sqrt{\frac{9\,(a+b)^2\,(q+m)^2}{4\,(q+2\,m)^2}+\frac{2\,S-2\,a^2\,q-6\,a\,b\,q-3\,b^2\,q}{q+2\,m.}}$$

In Bezug auf Fortschieben hat man aber die Gleichung

$$\mu\left[q\,(a+2\,b+x)\,\frac{h}{2}+\frac{x\,h\,m}{2}\right]=S$$

und hieraus

$$2)\ x=\frac{2\,S}{\mu\,(q+m)\,h}-\frac{a+2\,b}{q+m}\cdot q$$

Wird das Gewicht der auf der hinteren Böschungsebene CD ruhenden Erdmasse ausser Rechnung gelassen, so ergibt sich für das Gleichgewicht

$$\frac{S\,h}{3}=\frac{a^2\,h\,q}{3}+h\,b\,q\left(a+\frac{b}{2}\right)+\frac{h\,x\,q}{2}\left(a+b+\frac{x}{3}\right),$$

und hieraus

$$1)\ x=-\frac{3\,(a+b)}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}\,(a+b)^2+\frac{2\,S}{q}-2\,a^2-6\,a\,b-3\,b^2}$$

Für Fortschieben aber

$$2)\ x=\frac{2\,S}{\mu\,h\,q}-(a+2\,b).$$

§. 33.

Wenn die vordere und die hintere Seitenebene einer Futtermauer lothrecht angeordnet worden sind, so dienen Fussbänke (Banquette), welche auf der hintern Seite der Mauer angebracht werden, zur Verstärkung der Mauer.

Die Höhe eines Banquetts kann 75 cm bis 1,6 m betragen. Gewöhnlich wird die obere Breite der Mauer nach §. 31 durch die Höhe h ausgedrückt und die Breite der Fussbänke als unbekannte Grösse aus den Gleichungen der Stabilität berechnet. Es kann aber auch der umgekehrte Weg eingeschlagen werden, indem man die Breite der Fussbänke beliebig, jedoch dem Zweck entsprechend wählt und hienach die obere Breite der Mauer berechnet.

Es sei Fig. 108 der normale Querschnitt einer Futtermauer mit einer Fussbank; die Höhe h sei gegeben, so wie auch die obere Breite $b=\frac{h}{6}$, man soll die Breite $DE=x$ der Fussbank berechnen.

Die Länge l der Mauer sei gleich Eins; q sei das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk und m sei das der Erde. S sei der horizontale Erddruck gegen die Mauer und die Höhe der Fussbank gleich $\frac{h}{2}$.

Dies zum Grunde gelegt, zerlege man das Profil der Mauer in die zwei Rechtecke $ABCH$ und $DEFH$. Das Moment vom Rechteck $ABCH$, in Bezug auf den Drehpunkt A gebildet, ist

$$=\frac{b^2\,h}{2}\,q.$$

Das Gewicht der Fussbank $HDEF$ ist gleich $\frac{x\,h}{2}\,q$ und das der Erde, welche auf der Fussbank sich befindet, gleich $\frac{xhm}{2}$. Beide Gewichte haben den Hebelarm $b+\frac{x}{2}$ und es ist daher für das Gleichgewicht

$$S\frac{h}{3}=\frac{b^2\,h\,q}{2}+\frac{x\,h}{2}\,(q+m)\left(b+\frac{x}{2}\right),$$

und hieraus

$$1)\ x=-b+\sqrt{b^2+\frac{4\,S}{3\,(q+m)}-\frac{2\,b^2\,q}{q+m}}.$$

Für das Fortschieben ist aber

$$\mu\left[\left(b\,h+\frac{x\,h}{2}\right)q+\frac{x\,h\,m}{2}\right]=S$$

oder

$$2)\ x=\frac{2\,S}{\mu(q+m)\,h}-\frac{2\,b\,q}{q+m}$$

Ohne Berücksichtigung der auf der Fussbank befindlichen Erde erhält man für Umwerfen

$$1)\ x=-b+\sqrt{b^2+\frac{4\,S}{3\,q}-2\,b^2};$$

und für Fortschieben

$$2)\ x=\frac{2\,S}{\mu\,q\,h}-2\,b.$$

§. 34.

Die Aufgabe sei dieselbe wie die vorige, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Breite der Fussbank gleich d gegeben, die obere Breite der Mauer aber gesucht werde.

In Bezug auf Umwerfen um A ist das Moment vom Rechteck $ABCH=\frac{x^2\,h}{2}\,p$, wenn x die obere Breite der Mauer bezeichnet. Ferner ist das Moment der Fussbank mit der darauf befindlichen Erde gleich $\frac{d\,h}{2}\,(q+m)\,(x+\frac{d\,h}{2})$, daher

$$\frac{x^2\,h\,q}{2}+\frac{d\,h}{2}\,(q+m)\left(x+\frac{d}{2}\right)=\frac{S\,h}{3},$$

woraus

$$1)\ x=\frac{-d\,(q+m)+\sqrt{d^2\,(m^2-q^2)+\frac{8}{3}\,q\,S}}{2\,q}$$

Für Fortschieben ist aber

$$\mu\,[x\,h\,q+\frac{d\,h}{2}\,(m+q)]=S$$

oder

$$2)\ x=\frac{S}{\mu q h}-\frac{d}{2}\,\frac{m+q}{q}$$

Ohne Berücksichtigung der auf der Fussbank ruhenden Erdmasse ist für Umwerfen

$$1)\ x=-\frac{d}{2}+\sqrt{\frac{2\,S}{3\,q}-\frac{d^2}{4}};$$

und für Fortschieben

$$2)\ x=\frac{S}{\mu\,q\,h}-\frac{d}{2}.$$

§. 35.

Die Höhe einer zu beiden Seiten lothrechten Futtermauer sei gleich h, ihre obere Breite $b=\frac{h}{6}$ gegeben. An der hintern Mauer seien zwei Fussbänke in gleichen Höhen angeordnet, man sucht die Breite x derselben. Fig. 109.

In Bezug auf den Drehpunkt A ist das Moment vom Rechteck $ABCD$

$$=\frac{hb^2 q}{2},$$

das Moment vom Rechteck $FEDG$

$$=\tfrac{2}{3} h x q\left(b+\frac{x}{2}\right),$$

das Moment des Rechtecks $GHIK$

$$=\frac{h}{3} x q\left(b+\frac{3x}{2}\right).$$

Ferner kommt der Mauer die auf den Fussbänken ruhende Erdmasse zu Hülfe, deren Moment

$$=\frac{h}{3} x m\left(b+\frac{x}{2}\right)+\tfrac{2}{3} h x m\left(b+\frac{3x}{2}\right) \text{ ist.}$$

Für Umwerfen daher die Gleichung

$$\frac{Sh}{3}=\frac{hb^2 q}{2}+\left(\tfrac{2}{3} h x q+\frac{hxm}{3}\right)\left(b+\frac{x}{2}\right)+\left(\frac{h}{3} x q + \tfrac{2}{3} h x m\right)\left(b+\frac{3x}{2}\right),$$

woraus

$$2S = 3b^2 q + 6xb(q+m) + x^2(5q+7m) \text{ ist,}$$

und daher

$$1)\ x=\frac{-3b(q+m)+\sqrt{3b^2(3m^2-2q^2-qm)+2S(5q+7m)}}{5q+7m}.$$

Für das Fortschieben der Mauer ist aber

$$\mu\,[(bh+hx)\,q+hxm]=S,$$

und

$$2)\ x=\frac{S}{\mu(q+m)h}-\frac{bq}{q+m}.$$

Wird die auf den Fussbänken ruhende Erde ausser Rechnung gelassen, so ist die Stabilität der Mauer

$$=\frac{b^2 hq}{2}+\tfrac{2}{3} h x q\left(b+\frac{x}{2}\right)+\frac{h}{3} x q\left(b+\frac{3x}{2}\right),$$

mithin

$$\frac{Sh}{3}=\frac{b^2 hq}{2}+\tfrac{2}{3} h x q\left(b+\frac{x}{2}\right)+\frac{h}{3} x q\left(b+\frac{3x}{2}\right),$$

$$\text{oder } x^2+\frac{6bx}{5}+\frac{3b^2}{5}-\frac{2S}{5q}=0,$$

woraus

$$1)\ x=-\frac{3b}{5}+\sqrt{\frac{2S}{5q}-\frac{6b^2}{25}}.$$

Für Fortschieben ist

$$\mu\,(bh+hx)\,q=S$$

$$\text{oder } 2)\ x+\frac{S}{\mu q h}-b.$$

§. 36.

Die obere Breite x einer Futtermauer zu berechnen, wenn deren Höhe gleich h gegeben ist und dieselbe an der hintern Seite zwei Fussbänke, jede von der Breite d und Höhe $\frac{h}{3}$, erhalten soll, Fig. 110.

Die Momente für den Drehpunkt A gebildet, erhält man die Stabilität der Mauer

$$=\frac{x^2 hq}{2}+\tfrac{2}{3} h d q\left(x+\frac{d}{2}\right)+\tfrac{1}{3} h d q\left(x+\frac{3d}{2}\right).$$

Ferner ist das Moment der Erde, welche auf den Fussbänken sich befindet

$$=\frac{h}{3} d m\left(x+\frac{d}{2}\right)+\tfrac{2}{3} h d m\left(x+\frac{3d}{2}\right).$$

Folglich

$$\frac{Sh}{3}=\frac{x^2 hq}{2}+\tfrac{2}{3} h d q\left(x+\frac{d}{2}\right)+\frac{hdq}{3}\left(x+\frac{3d}{2}\right)+\frac{h}{3} d m\left(x+\frac{d}{2}\right)+\frac{2h}{3} d m\left(x+\frac{3d}{2}\right)$$

oder

$$x^2+2dx\frac{q+m}{q}+\tfrac{5}{3} d^2+\tfrac{7}{3}\frac{d^2 m}{q}-\frac{2S}{3q}=0,$$

woraus

$$1)\ x=-d\cdot\frac{q+m}{q}+\sqrt{d^2\cdot\left(\frac{q+m}{q}\right)^2+\frac{2S}{3q}-\tfrac{5}{3} d^2-\tfrac{7}{3}\frac{d^2 m}{q}}.$$

In Bezug auf Fortschieben hat man aber

$$\mu\,[(hx+hd)\,q+hdm]=S$$

und

$$2)\ x=\frac{S}{\mu q h}-\frac{d(m+q)}{q}$$

Wenn aber die auf den Fussbänken ruhende Erde ausser Rechnung gelassen wird, so erhält man in Bezug auf Umwerfen die Gleichung

$$\frac{Sh}{3}=\frac{x^2 hq}{2}+\tfrac{2}{3} h d q\left(x+\frac{d}{2}\right)+\tfrac{1}{3} h d q\left(x+\frac{3d}{2}\right),$$

woraus

$$1)\ x=-d+\sqrt{\frac{2S}{3q}-\frac{2d^2}{3}}.$$

Für Fortschieben ist aber

$$2)\ x=\frac{S}{\mu q h}-d.$$

§. 37.

Eine Futtermauer sei vorn dossirt, hinten aber nicht; ihre Höhe sei gleich h und ihre obere Breite gleich b gegeben: man soll die Breite x einer an der hintern Seitenebene anzubringenden Fussbank berechnen. Fig. 111.

Die Dossirung der vorderen Seitenebene sei gleich a und die Höhe der Fussbank gleich $\frac{h}{2}$. Für den Drehpunkt A ist alsdann das Moment des rechtwinkligen Dreiecks ABG

$$=\frac{ah}{2} q\cdot\tfrac{2}{3} a;$$

das Moment des Rechtecks $BCHG$

$$=bhq\left(a+\frac{b}{2}\right),$$

und das Moment von $DEFH$

$$=\frac{h}{2} x q\left(a+b+\frac{x}{2}\right).$$

Zu Hülfe kommt der Stabilität der Mauer das Moment der auf der Fussbank ruhenden Erde, welches

$$=\frac{hxm}{2}\left(a+b+\frac{x}{2}\right) \text{ ist, mithin}$$

$$\frac{Sh}{2}=\frac{ahq}{2}\cdot\tfrac{2}{3} a+bhq\left(a+\frac{b}{2}\right)+\frac{hxq}{2}\left(a+b+\frac{x}{2}\right)+\frac{hxm}{2}\left(a+b+\frac{x}{2}\right),$$

oder

$$x^2(q+m)+2x(a+b)(q+m)+\tfrac{4}{3} a^2 q+4abq+2b^2 q-\frac{4S}{3}=0,$$

woraus

$$1)\ x=-(a+b)+\sqrt{(a+b)^2+\left(\frac{4S}{3}-\tfrac{4}{3} a^2 q-4abq-2b^2 q\right)\frac{1}{q+m}}.$$

Für Fortschieben erhält man die Gleichung

$$\mu\left[\left(\frac{ah}{2}+bh+\frac{xh}{2}\right)q+\frac{xhm}{2}\right]=S, \text{ oder}$$

$$2)\ x=\frac{2S}{\mu(q+m)h}-\frac{a+2b}{q+m}\cdot q$$

Die auf den Fussbänken ruhende Erde ausser Rechnung gelassen, giebt die Gleichungen

$$1)\ x=-(a+b)+\sqrt{(a+b)^2+\frac{4S}{3q}-\frac{4a^2}{3}-4ab-2b^2}$$

für Umwerfen,

und

$$2)\ x = \frac{2S}{\mu q h} - (a + 2b) \text{ für Fortschieben.}$$

§. 38.

Die Höhe einer vorn dossirten Futtermauer sei gleich h gegeben, so wie ihre obere Breite $b = \frac{h}{6}$. An der hintern Seitenebene sollen zwei Fussbänke angeordnet werden, von welchen jede $\frac{h}{3}$ zur Höhe und x zur Breite habe; man sucht die Breite x jeder Fussbank. Fig. 112.

Bezeichnet a die Ausladung der Böschungsseite, so findet die Gleichung statt

$$\frac{Sh}{3} = \frac{ah}{2} q \cdot \frac{2a}{3} + bhq\left(a + \frac{b}{2}\right) + \frac{hx}{3}(2q + m)\left(a + b + \frac{x}{2}\right)$$
$$+ \frac{hx}{3}(q + 2m)\left(a + b + \frac{3x}{2}\right),$$

und hieraus ist

$$1)\ x = -\frac{3(a+b)(q+m)}{5q+7m}$$
$$+ \sqrt{\frac{9(a+b)^2(q+m)^2}{(5q+7m)^2} + \frac{2S}{5q+7m} - \frac{2a^2+6ab+3b^2}{5q+7m} \cdot q}$$

In Bezug auf Fortschieben ist aber

$$\mu\ [q\ (\frac{ah}{2} + bh + hx) + hxm] = S$$

oder

$$2)\ x = \frac{S}{\mu(q+m)h} - \frac{(a+2b)q}{2(q+m)}.$$

Ohne Berücksichtigung der Erde, welche auf den Fussbänken lagert, hat man für Umwerfen

$$1)\ x = -\frac{3(a+b)}{5} + \sqrt{\left(\frac{9(a+b)^2}{25} + \frac{2S}{5q} - \frac{2a^2+6ab+3b^2}{5}\right)}.$$

Für Fortschieben aber

$$2)\ x = \frac{S}{\mu q h} - \frac{a+2b}{2}.$$

§. 39.

Eine Futtermauer, welche zu beiden Seiten lothrechte Ebenen hat, sei in der vorderen Seitenebene mit lothrechten rechtwinkligen Strebepfeilern verbunden worden, deren Entfernung von Mitte zu Mitte der Pfeiler gleich l ist; man sucht die Breite x der Mauer. Fig. 113.

Es sei h die gegebene Höhe der Mauer, a und b sind die Abmessungen des horizontalen Querschnitts eines Pfeilers, q sei das Gewicht der Kubikeinheit Mauer und S bezeichne den horizontalen Erddruck gegen die Mauer.

Wenn die Strebepfeiler mit der Mauer innig verbunden worden sind, so dass eine Trennung derselben von der Mauer nicht stattfinden kann, würde für das mögliche Umwerfen die Drehachse durch die untere äussere Kante des Strebepfeilers angenommen werden müssen. In Bezug auf diese Drehachse ist dann die Stabilität der Mauer und die eines Pfeilers auf die Länge l

$$= \frac{ab^2hq}{2} + xhlq\left(b + \frac{x}{2}\right);$$

und das Moment des horizontalen Erddrucks

$$= \frac{Sh}{3}, \text{ daher}$$

$$\frac{ab^2hq}{2} + xhlq\left(b + \frac{x}{2}\right) = \frac{Sh}{3} \cdot l, \text{ oder}$$

$$x^2 + 2bx + \frac{ab^2}{l} = \frac{2S}{3q}, \text{ und hieraus}$$

$$1)\ x = -b + \sqrt{\left(b^2 + \frac{2S}{3q} - \frac{ab^2}{l}\right)}.$$

In Bezug auf Fortschieben ist aber

$$\mu\ [xhl + abh]\ q = Sl,$$

oder

$$2)\ x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{ab}{l}.$$

§. 40.

Eine zu beiden Seiten lothrechte Mauer soll vorn mit rechtwinkligen Strebepfeilern und hinten mit einer Fussbank von der Höhe $\frac{h}{2}$ und Breite d versehen werden; die mittlere Entfernung der Strebepfeiler sei gleich l, man sucht die obere Breite x der Mauer. Fig. 114.

Mit Berücksichtigung des Gewichtes der Erde auf der Fussbank ist in Bezug auf Umdrehen für die Länge l der Mauer

$$\frac{Sh}{3}l = \frac{b^2ha}{2}q + xhlq\left(b + \frac{x}{2}\right) + \frac{hd}{2}(q+m)\left(b + x + \frac{d}{2}\right)l,$$

wenn a und b die Abmessungen vom Querschnitt des Pfeilers bezeichnen; daher ist

$$x^2 + x\left(2b + \frac{d(q+m)}{q}\right) + \frac{ab^2}{l} + \frac{db}{q}(q+m) + \frac{d^2(q+m)}{2q} = \frac{2S}{3q},$$

und hieraus

$$1)\ x = -\frac{2bq + d(q+m)}{2q}$$
$$+ \sqrt{\left[\frac{2bq+d(q+m)}{2q}\right]^2 + \frac{2S}{3q} - \frac{ab^2}{l} - \frac{db}{q}(q+m) - \frac{d^2(q+m)}{2q}}$$

Für Fortschieben der Mauer erhält man die Gleichung

$$\mu\left[\left(abh + xhl + \frac{hdl}{2}\right)q + \frac{h}{2}dlm\right] = Sl,$$

$$\text{daher } 2)\ x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{dm}{2q} - \frac{ab}{l} - \frac{d}{2}.$$

Ohne Berücksichtigung der Erde auf der Fussbank ist für Umdrehen

$$1)\ x = -\left(b + \frac{d}{2}\right) + \sqrt{\left(b + \frac{d}{2}\right)^2 + \frac{2S}{3q} - \frac{ab^2}{l} - db - \frac{d^2}{2}},$$

und für Fortschieben

$$2)\ x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{d}{2} - \frac{ab}{l}.$$

§. 41.

Eine zu beiden Seiten lothrechte Mauer soll vorn mit rechtwinkligen Strebepfeilern und hinten mit zwei Fussbänken versehen werden, von welchen jede d zur Breite und $\frac{h}{3}$ zur Höhe habe. Die mittlere Entfernung der Strebepfeiler sei gleich l, man sucht die obere Breite x der Mauer. Fig. 115.

Mit Berücksichtigung der Erde auf den Fussbänken ist für die Länge l die Stabilität der Mauer

$$= \frac{ab^2h}{2}q + xhlq\left(b + \frac{x}{2}\right) + \frac{h}{3}dl(2q+m)\left(b + x + \frac{d}{2}\right)$$
$$+ \frac{h}{3}dl(q+2m)\left(b + x + \frac{3d}{2}\right),$$

wenn a und b die Abmessungen vom Querschnitt des Strebepfeilers bezeichnen.

Ferner ist das Moment des horizontalen Erddruckes

$$= \frac{Shl}{3}, \text{ daher}$$

$$\frac{Shl}{3} = \frac{ab^2hq}{2} + xhlq\left(b + \frac{x}{2}\right)$$
$$+ \frac{h}{3}dl\left(3bq + 3bm + 3qx + 3mx + \frac{5dq}{2} + \frac{7md}{2}\right)$$

und hieraus

$$x = -\left(b + d + \frac{dm}{q}\right)$$
$$+ \sqrt{\left(b + d + \frac{dm}{q}\right)^2 + \frac{2S}{3q} - \frac{ab^2}{l} - 2bd - \frac{2bdm}{q} - \tfrac{5}{3}d^2 - \frac{7d^2m}{3q}}$$

$$\text{oder } 1)\ x = -\left(b + d + \frac{dm}{q}\right)$$
$$+ \sqrt{b^2 + \frac{d^2m^2}{q^2} - \tfrac{2}{3}d^2 - \frac{d^2m}{3q} + \frac{2S}{3q} - \frac{ab^2}{l}}.$$

In Bezug auf Fortschieben der Mauer ist aber

$$lS = \mu(abhq + lxhq + hdql + hdml), \text{ oder}$$

$$2)\ x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{ab}{l} - d - \frac{dm}{q}.$$

Ohne Berücksichtigung des Gewichtes der Erde auf den Fussbänken ist
für Umdrehen

$$1)\ x = -(b+d) + \sqrt{\left(b^2 + \frac{2S}{3q} - \tfrac{2}{3}d^2 - \frac{ab^2}{l}\right)},$$

und für Fortschieben

$$2)\ x = \frac{S}{\mu h q} - \frac{ab}{l} - d.$$

§. 42.

Eine Mauer von der Höhe h, Breite b und Länge l stehe auf einer horizontalen Ebene, und besitze hinreichende Stabilität, um dem horizontal wirkenden Erddruck S das Gleichgewicht zu halten; man soll das Profil einer dossirten Mauer bestimmen, welche bei demselben Material, derselben Höhe und Länge, dieselbe Stabilität habe, deren Kubikinhalt aber nur $\frac{n}{m}$ des Volumens der ersteren Mauer sei. Fig. 116.

Es sei $ABCD$ der normale Querschnitt der dossirten Mauer; ihre obere Breite sei x, und die Ausladung der Dossirung sei y. Wird die dossirte Ebene in der äussern Seitenebene der Mauer angebracht, so ist die Stabilität der Mauer in Bezug auf den Punkt A

$$= \tfrac{1}{2} h l y q \cdot \tfrac{2}{3} y + h l x q \left(y + \frac{x}{2}\right);$$

die Stabilität der erstern Mauer ist aber $= bhlq \cdot \frac{1}{2} b$, daher

$$\tfrac{1}{2} h l y q \cdot \tfrac{2}{3} y + h l x q \left(y + \frac{x}{2}\right) = b h l q \cdot \tfrac{1}{2} b$$

$$\text{oder 1) } 3x^2 + 2y^2 + 6xy = 3b^2.$$

In Hinsicht des Volumens ist aber

$$\frac{n}{m} b h l = h l x + \frac{h l y}{2}$$

$$\text{oder 2) } 2x + y = 2 \cdot \frac{n}{m} b.$$

Aus diesen zwei Gleichungen findet man

$$x = b.\left[-\frac{2n}{m} + \sqrt{12.\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3}\right]$$

$$y = 2.b\left[3.\frac{n}{m} - \sqrt{12\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3}\right].$$

Da nun die Breite x der Mauer nicht negativ sein kann, muss

$$\sqrt{12.\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3} > \frac{2n}{m} \text{ sein, oder}$$

$$12.\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3 > \frac{4n^2}{m^2},$$

$$\text{oder } 8\left(\frac{n}{m}\right)^2 > 3,$$

$$\text{daher } \frac{n}{m} > \sqrt{(\tfrac{3}{8})},$$

$$\text{d. h. } \frac{n}{m} > 0{,}61.$$

Gesetzt nun, es sollte bei der neuen Mauer $\frac{1}{5}$ des Materials der erstern Mauer erspart werden, so wäre $\frac{n}{m} = \frac{4}{5}$ daher

die obere Breite $x = 0{,}56.b$
und $y = 0{,}47.b$.

§. 43.

Eine Mauer von der Breite b, Höhe h und Länge l sei schadhaft geworden, und soll durch eine andere ersetzt werden, welche bei demselben Material, derselben Höhe und Länge, eben dieselbe Stabilität besitze, deren Breite aber nur $\frac{b}{2}$ betrage. Wie ist die Anordnung zu treffen?

Weil die Breite der neuen Mauer nur die Hälfte von der Breite der alten Mauer sein soll, würde die Hälfte des Materials der alten Mauer erspart werden. Durch eine dossirte Mauer ist dies nach dem Vorangehenden nicht möglich und es soll deshalb eine zu beiden Seiten lothrechte Mauer gewählt werden, welche in der äusseren Seitenebene mit rechtwinkligen Pfeilern verbunden wird, deren horizontaler Querschnitt die Abmessungen a und d habe, und welche von Mitte zu Mitte in der Entfernung x Fig. 117 angebracht werden sollen. Es ist alsdann die Stabilität der neuen Mauer auf die Länge x

$$= \frac{a d^2 h q}{2} + \frac{b}{2} h q x \left(d + \frac{b}{4}\right);$$

die Stabilität der alten Mauer ist aber

$$= b h x q . \frac{b}{2}, \text{ mithin}$$

$$\frac{a d^2 h q}{2} + \frac{b}{2} h q x \left(d + \frac{b}{4}\right) = \frac{b^2 h x}{2} q,$$

$$\text{woraus } x = \frac{4 a d^2}{b(3b - 4d)}.$$

§. 44.

Befindet sich hinter einer Futtermauer Wasser anstatt Erde und ist h die Höhe der Mauer, l gleich Eins ihre Länge, so ist der Horizontaldruck S gegen die Mauer $= \frac{h^2}{2} . 1000$ klg $= 500 h^2$ in Kilogrammen, die Höhe h in Metern ausgedrückt. Dieser Horizontaldruck bleibt derselbe, die Mauer mag hinten von einer lothrechten Ebene oder von gebrochenen lothrechten Ebenen, wie bei Fussbänken, oder auch von einer dossirten Ebene begrenzt sein.

Nach hydrostatischen Gesetzen befindet sich der Mittelpunkt des horizontalen Wasserdruckes in der Entfernung $\frac{h}{3}$ von unten; demnach ist das Moment des horizontalen Wasserdruckes gleich $\frac{S.h}{3} = \frac{500.h^3}{3} = 166.h^3$.

Befindet sich schwimmender Morast oder durch Nässe erweichte Erde hinter der Mauer, so möchte hieraus der grösste Schub gegen die Mauer hervorgehen, da alsdann der Horizontaldruck $S = \frac{h^2}{2} . \delta\gamma$, und das Moment davon $= \frac{h}{3} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \delta\gamma = \frac{h^3}{6} \delta . 1000$ $= 166 . h^3 \delta$ ist, wenn δ das specifische Gewicht des schwimmenden Morastes bezeichnet.

Jedenfalls ist aber $\delta > 1$, daher auch der Druck S gleich $\frac{h^2}{2} \delta\gamma = 500 . \delta h^2$ der grösste Werth von S, welcher nur irgend vorkommen kann. Die specifischen Gewichte der trockenen und der angefeuchteten Erdarten sind zwar bekannt; allein das specifische Gewicht δ einer erweichten Erdart oder des flüssig gewordenen Morastes, ist so veränderlich, dass dasselbe in jedem anderen Falle auch ein Anderes ist, da dasselbe abhängig ist von dem Verhältnisse, in welchem das Wasser den festen Theilen beigemengt ist.

Die specifischen Gewichte der gewöhnlichen Erdarten sind:

1. Sand, trockener $= 1{,}638$
2. Sand mit Wasser gesättigt $= 1{,}945$
3. Lehm, fetter, trockener $= 1{,}517$ auch $1{,}6$
4. Lehm, fetter, nasser $= 1{,}644$
5. Lehmigte festgestampfte Erde, trocken $= 1{,}929$
6. Lehmigte festgestampfte Erde, nass $= 2{,}063$
7. Feste Gartenerde, trocken $= 1{,}63$
8. Feste Gartenerde, nass $= 2{,}047$
9. Trockene magere Erde $= 1{,}338$
10. Gemeiner Thon $= 1{,}89$.

§. 45.

Wenn weder Erde noch Wasser den Schub gegen eine Mauer erzeugt, sondern die Mauer irgend einem System von Kräften das Gleichgewicht halten muss, so drückt die Grösse der Resultante jener Kräfte das Bestreben aus, womit das System von Kräften auf die Mauer einwirkt. Aus der Grösse und aus der Richtung der Resultante lässt sich aber in jedem besonderen Falle der Horizontalschub gegen die Mauer ermitteln, sowie auch der Hebelarm dieser Kraft, und hieraus nach dem Bisherigen die Abmessungen der Mauer.

§. 46.

Es sei $ABCDE$ Fig. 118 der Grundriss einer freistehenden cylindrischen Mauer; die Figur sei ein konzentrisches Ringstück, dessen Mittelpunktswinkel gleich 2α gegeben ist, sowie der äussere Radius MD gleich r und die Höhe h der Mauer. In der Richtung CM wirke nach horizontaler Richtung eine Kraft P in der Höhe h über der Ebene, auf welcher die Mauer steht; man soll die Breite ED der Mauer der Bedingung gemäss bestimmen, dass dieselbe von jener Kraft P nicht umgeworfen werden könne.

Es sei der innere Radius ME des Ringstücks $ABDE$ gleich x, die Breite der Mauer sonach $r - x$. Der Schwerpunkt des Ringstücks sei s, die Länge Ms daher gleich $\frac{2}{3} \cdot \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r^3 - x^3}{r^2 - x^2}$, wenn α im Bogenmass für den Radius gleich Eins gegeben ist.

Die Stabilität der Mauer in Bezug auf die Drehachse, welche durch die Sehne AE gedacht wird, ist daher

$$= (r^2 - x^2)\,\alpha h q \left[\frac{2}{3} \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r^3 - x^3}{r^2 - x^2} - x \,\text{Cos}\,\alpha\right],$$

wenn q das Gewicht der Kubikeinheit der Mauer bezeichnet.

Das Moment der Kraft P ist aber gleich $P.h$, daher

$$Ph < (r^2 - x^2)\,\alpha h q \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r^3 - x^3}{r^2 - x^2} - x \,\text{Cos}\,\alpha\right];$$

und für das Gleichgewicht

$$x^3 - \frac{3 r^2 \alpha}{3\alpha - 2\,\text{Tang}\,\alpha} \cdot x + \frac{3Ph - 2r^3 h q \,\text{Sin}\,\alpha}{hq\,(2\,\text{Sin}\,\alpha - 3\alpha\,\text{Cos}\,\alpha)} = 0,$$

woraus der innere Radius x des Ringstücks berechnet werden kann. Ist x berechnet worden, so ist auch die Breite ED der Mauer bekannt, indem dieselbe gleich $r - x$ ist.

§. 47.

Die Aufgabe sei dieselbe wie die vorige, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Kraft P in der Richtung MC gegen die Mauer wirke.

Das Moment der Kraft P bleibt dasselbe, die Stabilität der Mauer ändert sich aber. Denkt man nämlich durch den Punkt C eine Tangente an dem horizontalen Kreisbogen BCD, Fig. 118, so ist diese als Drehachse anzunehmen und daher der Hebelarm des Gewichts der Mauer gleich $MC - Ms = r - \frac{2}{3} \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r^3 - x^3}{r^2 - x^2}$.

Für das Gleichgewicht ist sonach

$$Ph = (r^2 - x^2)\,\alpha q h \left[r - \frac{2}{3} \frac{\text{Sin}\,\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r^3 - x^3}{r^2 - x^2}\right],$$

und hieraus

$$x^3 - \frac{3 r \alpha}{2\,\text{Sin}\,\alpha} x^2 + \frac{3 \alpha r^3}{2\,\text{Sin}\,\alpha} - \frac{3P}{2q\,\text{Sin}\,\alpha} - r^3 = 0$$

§. 48.

Es sei $ABCDEF$ Fig. 119 der Grundriss eines Pfeilers, dessen Höhe gleich h ist. Die Länge AF sei gleich FE gleich a und Winkel $AFE = 2\alpha$ gegeben. In der Linie CF, welche den Winkel AFE halbirt, wirke eine horizontale Kraft P in der Höhe $\frac{h}{2}$ über der Ebene, auf welcher der Pfeiler steht, auf Umwerfen desselben; man soll die Breite $AB = ED = x$ der Bedingung gemäss bestimmen, dass der Pfeiler von der Kraft P nicht umgeworfen werde.

Zunächst ist der Schwerpunkt von dem horizontalen Querschnitte des Pfeilers zu ermitteln. Als Drehachse würde die Linie AE gelten. Den Schwerpunkt der Figur $ABCDEF$ zu ermitteln, bilde man die Momente der Dreiecke HCI, AFE, AHB und EDI, subtrahire sodann die Summe der Momente der drei letzteren Dreiecke von dem Momente des Dreieckes HCI, der Unterschied giebt das Moment der Figur $ABCDEF$.

Nun ist aber $EA = 2a\,\text{Sin}\,\alpha$,
$AH = x\,\text{Sec}\,\alpha$,
und $EI = x\,\text{Sec}\,\alpha$;

daher die Grundlinie $HI = 2a\,\text{Sin}\,\alpha + 2x\,\text{Sec}\,\alpha$ und die Höhe $GC = a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha$.

Das Moment des Dreiecks IHC in Bezug auf die Drehlinie HI ist sonach $= \frac{1}{3}(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha)^2$.

In Bezug auf dieselbe Drehlinie ist ferner das Moment des Dreiecks $AFE = \frac{a^3}{3}\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha^2$, und das Moment vom Dreieck $AHB = \frac{x^2}{2}\text{Tang}\,\alpha \,.\, \frac{x}{3}\,\text{Sin}\,\alpha = \frac{x^3}{6}\,\text{Tang}\,\alpha\,\text{Sin}\,\alpha$. Eben so gross ist das Moment des Dreiecks EDI.

Es ist sonach das Moment der Figur $ABCDEF$

$$= \frac{1}{3}(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}.\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha)^2 - \frac{a^3}{3}\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha^2 - \frac{x^3}{3}\text{Tang}\,\alpha\,\text{Sin}\,\alpha;$$

und wenn s den Schwerpunkt der Figur $ABCDEF$ bezeichnet, die Länge

$$Gs = \frac{\frac{1}{3}(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos} + x\,\text{Cosec}\,\alpha)^2 - \frac{a^3}{3}\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha^2 - \frac{x^3}{3} \cdot \text{Tang}\,\alpha \cdot \text{Sin}\,\alpha}{(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha) - \frac{a^2}{2}\text{Sin}\,2\alpha - x^2\,\text{Tang}\,\alpha}$$

Das Gewicht des Pfeilers ist

$$= [(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha) - \frac{a^2}{2}\text{Sin}\,2\alpha - x^2\,\text{Tg}\,\alpha]\,h.q,$$

wenn q das Gewicht der Kubikeinheit bezeichnet; daher die Stabilität des Pfeilers

$$= \frac{hq}{6}[2(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha)^2 - 2a^3\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha^2 - 2x^3\,\text{Tang}\,\alpha\,\text{Sin}\,\alpha].$$

Das statische Moment der horizontal wirkenden Kraft P ist aber $= P.\frac{h}{2}$, folglich

$$\frac{Ph}{2} < \frac{hq}{6}[2(a\,\text{Sin}\,\alpha + x\,\text{Sec}\,\alpha)(a\,\text{Cos}\,\alpha + x\,\text{Cosec}\,\alpha)^2 - 2a^3\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha^2 - 2x^3\,\text{Tang}\,\alpha\,\text{Sin}\,\alpha];$$

oder für das Gleichgewicht

$$x^3 + x^2\frac{3a\,\text{Sin}\,2\alpha}{2(1 - \text{Sin}\,\alpha^4)} + 3a^2 x\frac{\text{Sin}\,\alpha^2\,\text{Cos}\,\alpha^2}{1 - \text{Sin}\,\alpha^4} - \frac{3P\,\text{Sin}\,\alpha^2\,\text{Cos}\,\alpha}{2q(1 - \text{Sin}\,\alpha^4)} = 0$$

woraus x entwickelt werden kann.

§. 49.

Wie verschieden überhaupt die Stärke einer Futtermauer sein muss, je nachdem das Hinterfüllungsmaterial anders angenommen wird oder je nachdem das Material, woraus sie konstruirt wird, schwerer oder leichter ist, zeigen die zwei folgenden Tabellen, wobei wir angenommen haben, dass der Querschnitt der Mauer ein Rechteck sei und nichts weiter als das in gleicher Höhe mit der Mauer befindliche Füllmaterial dagegen drücke. Den Horizontalschub der Erde gegen die Mauer haben wir nach §. 20 Tabelle I. genommen; die Tabelle III., §. 22, angewendet, würde eine grössere Stärke der Mauer geben.

Tabelle,

welche die Stärke einer vorn und hinten lothrechten Mauer angiebt, wenn dieselbe aus Sandstein konstruirt werden soll, wovon der Kubikmeter 2194 Kilogramm wiegt.

Füllmaterial hinter der Futtermauer.	Stärke der Futtermauer, wenn die Höhe derselben gleich h; in Bezug auf Umdrehen.	auf Fortschieben.
1. Angefeuchteter Sand	0,352 . h	0,373 . h
2. Angefeuchtete Gartenerde	0,341 . h	0,349 . h
3. Trockener Sand	0,276 . h	0,228 . h
4. Trockene pulverisirte Gartenerde. .	0,247 . h	0,184 . h
5. Trockener pulverisirter Lehm . . .	0,223 . h	0,149 . h
6. Trockener pulverisirter Thon . . .	0,216 . h	0,139 . h
7. Stillstehendes Wasser	0,389 . h	0,455 . h
8. Schwimmender Morast, dessen specifisches Gewicht $\delta = \frac{5}{4}$	0,435 . h	0,568 . h

Tabelle,

welche die Stärke einer vorn und hinten lothrechten Mauer angiebt, wenn dieselbe aus gebrannten Mauersteinen konstruirt werden soll, wovon der Kubikmeter 1588 Kilogramm wiegt.

Füllmaterial hinter der Futtermauer.	Stärke der Futtermauer, wenn die Höhe derselben gleich h; in Bezug auf Umdrehen.	auf Fortschieben.
1. Angefeuchteter Sand	0,413 . h	0,515 . h
2. Angefeuchtete Gartenerde	0,400 . h	0,482 . h
3. Trockener Sand	0,3243 . h	0,316 h
4. Trockene pulverisirte Gartenerde . .	0,291 . h	0,254 . h
5. Trockener pulverisirter Lehm . . .	0,262 . h	0,207 . h
6. Trockener pulverisirter Thon . . .	0,253 . h	0,192 . h
7. Stillstehendes Wasser	0,457 . h	0,628 . h
8. Schwimmender Morast, dessen specifisches Gewicht $= \delta \frac{5}{4}$	0,511 . h	9,784 . h

Die in diesen Tabellen angegebene Stärke der Mauer haben wir für den Fall des Gleichgewichts berechnet; es muss daher derselben der Sicherheit wegen noch etwas hinzugefügt werden. Für den hier angenommenen Fall giebt Eytelwein die Stärke der Mauer $= 0{,}2946 . h$ an.