Untersuchungen über die Pulsationen im Erregerstromkreis von Wechsel- und Drehstrom-Maschinen

Von der Großherz. Technischen Hochschule zu Darmstadt zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation

vorgelegt von

KURT FISCHER
Diplom-Ingenieur aus Guben

Referent: Professor A. Sengel
Korreferent: Professor Dr. K. Wirtz

HAMBURG 1907
Druckerei-Gesellschaft Hartung & Co. m. b. H. vorm. Richter sche Verlagsanstalt

Vorbemerkung.

Die Anregung zu der vorliegenden Arbeit erhielt ich durch Versuche, die ich im Auftrage des Herrn Geheimerat Prof. Dr. Kittler an mehrphasigen Maschinen anstellte.

Herrn Prof. Sengel verdanke ich mehrere sachliche Klarstellungen und Anregungen zur Vertiefung des Stoffes.

Ich spreche an dieser Stelle beiden Herren meinen besten Dank für die gütige Unterstützung aus.

Die Versuche sind größtenteils im elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule zu Darmstadt ausgeführt worden.

Einleitung.

Es ist eine bekannte[*]) *Tatsache, daß* der Strom in der Erregerwicklung von Gleich- und Wechselstrommaschinen, auch wenn die E. M. K. zeitlich vollkommen konstant ist, periodisch pulsiert. Der Ausgangspunkt dieser Pulsationen ist stets der Anker. Bestimmend für die Größe, den Verlauf und die Wirkungen derselben sind die Bauart und die jeweiligen Arbeitsverhältnisse der Maschine.

Bei normalen Gleichstrommaschinen sind diese Pulsationen ziemlich bedeutungslos. Sie werden herbeigeführt durch die Änderung des magnetischen Widerstandes im Luftspalt, d. h. durch die verschieden große Anzahl von Nuten des Ankers, welche den Polschuhen gegenüberstehen. Da die Pole hier selten lamelliert sind, werden die an sich kleinen Schwankungen des Kraftlinienflusses durch die Wirbelströme in den Polschuhen in ihrer Amplitude erheblich herabgedrückt. In der Wicklung ist infolgedessen nur noch wenig von den Unregelmäßigkeiten zu verspüren. Wenn die Maschinen aus irgend welchen Gründen abnormal gebaut sein sollten, wie z. B. Bogenlichtmaschinen mit offener Ankerwicklung, dann werden die dadurch bedingten stärkeren Pulsationen nach denselben Gesichtspunkten zu behandeln sein, wie bei Wechselstrommaschinen. Es lohnt sich daher nicht, die Gleichstrommaschinen getrennt zu betrachten.

Bei Ein- und Mehrphasen-Wechselstrommaschinen bringen die Pulsationen eine Reihe von Folgeerscheinungen mit sich, die bisher noch wenig beachtet worden sind, die aber sowohl für den Entwurf von neuen, als auch für die Begutachtung von fertigen Maschinen *von großer Bedeutung sind. Ganz besondere Beachtung verdienen* nach dieser Richtung die Einphasen-Wechselstrommaschinen, die ja in neuerer Zeit wieder dadurch eine erhöhte Bedeutung gewonnen haben, daß sie für den Betrieb von Bahnen dienstbar gemacht worden sind.

In der vorliegenden Arbeit sollen die Pulsationen des Erregerstromes nach ihrem Entstehen, ihrer *Form* und *Größe* sowie nach ihren Wirkungen untersucht werden.

Außer Acht gelassen werden sollen die nicht rein periodisch verlaufenden Pulsationen, die dann in der Erregerwicklung entstehen, wenn die Ankerwicklung plötzlichen Be- und Entlastungen unterworfen wird.

---

*) E. T. Z. 1895. Heft 1. Elektrizitätswerk der Stadt Chemnitz.
E. T. Z 1895, p. 536. Behn-Eschenburg.
Schweizerische Bauzeitung 1895. Behn-Eschenburg.
Arnold und La Cour. Dic synchronen Wechselstrommaschinen, 1904 p. 25.

1. Der Einfluß der Bauart der Maschinen auf das Entstehen von Pulsationen.

Die Frage, ob und bei welchen Belastungszuständen Pulsationen auftreten, hängt in erster Linie von der Bauart ab, nämlich von der Art, wie das Schneiden der Kraftlinien bezw. die mechanische Änderung des Induktionskoeffizienten bewirkt wird.

Es ist zweckmäßig, die Wechselstrommaschinen nach der Bauart in drei Gruppen einzuteilen.

Eine Maschine der ersten Gruppe ist in Figur 1 a schematisch aufgezeichnet. Die beiden Wicklungen liegen direkt übereinander auf dem feststehenden Eisenkörper A, während der keine Wicklung tragende Körper B rotiert. Durch die Relativbewegung zwischen A und B werden Pulsationen des von der Gleichstromwicklung erzeugten Feldes herbeigeführt. Die Maschine gleicht einem Transformator, bei welchem die Feldschwankungen auf mechanischem Wege herbeigeführt werden.

Der entstehende Wechselstrom erzeugt Gegenwindungen, welche zunächst bei großem Widerstande ihren Maximalwert zu derselben Zeit erreichen wie die E. M. K. Bei Kurzschluß der Wicklung wird die Nacheilung ungefähr 90^0 betragen, d. h. die Amperewindungen erreichen immer dann ihren maximalen Wert, wenn die Zacken der beiden Eisenkörper einander gegenüber stehen. Daraus ergibt sich, daß die Pulsationen bei dieser Maschinentype bei Leerlauf am größten sind und bei Belastung mehr und mehr von den Gegenwindungen des Ankers aufgehoben werden. Bei induktiver Belastung und Kurzschluß der Maschine tritt die Schwächung der Amplitude der Pulsationen entsprechend früher auf. Die Wechselzahl in beiden Wicklungen ist gleich.

Es möge hier darauf hingewiesen werden, daß bei einer exakten mathematischen Behandlung nicht angenommen werden darf, daß sich der Erregerstrom einfach aus einem Gleichstrom und aus einem diesem überlagerten Wechselstrom zusammensetzt. Bei einer solchen Darstellungsweise wird nämlich nicht berücksichtigt, daß das Kraftlinienfeld ursprünglich überhaupt erst von dem Erregerstrom i_2 erzeugt wird. Man müßte streng genommen ausgehen von der Gleichung

$$i_2 \cdot r_2 + L_2 \cdot \frac{d\, i_2}{dt} + i_2 \cdot \frac{d\, L_2}{dt} = E_2$$

und darin L_2 als periodische Funktion der Zeit einführen.

Die allgemeine Lösung ist

$$i_2 = \frac{E_2}{f(t)} \cdot e^{-\int \frac{r_2}{f(t)} dt} \cdot \int e^{\int \frac{r_2}{f(t)} dt} dt + \frac{E_2}{f(t)} \cdot \frac{L_2}{r_2} \cdot e^{-\int \frac{r_2}{f(t)} dt}$$

Der Ausdruck ist für periodische Funktionen nicht lösbar.

Im Gegensatz hierzu stehen in ihrem Verhalten Maschinen, die nach Figur 1b ausgeführt sind. Das Polrad A trägt nur die Gleichstrom-Erregerwicklung. Ihm gegenüber steht ein glatter Anker B, auf welchem die Wechselstromwicklung aufgebracht ist. Geht kein Strom durch den Anker, dann können bei dieser Anordnung naturgemäß keinerlei Schwankungen des Erregerstromes auftreten.

Rechnerisch ergibt sich kurz folgendes für diese Maschinen*). Es seien die Koeffizienten der gegenseitigen Induktion

$$M_1 = \overline{M}_1 \sin mt \text{ und } M_2 = \overline{M}_2 \sin mt.$$

Dann ergibt sich bekanntlich der Ankerstrom zu $i_1 = \overline{i}_1 \sin mt$

Setzt man diese Werte in die allgemeine Gleichung für den Erregerkreis ein

$$i_2 \cdot r_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - M_2 \cdot \frac{di_1}{dt} \sin mt - \overline{i}_1 \cdot m. M. \cos mt - E_2 = o$$

und wertet man die Gleichung aus, dann erhält man nach Vernachlässigung des Exponentialgliedes:

$$i_2 = \frac{E_2}{r_2} + \frac{\overline{M}_2 \cdot m \cdot \overline{i}_1}{\sqrt{r_2 + 4 m^2 L_2{}^2}} \cdot \sin (2 mt - \varphi_2)$$

worin $\varphi_2 = \text{arc tang } 2 \frac{m L_2}{r_2}$ gesetzt ist.

Bei dieser Bauart sind Pulsationen also im Leerlauf nicht vorhanden. Sie werden bei Kurzschluß am größten. Die Periodenzahl der Schwingung im Erregerkreis ist doppelt so groß als die Periodenzahl der Schwingung im Anker.

Bei der dritten Bauart sind die Erscheinungen in den beiden vorhergehenden Fällen gleichzeitig vorhanden. Diese Bauart ist in Figur 1c schematisch angedeutet. Der Anker ist hier mit Nuten oder Löchern versehen, in welchen die Ankerwicklung untergebracht ist. Hier wird also schon bei Leerlauf eine Schwankung des Kraftlinienflusses auftreten. Am größten wird diese Wirkung sein bei Zackenankern. Bei zunehmender Belastung des Ankers wird sich ein wachsender Einfluß der Ankerwicklung geltend machen, der dann wieder bei Kurzschluß am größten ist. Die beiden jetzt in der Erregerwicklung induzierten Schwingungssysteme haben verschiedene Schwingungszahlen; infolgedessen wird die Resultante nur durch jeweilige Addition der momentanen Werte zu finden sein.

---

*) Vergl. Behn-Eschenburg E. T. Z. 1892 und E. T. Z. 1895.

2. Einfluß der Wicklung des Ankers und der verschiedenen Phasenlagen des Ankerstromes.

Sowohl die Erregerwicklung als auch die Ankerwicklung sind bestimmend für Form und Größe der in der Erregerwicklung induzierten E. M. K. Hinsichtlich der Ankerwicklung müssen wir unterscheiden, ob die Maschine einphasig oder mehrphasig ist, bezw. ob eine mehrphasige Maschine in allen Phasen gleich oder ungleich belastet ist. Wir müssen untersuchen, welchen Einfluß die Art der Wicklung, das Verhältnis von Spulenbreite zur Polteilung, ferner die Breite der Spulenseite und die Zahl der Nuten, in welcher eine Spulenseite untergebracht ist, auf die Form und Größe der Erregerpulsationen hat.

Gleichzeitig mit dieser Frage des Einflusses der Wicklungsart muß noch eine andere erledigt werden, nämlich diejenige der Phasenlage des Stromes. Denn offenbar werden die von dem Anker ausgehenden Amperewindungen mit dem Strom in Phase sein und daher jeweils bei verschiedenen relativen Stellungen des Ankers zum Felde ihren maximalen Wert haben.

Um zunächst allgemein diesen Einfluß der Phasenlage durch eine kleine mathematische Überlegung klarzustellen, gehen wir von einer zweipoligen Maschine aus, bei welcher die Änderung der Kraftlinienzahl in der Ankerspule durch Rotation verursacht wird.

In Figur 2 ist zu dem Zweck das aus einer beliebigen Ankerwicklung hervorgehende Feld N projeciert auf die Richtung der Pollinie. Die Projektion ist:

$$N_t = N. \cos \varphi.$$

N wird vom Ankerstrom i hervorgebracht und läßt sich demnach schreiben:

$$N = c.\ i.\ \sin (\alpha \pm \varphi).$$

Demnach ist: $N_t = c.\ i.\ \cos \alpha \sin (\alpha \pm \varphi)$.

Diesem Felde entspricht jetzt eine E. M. K. in der Erregerwicklung:

$$E_t = c^1. \cos \alpha \cos (\alpha \pm \varphi) - c^1. \sin \alpha \sin (\alpha \pm \varphi)$$

Es kommt hiermit zum Ausdruck, daß diese E. M. K. ihre Entstehung teilweise der Pulsation des Ankerstroms, teilweise der gleichzeitig erfolgenden Relativbewegung des Ankers gegenüber dem Felde verdankt.

Für den Spezialfall $\varphi = o$ wird

$$N_t = c.\ i.\ \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\text{und: } E_t = c^1. \cos {}^2\alpha - c^1. \sin {}^2\alpha.$$

Wird hingegen $\varphi = + \frac{\pi}{2}$, dann ist

$$N_t = c.\ i.\ \cos {}^2\alpha$$

$$\text{und: } E_t = - 2.c^1. \cos \alpha \sin \alpha.$$

Für den Fall endlich $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ wird

$$N_t = - c. i. \cos^2 \alpha$$

$$\text{und: } E_t = + 2. c. \cos \alpha \sin \alpha.$$

In Zusammenfassung dieser Betrachtungen können wir sagen: Die verschiedene Phasenlage des Ankerstroms hat einen Einfluß auf die Amplitude der Feldpulsation direkt nicht. Dagegen wird die mittlere Höhe davon beeinflußt in der Art, daß ein phasengleicher Strom den Leerlaufswert als Mittelwert bestehen läßt, ein nacheilender Strom den Mittelwert herabsetzt und ein voreilender Strom denselben erhöht. Indirekt wird damit wegen der Krümmung der Magnetisierungskurve die Amplitude des Erregerstromes bei einem nacheilenden Strom am größten, bei einem voreilendem am kleinsten.

Nachstehend soll für einzelne Verhältnisse die Kurvenform der in der Erregerwicklung entstehenden E. M. K. E_2 entwickelt werden. Es soll dabei, um einen Vergleich zu ermöglichen, angenommen werden, daß alle Größen, welche ohne Einfluß auf die hier zu betrachtenden Vorgänge sind, d. h. Windungszahlen, magnetische Widerstände, Anker- und Polbreite in achsialer Richtung usw. gleich groß seien.

In Figur 3 ist zunächst eine symmetrische Einlochwicklung gezeichnet mit der Polteilung π und der Polbreite β. Die magnetomotorische Kraft des Ankers kann als von gleicher Größe über die Ankerspulenbreite gedacht werden; sie ändert sich nur proportional mit dem Strom, also

$$M = \frac{4\pi}{10} z. \bar{i}_1 \sin (\alpha \pm \varphi),$$

worin z die Windungszahl und $\bar{i}_1$ den maximalen Wert des Stromes bedeuten. Die Kraftlinienzahl, welche von M durch die Erregerwicklung getrieben wird, hängt von der relativen Stellung des Ankers ab. Es ist hierbei notwendig, zwei Intervalle zu unterscheiden. Solange nämlich die Nut nicht unter dem Pol steht, solange also α kleiner als $\frac{\pi-\beta}{2}$ ist, solange ist M über die ganze Polbreite gleichmäßig und zwar entweder positiv oder negativ. Wird aber $\alpha > \frac{\pi-\beta}{2}$, dann wird auf der einen Seite der Nut die entgegengesetzte Wirkung hervorgebracht, als auf der anderen. Der entstehende Kraftlinienfluß durch die Erregerwicklung wird also der Differenz der magnetomotorischen Kräfte proportional sein.

Im ersten Intervall ist der entstehende Kraftfluß bei konstanter Permeabilität $N = c_1 M. \beta$ oder unter Einführung des Stromes

$$N = c_2 \beta \frac{4\pi}{10} z \bar{i}_1 \sin (\alpha \pm \varphi).$$

Durch Zusammenfassung aller Konstanten ergibt sich

$$\text{I. } N = c.\, \bar{\imath}_1\, \beta \sin(\alpha \pm \varphi)._1$$

Die E. M. K. in der Erregerwicklung während des Intervalles $\alpha = o$ bis $\alpha = \frac{\pi - \beta}{2}$ ergibt sich durch Differentiation nach α und unter Einführung einer neuen Konstanten a, welche die Windungszahl der Erregerwicklung enthält zu:

$$\text{II. } E = a.\, \bar{\imath}_1\, \beta \cos(\alpha \pm \varphi).$$

In dem zweiten Intervall von $\alpha = \frac{\pi - \beta}{2}$ bis $\alpha = \frac{\pi}{2}$ entsteht ein Kraftlinienfluß:

$$\text{III. } N = c.\, \bar{\imath}_1\, (\pi - 2\,\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Die in diesem Intervall entstehende E. M. K. ist demnach:

$$\text{IV. } E = a.\, \bar{\imath}_1 \left\{ (\pi - 2\,\alpha) \cos(\alpha \pm \varphi) - 2\,\alpha \sin(\alpha \pm \varphi) \right\}$$

Ist beispielsweise bei einer derartigen Maschine die Polbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung und werden die Produkte a $\bar{\imath}$ und c $\bar{\imath}$ dem Zahlenwert 1 gleichgesetzt, dann nehmen die Gleichungen I bis IV die folgende Form an:

$$\text{I. } N = \tfrac{2}{3}\,\pi \sin(\alpha \pm \varphi).$$

$$\text{II. } E = \tfrac{2}{3}\,\pi \cos(\alpha \pm \varphi).$$

$$\text{III. } N = (\pi - 2\,\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

$$\text{IV. } E = (\pi - 2\,\alpha) \cos(\alpha \pm \varphi) - 2\,\alpha \sin(\alpha \pm \varphi).$$

In Figur 4 sind diese Kurven aufgezeichnet und zwar unter der Annahme, daß $\varphi = o$ ist. Zu bemerken ist, daß für $\alpha > \frac{\pi}{2}$ sich der ganze Vorgang in umgekehrter Richtung wiederholt. Die E. M. K. ist hiernach unstetig und auf beiden Seiten der Abszissenachse ungleichförmig.

In Figur 5 ist der Verlauf von N und E gezeichnet für den Fall $\varphi = 90^0$ und zwar bei Nacheilung. Das Feld ist dann immer negativ. Die E. M. K. ist wieder unstetig. Der höchste Punkt bei 30^0 liegt bedeutend höher als bei der vorherigen Kurve. In diesen wie in den folgenden Figuren ist angenommen, daß immer derselbe Ankerstrom fließt.

Einen erheblichen Unterschied gegenüber der Einlochwicklung weist die Zweilochwicklung auf (Figur 6). Die Entfernung der beiden Nuten sei γ. Es ist hierbei notwendig, daß drei Intervalle unterschieden werden. Solange keine Nut unter dem Pol steht, was gleichbedeutend ist mit $\alpha < \frac{\pi - \beta - \gamma}{2}$, gilt dieselbe Beziehung wie bei der Einlochwicklung, also:

$$\text{I. } N = c.\, \beta \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Im zweiten Intervall — gekennzeichnet durch $\frac{\pi - \beta - \gamma}{2} < \alpha < \frac{\pi - \beta + \gamma}{2}$ — ist nur eine Nut unter dem Pol. Da zwischen den Nuten keine Magnetisierung stattfindet, so ergibt sich:

$$\text{II. } N = c.\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} - \alpha\right) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Im letzten Intervall, α zwischen $\frac{\pi - \beta + \gamma}{2}$ und $\frac{\pi}{2}$ ist der entstehende Kraftfluß wieder die Differenz zwischen den Wirkungen links und rechts von den beiden Nuten.

In diesem Intervall ist

$$\text{III. } N = c.(\pi - 2\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Setzen wir, um auf bestimmte Verhältnisse zu kommen, voraus, daß $\beta = \frac{2}{3}\pi$ und $\gamma = \frac{1}{6}\pi$ ist, dann gehen die drei Gleichungen über in

$$\text{I. } N = c.\ \beta \sin(\alpha \pm \varphi)$$
$$\text{II. } N = c.\ (\tfrac{3}{4}\pi - \alpha) \sin(\alpha \pm \varphi)$$
$$\text{III. } N = c\ (\pi - 2\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Hieraus können wir die E. M. K. in den einzelnen Intervallen ableiten:

$$\text{I. } E = a.\ \tfrac{2}{3}\pi \cos(\alpha \pm \varphi)$$
$$\text{II. } E = a.\left\{(\tfrac{3}{4}\pi - \alpha)\cos(\alpha \pm \varphi) - \sin(\alpha \pm \varphi)\right\}$$
$$\text{III. } E = a.\left\{(\pi - 2\alpha)\cos(\alpha \pm \varphi) - 2\sin(\alpha \pm \varphi)\right\}.$$

In Figur 7 sind die Kurven für $\varphi = o$ und in Figur 8 für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ gezeichnet.

Einen ähnlichen Charakter tragen auch die Kurven mit drei Nuten pro Spulenseite.

Für eine vollkommen verteilte Wicklung, wie in Figur 9 dargestellt, ist der Verlauf der magnetomorischen Kraft durch Dreiecke gegeben. Auch hier muß man drei Intervalle unterscheiden. Es sei von vornherein angenommen, daß die Polbreite $\frac{2}{3}\pi$ sei. Dann liegt im ersten Intervall $o < \alpha < 30^0$ die Spitze des Dreiecks unter dem Pol. In diesem Fall besteht die gesamte wirksame magnetomotorische Kraft aus einem Dreieck mit der Höhe M und aus einem Trapez. Es ergibt sich nach einigen einfachen Umformungen

$$\text{I. } N = c.\left(\tfrac{4}{9}\pi - \frac{2\alpha^2}{\pi}\right) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Im zweiten Intervall tritt noch ein kleines negatives Dreieck auf. Es ergibt sich jedoch für N derselbe Wert wie im ersten Intervall.

Wenn endlich $60^0 < \alpha < 90^0$, dann verschwindet das obere Trapez und es bleiben nur die beiden Dreiecke übrig.

$$\text{II. } N = c. \left(\tfrac{2}{3}\pi - \tfrac{4}{3}\alpha\right) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Demnach sind die E. M. K. e

$$\text{I. } E = + a. \left\{\left(\tfrac{4}{9}\pi - 2\alpha^2\right) \cos(\alpha \pm \varphi) - \frac{4\alpha}{\pi} \sin(\alpha \pm \varphi)\right\}.$$

$$\text{II. } E = + a. \left\{\left(\tfrac{2}{3}\pi - \tfrac{4}{3}\alpha\right) \cos(\alpha \pm \varphi) - \tfrac{4}{3} \sin(\alpha \pm \varphi)\right\}.$$

Die für $\varphi = o$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$ sich ergebenden Kurven sind in Figur 10 und Figur 11 aufgezeichnet. Die E. M. K. verläuft in beiden Fällen stetig.

Einen eigenartigen Charakter nehmen die Kurven für Kraftfluß und induzierte E. M. K. bei Gleichpolmaschinen an. In Figur 12 ist eine Gleichpolmaschine mit einer Spulenbreite gleich der Polbreite, ebenso großem Polabstand und mit einer Nut per Spulenbreite angedeutet. Solange hier $\alpha < \pi$ ist, gilt unter Zusammenfassung der Konstanten

$$N = c.\ \alpha \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Wird $\alpha > \pi$, dann ist

$$N = c. \left(\tfrac{3}{2}\pi - \alpha\right) \sin(\alpha \pm \varphi).$$

Daher ist die induzierte E. M. K. im ersten Intervall:

$$E = a. \left\{ \alpha \cos(\alpha \pm \varphi) + \sin(\alpha \pm \varphi) \right\}$$

und im zweiten

$$E = a. \left\{ \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cos(\alpha \pm \varphi) - \sin(\alpha \pm \varphi) \right\}.$$

Für $\varphi = o$ ist der Verlauf in Figur 13 aufgezeichnet; die Kurve für E weist ungleiche Amplituden oben und unten auf. Zwei von den kleinen Amplituden folgen aufeinander.

Auch für $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ sind zwei aufeinander folgende Amplituden ungleich (Figur 14). Wenn φ zwischen o und $\frac{\pi}{2}$ liegt, entstehen sogar drei ungleiche Schwingungen. Für die Annahme $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ ist der Verlauf in Figur 17 gezeichnet. Die Zahl der Schwingungen ist hier das $1\frac{1}{2}$ fache der Zahl der Schwingungen des Ankerstroms.

Bei dreiphasigen Maschinen sind naturgemäß die Amplituden der Feldschwingungen geringer. Die Periodenzahl ist aber dreimal so groß als die Periodenzahl des Ankerstroms. Für eine Maschine mit einer Nut pro Spulenseite ergibt sich z. B. nach Figur 16, daß nach Verlauf von 60^0 sich der Vorgang wiederholt.

Dies Intervall muß zur Aufstellung der Gleichungen noch weiter zerlegt werden. Wenn die Polbreite wieder $\frac{2}{3}$ der Polbreite ist, dann reicht das erste Intervall bis 30^0. In diesem ergibt sich der gesamte Kraftfluß als Summe der Flüsse der einzelnen Phasen:

$$N = c. \left\{ \tfrac{2}{3}\,\pi \sin(\alpha \pm \varphi) + \left((\pi - 2\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi + \frac{\pi}{3}) \right) - \right.$$

$$\left. \left((\frac{\pi}{3} - 2\,\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi + \tfrac{2}{3}\,\pi) \right\} \right.$$

$$\text{I. } N = c. \left\{ \pi \sin(\alpha \pm \varphi) - 2.\ \sqrt{3}\ \alpha \cos(\alpha \pm \varphi) \right\}.$$

Im zweiten Intervall ist:

$$N = c. \left\{ (\pi - 2\,\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi) + \left((\frac{\pi}{3} - 2\,\alpha) \sin(\alpha + \frac{\pi}{3} \pm \varphi) \right) \right.$$

$$\left. - \tfrac{2}{3}\,\pi \sin(\alpha \pm \varphi + \tfrac{2}{3}\,\pi) \right\}.$$

$$\text{II. } N = c. \left\{ (\tfrac{3}{2}\,\pi - 3\,\alpha) \sin(\alpha \pm \varphi) - \sqrt{3}. \left((\frac{\pi}{6} + \alpha) \cos(\alpha \pm \varphi) \right\} \right..$$

Hieraus berechnen sich für die beiden Intervalle folgende E. M. K. e

$$\text{I. } E = a. \left\{ (\pi - 2\ \sqrt{3}) \cos(\alpha \pm \varphi) + 2\ \sqrt{3}\ \alpha \sin(\alpha \pm \varphi) \right\}.$$

$$\text{II. } E = a. \left\{ (\tfrac{3}{2}\,\pi - \sqrt{3} - 3\alpha) \cos(\alpha \pm \varphi) - (3. - \sqrt{3}\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}\ \alpha) \right.$$

$$\left. \sin(\alpha \pm \varphi) \right\}.$$

Für induktionsfreie Belastung ist der Kurvenverlauf in Figur 17 aufgezeichnet.

Die hier abgeleiteten Kurven für die induzierte E. M. K. werden sich in Wahrheit nicht so ausbilden wegen der Dämpfung des Feldes sowohl durch die Wirbelströme im Eisen als auch durch die in der Wicklung selbst entstehenden Ströme, die ja ihrerseits auf das Feld zurückwirken. Die kleinen Spitzen werden verschwinden.

Diese Kurven müssen den Erregergleichspannungen überlagert werden, um die wahren Werte zu erhalten.

Fast bei allen betrachteten Beispielen besteht Unsymmetrie der Kurven oberhalb und unterhalb der Abszissenachse.

---

3. Über die Meßwerte des Erregerstromes und über die Aufnahme der charakteristischen Kurven von Wechselstrommaschinen.

Aus unseren bisherigen Betrachtungen geht hervor, daß der rein mathematische Verlauf des Erregerstromes sich darstellen läßt durch

$$i_2 = a + b.\ f\,(t).$$

Es sei z. B. angenommen $i_2 = a + b. \sin \alpha$.

Ein Strom dieser Art hat, wie bekannt*), zwei Meßwerte, den Mittelwert $M(i_2)$ und den Effektivwert $\hat{i}_2$. Für die Schwingungsamplitude b können wir einen Bruchteil von a einsetzen und erhalten dann:

$$b = \eta \text{ a und für: } \hat{i}_2 = a.\sqrt{1 + \frac{\eta^2}{2}}$$

Der Faktor $\sqrt{1 + \frac{\eta^2}{2}}$ gibt den Unterschied zwischen den Angaben eines dynamometrischen und eines polarisierenden elektromagnetischen Instruments an. In der folgenden Tabelle ist dieser Unterschied in Abhängigkeit von η ausgerechnet:

η	$\sqrt{1 + \frac{\eta^2}{2}}$	η	$\sqrt{1 + \frac{\eta^2}{2}}$
0,1	1,0028	0,7	1,17
0,2	1,0100	0,8	1,148
0,3	1,0200	0,9	1,185
0,4	1,0390	1,0	1,224
0,5	1,0600	2,0	1,730
0,6	1,0760	3,0	2,345

In Figur 18 ist eine sinusförmige Stromkurve gezeichnet mit der Annahme $\eta = 0{,}5$. Die fein gestrichelte Kurve stellt die Quadrate des jeweiligen Momentanwertes dar, und die stark gestrichelte deren Mittelwert. Die stark ausgezogene Linie ist dann der effektive Mittelwert und die Strichpunktlinie der arithmetische Mittelwert.

Häufig kann der Formfaktor des Erregerstromes in seiner Abhängigkeit von η als Kurve interessieren. Es kann z. B. der Fall vorkommen, daß a konstant bleibt, während sich b proportional mit einer anderen Größe, z. B. der Tourenzahl verändert. Diese Kurve stellt im Fall sinusartiger Pulsationen eine Hyperbel dar, wie in Figur 19 gezeichnet.

Wenn es nicht möglich sein sollte, den Verlauf von i_2 durch eine einfache Beziehung auszudrücken, empfiehlt es sich, die Kurve aufzuzeichnen und den Flächeninhalt der einfachen wie der quadrierten Kurve durch Wägung zu bestimmen. Für eine Kurve der bei den Gleichpolmaschinen abgeleiteten Art ergibt sich z. B. für die in Figur 20 angenommenen Verhältnisse:

$$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)} = 1{,}08$$

Die Erkenntnis, daß der Erregerstrom zwei Meßwerte hat, ist von großer Bedeutung für die experimentelle Aufnahme der charakteristischen

*) Vergl. Sengel E. T. Z. 1902 H. 16.
Desgl. Sengel E. T. Z. 1900 H. 20 und H. 21.
Desgl. Heinke E. T. Z. 1899, p. 510.
Desgl. Heinke, Handbuch der Elektrotechnik I, 2, p. 43—69.

Kurven von Wechselstrommaschinen, nämlich für die Leerlaufscharakteristik und die Kurzschlußkurve. Wir müssen hierbei unterscheiden, welcher Bauart die Maschine angehört.

Bei Maschinen der Bauart 1 sind, wie wir gesehen haben, die Pulsationen bei Leerlauf am größten; folglich wird es je nach Art des verwendeten Erregeramperemeters zwei Leerlaufscharakteristiken geben. Will man z. B. nach bekannten Methoden den Spannungsabfall der Wechselstrommaschine vorausbestimmen, dann erhält man bei Maschinen dieser Type eine Kurzschlußkurve und zwei Leerlaufscharakteristiken, wie in Figur 21a angedeutet.

Bei Maschinen der Bauart 2 ist die Leerlaufscharakteristik eindeutig, dagegen erhalten wir hier zwei Kurzschlußcharakteristiken. Für die Konstruktion des Spannungsabfalles erhält man also Kurven, wie in Figur 21b dargestellt.

Auch für die Maschinen der Bauart 3 kann man natürlich zwei Werte für den Erregerstrom messen. Hier sind aber eigentlich zwei Leerlaufscharakteristiken und zwei Kurzschlußkurven vorhanden. Allerdings wird entweder die eine Kurvenart oder die andere zu vernachlässigende Unterschiede aufweisen.

Wir ziehen an dieser Stelle aus der gewonnenen Erkenntnis vorläufig den Schluß, daß es bei experimentellen Untersuchungen notwendig ist, anzugeben, ob das Amperemeter im Erregerstromkreis ein dynamometrisches oder Hitzdraht, oder aber ein polarisiertes elektromagnetisches Instrument gewesen ist.

Die Wirkung wird natürlich bei einphasigen Maschinen am deutlichsten zutage treten. Bei mehrphasigen Maschinen werden sich selten Unterschiede zwischen den beiden Meßwerten ergeben, solange die drei Phasen gleichmäßig belastet sind.

---

4. Die Klemmenspannung und die Effektaufnahme der Erregerwicklung.

Die Tatsache, daß der Strom in der Erregerwicklung ein pulsierender ist, hat noch mancherlei andere Folgen. Zunächst kann offenbar die Spannung an den Klemmen der Maschine ebenfalls nicht konstant sein.

Wir nehmen dabei an, daß die treibende E. M. K. der Batterie E_2 konstant bleibt. Der ganze Stromkreis wird durch die Klemmen geteilt in die eigentliche Wicklung mit einem großen, zeitlich variablen

Selbstinduktions-Koeffizienten L_2 und in den äußeren induktionsfreien Batterie- und Regulierwiderstand r_2'.

Die Klemmenspannung e_2 kann man nun in folgender Weise berechnen:

$$e_2 = E_2 - i_2 \cdot r_2'.$$

Da nun aber $i_2 = a + b \,.\, \sin \alpha$ ist, so finden wir:

$$e_2 = E_2 - a\, r_2' - b\, r_2' \sin \alpha.$$

Wir können also den zeitlichen Verlauf von e_2 konstruieren, indem wir $r_2' (a + b \cdot \sin \alpha)$ von dem konstanten Betrag E_2 subtrahieren (Figur 22). Die Klemmenspannung hat demzufolge immer dann ein Maximum, wenn der Strom ein Minimum hat, und umgekehrt. Es geht hieraus hervor, daß jedenfalls die Klemmenspannung von einer Form ist:

$$e_2 = a' - b' \sin a.$$

Darnach haben wir auch für die Klemmenspannung zwei Meßwerte: einen arithmetischen Mittelwert, meßbar durch polarisierte Voltmeter, und einen geometrischen Mittelwert, meßbar durch dynamometrische oder Hitzdrahtinstrumente.

Man kann auch bei der Betrachtung dieser Vorgänge anders vorgehen. In dem Erregerstromkreis wirken im ganzen zwei elektromotorische Kräfte. Erstens die stromerzeugende Gleichstrom-E. M. K. E_2, zweitens die in der Wicklung erzeugte E. M. K. von wechselnder Richtung $E_{w\,2}$. Der Strom wird dann als Folge aufgefaßt von beiden E. M. Ken. Der konstante Wert, also der Mittelwert, ist gegeben durch $M(i_2) = \frac{E_2}{r_2}$, und der wechselnde Wert, der sich dem konstanten Wert überlagert, ist gegeben durch $i_{w\,2} = \frac{E_{w\,2}}{\sqrt{r_2^2 + m^2 L_2^2}}$.

Das Verhältnis der Schwingungsamplitude des Stromes und der Klemmenspannung zu den Mittelwerten hängt jetzt im wesentlichen ab von der Größe des äußeren Regulierwiderstandes im Verhältnis zu dem Gesamtwiderstand des Erregerkreises. Ist nämlich der Regulierwiderstand verhältnismäßig groß, dann wird die an den Klemmen der Wicklung entstehende Gleichstromspannung verhältnismäßig nur einen kleinen Bruchteil der E. M. K. E_2 ausmachen. Dagegen wird die daselbst entstehende Wechselspannung groß sein; denn die Wicklung gleicht einer mit äußerem induktionsfreien Widerstand belasteten Wechselstrommaschine. Bei großem äußeren Widerstand ist der Spannungsabfall von der E. M. K. bis zu den Klemmen nur klein. Hiernach haben wir z. B. zu erwarten, daß bei der Aufnahme von Kurzschlußkurven an Maschinen der Type 2 bei kleinen Werten des

Kurzschlußstromes das Verhältnis vom geometrischen Mittelwert zum arithmetischen Mittelwert der Klemmenspannung sehr groß ist. Je mehr wir den äußeren Regulierwiderstand verkleinern, um so größer wird verhältnismäßig die an den Klemmen der Wicklung vorhandene Gleichstrom-E. M. K. und um so kleiner die an den Klemmen der Wicklung auftretende Wechsel-E. M. K. Bei zunehmendem Kurzschlußstrom wird also das Verhältnis zwischen den beiden Meßwerten sich immer mehr dem Wert 1 nähern.

Bezüglich des Erregerstromes gilt gerade das Umgekehrte. Bei großem äußeren Regulierwiderstand ist die Wechselstromamplitude im Verhältnis zum Gleichstrom nur klein. Je mehr man aber den Regulierwiderstand verringert, um so mehr wird die Amplitude steigen. Bei Kurzschlußversuchen hat man also zu erwarten, daß das Verhältnis vom geometrischen zum arithmetrischen Mittelwert mit zunehmender Verkleinerung des Widerstandes steigt.

Dies trifft jedoch nicht immer zu, da auch der eigene Selbstinduktionskoeffizient der Erregerwicklung eine Dämpfung der Schwingungsamplitude herbeiführen kann. Unter gewissen Voraussetzungen können wir uns ein Bild von dem Verlauf der Kurve $\frac{\hat{i}_2}{M\,(i_2)} = f\,(i_2)$ machen.

Wenn wir wieder annehmen, daß eine konstante E. M. K. E_2 den Gleichstrom $M\,(i_2) = \frac{E_2}{r_2}$ erzeugt und daß in der Wicklung eine wechselnde E. M. K. $E_{w\,2}$ erzeugt wird, dann ist der wechselnde Strom

$$i_w = \frac{E_{w\,2}}{\sqrt{r_2^{\,2} + m_2^{\,2}\,L_2^{\,2}}} = \frac{E_{w\,2}}{\sqrt{\frac{E_2^{\,2}}{M^2(i_2)} + m_2^{\,2}\,L_2^{\,2}}}.$$

Nach früherem ist nun für sinusförmigen Verlauf

$$\left(\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}\right)^2 = 1 + 0{,}5\,\frac{i_w^{\,2}}{M^2(i_2)} = 1 + 0{,}5\,\frac{E_w^{\,2}}{E_2^{\,2} + M^2(i_2)\cdot m_2^{\,2}\,L_2^{\,2}}.$$

E_w wird nun von der Höhe des Ankerstromes, d. h. für Kurzschlußversuche auch von der Höhe des Erregerstromes abhängig sein, und zwar wird diese Abhängigkeit gegeben sein durch die Magnetisierungskurve. Im geraden Teil derselben kann gesetzt werden $E_w = C^2\,(M\,(i))$. Dann ist also:

$$\left(\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}\right)^2 = f^2 = 1 + 0{,}5\,\frac{C^2}{\frac{E_2^{\,2}}{M^2(i_2)} + m_2^{\,2}\,L_2^{\,2}}.$$

In Figur 23 ist diese Abhängigkeit für willkürlich gewählte Konstante zum Ausdruck gebracht durch die Kurve I.

Nach Überschreitung des Knies ist $E_w = \text{const.}$ Dann ist also: $f^2 = 1 + 0{,}5 \dfrac{\text{const.}}{E_2^2 + m_2^2 L_2^2 \cdot M(i_2)}$. Kurve II stellt diesen Zusammenhang dar. Wenn wir in der Nähe des Schnittpunktes beide Kurven vereinigen, dann stellt die entstehende — in der Figur stark ausgezogene — Kurve den zu erwartenden Verlauf des Formfaktors des Erregerstroms dar. Derselbe erreicht also ein Maximum.

Die Tatsache, daß der Erregerstrom pulsiert, hat weiterhin zur Folge, daß die gesamte Effektaufnahme des Erregerstromkreises vergrößert wird. Während nämlich bei stillstehender Maschine der im ganzen verzehrte Effektverlust gegeben ist durch:

$$P_2 = E_2 \cdot i_2 = \{M(i_2)\}^2 \cdot r_2,$$

berechnet sich derselbe bei rotierender Maschine zu:

$$p_2 = \hat{\imath}_2^{\,2} \cdot r_2.$$

Der Mehreffekt wird naturgemäß nicht der erregenden Batterie entnommen, sondern er wird vom Anker aus in die Wicklung induziert.

Ob der Betrag an Effekt, welcher vom Anker in die Wicklung induziert wird, bei normalen Belastungszuständen in Rechnung gezogen werden muß — z. B. bei Wirkungsgradsbestimmungen, wird für die betreffende Maschinentype und für den gegebenen Belastungsfall leicht festzustellen sein. Im übrigen kann es in allen fraglichen Fällen empfohlen werden, zwei Meßinstrumente verschiedener Bauart einzuschalten und beide Mittelwerte zu messen. Beträgt das Verhältnis von beiden z. B. 1,02, dann gibt der Anker 4 % von dem in der Erregerwicklung insgesamt verzehrten Gleichstromeffekt an dieselbe ab.

Selbstverständlich wird nicht nur der vergrößerte Kupferverlust in dem Erregerstromkreis von dem Anker aus gedeckt, sondern auch die Eisenverluste, welche notwendigerweise infolge der Feldpulsationen entstehen müssen, werden von dem Anker geliefert.

Das Verhältnis der beiden Meßwerte der Spannung kann zur Abschätzung dieser Verluste benutzt werden. Jedenfalls ist anzunehmen, daß einem großen Verhältnis $\dfrac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$ ein beträchtlicher Eisenverlust entsprechen muß, während durch ein großes Verhältnis $\dfrac{\hat{\imath}_2}{M(i_2)}$ ein bedeutender Kupferverlust bedingt wird.

---

5. Einfluß des Luftspaltes.

Die vom Anker ausgehenden Kraftlinien werden sich bei allen Maschinen zum Teil um die Ankerwindungen direkt durch die Luft schließen, zum andern Teil werden sie vorher die Erregerwicklung durchsetzen. Das Verhältnis von diesen beiden Teilen hängt offenbar ab von der Größe des Luftspaltes. Haben wir zwei genau gleichartige Maschinen, von denen die eine einen weiten, die andere einen engen Luftspalt hat, dann wird also die Maschine mit engem Luftspalt stärkere Pulsationen des Erregerstromes aufweisen.

Die Aufnahme der Kurzschlußkurve nach der hier empfohlenen Methode bietet also ein Mittel dar, die Wirkung des Luftspaltes zu untersuchen. Hat man Formfaktoren gemessen, die nicht wesentlich von 1 abweichen, dann verketten sich die Kraftlinien des Ankers nicht mit der Erregerwicklung. In diesem Fall empfiehlt es sich z. B., zur näherungsweisen Konstruktion des Spannungsabfalles ein Diagramm zu benutzen, welches nur die Streuung des Ankers berücksichtigt, wie z. B. das von Behn-Eschenburg. Sind dagegen mehr oder weniger starke Pulsationen vorhanden, dann wäre eine Konstruktion, welche mit den Gegenwindungen rechnet, vorzuziehen.

Diese Überlegung ist nur richtig für Maschinen mit gleicher Leistung und Tourenzahl. Wählt man eine von diesen Größen höher, dann verkleinern sich die magnetischen Widerstände im Eisen. Der Luftspalt muß dann mit Rücksicht auf die Stabilität erhöht werden. Er sollte stets so gewählt werden, daß das Verhältnis $\frac{\hat{i}_2}{M\,(i_2)}$ einen gewissen Wert bei Kurzschluß nicht überschreitet; z. B. bei Radialpoltypen den Wert 1,08.

Übrigens liegt in der Aufnahme der Kurzschlußkurve noch eine Handhabe zur fabrikmäßigen Kontrolle des Luftspaltes bei Massenfabrikation bestimmter Typen. Bei diesen muß offenbar der Formfaktor immer gleich sein, wenn der Luftspalt gleich ist.

Der Einfluß des Luftspaltes wird auch durch Figur 24 erklärt. Kurve I sei die Hopkinsonsche Magnetisierungscharakteristik einer Maschine mit verhältnismäßig kleinem Luftspalt. Beträgt in einem beliebigen Maßstabe die notwendige Kraftlinienzahl 11,8, dann ist eine Amperewindungszahl = 4 zur Erregung erforderlich. Ist ferner die verstärkende bezw. verschwächende Amperewindungszahl des Ankers $\pm$ 2, dann wird die Kraftlinienzahl zwischen 7,7 und 13,3 schwanken, d. h. um 23,7 % nach oben und unten. Der Luftspalt werde nun so vergrößert, daß Kurve II die Magnetisierungskurve darstellt. Zur Erreichung einer gleichen Kraftlinienzahl muß die Erregung auf 9,6 erhöht werden. Bei gleicher Amplitude der Ankeramperewindungszahl würde die Schwankung des Feldes zwischen 9,9 und 13 liegen, d. h. im Mittel 12,7 %. Selbst wenn wir im zweiten Fall einen erheblich größeren Ankerstrom annehmen würden, bleibt die Pulsation des Feldes im ersten Fall immer noch größer.

---

6. Experimentelle Untersuchungen.

Der praktisch wichtigste Versuch, bei welchem die vorhergehenden Erscheinungen von Bedeutung sind, ist der Kurzschlußversuch. Die Zahl der an Wechselstrommaschinen veröffentlichten Versuche ist so groß, daß es vielleicht überflüssig erscheint, von neuem welche anzugeben. Indessen sind, wie wir oben gesehen haben, zunächst alle diejenigen Versuchsangaben wertlos, bei denen nicht gesagt ist, von welcher Art das in den Erregerstromkreis eingebaute Instrument gewesen ist.

Der Kurzschlußversuch wurde zunächst durchgeführt an drei kleinen Maschinen von annähernd gleicher Leistung, aber sehr verschiedener Bauart. Bei allen Maschinen wurde zu diesem Versuche eine Schaltung hergestellt, wie in Figur 25 angegeben. Außer dem Kurzschlußstrom im Anker wurde also gemessen:

1. der geometrische Mittelwert des Stromes mit einem Dynamometer oder auch mit einem Hitzdraht-Amperemeter,
2. der arithmetrische Mittelwert des Stromes nach der indirekten Methode mittels Shunt und Weston-Millivoltmeter,
3. der geometrische Mittelwert der Klemmenspannung mit einem Spannungs-Dynamometer von Weston,
4. der arithmetrische Mittelwert der Klemmenspannung mit einem Gleichstrom-Weston-Voltmeter.

Als Erregerstromquelle wurde in allen Fällen eine Batterie benutzt. Alle Messungen wurden zunächst bei stillstehender Maschine ausgeführt. Auf diese Weise war eine leichte Eichung der Instrumente möglich.

In Tabelle I sind die Versuchsresultate zusammengestellt für eine Maschine älterer Bauart von Siemens & Halske ohne Eisen im Anker. Dieselbe hat einen so großen Luftspalt, daß man von vornherein vermuten muß, daß die von dem Anker ausgehenden Linien sich nur in der Luft schließen und nur zu einem geringen Teil die Erregerwicklung durchsetzen. Wie die Spalte 9 zeigt, ist auch der Unterschied zwischen den beiden Stromangaben so gering, daß die Kurzschlußkurve in diesem

Fall als eindeutig betrachtet werden kann. Bemerkbar wird die Pulsation des Feldes eigentlich nur an den Spannungsmessern.

Tabelle I.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	750	3,4	3,4	—	22,00	19,50	1,00	1,13
2	750	4,15	4,15	—	26,45	24,60	1,00	1,07
3	750	4,95	4,95	—	31,50	29,00	1,00	1,055
4	750	6,20	6,20	—	37,20	36,00	1,00	1,050
5	750	7,35	7,30	21	45,00	43,50	1,005	1,035
6	750	9,65	9,60	25,5	60,50	58,50	1,003	1,030
7	750	11,40	11,30	27,5	71,10	70,00	1,010	1,010

Die zweite Maschine war eine dreiphasige Radialpoltype mit feststehendem Anker. Der Kurzschlußversuch wurde einmal mit einer Phase durchgeführt und das andere Mal bei Verkettung zweier Phasen. Die Resultate des ersten Versuches sind in Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle II.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	1500	0,615	0,585	10	42,0	27,8	1,05	1,51
2	1500	0,810	0,765	13	48,0	36,0	1,06	1,34
3	1500	0,985	0,930	16	53,5	43,5	1,06	1,24
4	1500	1,22	1,135	19,4	61,0	54,0	1,075	1,14

Hier zeigen sich schon Unterschiede, zwischen den Meßwerten des Stromes von 7,5 % und zwischen denen der Spannung von 51 % im Maximum. Das Verhältnis vom Effektivwert zum Mittelwert steigt beim Strom zunächst an, während dasselbe bei der Spannung abfällt.

Der Kurzschlußversuch bei Verkettung zweier Phasen ist in Tabelle III niedergelegt. Der Widerstand der Wicklung betrug zur Zeit dieses Versuches 50 Ohm. Folglich ergibt sich für den Versuchswert 6 ein

Tabelle III.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	1500	0,696	0,650	7,2	45,8	32,5	1,070	1,410
2	1500	0,884	0,835	9,1	51,7	40,5	1,060	1,275
3	1500	1,225	1,135	12,4	62,7	56,0	1,080	1,120
4	1500	1,490	1,375	15,0	72,5	68,5	1,082	1,060
5	1500	1,660	1,530	17,0	81,3	79,5	1,085	1,021
6	1500	1,852	1,720	19,0	91,0	90,5	1,078	1,005

Verlust von $1{,}85^2 \,.\, 50 = 171$ Watt. Aus dem Mittelwert des Stromes ergibt sich dagegen ein Verlust von $1{,}72^2 \,.\, 50 = 148$ Watt.

Bei Kurzschluß aller 3 Phasen sind bei dieser Maschine auch noch Pulsationen vorhanden, wie die Versuche in Tabelle IV angeben. Indessen sind sie so gering, daß hier der Kurzschlußversuch praktisch eindeutig ist.

Tabelle IV.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	1500	0,885	0,885	7,4	44,2	44,0	1,000	1,004
2	1500	1,265	1,250	10,1	61,7	61,2	1,010	1,007
3	1500	1,625	1,620	13,2	81,4	80,4	1,002	1,010
4	1500	2,195	2,190	17,5	111,0	109,3	1,002	1,015

Auch bei normaler Belastung sind bei dieser Maschine schon Unterschiede zwischen den beiden Meßwerten bemerkbar. Die diesbezüglichcn Versuchsdaten sind in Tabelle V angegeben.

Tabelle V.

Nr.	n	i_1	e_1	$M(i_2)$	$\hat{i}_2$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$
1	1500	0	254	2,400	2,415	1,005
2	1500	2,3	249,4	2,400	2,420	1,008
3	1500	5,1	243,6	2,400	2,410	1,005
4	1500	7,1	239,0	2,410	2,430	1,010
5	1500	9,9	231,4	2,380	2,410	1,012
6	1500	13,3	221,4	2,360	2,390	1,012
7	1500	16,0	209,0	2,356	2,390	1,015

Die dritte Maschine war eine Gleichpolmaschine, Bauart Kolben. Sie war ebenfalls dreiphasig und wurde wieder in einer Phase und in Verkettung von zwei Phasen kurzgeschlossen. Die Ergebnisse des ersten Versuches sind in Tabelle VI, die des zweiten in Tabelle VII zusammen-

Tabelle VI.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	1500	0,324	0,310	29,0	34,0	18,5	1,045	1,84
2	1500	0,481	0,450	40,0	40,0	27,0	1,070	1,48
3	1500	0,592	0,540	48,0	43,2	33,0	1,095	1,31
4	1500	0,732	0,665	58,0	49,0	40,5	1,100	1,21
5	1500	0,865	0,780	68,0	54,3	48,0	1,11	1,13
6	1500	1,045	0,930	78,0	62,3	58,0	1,125	1,075

gestellt. Wie ersichtlich, ergeben sich hier ähnliche Verhältnisse wie vorher. Bei dieser Maschine wurde die Kurvenform direkt mit dem Joubertschen Apparat aufgenommen. Der Strom hat hiernach (Figur 26) einen Verlauf, wie er früher für derartige Maschinen gefunden wurde. Während der Kurvenaufnahme war

$$n = 1450 \qquad M(\hat{i}_2) = 0{,}555$$
$$i_1 = 49 \qquad \hat{e}_2 = 44{,}6$$
$$\hat{i}_2 = 0{,}5975 \qquad M(e_2) = 33{,}7$$

Auch bei dieser Maschine zeigt sich, daß der Formfaktor des Erregerstromes zunächst ansteigt, und zwar bis auf 1,11 für den Fall der Verkettung zweier Phasen, und dann wieder abfällt bis auf 1,05.

Tabelle VII.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	1500	0,510	0,490	20,5	30,0	23,5	1,040	1,28
2	1500	0,595	0,570	27,5	45,5	35,0	1,042	1,30
3	1500	0,790	0,710	33,3	51,2	43,0	1,110	1,19
4	1500	0,930	0,870	40,0	58,5	53,0	1,070	1,10
5	1500	1,090	1,025	47,5	68,2	64,5	1,065	1,06
6	1500	1,230	1,150	53,0	75,0	73,5	1,068	1,02
7	1500	1,380	1,300	59,0	85,0	84,0	1,061	1,01
8	1500	1,530	1,440	66,0	94,5	93,5	1,062	1,01
9	1500	1,730	1,650	73,0	109,0	108,5	1,050	1,005

Die bisherigen Versuche erbringen noch keinen ausreichenden Beweis für die in Abschnitt I ausgesprochene Behauptung, daß das Maximum des Stromes mit dem Minimum der Spannung zusammenfallen muß. Ein solcher ergibt sich am einfachsten durch die direkte Aufnahme von Erregerstrom und Erregerspannung mit dem Oszillographen. In Figur 27 ist das an einer Maschine mit radialen Polen bei Kurzschluß einer Phase gewonnene Oszillogramm wiedergegeben. Die obere Kurve stellt den Verlauf der Spannung, die untere den Verlauf des Stromes dar. Nachstehend sind noch die aufgenommenen übrigen Meßwerte zusammengestellt:

$$\text{Fall a.}\quad n = 1520 \qquad \left.\begin{aligned} \hat{i}_2 &= 1{,}78 \\ M(i_2) &= 1{,}69 \end{aligned}\right\} \frac{\hat{i}_2}{M(i_2)} = 1{,}05$$

$$i_1 = \quad 60 \qquad \left.\begin{aligned} \hat{e}_2 &= 50{,}7 \\ M(e_2) &= 46{,}0 \end{aligned}\right\} \frac{\hat{e}_2}{M(e_2)} = 1{,}1.$$

Der Verdacht ist nicht unberechtigt, daß bei Maschinen mit größerer Leistung die beobachteten Unterschiede zwischen den effektiven und den mittleren Werten nicht so deutlich zutage treten wie bei kleineren Ausführungen, denn bei größeren Maschinen spielt der Luftspalt bei der Berechnung des magnetischen Widerstandes gegenüber dem Eisenweg eine größere Rolle als bei kleinen Maschinen. Es wurden daher noch Versuche angestellt an einer Dreiphasen-Wechselstrom-Maschine von 60 KW, und zwar an einem Umformer mit normaler Gleichstromwicklung. Es wurden wieder Kurzschlußversuche gemacht in verschiedenen Schaltungen. Nämlich:

1. Kurzschluß einer Phase nach dem Nullpunkt (Tabelle VIII).
2. Kurzschluß zweier Phasen (Tabelle IX).
3. Kurzschluß zweier Phasen einzeln nach dem Nullpunkt (Tabelle X).
4. Kurzschluß dreier Phasen einzeln nach dem Nullpunkt (Tabelle XI).
5. Kurzschluß je zwei Phasen verkettet (Tabelle XII).

Tabelle VIII.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	i_1	$\hat{e}_2$	$M(e_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	426	3,2	3,0	188	25,5	9,5	1,065	2,69
2	426	4,0	3,7	232	27,8	11,9	1,080	2,34
3	426	5,0	4,6	289	30,0	14,8	1,090	2,02
4	426	5,6	5,05	323	30,5	16,0	1,110	1,91
5	426	7,4	6,8	435	34,5	21,8	1,090	1,58

Wie ersichtlich, sind auch bei dieser Maschine die Pulsationen noch sehr stark.

Diese bisherigen Versuche erstrecken sich auf Maschinen mit mehr oder weniger normaler Ausführung. Der Fall mit stark veränderlichen magnetischen Widerständen, wie er früher als Bauart 1 gekennzeichnet wurde, ist selten. Man kann die dann auftretenden

Erscheinungen aber an jeder normalen Wechselstrommaschine zeigen, wenn man Feld und Anker umtauscht. Die nachfolgenden Versuche wurden an einer vierpoligen Maschine mit feststehenden radialen Polen

Tabelle IX.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	M (i_2)	i_1	$\hat{e}_2$	M (e_2)	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	426	3,1	3,0	110	22,9	9,3	1,03	2,46
2	426	5,7	5,5	205	28,9	17,0	1,04	1,70
3	426	6,55	6,18	240	30,5	19,5	1,06	1,56
4	426	7,5	7,00	265	31,2	22,1	1,07	1,41
5	426	9,9	9,35	370	36,0	28,8	1,062	1,25

Tabelle X.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	M (i_2)	i_1	$\hat{e}_2$	M (e_2)	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	426	3,05	3,00	206	15,7	9,5	1,015	1,65
2	426	4,40	4,30	300	19,1	13,9	1,022	1,30
3	426	5,60	5,50	380	21,8	17,3	1,018	1,26

Tabelle XI.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	M (i_2)	i_1	$\hat{e}_2$	M (e_2)	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	426	3,00	3,00	152	10,3	9,7	1,00	1,06
2	426	5,10	5,10	270	15,4	15,2	1,00	1,015
3	426	6,78	6,75	355	21,2	21,0	1,002	1,01

und Gleichstromwicklung durchgeführt. Den Schleifringen wurde Gleichstrom aus einer Batterie von acht Volt zugeführt. In Tabelle XIII sind die Resultate zusammengestellt, die bei Leerlauf in der Maschine gewonnen wurden. Der Formfaktor des Erregerstroms ist, wie ersichtlich, außerordentlich hoch.

Tabelle XII.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	M (i_2)	i_1	$\hat{e}_2$	M (e_2)	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$	$\frac{\hat{e}_2}{M(e_2)}$
1	426	3,65	3,65	190	11,9	11,2	1,00	1,06
2	426	4,80	4,80	252	15,4	15,2	1,00	1,013
3	426	6,80	6,70	350	21,3	21,2	1,013	1,003

Tabelle XIII.

Nr.	n	M (i_2)	$\hat{i}_2$	E	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$
1	1500	2,08	4,39	27,0	2,11
2	1500	3,90	5,64	38,2	1,45
3	1500	4,70	6,59	45,7	1,40
4	1500	5,30	7,42	52,0	1,40
5	1500	6,82	8,93	64,0	1,31
6	1500	8,15	9,98	74,3	1,22

Der Versuch wurde wiederholt, während die Maschine mit verschiedener Tourenzahl lief (Tabelle XIV). Es zeigte sich dabei ein Ansteigen des Formfaktors mit zunehmender Tourenzahl.

Bei derselben Maschine wurde dann die Erregerwicklung kurzgeschlossen (Tabelle XV). Es zeigte sich, wie nach den früheren Betrachtungen zu erwarten, daß der Formfaktor hierbei wesentlich kleiner wurde.

Diese Versuche wurden noch durch Aufnahme der Kurvenform von Strom und Spannung mit dem Oszillographen vervollständigt und zwar erstens bei Stillstand, zweitens bei 750 Umdrehungen und bei 1500 Umdrehungen. Um die Änderung von Stillstand bis auf die betreffende Tourenzahl direkt zu erhalten, wurden die Oszillogramme nicht photographisch aufgenommen, sondern die Kurven wurden direkt mit dem Bleistift dem Bilde nachgezeichnet. In Figur 28 sind die so gewonnenen Kurven niedergelegt. Bei 750 Umdrehungen gehen die Pulsationen weder des Stromes noch der Spannung auf 0 her-

Tabelle XIV.

Nr.	n	$\hat{i}_2$	$M(i_2)$	$\frac{\hat{i}_2}{M(i_2)}$
1	0	7,90	7,90	1,000
2	500	7,28	6,10	1,190
3	1000	7,97	6,12	1,300
4	1500	8,38	6,33	1,325
5	1800	8,73	6,55	1,335

unter. Es zeigt sich aber schon sehr deutlich, wie der Mittelwert des Stromes herabgedrückt wird.

Die Stromkurve bei 1500 Umdrehungen, Figur 29, läßt sich im Maßstab der Zeichnung ungefähr ausdrücken durch die folgende Gleichung:

$$i = 7{,}5 \, . \, (1 \sin \alpha.)$$

Der Mittelwert davon ist:

$$M(i_2) = 7{,}5 . \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin \alpha) \, d \, \alpha = 2{,}66$$

und der Effektivwert:

$$\hat{i}_2 = 7{,}5 . \sqrt{\frac{2}{\pi} . \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin \alpha)^2 d \, \alpha} = 3{,}64.$$

Folglich ist das Verhältnis vom Effektivwert zum Mittelwert 1,36. Der Effektivwert in Ampere war während der Messung 8,3 Ampere und der Mittelwert 6,2 Ampere. Das Verhältnis von beiden beträgt hiernach 1,34.

Auch in der gewöhnlichen Kurzschlußschaltung wurde diese Maschine untersucht (Figur 30). Bei Stillstand betrug der Erregerstrom 0,805 Ampere. Dabei betrug die Länge des Ausschlages des Oszillographen 7,5 cm. Bei 1500 Umdrehungen wurde der Effektivwert zu 0,82 Ampere und der Mittelwert zu 0,81 Ampere bestimmt. Das Verhältnis von beiden ist also 1,011. Dabei war der höchste Wert des Ausschlages 9 cm und der kleinste 6,5 cm. Bildet man nach der Zeichnung den Effektivwert und den Mittelwert, dann erhält man 7,59

Tabelle XV.

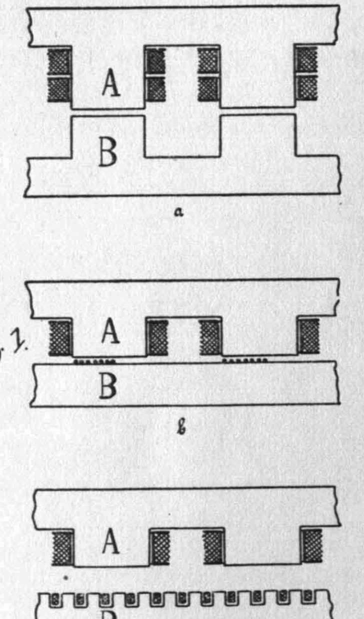
Nr.	n	$\hat{i}_2$	M (i_2)	$\frac{\hat{i}_2}{M(\hat{i}_2)}$	i_K
1	1500	6,09	4,32	1,410	0,045
2	1500	6,68	4,89	1,365	0,051
3	1500	6,78	5,08	1,330	0,052
4	1500	8,30	6,54	1,270	0,074
5	1500	9,72	7,88	1,230	0,088

und 7,51. Das Verhältnis von beiden ist ebenfalls 1,01. Auch diese Kurve zeigt wieder breite Täler und spitze Berge.

Zur Vervollständigung sind nachstehend die konstruktiven und rechnerischen Daten dieser Maschine, soweit sie für die vorliegende Arbeit von Interesse sind, zusammengestellt.

Polzahl	4	Bohrung	234 mm
Ankerdurchmesser . . .	225 mm	Polbreite	90 „
Ankerbreite	200 „	Poltiefe	40 „
Drahtzahl	48.16 = 768	Jochtiefe . . .	40 „
Erregerwindungen pro Pol	11500	Jochbreite . . .	310 „

Fig. 1.



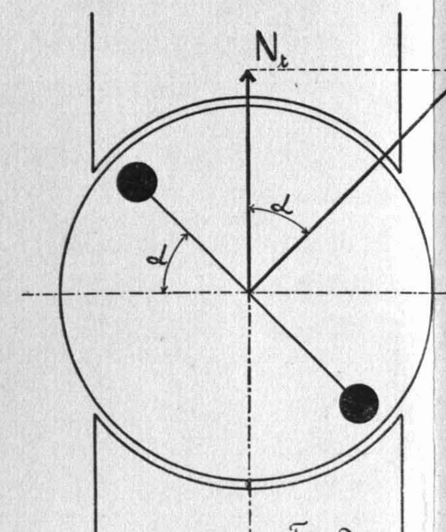


Fig. 2.

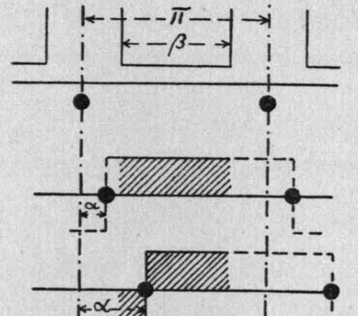


Fig. 3.

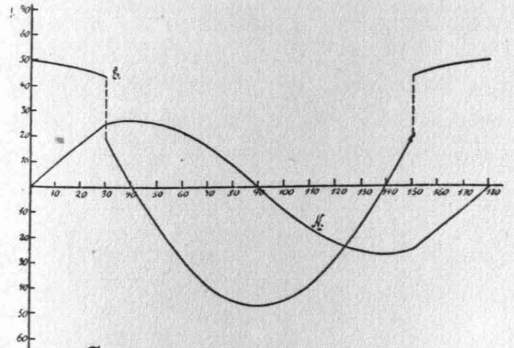


Fig. 4.

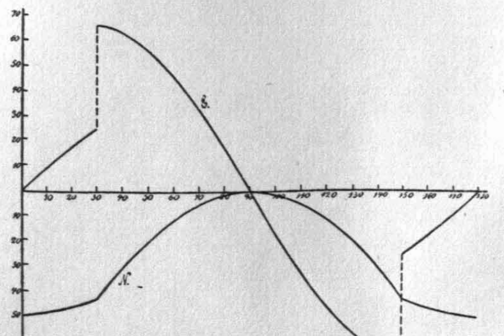


Fig. 5.

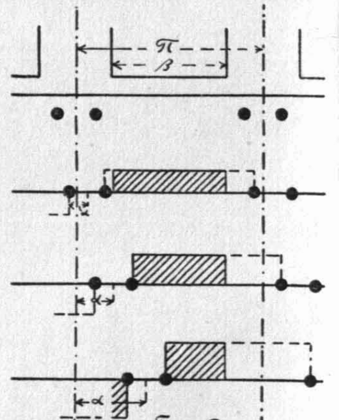


Fig. 6.

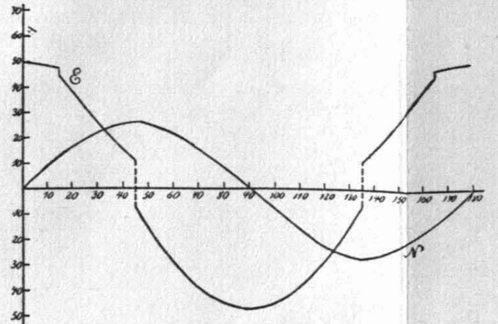


Fig. 7.

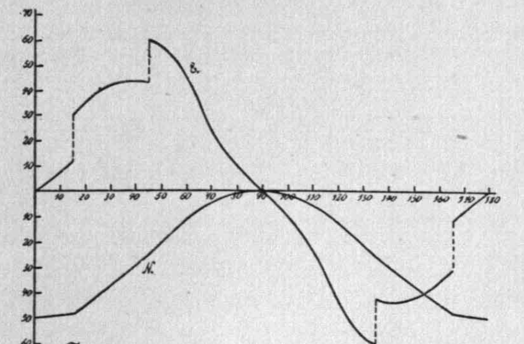


Fig. 8.

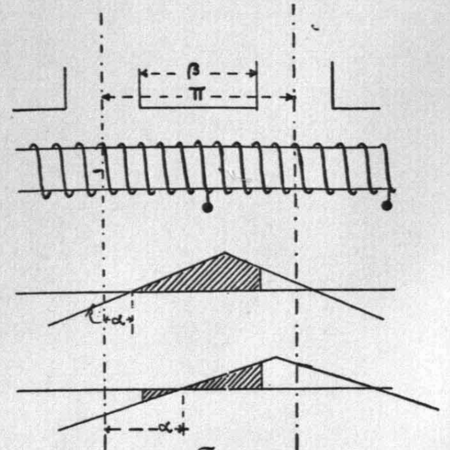


Fig. 9.

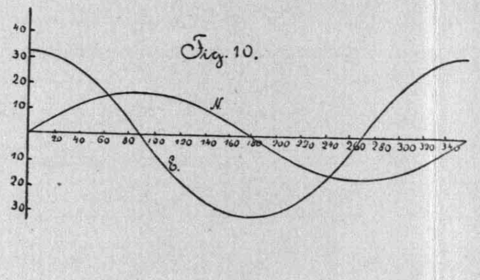


Fig. 10.

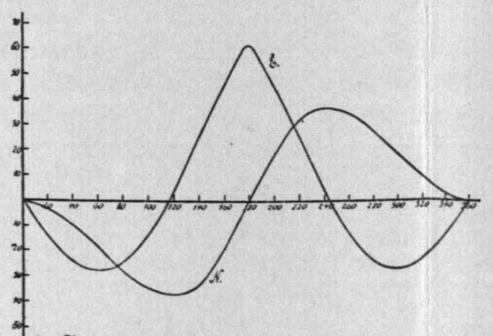


Fig. 13.

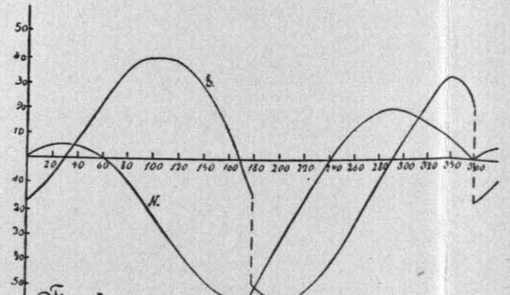


Fig. 15.

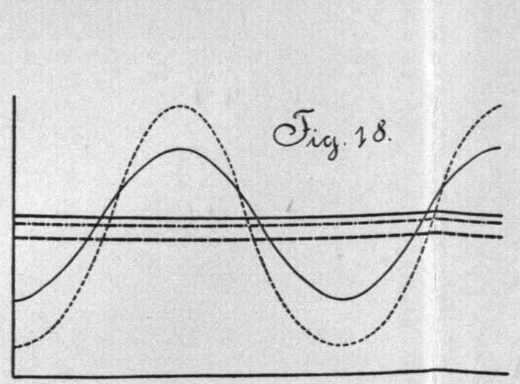


Fig. 18.

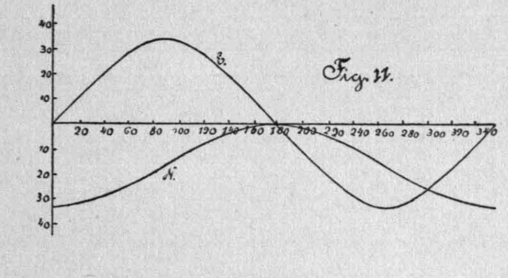


Fig. 11.

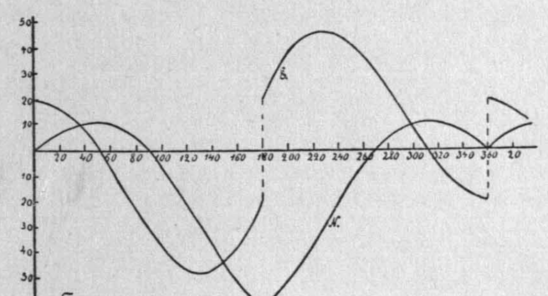


Fig. 14.

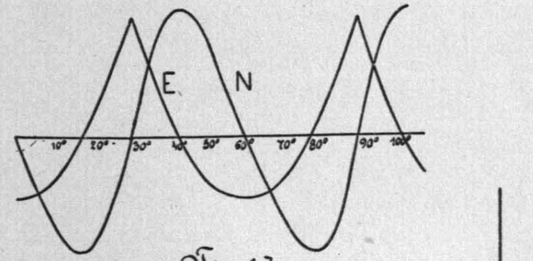


Fig. 17.

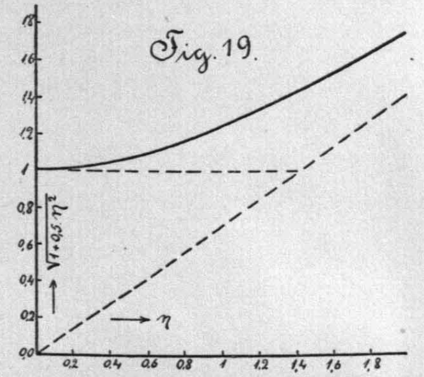


Fig. 19.

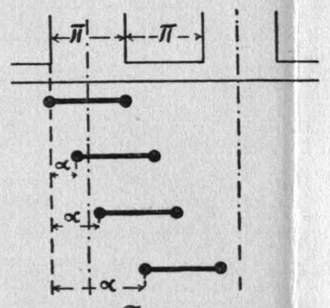


Fig. 12.

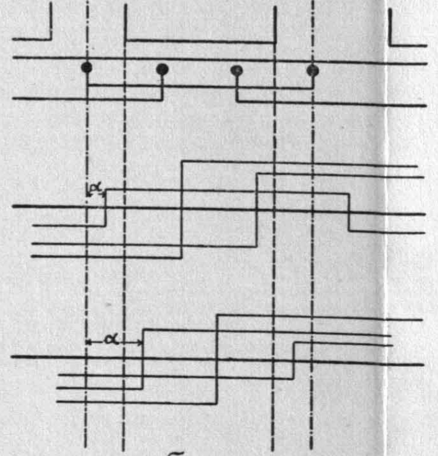


Fig. 16.

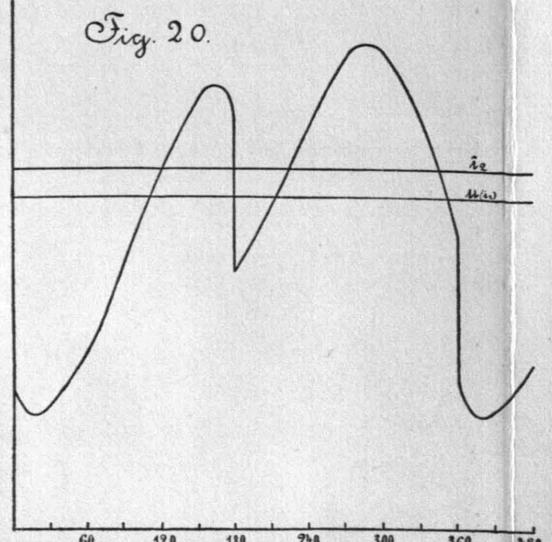


Fig. 20.

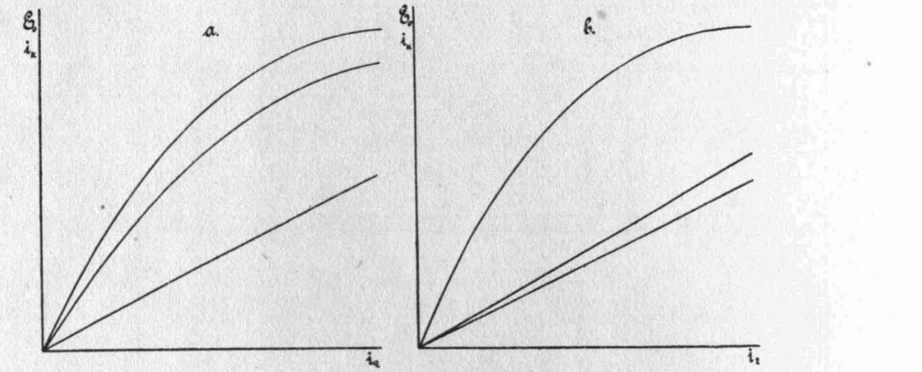


Fig. 21.

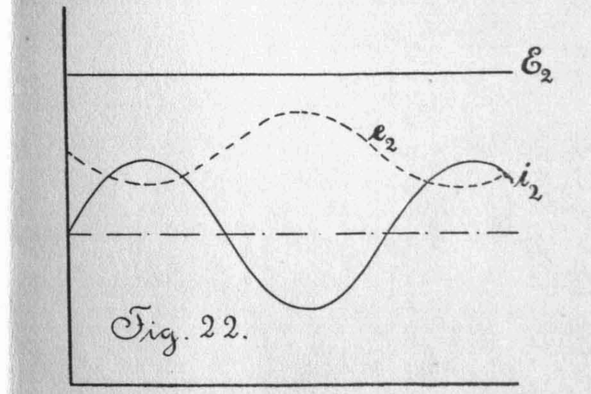


Fig. 22.

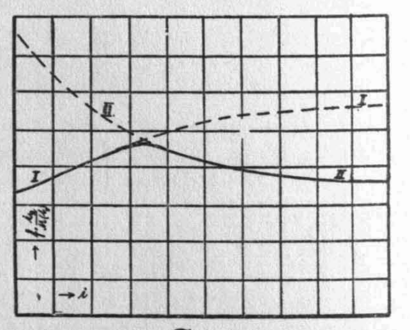


Fig. 23.

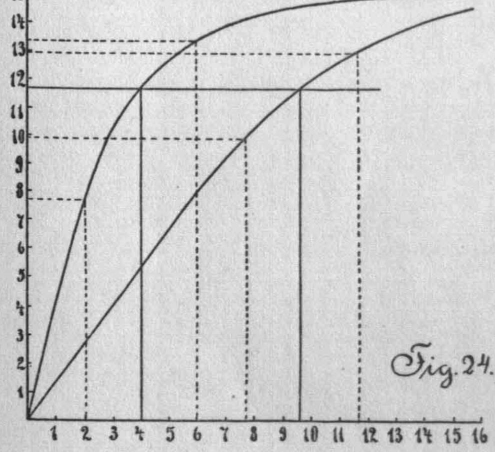


Fig. 24.

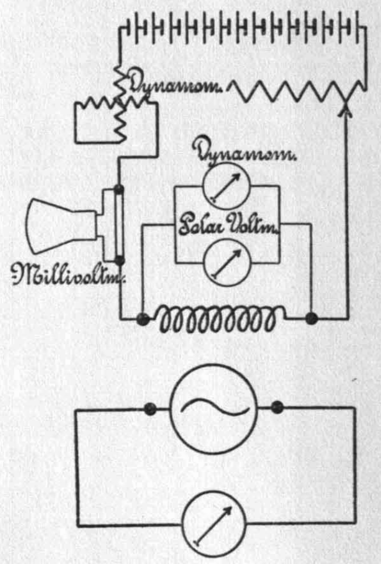


Fig. 25.

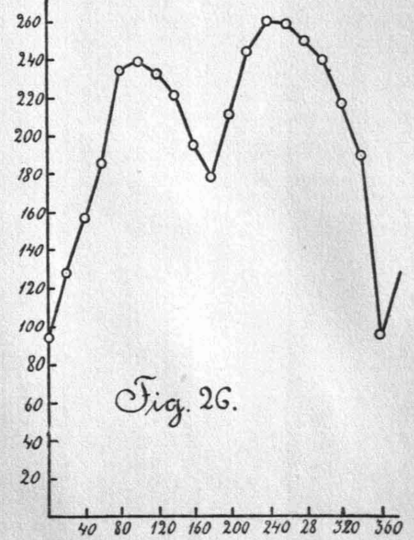
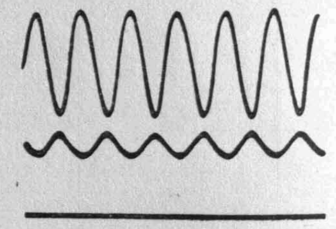


Fig. 26.

Fig. 27.



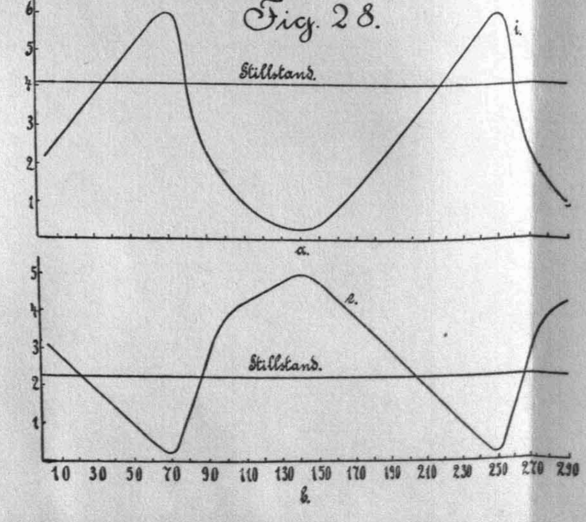


Fig. 28.

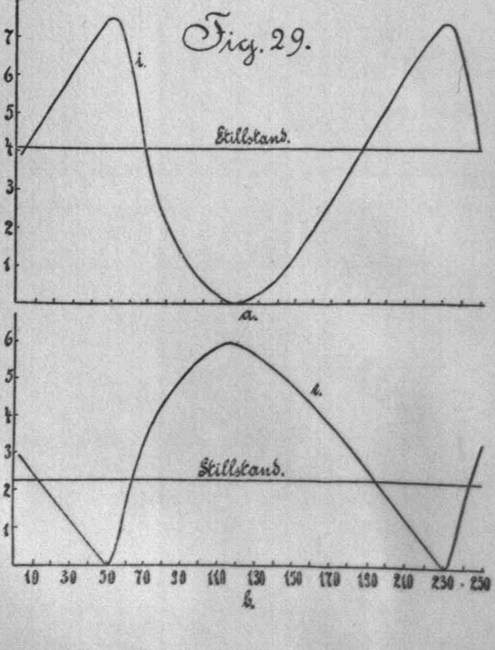


Fig. 29.