Anmerkungen.

(1) (Zu Seite 238). Die unter II. aufgestellten Sätze bedürfen einer Erläuterung:

Da die Function $f(x)$ um 2π periodisch angenommen ist, so muss

$$F(x+2\pi) - F(x) = \varphi(x)$$

die Eigenschaft haben, dass

$$\frac{\varphi(x+\alpha+\beta) - \varphi(x+\alpha-\beta) - \varphi(x-\alpha+\beta) + \varphi(x-\alpha-\beta)}{4\alpha\beta}$$

unter der im Text gemachten Voraussetzung sich mit α und β der Grenze 0 nähert. Es ist daher $\varphi(x)$ eine lineare Function von x, und folglich lassen sich die Constanten C', A_0 so bestimmen, dass

$$\Phi(x) = F(x) - C'x - A_0\frac{xx}{2}$$

eine um 2π periodische Function von x ist.

Nun ist über die Function $F(x)$ weiter die Voraussetzung gemacht, dass für beliebige Grenzen b, c

$$\mu\mu\int\limits_b^c F(x)\cos\mu(x-a)\,\lambda(x)\,dx$$

mit unendlich wachsendem μ sich der Grenze 0 nähere, wenn $\lambda(x)$ den im Text angegebenen Bedingungen genügt, woraus folgt, dass unter den gleichen Voraussetzungen

$$\mu\mu\int\limits_b^c \Phi(x)\cos\mu(x-a)\,\lambda(x)\,dx$$

sich der Grenze 0 nähert.

Es sei nun $b < -\pi$, $c > \pi$, und man nehme, was zulässig ist, $\lambda(x)$ im Intervall von $-\pi$ bis $+\pi = 1$ an, so folgt, dass auch:

$$\mu\mu\int\limits_b^{-\pi} \Phi(x)\cos\mu(x-a)\,\lambda(x)\,dx + \mu\mu\int\limits_\pi^c \Phi(x)\cos\mu(x-a)\,\lambda(x)\,dx$$

$$+\,\mu\mu\int\limits_{-\pi}^{+\pi} \Phi(x)\cos\mu(x-a)\,dx$$

Null zur Grenze hat. Nun kann man, wenn μ eine ganze Zahl n ist, mit Rücksicht auf die Periodicität von $\Phi(x)$ für diese Summe setzen:

$$nn\int\limits_{b+2\pi}^{c} \Phi(x)\cos\mu(x-a)\,\lambda_1(x)\,dx + nn\int\limits_{-\pi}^{+\pi} \Phi(x)\cos n(x-a)\,dx$$

wenn in dem Intervall von $b+2\pi$ bis π $\lambda_1(x) = \lambda(x-2\pi)$ und in dem Intervall von π bis c $\lambda_1(x) = \lambda(x)$ ist, so dass $\lambda_1(x)$ zwischen den Grenzen

$b + 2\pi$ und c den Voraussetzungen über die Function $\lambda(x)$ genügt. Demnach hat das erste Glied der obigen Summe für sich den Grenzwerth 0, und folglich ist auch der Grenzwerth von

$$nn \int_{-\pi}^{+\pi} \Phi(x) \cos n(x-a)\, dx$$

gleich Null.

(2) (Zu Seite 239). Hier scheint für die Function $\lambda(x)$ die Bedingung hinzugefügt werden zu müssen, dass sie sich nach dem Intervall 2π periodisch wiederholt, (die mit der nachher gemachten Annahme verträglich ist). In der That würde z. B. das in Rede stehende Integral nicht sich der Grenze 0 nähern, wenn $F(t) - C't - A_0 \frac{tt}{2} = \text{const.}$ und $\lambda(t) = (x-t)^3$ gesetzt würde. Dagegen lässt sich unter der Voraussetzung der Periodicität von $\lambda(x)$ das Verschwinden dieses Integrals durch Ausführung der Differentiation

$$\frac{dd \dfrac{\sin \frac{2n+1}{2}(x-t)}{\sin \frac{1}{2}(x-t)}}{dt^2},$$

durch Anwendung des Satzes 3, Art. 8. und eines ähnlichen Verfahrens wie in der Anmerkung (1) leicht darthun.

(3) (Zu Seite 250) der Werth $x = \frac{1}{4}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ gehört, wie Genocchi in einem diese Beispiele betreffenden Aufsatz bemerkt (Intorno ad alcune serie, Torino 1875) nicht zu den Werthen von x, für welche die Reihe $\sum_{1,\infty} \sin(n!\, x\pi)$ convergirt. Aber auch für $x = \frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ist die Reihe nicht, wie Genocchi angiebt, convergent.