

Rechenverfahren im Investitionsprozeß

Teil 2: Dynamische Verfahren – Dipl.-Ing. Dr. Adolf Rößlhuber

1. Grundlagen und Rechenmethoden

Auch für die dynamische Investitionsrechnung bilden die wirtschaftlichen Kriterien eines Investitionsprojektes (vgl. Teil 1, Abb. 2) die Ausgangsbasis der Projektbeurteilung. Im Gegensatz zur statischen Investitionsrechnung werden hier die monetären Daten als Einzahlungen (Einnahmen) bzw. Auszahlungen (Ausgaben) interpretiert. Der zeitlichen Folge der Zahlungen wird besondere Bedeutung beigemessen, die in der Darstellung eines Investitionsprojektes als Zahlungsstrom zum Ausdruck kommt.

In Abbildung 1 sind die wichtigsten Ein- und Auszahlungen eines Investitionsprojektes als Zahlungsstrom dargestellt, wobei diese zweckmäßigerweise in zwei Gruppen gegliedert werden:

- Größen, die auf die gesamte Nutzungsdauer zu beziehen sind und daher mit der Investitionsentscheidung festgelegt werden, wie Anfangsinvestitionsausgaben, Folgeinvestitionsausgaben, Liquidationserlöse oder Liquidationskosten.
- Größen, die auf ein Nutzungsjahr zu beziehen sind und daher mehrmals innerhalb der Nutzungsdauer wirken, wie Auslastung, Betriebsausgaben, Umsatzerlöse, Steuern usw. Diese Größen sind auch nach der Investitionsentscheidung in einem gewissen Maße beeinflussbar.

Der zeitliche Horizont der Betrachtung bezieht sich sowohl auf die Gestaltungszeit (Planung, Entscheidung, Inbetriebnahme) als auch auf die Nutzungszeit eines Projektes, die sich meist über mehrere Jahre erstreckt.

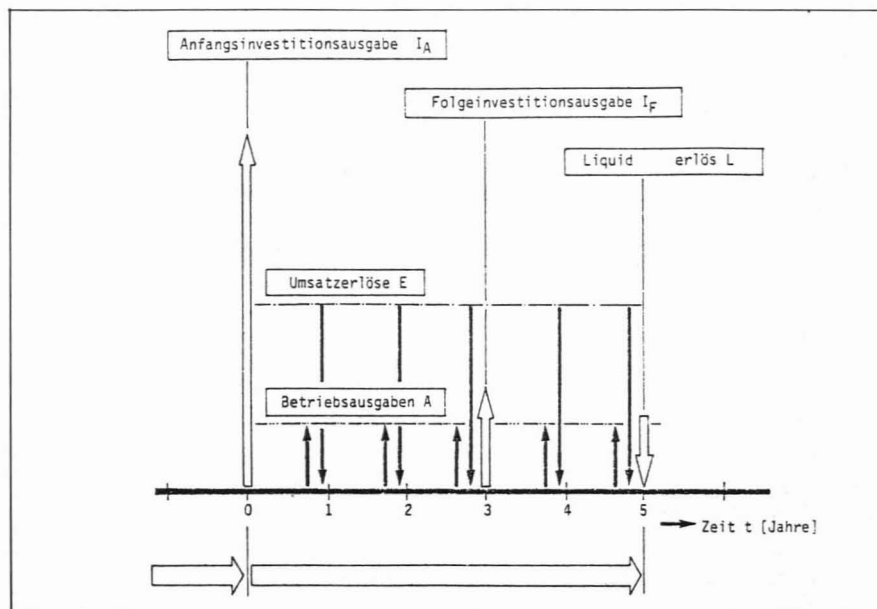


Abb. 1: Darstellung eines Investitionsprojektes als Zahlungsstrom

Als Modellvereinfachung werden die einzelnen Zahlungen immer zu Beginn oder am Ende eines Jahres angesetzt, obwohl gerade Betriebsausgaben und Umsatzerlöse über das ganze Jahr verteilt anfallen. Das Wesen der dynamischen Investi-

tionsrechnung besteht darin, daß durch die Anwendung der Zinseszinsrechnung zeitliche Unterschiede zwischen den Ein- und Auszahlungen eines Zahlungsstromes monetär berücksichtigt werden. Die monetäre Verknüpfung zwischen dem Wert und

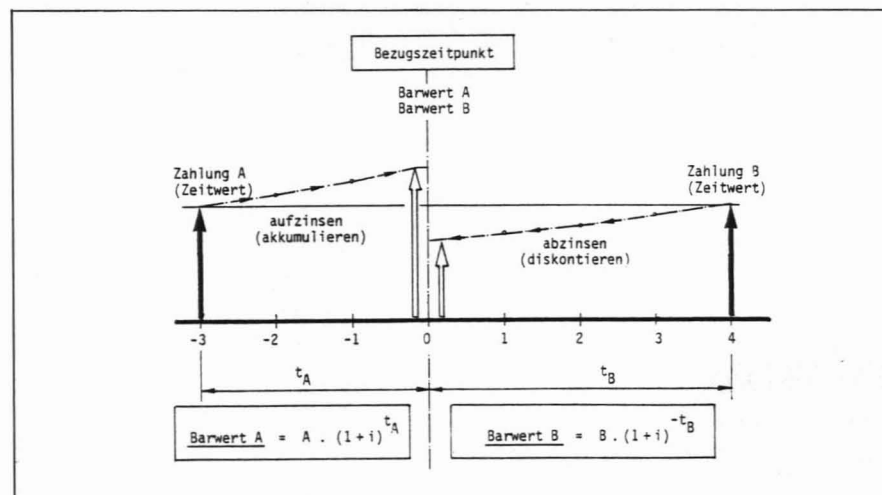


Abb. 2: Zeitwert und Barwert einer Zahlung

dem Zeitpunkt einer Zahlung zeigt Abbildung 2 mit Hilfe folgender Begriffe:

- Bezugszeitpunkt
- Zeitwert
- Barwert

Der Bezugspunkt (Zeitzentrum) ist ein Fixpunkt auf der Zeitachse, über den die zeitlichen Unterschiede von Zahlungen durch Auf- bzw. Abzinsen in Wertunterschiede umgerechnet werden. In der dynamischen Investitionsrechnung wird als Bezugspunkt meist der Beginn der Nutzungsdauer angesehen, im Sinne der Entscheidungsvorbereitung wäre aber auch der Entscheidungszeitpunkt als Bezugspunkt denkbar.

Der Zeitwert ist der Wert einer Zahlung zum Zahlungszeitpunkt.

Der Barwert ist der Wert einer Zahlung auf den Bezugspunkt umgerechnet. Liegt der Zahlungszeitpunkt vor dem Bezugszeitpunkt, so wird der Zeitwert zum Barwert aufgezinst, liegt er nach dem Bezugszeitpunkt, so wird der Zeitwert zum Barwert abgezinst.

Die Totalbetrachtung des Zahlungsstromes und die Anwendung der Zinsseszinsrechnung kommen in den folgenden Rechenmethoden zur Beurteilung eines Investitionsprojektes zum Ausdruck:

- Kapitalwertmethode
- Annuitätenmethode
- interne Zinssatzmethode
- dynamische Amortisationsrechnung

Jede Rechenmethode bezieht sich auf die Ermittlung einer spezifischen Kennzahl, mit deren Hilfe Investitionsprojekte beurteilt werden. Um den Anschluß zu den statischen Rechenverfahren herzustellen, wird mit der Darstellung der dynamischen Amortisationsrechnung der Anfang gemacht.

2. Die dynamische Amortisationsrechnung

Die dynamische Amortisationsrechnung unterscheidet sich von der statischen Amortisations-Kumulationsrechnung nur dadurch, daß anstatt der Zeitwerte der Einnahmenüberschüsse deren Barwerte, bezogen auf den

Beginn der Nutzungsdauer, in die Rechnung eingesetzt werden.

$$\text{für } T_{\text{Adyn}} \text{ gilt: } \sum_{t=0}^{t=T_A} E\ddot{U}_{(t)} \cdot (1+i)^{-t} = I_A$$

$$E\ddot{U}_{(t)} = E_{(t)} - A_{(t)}$$

geg.: Drei Investitionsprojekte A, B und C
 Anfangsinvestitionsausgabe: $I_{0A} = I_{0B} = I_{0C} = 1,500.000 \text{ S}$
 Nutzungsdauer: $ND_A = ND_B = ND_C = 5 \text{ Jahre}$
 kalkulatorischer Zinssatz: $i_A = i_B = i_C = 10 \% \text{ p.a.}$

Einnahmenüberschüsse $E\ddot{U}_{(t)}$, in 10^3 S					
	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr	4. Jahr	5. Jahr
Projekt A	300	500	700	700	700
Projekt B	500	500	500	500	500
Projekt C	700	500	300	300	300

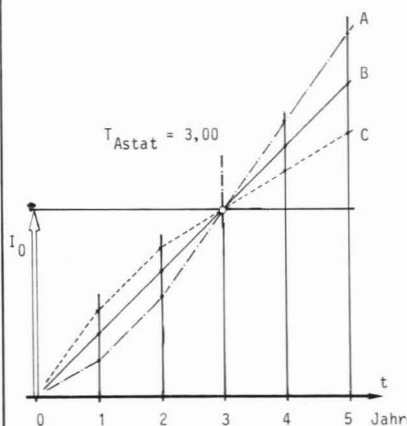
1. Berechnen der Barwerte

Barwert $E\ddot{U}_{(t)} \cdot (1+i)^{-t}$, in 10^3 S					
	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr	4. Jahr	5. Jahr
$(1+0,10)^{-t}$	0,909	0,826	0,751	0,683	0,621
Projekt A	273	413	526	478	435
Projekt B	456	413	376	342	311
Projekt C	636	413	225	205	186

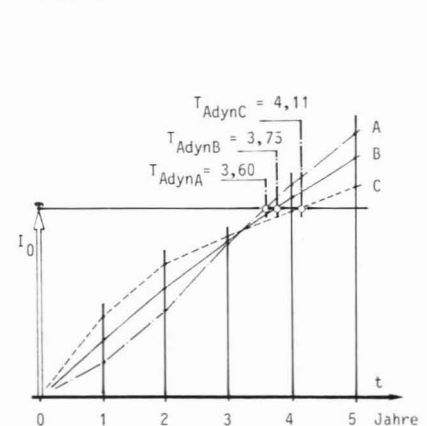
2. Kumulieren der Barwerte

$\sum_{t=0}^{T_A} E\ddot{U}_{(t)} \cdot (1+i)^{-t}$, in 10^3 S					
	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr	4. Jahr	5. Jahr
Projekt A	273	686	1.212	1.690	2.125
Projekt B	456	869	1.245	1.587	1.898
Projekt C	636	1.049	1.274	1.479	1.665

T_{Adyn} wird durch lineares Interpolieren berechnet.



Kumulationslinien der $E\ddot{U}_{(t)}$ bei statischer Betrachtung ($i = 0$)



Kumulationslinien der $E\ddot{U}_{(t)}$ bei dynamischer Betrachtung ($i = 10\%$)

Abb. 3: Die Anwendung der dynamischen Amortisationsrechnung zur Lösung des Auswahlproblems



T_{Adyn} dynamische Amortisationsdauer (Jahre)
 $E\ddot{U}_{(t)}$ Einnahmenüberschüsse (S)
 $E_{(t)}$ Umsatzerlöse (S)
 $A_{(t)}$ Betriebsausgaben (S)
 I_A Anfangsinvestitionsausgaben (S)
 i kalk. Zinssatz (% p.a.)

$$C_0 = \sum_{t=0}^{t=ND} [E_{(t)} - A_{(t)}] \cdot (1+i)^{-t}$$

C_0 Kapitalwert (S) bezogen auf den Nullzeitpunkt
 $E_{(t)}$ Einnahmen, allgemein (S)

$A_{(t)}$ Ausgaben, allgemein (S)
 ND Nutzungsdauer (Jahre)
 i kalkulatorischer Zinssatz (% p.a.)

Auch bei der Berechnung des Kapitalwertes empfiehlt es sich den Zahlungsstrom in Investitionsausgaben

Die Anwendung der dynamischen Amortisationsrechnung in der Entscheidungsfindung (Annahmeproblem, Auswahlproblem) ist ident mit der statischen Rechnung (siehe Teil 1, Heft 1/1984). Abbildung 3 zeigt die Lösung eines Auswahlproblems anhand dreier Projektalternativen, deren zeitliche Verteilung der Einnahmeüberschüsse verschieden ist. Die statische Amortisationsdauer ist mit drei Jahren für alle Projekte gleich. Die dynamische Amortisationszeit ist für alle Projekte länger, weiters ergibt sich eine klare Präferenzordnung der Projekte.

Die Höhe des kalkulatorischen Zinssatzes übt einen erheblichen Einfluß auf die dynamische Amortisationsdauer aus. Aus diesem Grunde wird der statischen Rechnung als (ausschließliches) Risikokriterium der Vorzug gegeben. Wird jedoch die Inflationsrate der Anschaffungspreise anstatt des kalkulatorischen Zinssatzes in die Rechnung eingesetzt, so wird damit das Risiko der substantiellen Kapitalerhaltung beurteilt.

geg.: Drei Investitionsprojekte A, B und C
 Anfangsinvestitionsausgabe: $I_{0A} = I_{0B} = I_{0C} = 1,500.000$ S
 Nutzungsdauer: $ND_A = ND_B = ND_C = 5$ Jahre
 kalkulatorischer Zinssatz: $i_A = i_B = i_C = 10$ % p.a.

Einnahmenüberschüsse $E\ddot{U}_{(t)}$, Werte in 10^3 S					
	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr	4. Jahr	5. Jahr
Projekt A	100	300	500	700	900
Projekt B	500	500	500	500	500
Projekt C	900	700	500	300	100

ges.: Die Kapitalwerte, bezogen auf den Nullpunkt.

- Berechnen und Addieren der Barwerte der Anfangsinvestitionsausgabe I_0 und der Einnahmenüberschüsse $E\ddot{U}_{(t)}$ (in 10^3 S)

$t=5$ $C_0 = -I_0 + \sum_{t=0}^{t=5} E\ddot{U}_{(t)} \cdot (1+i)^{-t}$ $t=0$							
Zeitpunkt	0	1	2	3	4	5	C_0
$(1+i, 10^{-1})$	1	0,909	0,826	0,751	0,683	0,621	
Projekt A	-1.500	91	248	376	478	559	252
Projekt B	-1.500	456	413	376	342	311	398
Projekt C	-1.500	818	578	376	205	62	539

3. Die Kapitalwertmethode

Als Kapitalwert wird der Barwert des gesamten Zahlungsstromes eines Investitionsprojektes definiert. Zur Berechnung des Kapitalwertes werden sämtliche Einzahlungen des Investitionsprojektes auf den Bezugszeitpunkt auf- bzw. abgezinst und addiert. Für die Addition werden die Einnahmen als positive Zahlenwerte und Ausgaben als negative Zahlenwerte angesehen.

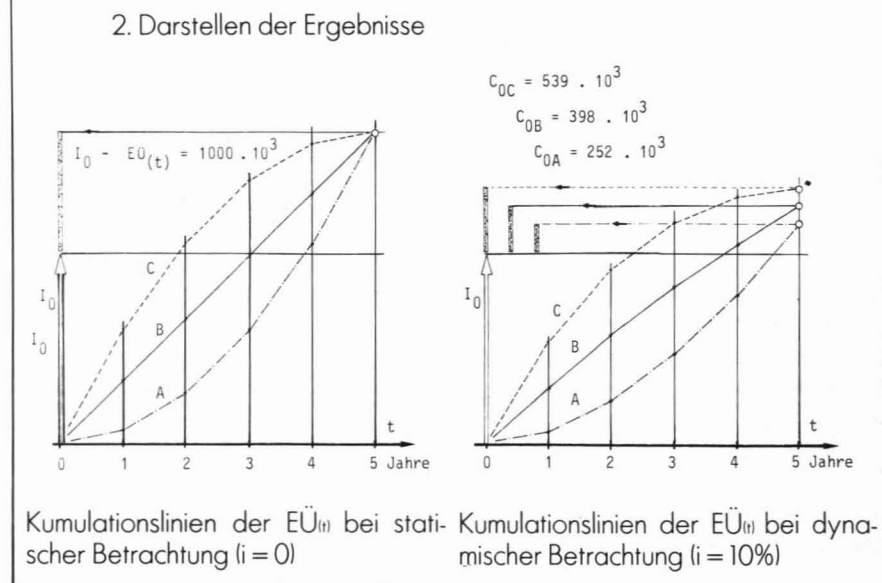


Abb. 4: Die Anwendung der Kapitalwertmethode zur Lösung des Auswahlproblems

und Einnahmenüberschüsse zu gliedern (vgl. Abb. 1). Im einfachsten Falle ergibt sich folgende Formel für den Kapitalwert:

$$C_0 = -I_0 + \sum_{t=0}^{t=ND} E\ddot{U}_{(t)} \cdot (1+i)^{-t}$$

Wirtschaftlich interpretiert entspricht der Kapitalwert dem Barwert (zum Zeitpunkt 0) des Gesamtgewinnes eines Projektes, betrachtet über die gesamte Nutzungsdauer, der nach Tilgung und Verzinsung der Investitionsausgaben übrig bleibt. In bezug auf das Annahmeproblem ermöglicht der Kapitalwert folgende Aussagen:

$C_0 > 0$... durch die Einnahmenüberschüsse werden die Investitionsausgaben getilgt, mit i verzinst und darüber hinaus wird ein Gewinn erzielt.

$C_0 = 0$... durch die Einnahmenüberschüsse werden die Investitionsausgaben getilgt und genau zu i verzinst.

$C_0 < 0$... Tilgung und vorgesehene Verzinsung werden nicht erreicht, ob die Investitionsausgaben zurückfließen, kann nun mit einer statischen Rechnung ($i = 0$) nachgewiesen werden.

Für die Projektauswahl ist das Kapital-Maximum als Entscheidungskriterium heranzuziehen (siehe Beispiel Abbildung 4). Die Entscheidung ist jedoch nur dann »wirtschaftlich richtig«, wenn von allen Projekten die folgenden Prämissen erfüllt werden:

- gleicher kalkulatorischer Zinssatz i
- gleicher Bezugspunkt auf der Zeitachse
- annähernd gleiche Investitionsausgaben I_0
- annähernd gleiche Nutzungsdauer ND

Die beiden letzten Prämissen werden von vielen zu vergleichenden Projekten nicht erfüllt, in diesen Fällen müssen der interne Zinssatz und die Annuität in die Entscheidungsfindung mit einbezogen werden.

4. Die Annuitätenmethode

Der Begriff der Annuität kommt aus dem Kreditgeschäft. Als Annuität wird eine jährlich zu leistende Zahlung konstanten Betrags zum Tilgen einer Kapitalschuld bezeichnet. Die Annuität bzw. Rückzahlungsrate R (S/Jahr) wird aus dem Kreditbetrag K (S), dem Kreditzins i (% p.a.) und der Tilgungsdauer n (Jahre) wie folgt berechnet:

$$R = K \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = K \cdot KWF_{(i,n)}$$

Die Problemstellung, für einen Kreditbetrag die Rückzahlungsrate (Annuität) zu berechnen, tritt in der Praxis so häufig auf, daß der dazugehörige Rechenfaktor, genannt »Annuitätenfaktor« oder »Kapitalwiedergewinnungsfaktor KWF «, als Funktion von i und n in Tabellen zusammengestellt wurde.

Das Wesen der Annuitätenmethode besteht letztlich in der Anwendung des Kapitalwiedergewinnungsfaktors in der Investitionsrechnung, für die es zwei grundsätzliche Möglichkeiten gibt:

- die Annuität vom Kapitalwert
- die Annuität der Investitionsausgaben

Durch die Multiplikation des Kapitalwertes mit dem Kapitalwiedergewinnungsfaktor wird dieser im Sinne der Zinseszinsrechnung gleichmäßig auf die Jahre der Nutzungsdauer verteilt.

$$R_{C_0} = C_0 \cdot \frac{(1+i)^{ND} \cdot i}{(1+i)^{ND} - 1} = C_0 \cdot KWF_{(i,ND)}$$

- R_{C_0} ... Annuität des Kapitalwertes (S/Jahr)
- C_0 ... Kapitalwert (S)
- i ... kalkulatorischer Zinssatz (% p.a.)
- ND ... Nutzungsdauer (Jahre)
- $KWF_{(i,ND)}$ Kapitalwiedergewinnungsfaktor

Wirtschaftlich interpretiert, entspricht die Annuität vom Kapitalwert dem durchschnittlichen Gewinn eines Nutzungsjahres. Das Auswahlproblem wird über die maximale Annuität entschieden. Für die Auswahlentscheidung mit Hilfe der Annuität vom Kapitalwert gelten die gleichen Prämissen wie sie bereits für die Anwendung des Kapitalwertes angeführt wurden, jedoch wird die Prämisse – annähernd gleiche Nutzungsdauer – aufgehoben.

Das Berechnen der Annuität der Investitionsausgaben entspricht dem gleichmäßigen Verteilen der Investitionsausgaben auf konstante Jahresbeträge über die Nutzungsdauer mit Hilfe der Zinseszinsrechnung.

$$R_I = \left[\sum_{t=0}^{t=ND} I_{(t)} \cdot (1+i)^{-t} \right] \cdot \frac{(1+i)^{ND} \cdot i}{(1+i)^{ND} - 1} = C_{0I} \cdot KWF_{(i,ND)}$$

- R_I ... Annuität der Investitionsausgaben
- $I_{(t)}$... Zahlungsstrom der Investitionsausgaben (I_0, I_1, I_2 siehe Abb. 1)
- C_{0I} ... Kapitalwert des Zahlungsstromes der Investitionsausgaben

Die Annuität der Investitionsausgaben ist inhaltlich vergleichbar mit den Kapitalkosten (kalkulatorische Abschreibung und kalkulatorische



Zinsen) der statischen Investitionsrechnung. Die Annuität der Investitionsausgaben hat besondere Bedeutung für Projekte, deren wirtschaftliche Auswirkungen lediglich Produktionskosten betreffen und denen deshalb keine Einnahmen zurechenbar sind. Die Auswahlentscheidung richtet sich in diesen Fällen nach dem Annuitätenminimum bzw. der maximalen Kostensparung.

Die Anwendung der Annuitätenmethode ist in Abbildung 5 dargestellt. Es zeigt sich, daß die Annuitäten vom Kapitalwert deutlich geringer sind als der Jahresgewinn bei

statischer Betrachtung. Ebenso ist die Annuität der Investitionsausgaben deutlich höher als die Kapitalkosten bei statischer Betrachtung.

5. Die interne Zinssatzmethode

Der interne oder effektive Zinssatz des Zahlungsstromes eines Investitionsprojektes ist genau die Verzinsung der Investitionsausgaben, die durch das Zurückfließen der Ein-

nahmenüberschüsse erzielt wird. Zur Berechnung des internen Zinssatzes i_e (% p.a.) wird die Gleichung des Kapitalwertes Null gesetzt und nach dem Zinssatz aufgelöst.

$$\text{für } i_e \text{ gilt: } C_0 = \sum_{t=0}^{t=ND} [E(t) - A(t)] \cdot (1+i)^{-t} = 0$$

Die Berechnung des internen Zinssatzes erfolgt am einfachsten durch punktweises Berechnen des Kapitalwertes mit steigenden Zinssätzen und dem linearen Interpolieren der Nullstelle.

Ein Investitionsprojekt ist vorteilhaft, wenn der interne Zinssatz gleich oder größer als ein vom Investor vorgegebener Zinssatz ist (Lösung des Auswahlproblems). Für die Lösung des Auswahlproblems ist der maximale interne Zinssatz entscheidend. Für die Anwendung des internen Zinssatzes gelten grundsätzlich die gleichen Prämissen wie für den Kapitalwert, jedoch wird die Prämisse – annähernd gleicher Kapitaleinsatz – aufgehoben. Durch den internen Zinssatz werden jährlicher Gewinn und Kapitaleinsatz in Relation gesetzt, wie dies in ähnlicher Weise bei der Rentabilitätsberechnung bzw. der Kreditzinssatzberechnung geschieht.

Die Anwendung des internen Zinssatzes zur Lösung eines Auswahlproblems ist in Abbildung 6 dargestellt. Die Rechnung zeigt deutliche Unterschiede in den Ergebnissen. Die Entscheidung fällt zu Gunsten Projekt C, das mit 28,50% den maximalen internen Zinssatz erzielt.

Bei Anwendung der Rentabilitätsvergleichsrechnung werden die entsprechenden Rechengrößen aus den durchschnittlichen Einnahmenüberschüssen der Nutzungsjahre berechnet, die für alle drei Projekte gleich groß sind. Daraus ergibt sich für alle

geg.: Drei Investitionsprojekte A, B und C. Angaben siehe Abb. 4
 ges.: 1. die Annuität vom Kapitalwert
 2. die Annuität der Investitionsausgaben

zu 1. Die Annuität vom Kapitalwert

$$R_{C0A} = 252.000 \cdot \frac{(1+0,10)^5 \cdot 0,10}{(1+0,10)^5 - 1} = 66.477 \text{ (S/Jahr)}$$

$$R_{C0B} = 398.000 \cdot 0,264 = 104.991,- \text{ (S/Jahr)}$$

$$R_{C0C} = 539.000 \cdot 0,264 = 141.395,- \text{ (S/Jahr)}$$

Berechnung des Jahresgewinnes bei statischer Betrachtung
 (durchschnittliche Einnahmenüberschüsse, vgl. Teil 1, Heft 1/84)

$$E\ddot{U} = G + a_k + z_k = 500.000 \text{ (S/Jahr)}$$

$$a_k = \frac{1.500.000}{5} = 300.000 \text{ (S/Jahr)}$$

$$z_k = \frac{1.500.000}{2} = 75.000 \text{ (S/Jahr)}$$

$$G = E\ddot{U} - a_k - z_k = 125.000 \text{ (S/Jahr)}$$

zu 2. Die Annuität der Investitionsausgaben:

$$R_{I0} = 1.500.000 \cdot \frac{(1+0,10)^5 \cdot 0,10}{(1+0,10)^5 - 1} = 395.692 \text{ (S/Jahr)}$$

Kapitalkosten bei statischer Betrachtung:

$$K_k = a_k + z_k = 375.000 \text{ (S/Jahr)}$$

Abb. 5: Die Anwendung der Annuitätenmethode

drei Projekte eine gleich hohe Rentabilität von 26,7% bezogen auf den mittleren gebundenen Kapitalsatz.

6. Zusammenfassung

Es werden die Ausgangsdaten und die verschiedenen Rechenmethoden der dynamischen Investitionsrechnung erarbeitet und hinsichtlich ihrer Entscheidungsprämissen analysiert. Die Anwendung der Rechenmethoden wird an Beispielen demonstriert, mit Hilfe derer insbesondere der Einfluß zeitlich unterschiedlich verteilter Einnahmenüberschüsse auf das Entscheidungsergebnis dargestellt wird. Des Weiteren wird versucht, die einzelnen Rechengrößen der dynamischen Investitionsrechnung hinsichtlich Rechenvorschrift und Entscheidungsgehalt mit den entsprechenden Rechengrößen der statischen Investitionsrechnung zu vergleichen.

Literatur:

- BLOHM, H., LÜDER, K.: Investition, 3. Auflage, München 1974
 HAX, H.: Investitionstheorie, Würzburg 1970
 LÜDER, K. (Hrsg.): Investitionsplanung, München 1977
 OLFERT, K.: Investition, Ludwigshafen, 1977
 SCHNEIDER, D.: Investition und Finanzierung, Köln 1970
 SWOBODA, P.: Investition und Finanzierung, Göttingen 1971

geg.: Drei Investitionsprojekte A, B und C weitere Angaben siehe Abbildung 4
 ges.: Der interne Zinssatz i_e

1. Rechnungsablauf für Projekt A:

$$C_0 = -I_0 + \sum_{t=0}^{t=ND} EÜ_{jt} \cdot (1+i)^{-t} = 0, \text{ in } 10^3 \text{ S}$$

Zeitpunkt	0	1	2	3	4	5	C_0
$I_0, EÜ_{jt}$	-1.500	100	300	500	700	900	
$i:$	0	1	1	1	1	1	-1.000
	5	1	0,952	0,907	0,864	0,823	581,0
	10	1	0,909	0,826	0,751	0,683	251,2
	15	1	0,869	0,756	0,656	0,571	-11,3
	20	1	0,833	0,694	0,578	0,482	-220,3

lineares Interpolieren der Nullstelle: $i_e = 10 + \frac{251,2}{251,2 + 11,3} \cdot 5 = 14,78\%$

2. Das Ergebnis für alle drei Projekte

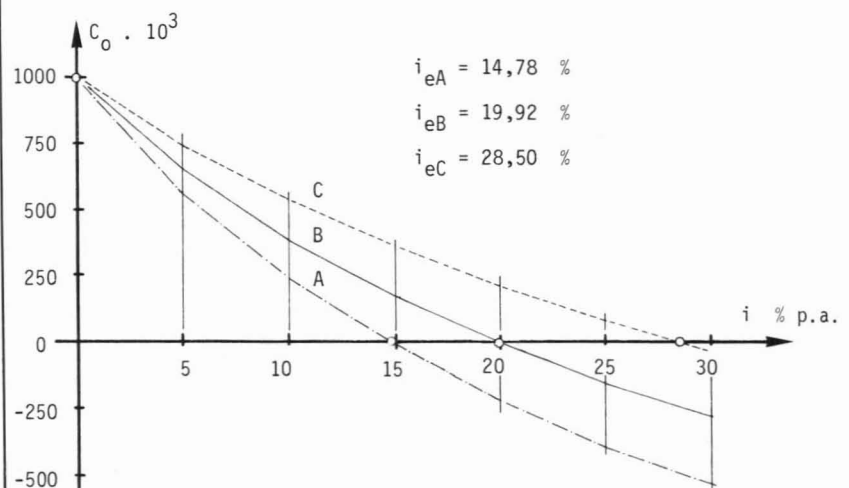


Abb. 6: Die Anwendung der Methode des internen Zinssatzes zur Lösung des Auswahlproblems