Wird nun der Balken als Hebel einmal rein schematisch dargestellt, so ergibt sich Abb. 23. In den Punkten A, B und C wirken auf den Hebel eine nach unten und zwei nach oben gerichtete Kräfte. Statt B als festen Drehpunkt anzunehmen, kann

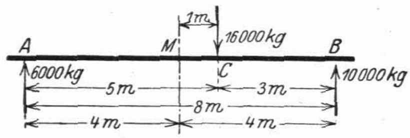

Abb. 23. Schematische Skizze zur Berechnung des Deckenträgers nach Abb. 21.

man sich nun ebenso gut vorstellen, daß der Hebel sich um A dreht. Die Kraft 6000 kg geht durch diesen Punkt hindurch und hat keinen Hebelarm und daher keine Drehwirkung. Sie scheidet also für die Berechnung zunächst völlig aus. Die Kraft 16 000 kg dreht den Hebel rechts herum, nach unten, mit einem Moment $16\,000 \times 5 = 80\,000$ mkg, und die Kraft 10 000 kg entgegengesetzt, links herum, nach oben mit dem Moment $10\,000 \times 8 = 80\,000$ mkg. Die Drehwirkungen heben sich also auf: es herrscht demnach Gleichgewicht, die Rechnung stimmt auch bei dieser Annahme. Nichts steht aber im Wege, den Hebel jetzt einmal als im Punkt C festgehalten anzusehen. Dann fällt die Kraft 16 000 kg aus der Drehmomentenrechnung heraus, und es ergeben sich als Momente 6000×5 rechts und $10\,000 \times 3$ links herum, also wieder gleiche Zahlen. Ja, man kann sogar irgendeinen anderen Punkt wählen, z. B. die Mitte M des Trägers. Hier üben alle drei Kräfte Drehwirkungen aus, und zwar nach den eingeschriebenen Zahlen

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Kraft } A\text{:} & 6\,000 \times 4 = 24\,000 \text{ mkg rechts herum} \\ \text{Kraft } C\text{:} & 16\,000 \times 1 = 16\,000 \text{ mkg rechts herum}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{zusammen} \\ 40\,000 \text{ mkg}\end{array}$$
$$\text{Kraft } B\text{: } 10\,000 \times 4 = 40\,000 \text{ mkg links herum.}$$

Also auch bei dieser ganz willkürlichen Annahme des Drehpunktes bestätigt sich die Richtigkeit der Rechnung. Stets ist natürlich bei derartigen Rechnungen im Auge zu behalten, daß die senkrecht nach oben wirkenden Kräfte gleich den senkrecht nach unten wirkenden sein müssen, also hier: $6000 + 10000 = 16000$ kg.

2. Berechnung eines Brückenträgers auf Grund des Hebelgesetzes.

Die Umformung körperlicher Bauteile in gedanklich vorgestellte, ganz nach Bedarf an geeigneten Punkten aufgelagerte Hebel kann auch für die Berechnung einer Eisenbahnbrücke benutzt werden, die z. B. durch einen in bestimmter Weise zusammengesetzten Zug belastet ist. Bei den Annahmen der Abb. 24 würden eine

Lokomotive mit Tender und außerdem ein zweiachsiger Güterwagen auf der Brücke Platz finden. Die Gesamtauflagerdrücke bei A und B werden bestimmt, indem man sich die Brücke als einen an beiden Enden aufgelagerten Balken vorstellt und nun für jede einzelne Last ermittelt, welche Drücke sie auf das rechte und auf das linke Auflager ausübt. Dabei ist genau so vorzugehen, wie bei dem Balken in Abb. 21 bis 23. Die einzelnen Auflagerdrücke, die auf diese Weise festgestellt sind, werden dann zusammengezählt. Von den Behörden sind Bestimmungen darüber herausgegeben, wie groß und in welcher Entfernung voneinander die Raddrücke angenommen werden müssen.

In Abb. 24 würde z. B. die erste Last von 17 t (17 000 kg) größtenteils auf den Auflagerpunkt B wirken, weil sie ihm am nächsten liegt, und hier einen Auflagerdruck von 15,4 t hervorrufen, während A nur 1,6 t erhält. In gleicher Weise können die Drücke,

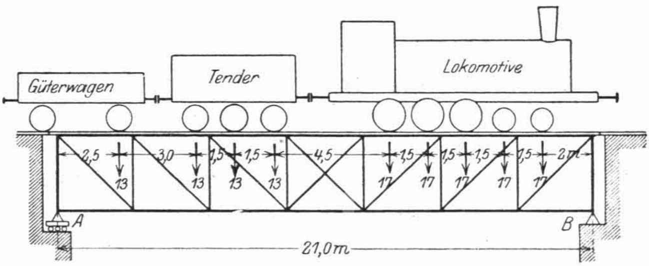

Abb. 24. Eisenbahnbrücke mit Belastung (Lasten in Tonnen zu je 1000 kg).

die von den anderen Belastungen herrühren, ermittelt werden. Im ganzen kommen 58 t auf A und 79 t auf B.

Abb. 25, S. 14, zeigt eine große Brücke, die grundsätzlich als ein an beiden Enden gelagerter Balken aufzufassen ist und damit unmittelbar der Berechnung als Hebel zugänglich wird. Daß die Brücke oben gekrümmte Form hat, spielt für die Bestimmung der äußeren Kräfte ebensowenig eine Rolle, wie die eigentümliche Form des ausgeschnittenen Brettes bei dem Hebel in Abb. 6.

Sind die äußeren Kräfte ermittelt, die auf eine solche Brücke wirken, so gilt es, festzustellen, was für Kräfte oder Spannungen in den Stäben, aus denen die Brücke besteht, auftreten, und diese Stäbe so stark zu machen, daß sie nicht zerreißen oder zerknicken.

Nehmen wir einmal einen recht einfachen Fall an, daß nämlich der in Abb. 26, S. 14, schematisch skizzierte Brückenträger nicht durch einen Eisenbahnzug belastet ist, sondern drei einzelne Lasten von je 30 000 kg (30 t) zu tragen hat. Aus der Symmetrie des Ganzen geht hervor, daß der Gegendruck an jedem Auflager gleich der Hälfte der Gesamtbelastung, also 45 t, sein muß. Es kommt nun beispielsweise darauf an, festzustellen, was für eine Spannung durch die Belastung in dem Stab *z*, also von links aus gerechnet dem dritten Stab des „Untergurtes", entsteht. Hier benutzen wir einen Kunstgriff, der allerdings wieder einige Ansprüche

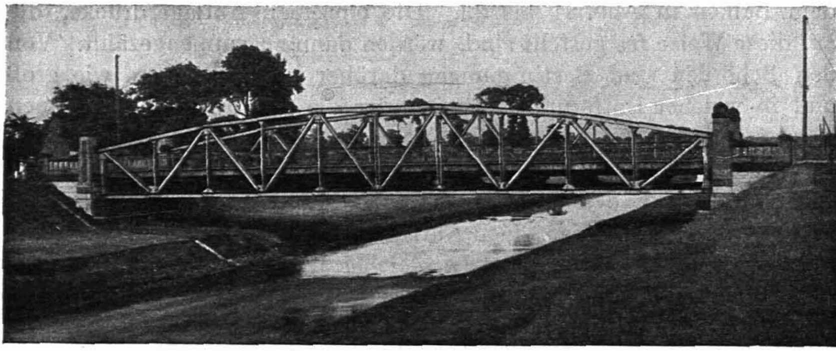

Abb. 25. **Straßenbrücke mit nach oben gekrümmtem Obergurt (Ausführung der Gutehoffnungshütte, Oberhausen).**

an unser Vorstellungsvermögen stellt. Wir denken uns nämlich einmal entlang der Linie *MN* einen Schnitt durch den Brückenträger geführt und dadurch die beiden Teile der Brücke vollständig voneinander getrennt. Was würde geschehen? Selbstverständlich müßten die beiden Brückenteile herunterstürzen, weil der eine Teil

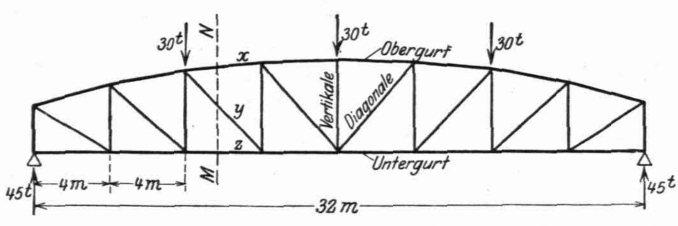

Abb. 26. Schematische Darstellung einer Brücke mit nach oben gekrümmtem Obergurt.

den andern nicht mehr hält. Betrachten wir aber jetzt einmal das linke abgeschnittene Stück für sich allein, so ist es klar, daß dieses Stück sich doch wieder ins Gleichgewicht bringen lassen müßte, wenn man an Stelle der Stäbe, die an der anderen Brückenhälfte sitzen, Männer an den Stabenden anfassen ließe, die stark genug wären, um dieselben Kräfte auszuüben, die vorher durch die eisernen Streben übertragen wurden. Abb. 27 macht diese Vorstellung anschaulich. — Die Lösung der Aufgabe ergibt sich nun beinahe von selbst.

Offenbar haben wir auch bei dieser Aufgabe nichts anderes vor uns als einen Hebel. Wie der Hebel geformt ist, und aus welchem Stoff er besteht, ist ganz gleichgültig. Es erleichtert die Vorstellung, wenn das Trägerstück, wie in Abb. 28, als volle Scheibe gezeichnet wird. An diesem Hebel wirken fünf Kräfte, 45 t, 30 t und die vorläufig noch unbekannten Stabkräfte P_x, P_y und P_z. An Hand von Abb. 23 war schon gezeigt worden, daß es einerlei ist,

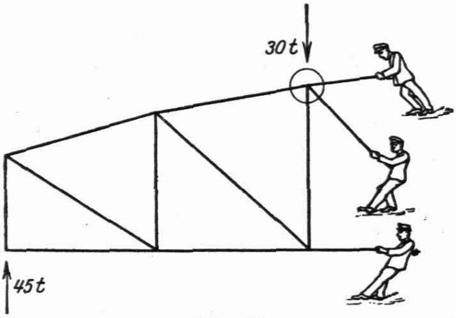

Abb. 27.

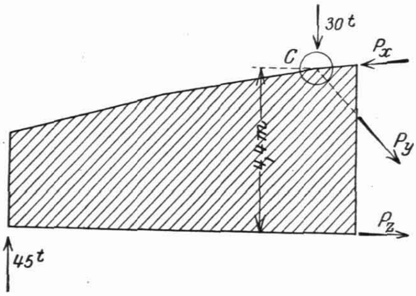

Abb. 28.

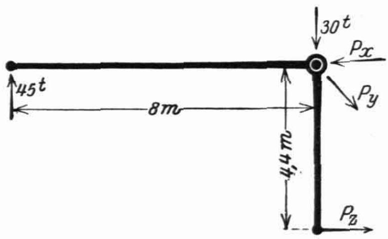

Abb. 29.

Abb. 27 bis 29. Schematische Skizzen zur Berechnung des abgeschnittenen Trägerstückes nach Abb. 26.

welcher Punkt bei einem solchen Hebel als Drehpunkt angenommen wird. Dort waren ja für die Rechnung der Reihe nach A, B, C und M als Drehpunkte benutzt worden, und immer hatte sich herausgestellt, daß die Drehmomente sich gegenseitig aufheben, wenn nur für einen Punkt die Rechnung richtig ist. Wählen wir also hier einmal den Punkt C! Die Belastungskraft 30 t geht durch diesen Punkt unmittelbar hindurch, übt also überhaupt keine Drehwirkung aus. Das gleiche gilt aber auch für die Kräfte P_x und P_y. Diese drei Kräfte kommen also für die augenblickliche Rechnung überhaupt nicht in Betracht, und es bleiben nur die beiden

Kräfte 45 t und P_z übrig. Wir kommen also letzten Endes auf einen ganz einfachen Winkelhebel, wie in Abb. 29 skizziert. Die Auflagerkraft 45 t hat einen Hebelarm von 8 m, ihr Drehmoment ist also $45 \times 8 = 360$ mt (Metertonnen). Die Kraft P_z wirkt an einem Hebelarm von 4,4 m; damit sie den Hebel im Gleichgewicht hält, muß sie also die Größe von $\frac{360}{4{,}4} = 82$ t oder 82 000 kg haben.

Aus der so errechneten Stabkraft oder Stabspannung läßt sich ermitteln, ob der Stab, wie er entworfen oder ausgeführt ist, für die der Brücke zugemutete Belastung ausreicht, d. h. genügende Festigkeit besitzt. Ist der Stab beispielsweise, wie in Abb. 30 skizziert, aus zwei ⊏-Eisen von 24 cm Höhe, wie sie von den Walzwerken normal geliefert werden[1]), und zwei Flacheisenplatten von 30 cm Breite und 1,2 cm Stärke zusammengesetzt — in der Abbildung sind die Maße, wie in Eisenbau- und Maschinenzeichnungen üblich, in Millimeter angegeben —, so ergibt sich ein Eisenquerschnitt von 128 cm². Da in die ⊏-Eisen und Platten Löcher gebohrt werden müssen, um die Niete aufzunehmen, die die Teile zusammenhalten, so gehen davon noch 22 cm² ab, und der tragende Querschnitt beträgt 106 cm². Auf 1 cm² kommen also $\frac{82\,000}{106} = 770$ kg. Das ist eine Beanspruchung, die das Eisen erfahrungsgemäß bequem aushalten kann.

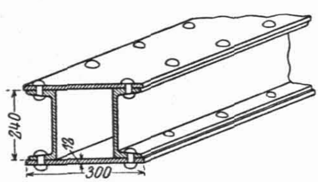

Abb. 30. Profil des Untergurtstabes z in Abb. 26.

In derselben Weise können nun auch die anderen Stäbe berechnet und danach die Brücke im einzelnen entworfen werden. Natürlich ist immer darauf zu achten, daß auch wirklich alle Belastungen Berücksichtigung finden; insbesondere dürfen das Eigengewicht der Brückenkonstruktion, Schneelast und Belastung durch Menschengedränge, das möglicherweise auf der Brücke entstehen kann, nicht vergessen werden.

[1]) Es bestehen bestimmte „Normalprofile“ für die gebräuchlichen Formen von Trägern. Das in Abb. 30 benutzte Profil bezeichnet man als U-Eisen (gewöhnlich geschrieben ⊏-Eisen), weil seine Form der eines lateinischen U ähnlich ist.