Die

Luftexpansions-Maschine

von

F. Redtenbacher,
Professor.

Mit drei lithographirten Tafeln.

Mannheim.

Verlag von Friedrich Bassermann.

1853.

Vorwort.

Schon oftmals wurde die Frage gestellt, ob es nicht vortheilhaft wäre, verdichtete und erhitzte Luft statt des Wasserdampfes zum Betriebe von Maschinen zu benutzen, und es scheint, dass diese Frage in nicht ferner Zeit thatsächlich entschieden werden soll, denn die Zeitungen, die bekanntlich noch niemals eine Unwahrheit gesagt haben, bringen uns bereits die Nachricht, dass in kurzer Zeit ein durch eine Luftexpansions-Maschine getriebenes Dampfschiff, nach dem Namen des Erfinders, der „*Errison*" genannt, aus Amerika in England eintreffen werde.

Diese Anregungen haben mich veranlasst, eine schon vor Jahren über die Luftexpansions-Maschine begonnene Untersuchung abermals vorzunehmen, und so ist die vorliegende Arbeit entstanden.

Wie die bereits existirenden oder nicht existirenden Luftexpansionsmaschinen eingerichtet sind, ist mir nicht bekannt; wohl möglich, dass man bereits bessere Einrichtungen ausgedacht hat, oder noch ausdenken wird, als diejenige ist, welche ich der folgenden Untersuchung zu Grunde lege.

Das wesentlichste Ergebniss dieser Untersuchung ist: dass diese Luftexpansions-Maschinen hinsichtlich des Brennstoffaufwandes, den sie zu ihrem Betriebe bedürfen, im Vergleich mit den Dampfmaschinen ein sehr günstiges Resultat versprechen, und dass ihre Einführung vorzugsweise nur von der Beseitigung einiger Schwierigkeiten abhängt, die aus der hohen Temperatur von 300° bis 400° entspringen, welcher verschiedene Theile des Apparates ausgesetzt sind.

Der Verfasser.

Einheiten.

Einheit der Temperatur: 1 Grad des hunderttheiligen Thermometers.
Längeneinheit: der Meter.
Gewicht- und Krafteinheit: das Kilogramm.

Einrichtung einer Luftexpansions-Maschine.

Wenn man atmosphärische Luft zuerst stark verdichtet, hierauf stark erhitzt, und sie dann in einer Maschine, die im Wesentlichen wie eine Expansions-Dampfmaschine eingerichtet sein kann, bis zur atmosphärischen Spannung ausdehnen lässt, so wird dabei eine Wirkungsgrösse entwickelt, die grösser ist als jene, welche die Verdichtung der Luft erfordert; es wird demnach mit einer solchen Einrichtung, die man eine Luftexpansions-Maschine nennen kann, die Expansivkraft der Wärme durch Vermittlung der Luft zum Betriebe von Maschinen benutzt werden können.

Luftexpansions-Maschinen wollen wir alle diejenigen Einrichtungen nennen, durch welche atmosphärische Luft oder irgend ein Gas stark verdichtet, stark erhitzt, und dann durch Ausdehnung wirksam gemacht werden kann.

Für die Erklärung und das Studium dieser Maschinen wollen wir uns eine mit Cylindern versehene Maschine denken, in welcher die Verdichtung und Ausdehnung der Luft durch bewegliche Kolben geschieht.

Die Einrichtung eines solchen Apparates besteht aus folgenden wesentlichen Theilen:

a. aus einer Luftverdichtungspumpe, die ähnlich wie ein Cylindergebläse eingerichtet sein kann;

b. aus einem Röhrenofen, in welchem die verdichtete Luft stark erhitzt werden kann;

c. aus einem mit einem Kolben und mit einer Expansionssteurung versehenen Cylinder, in welchem die comprimirte und erhitzte Luft durch Ausdehnung wirkt;

d. aus einem Mechanismus, welcher die Kolben der Verdichtungspumpe und des Expansionscylinders verbindet, und ihre hin- und hergehende Bewegung in eine rotirende Bewegung verwandelt.

Eine solche Luftexpansions-Maschine ist auf Tafel I. und der dazu gehörige Röhrenofen auf Tafel II. für eine Kraft von 100 Pferden dargestellt. Sachverständige werden sogleich erkennen, dass diese Zeichnungen nur zu einer vorläufigen Erklärung der Maschine, nicht aber zur Ausführung derselben dienen können, denn verschiedene Einzelnheiten sind entweder gar nicht oder in einer Weise dargestellt, wie sie nicht ausgeführt werden dürften. Bei der Erklärung dieser Zeichnungen werde ich mich kurz fassen können, da ich die Einrichtung einer Expansions-Dampfmaschine und eines Gebläses als bekannt voraussetzen kann.

In dem auf Tafel I. dargestellten Längendurchschnitt der Maschine ist a der Cylinder der Verdichtungspumpe, b der Expansionscylinder. Der erstere ist mit einem Kolben c, der letztere mit einem Kolben d versehen. Der Kolben d muss so eingerichtet sein, dass er bei einer Temperatur von 300° bis 400°, ohne viel Reibung zu verursachen, geschmeidig und luftdicht verschliessend in dem Cylinder hin- und hergleiten kann. Die beiden Kolbenstangen e f stehen vermittelst der Schubstangen g und h in Verbindung mit einer Kurbel i, die an einer mit einem Schwungrad k versehenen Axe befestiget ist. l l sind die Klappen der Einströmungsöffnungen, m m die Klappen der Ausströmungsöffnungen. Wenn es sich um eine Ausführung handelte, würden derlei Klappen wohl nicht genügen, sondern müssten wahrscheinlich durch Ventile ersetzt werden. Die Röhre n, durch welche die verdichtete Luft nach dem Ofen geleitet wird, geht daselbst in ein Röhrensystem über, tritt sodann als einfache Röhre aus dem Ofen hervor, und setzt zuletzt ihren Weg nach der Vorkammer p der Expansions-Maschine fort, wo sie bei q einmündet. r ist ein Expansionsventil, s ein gewöhnlicher Steuerungsschieber. Die Luft, nachdem sie in der Maschine gewirkt hat, tritt durch die Oeffnung t in einen Umlauf, und entweicht durch eine bei u beginnende Röhre in die freie Luft oder nach irgend einem Raum, wo sie wegen der in ihr enthaltenden Wärme noch weiter benutzt werden kann. Die vertikale, hinter dem Expansionscylinder aufgestellte, durch eine Transmission von der Schwungradswelle aus getriebene Axe v ist zur Bewegung des Schiebers s mit einer gewöhnlichen excentrischen Scheibe w, und zur Bewegung des Expansionsventils r mit einem Expansionskörper x versehen. Dieser so eben beschriebene Steuerungsmechanismus müsste ebenfalls, wenn es sich um eine Ausführung handelte, eine andere Einrichtung erhalten.

Diese ganze Einrichtung der Maschine stimmt, wie man sieht, mit einem durch eine Expansions-Dampfmaschine getriebenen Cylindergebläse überein.

Für den auf Tafel II. in zwei Durchschnitten dargestellten Ofen zur Erhitzung der Luft habe ich folgende Einrichtung gewählt. a_1 b_1 sind zwei horizontale, von Mauerwerk ganz umgebene Röhren. Die erstere communizirt mit der Röhre n der Verdichtungspumpe, die letztere mit der Vorkammer p der Expansions-Maschine. Diese Röhren

a_1 b_1 sind durch 10 bogenförmige Röhren c_1 in Verbindung gesetzt. Die Luft geht also von n nach a_1, von da durch die 10 Röhren c_1 nach b_1 und begibt sich dann in die Vorkammer p. Wegen der beträchtlichen Grösse, die ein Rost für eine Maschine von 100 Pferdekräften erhalten müsste, habe ich hier zwei Roste d_1 d_1 und zwei Einfeuerungen e_1 e_1 angenommen. Die Verbrennungsgase treten durch die zehn Oeffnungen f_1 in den bogenförmigen, die Röhren c_1 enthaltenden Kanal g_1, treten dann durch 10 andere Oeffnungen h_1 in den inneren Raum i_1 des Ofens und entweichen aus diesem durch einen Kanal k_1 nach dem Kamin. Wie man sieht, haben die Ströme in c_1 und g_1 entgegengesetzte Bewegungsrichtungen.

Es versteht sich von selbst, dass diese Luftexpansions-Maschine eben so verschiedenartig angeordnet und eingerichtet werden könnte, wie die Dampfexpansions-Maschine, dass jedoch diese verschiedenartigen Anordnungen bei gleich guter Ausführung hinsichtlich des Brennstoffaufwandes gleichwerthig sind.

Der Beharrungszustand der Bewegung.

Man denke sich, dass eine vollständige, mit einem Verdichtungsapparat, mit einem Expansionsapparat und mit einem Lufterhitzungsapparat versehene Luftexpansions-Maschine wirklich ausgeführt bestehe, dass man in dem Ofen lebhaft einfeuere, und die Communikation zwischen dem Expansionscylinder und den Röhren, in welchen sich die erhitzte Luft befindet, herstelle, so wird die Maschine in Gang kommen oder nicht, je nachdem die Spannkraft, welche in der Luft durch die stattfindende Feuerung eintreten kann, im Stande ist oder nicht im Stande ist, die Totalität der Widerstände zu überwinden, die der Bewegung der Maschine entgegenwirken. Wenn z. B. auf jeden Quadratcentimeter der Kolbenfläche ein Druck von 4 Kilogramm nothwendig wäre, um alle Widerstände zu überwinden, die Luft aber bei der bestehenden Feuerung nur auf 300° erhitzt werden könnte, so würde sie gegen jeden Quadratcentimeter der Kolbenfläche nur einen Druck von 2 Kilogramm ausüben, die Maschine könnte daher nicht in Gang kommen. Nehmen wir aber an, dass Anfangs die Verbindung zwischen der Kraftmaschine und der zu treibenden Arbeitsmaschine aufgehoben werde, so wird der Bewegung der Maschine nur ein geringer Widerstand entgegen wirken, und dann wird die durch die blose Erhitzung der Luft entstehende Spannkraft hinreichen, um den vorhandenen verhältnissmässig kleinen Widerstand zu überwinden; die Maschine wird also in Gang kommen, und wenn das Volumen der Verdichtungspumpe im Verhältniss zum Volumen des Expansionscylinders hinreichend gross ist, so wird die Pumpe bei jedem Schub eine grössere Luftmenge in den Röhrenapparat fördern, als aus demselben nach dem Expansionscylinder abfliesst; es wird daher die Dichte und Spannkraft der Luft in den Röhren mehr und mehr zunehmen. Wird nun die Maschine durch Schliessung der Einlassklappe abgestellt, dann mit der zu betreibenden Arbeitsmaschine in Verbindung gebracht, und hierauf durch Oeffnung der Einlassklappe wiederum angelassen, so wird nun die Maschine im Stande sein, auch den durch die Arbeitsmaschine verursachten Widerstand zu überwältigen, sie wird also neuerdings in Gang kommen, und dabei nicht nur sich selbst, sondern auch die Arbeitsmaschinen umtreiben, und wenn die Bewegung einige Zeit gedauert hat, wird nothwendig ein Beharrungszustand eintreten, in welchem alle Kolbenschübe in jeder Hinsicht auf ganz identische Weise erfolgen. In diesem Beharrungszustand muss nothwendig bei jedem Kolbenschub durch die Verdichtungspumpe eben so viel Luft in den Röhrenapparat getrieben werden, als durch den Expansionscylinder aus dem Röhrenapparat entfernt wird; denn wenn dies nicht der Fall wäre, würde am Ende eines Kolbenschubes in dem Röhrenapparat eine andere Spannung eintreten, als am Anfange des Schubes in demselben vorhanden war, der nächstfolgende Schub müsste daher mit einer grösseren oder kleineren Geschwindigkeit erfolgen, es wäre mithin der Beharrungszustand der Bewegung nicht vorhanden. In diesem Beharrungszustand der Bewegung muss aber ferner der mittlere Werth des Druckes, mit welchem der Kolben während eines Schubes getrieben wird, so gross sein, als der mittlere Werth des auf den Kolben des Expansionscylinders reduzirten Gesammtwiderstandes, welcher der Bewegung entgegen wirkt; denn wenn am Ende jedes Schubes in den Massen der Maschine die gleichen Geschwindigkeiten und die gleiche lebendige Kraft eintreten soll, muss während eines Schubes durch die Widerstände eine eben so grosse Wirkung consumirt werden, als durch die treibende Kraft produzirt wird, oder mit anderen Worten: es muss der mittlere Werth des treibenden Druckes gleich sein dem mittleren Werth des auf die Kolbenfläche reduzirten Gesammtwiderstandes. Die Spannung der Luft in den Röhren, welche während des Anlaufes veränderlich ist, wird demnach im Beharrungszustand einen ganz bestimmten Werth annehmen, der von der Grösse des Expansionscylinders, von dem Expansionsgrad und von den zu bewältigenden Widerständen abhängt. Diese Spannung ist jedoch unabhängig von der Grösse des Heizapparates, von der Brennstoffmenge, welche in demselben verbrannt wird, und von der Geschwindigkeit, mit der sich die

Maschine bewegt. Die mittlere Geschwindigkeit, d. h. die Anzahl der Kolbenschübe, welche in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Minute eintreten, richtet sich aber nicht nur nach der im Beharrungszustand eintretenden Luftspannung, sondern auch nach der Grösse und Güte des Heizapparates und nach der Brennstoffmenge, die auf dem Rost in einer gewissen Zeit verbrannt wird.

Die Kraftleistungen der Maschine.

Dass vermittelst einer solchen Luftexpansions-Maschine, wenn ihre Construktion gelingt, die motorische Kraft der Wärme sehr vortheilhaft benützt werden könnte, kann man am leichtesten an einem nummerischen Beispiel erkennen.

Nehmen wir an, das Volumen des Verdichtungscylinders sei 1 Kubikmeter, das des Expansionscylinders 2 Kubikmeter. Der Widerstand sei so beschaffen, dass im Beharrungszustand der Bewegung die Spannung der Luft in den Röhren 2 Atmosphären betragen müsse. Die Temperatur, bis zu welcher die Luft erhitzt wird, 300°. Endlich sei die Expansionsvorrichtung so eingerichtet, dass die Absperrung erfolgt, wenn der Kolben die Hälfte eines Schubes zurückgelegt hat.

Dann wird bei jedem Kolbenschub durch die Luftpumpe 1 Kubikmeter Luft auf 2 Atmosphären verdichtet, es wird daher bei jedem Schub ein halber Kubikmeter kalte Luft von 2 Atmosphären Spannung in die Röhren getrieben, und daselbst ohne Aenderung der Spannung auf 300° erhitzt. Aus dieser Luft entsteht also wiederum 1 Kubikmeter Luft, aber von 2 Atmosphären Spannung, die den Expansionscylinder zur Hälfte erfüllt, worauf die Absperrung erfolgt. Die Wirkung, welche die Luft bis zur Absperrung entwickelt, indem sie auf jeden Quadratcentimeter des Kolbens einen Druck von 2 Kilogramm ausübt, und denselben durch die Hälfte des Kolbenschubes weiter bewegt, wird durch den während des ganzen Schubes auf die Vorderfläche des Kolbens wirkenden atmosphärischen Druck erschöpft. Wenn wir also auf die Reibungswiderstände der Maschine nicht Rücksicht nehmen, so ist die Wirkung, welche die Luft im Expansionscylinder während eines Schubes entwickelt, gleich derjenigen, welche sie durch ihre Ausdehnung während der zweiten Hälfte des Schubes hervorbringt. Allein die Wirkung, welche ein Kubikmeter Luft von 2 Atmosphären Spannung entwickelt, wenn er sich auf das Zweifache ausdehnt, ist zwei Mal so gross, als jene, welche erforderlich ist, um 1 Kubikmeter Luft von 1 Atmosphäre Spannung auf 2 Atmosphären zu verdichten. Es entwickelt daher die Luft durch ihre Expansion eine zwei Mal so grosse Wirkung, als die Verdichtungspumpe zu ihrem Betriebe bedarf, und folglich wird bei jedem Schub für den Betrieb der Arbeitsmaschinen eine reine Wirkung gewonnen, die so gross ist, als jene, welche ein halber Kubikmeter Luft von 2 Atmosphären Spannung oder ein halber Kubikmeter Dampf von 2 Atmosphären Spannung bei zweifacher Ausdehnung hervorbringt.

Um einen halben Kubikmeter atmosphärische Luft von 2 Atmosphären Spannung auf 300° zu erhitzen, braucht man $2 \times 1{\cdot}29 \times \frac{1}{2} \times 0{\cdot}2669 \times 300 = 103$ Wärmeeinheiten. Um aber einen halben Kubikmeter Dampf von 2 Atmosphären Spannung aus Wasser von 0° Temperatur zu erzeugen, sind $\frac{1}{2} \times 1{\cdot}117 \times 650 = 363$ Wärmeeinheiten erforderlich. Es zeigt sich also, dass die Luftexpansions-Maschine bei gleicher Wirkung nur den dritten Theil des Brennstoffes bedarf, als eine Dampfmaschine. Dieses Ergebniss ist jedoch nur als eine unvollkommene Annäherung an die Wahrheit zu betrachten, indem bei dieser Rechnung die verschiedenen Unvollkommenheiten einer solchen Maschine nicht berücksichtigt worden sind.

Nach diesen elementären Erläuterungen über die Einrichtung, Wirkungsweise und die Leistungen einer Luftexpansions-Maschine wenden wir uns nun zu einer genauen Entwicklung ihrer Theorie.

Die Spannung der Luft in den Röhren und im Cylinder.

Die Spannung der Luft in den Röhren ist, wenn man die Sache genau nimmt, nicht nur während des Anlaufes, sondern auch im Beharrungszustand eine veränderliche. Sie ist veränderlich, weil die Luftförderung der Verdichtungspumpe nicht gleichmässig und continuirlich, sondern mit Unterbrechungen und nur gegen das Ende des Kolbenschubes, nämlich erst dann eintritt, wenn einmal die Spannkraft der Luft in der Pumpe vor dem Kolben etwas grösser geworden ist, als die in den Röhren herrschende. Sie ist ferner veränderlich, weil auch der Expansionscylinder nicht continuirlich, sondern nur bis zur Absperrung mit den Röhren in Verbindung steht. Vermöge dieser beiden Ursachen muss die Spannung vom Beginn des Kolbenschubes an bis zur Absperrung abnehmen, hierauf, bis die Luftförderung beginnt, wegen der durch die Röhrenwände eindringenden Wärme wachsen, endlich während der Luftförderung wegen der eintretenden Luftverdichtung abermals zunehmen. Wegen dieser beiden Ursachen ist also die Spannung periodisch mit der Zeit veränderlich. Allein vom Anfang des Kolbenschubes an bis zur Absperrung und während der Luftförderung ist die Luft in der ganzen Ausdehnung der Röhre, von der Pumpe an bis zum Expansionscylinder hin in Bewegung, wobei eine Reibung der Luft an den Röhrenwänden statt findet, es muss daher die Spannung der Luft während ihrer Bewegung von der Pumpe an bis zum Expansionscylinder hin abnehmen. Diese Spannungsveränderungen können gar leicht Unregelmässigkeiten in der Bewegung der Maschine veranlassen, es ist daher gut, wenn sie möglichst geschwächt werden, was durch einen hinreichend geräumigen Windkessel, den man entweder zwischen die Verdichtungspumpe und den Röhrenofen oder zwischen diesen Letzteren und den Fxpansionscylinder aufstellt. Die erstere Aufstellung, bei welcher der Windkessel kalte Luft enthält, ist für die Ausführung, die letztere, bei welcher der Windkessel heisse Luft enthält, ist für die gleichförmige Wirkung der Luft auf die Maschine vorzuziehen.

Wir werden in der folgenden Untersuchung annehmen, dass die Maschine mit einem Windkessel versehen sei, in welchem Falle es erlaubt ist, die Spannung der Luft in den Röhren als eine unveränderliche zu betrachten.

Im Beharrungszustand der Bewegung herrscht im Expensionscylinder bis zur Absperrung eine gewisse Spannung, welche von dem Querschnitt des Cylinders, von dem Expansionsgrad und von dem auf den Kolben reduzirten Widerstand, welchen die Maschine zu überwinden hat, abhängt. Diese Spannung wird auch in der ganzen Ausdehnung des Röhrenapparates fortwährend vorhanden sein, wenn derselbe mit einem hinreichend geräumigen Windkessel versehen ist, wenn ferner die Einströmungsöffnungen in dem Expansionscylinder hinreichend gross sind, und wenn endlich die Einlassklappe so gestellt ist, dass ihre Ebene in die Axe der Röhre fällt. Wären aber die Einströmungsöffnungen eng, und würde die Einlassklappe so gestellt, dass für den Durchgang der Luft nur ein kleiner Querschnitt übrig bliebe, so würde dies zur Folge haben, dass in der ganzen Ausdehnung des Röhrenapparates eine ansehnlich höhere Spannung eintreten müsste, als im Expansionscylinder, dass demnach die Luft in der Verdichtungspumpe sehr stark verdichtet werden müsste, also zu ihrem Betrieb eine bedeutende Wirkung nothwendig wäre.

Eine Luftexpansionsmaschine soll daher grosse Einströmungen erhalten, und stets mit ganz geöffneter Einlassklappe arbeiten. Diese letztere soll nur zur Abstellung und Ingangsetzung der Maschine gebraucht werden.

Wir wollen in der Folge stets eine Maschine voraussetzen, die mit einem Windkessel versehen ist, weite Einströmungen besitzt, und mit ganz geöffneter Einlassklappe arbeitet; dann ist es erlaubt, eine und dieselbe constante Spannung sowohl in den Röhren, als auch im Expansionscylinder bis zur Absperrung anzunehmen.

Ergebniss der Untersuchung über die Luftexpansions-Maschine.

Man wird es angenehm finden, die wesentlichsten Ergebnisse der Untersuchung über die Luftexpansions-Maschine gleich von vorneherein kennen zu lernen. Diese Ergebnisse sind folgende:

1. Das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt der Maschine und dem Brennstoffverbrauch, oder, was dasselbe ist: die Wirkung, welche durch jede im Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen werden kann, ist unabhäng a) von der Geschwindigkeit der Kolbenbewegungen; b) von der Grösse der Maschine, ist also für grosse und kleine Maschinen gleich günstig; c) von der Länge des Kolbenschubes; d) von der Luftart, mit welcher die Maschine betrieben würde; e) *von der Temperatur, bis zu welcher die Luft erhitzt wird.*

2. Jenes Verhältniss hängt dagegen ab a) von der Güte des Heizapparates; b) von dem Grad der Luftverdichtung; c) von dem Grad der Expansion.

3. Die vortheilhafteste Expansion ist diejenige, bei welcher die Luft am Ende der Expansion nur noch so stark drückt, dass sie mit den Reibungswiderständen und mit dem vor dem Kolben wirkenden atmosphärischen Druck im Gleichgewicht ist.

4. Wenn diese vortheilhafteste Expansion statt findet, ist eine möglichst starke Verdichtung der Luft, welche eine starke Expansion erlaubt, vortheilhaft.

5. Wird die Luft zuerst auf 4 Atmosphären verdichtet, dann auf 300° erhitzt, und lässt man sie hierauf auf das Dreifache ihres Volumens sich ausdehnen, so beträgt der Brennstoffaufwand nur die Hälfte von demjenigen, welchen die besten Dampfmaschinen bei gleicher Kraft zu ihrem Betriebe erfordern.

6. Wird die Luft auf 5 Atmosphären verdichtet, dann auf 400° Temperatur erhitzt, und lässt man sie hierauf um etwas mehr als das Dreifache ihres Volumens sich ausdehnen, so beträgt der Brennstoffverbrauch nur den dritten Theil von jenem, den die besten Dampfmaschinen bei gleicher Kraft erfordern.

7. Die vortheilhafteste Anordnung des Heizapparates ist diejenige, bei welcher die zu erwärmende Luft in Röhren nach einer Richtung

strömt, die jener, nach welcher sich die Verbrennungsgase bewegen, entgegengesetzt ist.

8. Die Heizfläche des Apparates fällt unter günstigen Umständen kleiner aus, als die eines Dampfkessels von gleicher Kraftleistung.

9. Die Grösse der Maschine, welche nach dem Querschnitte des Expansionscylinders und des Pumpencylinders beurtheilt werden kann, ist der Kolbengeschwindigkeit, dem Grad der Lufterhitzung und dem Logarithmus des Luftverdichtungsgrades verkehrt proportional. Wenn die Luftexpansions-Maschine nicht grösser ausfallen soll, als eine *Watt'sche* Dampfmaschine von gleicher Kraft, so muss die Luft auf 4 Atmosphären verdichtet, auf 300° erhitzt und muss eine Kolbengeschwindigkeit von 1·3 Meter in einer Sekunde zugelassen werden. Eine starke Lufterhitzung ist also nur nothwendig, damit die Maschine nicht zu gross ausfällt, denn die Wirkung der Maschine für jede im Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit ist, wie schon oben angeführt wurde, von der Erhitzung unabhängig.

10. Obgleich die Luftexpansions-Maschinen hinsichtlich des zu ihrem Betrieb erforderlichen Brennstoffaufwandes ein drei Mal so günstiges Resultat versprechen, als die Dampfmaschinen, so muss ihre allgemeine Einführung statt der Dampfmaschinen noch so lange bezweifelt werden, bis die praktischen Mittel ausfindig gemacht sind, durch welche es möglich wird, die Bedingungen einer so vortheilhaften Verwendung des Brennstoffes mit Maschinen von mässiger und ausführbarer Grösse zu realisiren.

11. Die Mittel, durch welche eine praktische solide Construktion der Luftmaschine möglich würde, wären: a) für den Luftheizungsapparat, ein nicht zu kostspieliges Metall, welches den Einwirkungen der bis zu 1000° erhitzten Verbrennungsgase und der bis zu 300 bis 400 Grad erhitzten atmosphärischen Luft dauernd widerstünde; b) für die Maschine entweder eine Einrichtung, bei welcher die mit der erhitzten atmosphärischen Luft in Berührung kommenden Theile ihre relative Lage gegen einander nicht änderten, oder eine Substanz, welche sich bei einer Temperatur von 300 bis 400 Grad wie Oel bei mässiger Temperatur verhielte, also bei dieser Temperatur fettig und leicht flüssig bliebe.

Berechnung der Compressionspumpe.

Wenn der Kolben der Compressionspumpe seinen Schub beginnt, befindet sich hinter dem Kolben in dem schädlichen Raum atmosphärische Luft, von der im Röhrenapparat herrschenden Spannkraft p, vor dem Kolben dagegen ist das wirksame Volumen und der schädliche Raum mit Luft von einer atmosphärischen Spannkraft erfüllt. In diesem Moment sind aber noch sämmtliche Ventile des Cylinders geschlossen. Das untere Ausströmungsventil bleibt während des ganzen Kolbenschubes geschlossen. Das untere Finströmungsventil bleibt so lange geschlossen, bis die Spannung der Luft unter dem Kolben kleiner als eine Atmosphäre geworden ist. Sodann wird es durch den äusseren Luftdruck geöffnet, und lässt bis an's Ende des Hubes die äussere Luft einströmen. Das obere Einströmungsventil bleibt während des ganzen Hubes geschlossen. Das obere Ausströmungsventil dagegen bleibt nur so lange geschlossen, bis die über dem Kolben befindliche Luft eine Spannkraft p erreicht hat; ist dies geschehen, so öffnet es sich und lässt die comprimirte Luft in die nach dem Ofen führende Röhre eintreten.

Wenn wir die Kolbenreibung und die Luftverluste vernachlässigen, welche durch unvollkommenen Verschluss des Kolbens und der Ventile entstehen, so kann man den zum Betriebe der Pumpe erforderlichen Effekt und die für eine gewisse Luftlieferung nothwendige Grösse der Pumpe auf folgende Weise berechnen.

Nennen wir

a den Querschnitt des Cylinders der Pumpe,

l die Länge des Kolbenschubes,

v die Geschwindigkeit des Kolbens, welche gefunden wird, wenn man die Länge des Kolbenschubes durch die Zeit eines Schubes dividirt,

m den Coeffizienten für den schädlichen Raum, d. h. die Zahl, mit welcher das Volumen a l multiplizirt werden muss, um das Volumen des schädlichen Raumes zu erhalten,

q die Luftmenge in Kilogrammen, welche im Mittel in jeder Sekunde durch die Pumpe geliefert wird,

$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter,

p den Druck der comprimirten Luft auf einen Quadratmeter in Kilogrammen,

t_0 die Temperatur der äusseren Luft, welche von der Pumpe eingesaugt wird,

$\alpha = 0{\cdot}00375$ den Ausdehnungscoeffizienten für die Luft,

x_1 den Weg, welchen der Kolben zurücklegt, bis das untere Einsrömungsventil geöffnet wird,

x_2 den Weg, den der Kolben zurücklegt, bis das obere Ausströmungsventil geöffnet wird,

σ_1 die Spannung (Druck auf 1 Quadratmeter), welche unter dem Kolben vorhanden ist, wenn der Kolben einen Weg ξ_1 zurückgelegt hat, der kleiner als x_1 ist,

σ_2 die Spannung, welche über dem Kolben vorhanden ist, wenn derselbe einen Weg ξ_2 zurückgelegt hat, der kleiner als x_2 ist.

Vermöge des *Mariottischen* Gesetzes, nach welchem sich die Spannungen unterhalb und oberhalb des Kolbens verändern, hat man zunächst:

$$m\,a\,l\,p = (m\,a\,l + a\,\xi_1)\,\sigma_1$$
$$m\,a\,l\,p = (m\,a\,l + a\,x_1)\,\mathfrak{A}$$

$$(m\,a\,l + a\,l)\,\mathfrak{A} = [m\,a\,l + a\,(l - \xi_2)]\,\sigma_2$$
$$(m\,a\,l + a\,l)\,\mathfrak{A} = [m\,a\,l + a\,(l - x_2)]\,p.$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{m\,l}{m\,l + \xi_1}\,p \;\ldots\ldots\ldots \\
x_1 &= m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right) \ldots\ldots \\
\sigma_2 &= \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi_2}\,\mathfrak{A} \;\ldots\ldots \\
x_2 &= (m\,l + l)\left(1 - \frac{\mathfrak{A}}{p}\right) \;\ldots
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die über dem Kolben befindliche Luft wirkt durch den Weg x_2 mit veränderlicher und durch den Weg $l - x_2$ mit constanter Intensität der Bewegung des Kolbens entgegen. Die untere Luft wirkt dagegen während des ganzen Kolbenschubes treibend, und zwar durch den Weg x_1 mit veränderlicher, und durch den Weg $l - x_1$ mit constanter Kraft. Die Wirkung W_1, welche einem Schub entspricht, ist demnach:

$$W_1 = \left\{\begin{array}{l}
+\displaystyle\int_{\xi_2 = o}^{\xi_2 = x_2} a\,\sigma_2\,d\xi_2 + a\,p\,(l - x_2) \\[2ex]
-\displaystyle\int_{\xi_1 = o}^{\xi_1 = x_1} a\,\sigma_1\,d\xi_1 - a\,\mathfrak{A}\,(l - x_1)
\end{array}\right\} \;\ldots\ldots \quad (2)$$

Vermöge der Gleichungen (1) findet man nun

$$\int_{\xi_2 = o}^{\xi_2 = x_2} a\,\sigma_2\,d\xi_2 = \mathfrak{A}\,a\int_{\xi_2 = o}^{\xi_2 = x_2} \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi_3}\,d\xi_2 =$$

$$= -\mathfrak{A}\, a\,(m\,l+l)\int\limits_{\xi_2 = o}^{\xi_2 = x_2} \frac{-\,d\,\xi_2}{m\,l + l - \xi_2} = \mathfrak{A}\, a\,(m\,l + l)\,\text{lognat.}\,\frac{m\,l + l}{m\,l + l - x_2}$$

und wenn man aus der letzten der Gleichungen (1) für x_2 seinen Werth setzt, so folgt:

$$\int\limits_{\xi_2 = o}^{\xi_2 = x_2} a\,\sigma_2\,d\,\xi_2 = \mathfrak{A}\,a\,(m\,l + l)\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Sodann wird:

$$a\,p\,(l - x_1) - a\,\mathfrak{A}\,(l - x_1) = a\,p\left[l - (m\,l + l)\left(1 - \frac{\mathfrak{A}}{p}\right)\right]$$
$$- a\,\mathfrak{A}\left[l - m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] = o \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Endlich ergibt sich:

$$\int\limits_{\xi_1 = o}^{\xi_1 = x_1} a\,\sigma_1\,d\,\xi_1 = a\int\limits_{\xi_1 = o}^{\xi_1 = x_1} \frac{m\,l}{m\,l + \xi_1}\,p\,d\,\xi_1 = a\,m\,l\,p\int\limits_{\xi_1 = o}^{\xi_1 = x_1} \frac{d\,\xi_1}{m\,l + \xi_1}$$

$$= a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\frac{m\,l + x_1}{m\,l}$$

$$= a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\frac{m\,l + m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)}{m\,l}$$

$$= a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Führt man die Werthe, welche die Ausdrücke (3) (4) (5) darbieten, in (2) ein, so findet man:

$$W_1 = \mathfrak{A}\,a\,(m\,l + l)\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}$$

oder:

$$W_1 = a\,\mathfrak{A}\,l\left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right]\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Dividirt man diese Wirkung durch die Zeit $\frac{l}{v}$ eines Schubes, so erhält man den zum Betrieb der Pumpe erforderlichen Fffekt E_1 und es wird:

$$E_1 = a\,\mathfrak{A}\,v\left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad (7)$$

Das obere Ausströmungsventil ist geöffnet, während der Kolben den Weg $(l - x_2)$ zurücklegt. Die Pumpe liefert daher bei jedem Schub eine Luftmenge, deren Volumen bei einer Spannung p und Temperatur t_0 gleich $a\,(l - x_2) = a\left[l - (m\,l + l)\left(1 - \frac{\mathfrak{A}}{p}\right)\right]$ $= a\,l\left[1 - (m + 1)\left(1 - \frac{\mathfrak{A}}{p}\right)\right]$ ist. Das Gewicht dieser Luft ist demnach:

$$a\,l\left[1 - (m + 1)\left(1 - \frac{\mathfrak{A}}{p}\right)\right]\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\,t_0} =$$

$$a\,l\left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right]\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\,t_0}$$

Dividirt man diesen Werth durch die Zeit $\frac{l}{v}$ eines Schubes, so erhält man die Luftmenge q in Kilogrammen, welche die Pumpe in jeder Sekunde liefert. Man findet:

$$q = a\,v\left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right]\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\,t_0} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Durch Division der Gleichungen (7) und (8) findet man auch

$$\frac{E_1}{q} = \mathfrak{A}\,\frac{1 + \alpha\,t_0}{\gamma_0}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Da dieser Ausdruck den Coeffizienten für den schädlichen Raum nicht enthält, so folgt, dass der Effekt, welcher erforderlich ist, um vermittelst der Pumpe eine gewisse Luftmenge in Kilogrammen zu liefern, von den schädlichen Räumen ganz unabhängig ist. Diese letzteren haben jedoch Einfluss auf den Querschnitt a, welchen eine Pumpe erhalten muss, damit sie in jeder Sekunde eine gewisse Luftmenge von q Kilogrammen liefern kann. Es folgt nämlich aus (8)

$$a = \frac{q}{v\left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right]\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\,t_0}} \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Theorie der Lufterhitzungsapparate.

Um die durch die Pumpe comprimirte Luft zu erhitzen, kann man verschiedene Apparate anwenden, die sich in drei Klassen eintheilen lassen, welche ich a) Kesselapparate, b) Röhrenapparate mit Parallelströmen, c) Apparate mit Gegenströmen nennen will.

Die Kesselapparate stimmen in ihrer Einrichtung mit den gewöhnlichen Dampfapparaten überein, bestehen also aus einem grösseren, den glühenden Verbrennungsgasen ausgesetzten Kessel, in welchen die Luft durch die Pumpe eingetrieben wird, und aus welchem sie dann im erwärmten Zustand durch eine Röhre der Kraftmaschine zuströmt. Man darf annehmen, dass in diesen Apparaten im Innern des Kessels überall die gleiche Temperatur vorhanden ist. Streng genommen wird zwar auch bei diesen Apparaten die Temperatur der Luft von dem Einströmungsort an bis zu dem Ausströmungsort hin nach einem gewissen Gesetz wachsen; allein wenn der Querschnitt des Kessels im Verhältniss zum Querschnitt der Zu- und Ableitungsröhren sehr gross ist, wie es bei einem Gefäss, das man einen Kessel nennt, immer der Fall ist, so werden in der ganzen Ausdehnung eines solchen Kessels keine merklichen Temperaturunterschiede vorkommen. Die theoretisch-vortheilhafteste Benutzung der Wärme würde bei einem derartigen Apparat dann eintreten, wenn die Verbrennungsgase, da wo sie den Kessel verlassen und nach dem Kamine ziehen, bis zu der im Innern des Kessels herrschenden Temperatur abgekühlt wären. Diese theoretisch-vortheilhafteste, aber dennoch nicht sehr günstige Benützung der Wärme würde aber einen unendlich grossen Kessel erfordern.

Unter einem Röhrenapparat mit Parallelströmen wollen wir einen Apparat verstehen, bei welchem die comprimirte und zu erwärmende Luft durch verhältnissmässig enge Röhren nach einer Richtung getrieben wird, die mit der Richtung des vom Feuerherd nach dem Kamin hinziehenden Stromes der Verbrennungsgase übereinstimmt. Wenn die Röhren eng und hinreichend nahe neben einander gelegt sind, so darf man annehmen, dass im Innern der Röhre in einem und demselben Querschnitt eine und dieselbe Temperatur herrscht, und dass auch in dem äusseren Strom der Verbrennungsgase in allen Punkten eines Querschnittes dieses Stromes die gleiche Temperatur vorhanden sei. Auch bei diesem Apparat würde, wie bei dem vorhergehenden, die vortheilhafteste Benutzung der Wärme dann eintreten, wenn die Temperaturen der nach dem Kamine entweichenden Verbrennungsgase und die von dem Apparat nach der Kraftmaschine strömende Luft übereinstimmten, was auch hier eine unendlich grosse Heizfläche erforderte.

Unter einem Röhrenapparat mit Gegenströmen wollen wir endlich einen Apparat verstehen, der sich von dem vorhergehenden nur dadurch unterscheidet, dass die Richtung des inneren Stromes jener des äusseren Stromes entgegengesetzt ist. Da bei dieser Anordnung die Verbrennungsgase da austreten, wo die zu erwärmende kalte Luft in den Ofen eintritt, so können die Verbrennungsgase möglicher Weise bis zur Temperatur der äusseren atmosphärischen Luft abgekühlt werden, es kann also die in den Verbrennungsgasen enthaltene Wärme viel vollständiger benutzt werden, als bei den vorhergehenden Anordnungen.

Wir wollen uns nun mit der Theorie dieser drei Anordnungen beschäftigen, müssen aber, um die Rechnungen durchführen zu können, folgende Voraussetzungen machen. Wir nehmen an 1) dass in jedem Punkt eines und desselben Querschnittes irgend eines Stromes eine und dieselbe Temperatur herrscht. Diese Annahme kann mit der Wirklichkeit nur bei verhältnissmässig kleinem Querschnitte übereinstimmen; es ist dies aber überhaupt eine Grundbedingung, die erfüllt werden muss, damit einem Luft- oder Gasstrom seine Wärme möglichst entzogen werden kann. 2) Dass die spezifische Wärme der Luft, unabhängig von der Temperatur, demnach konstant sei. Dies ist nicht genau richtig, denn der Erfahrung gemäss wächst die spezifische Wärme mit der Temperatur. 3) Dass die Wärmemenge, welche in 1'' durch einen Quadratmeter einer Metallfläche geht, wenn die beiden Seiten mit Luft von verschiedenen Temperaturen in Berührung stehen, der Differenz dieser Temperaturen proportional sei. Dies ist abermals nicht genau richtig, denn die Erfahrung hat gelehrt, dass diese Wärmemenge mit dem Wachsen der Temperaturdifferenz in einem höheren Maase zunimmt, als mit der ersten Potenz der Temperaturdifferenz.

Die Resultate, welche wir finden werden, sind daher nur Annäherungen an die Wahrheit, die aber jedenfalls dem Ziele näher liegen werden, als das gewöhnliche Ofenheizungsgeschwätz.

Der Berechnung legen wir folgende Bezeichnungen zu Grunde:

F die Heizfläche des Apparates, d. h. diejenige Fläche, welche einerseits mit den Verbrennungsgasen, anderseits mit der zu erwärmenden Luft in Berührung steht.

$s = 0.2669$ die Wärmekapazität der atmosphärischen Luft.

S die Wärmekapazität der Verbrennungsgase, welche ebenfalls nahe gleich 0·2669 ist.

$\alpha = 0{\cdot}00375$ der Ausdehnungscoeffizient der Gase.

$k = \frac{1}{253}$ die Wärmemenge, die durch 1 Quadratmeter der Kessel- oder Röhrenfläche in einer Sekunde bei einer Temperaturdifferenz von einem Grad durchgeht. Dieser nummerische Werth von k wird später für gusseiserne Röhrenapparate nachgewiesen werden.

q die Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde erwärmt werden soll.

Q die Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde von dem Feuerherd aus nach dem Kamin strömt.

$\varDelta$ die Temperatur der in den Feuerherd einströmenden das Verbrennen unterhaltenden Luft.

T_0 die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost.

T_1 die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase den Ofen verlassen und nach dem Kamine ziehen.

t_0 die Temperatur, mit welcher die zu erwärmende Luft in den Ofen eintritt.

t_1 die Temperatur, mit welcher die erwärmte Luft den Ofen verlässt.

$\mathfrak{H}$ die Heizkraft des Brennstoffes, d. h. die Wärmemenge, welche durch Verbrennung von 1 Kilogramm Brennstoff entwickelt wird.

B die Brennstoffmenge, welche in jeder Sekunde auf dem Feuerherd verbrannt werden muss, um in 1 Sekunde die q Kilogramm Luft von t_0 Grad auf t_1 Grad zu erhitzen.

λ ein Coeffizient, welcher angibt, wie viel Mal die in den Feuerherd einströmende Luftmenge grösser ist, als die kleinste zum Verbrennen von B Kilogrammen Brennstoff nothwendige Luftmenge.

$e = 2{\cdot}718$ die Basis der natürlichen Logarithmen.

Diese Bezeichnungen sollen für alle drei Arten von Apparaten gelten. Wenn jedoch der Werth einer dieser Grössen für einen besonderen der drei Apparate hervorgehoben werden soll, so wollen wir das allgemeine Zeichen mit dem Index k, p oder g versehen, je nachdem sich das Zeichen auf einen Apparat der ersten, der zweiten oder der dritten Art bezieht.

Nebst den früher angegebenen Voraussetzungen wollen wir auch noch annehmen, dass durch die äussere Umhüllung oder Einmauerung des Heizapparates keine Wärme verloren geht.

Theorie der Kesselapparate.

Wir wollen der Untersuchung einen Kessel zu Grunde legen, bei welchem die Verbrennungsgase in gerader Linie von dem Feuerherd nach dem Kamin ziehen. Die Resultate, welche wir für einen solchen Kessel finden werden, gelten aber auch für jede andere Anordnung der Luftzüge, denn man kann sich diese immer in einer geraden Linie ausgestreckt denken. Es sei Fig. 1 Taf. III. ein Längenschnitt und ein Querschnitt des Kessels, O P seine Heizfläche, m n m_1 n_1, zwei unendlich nahe Querschnitte im Luftkanal O P H I, U die Temperatur aller Lufttheilchen im Querschnitt m n, U — d U die Temperatur aller Lufttheilchen im Querschnitt m_1 n_1, d f das Element m m_1 der Heizfläche, welches zwischen den beiden Querschnitten liegt. Da wir annehmen, dass im ganzen Apparat der Beharrungszustand der Erwärmung bereits eingetreten sei, so ist die Temperatur in jedem bestimmten Querschnitt unveränderlich.

Wenn die Temperatur innerhalb m m_1 n n_1 gleich U wäre, würde durch das Flächenelement d f in jeder Sekunde eine Wärmemenge $k\,d\,f\,(U - t_1)$ in den Kessel eindringen. Wäre dagegen die Temperatur in dem Raum m m_1 n n_1 überall gleich U — d U, so würde die in den Kessel in jeder Sekunde eindringende Wärmemenge $k\,d\,f\,(U - d\,U - t_1)$ betragen. Da aber die Temperatur von m n bis m_1 n_1 abnimmt, so ist die in der That in den Kessel eindringende Wärme kleiner als $k\,d\,f\,(U - t_1)$ und grösser als $k\,d\,f\,(U - d\,U - t_1)$. Allein da diese Wärmemengen nur um ein unendlich Kleines von der zweiten Ordnung verschieden sind, so darf man, ohne einen Fehler zu begehen, die wirklich eindringende Wärmemenge gleich $k\,d\,f\,(U - t_1)$ setzen. Diese Wärmemenge muss aber dem Wärmeverlust $Q\,S\,(U - d\,U) - Q\,S\,U = - Q\,S\,d\,U$ gleich gesetzt werden, welchen die in jeder Sekunde durch den Raum m n m_1 n_1 gehende Luftmenge Q erleidet; man hat daher:

$$k\,d\,f\,(U - t_1) = - Q\,S\,d\,U$$

oder

$$\frac{d\,U}{U - t_1} = - \frac{k}{Q\,S}\,d\,f$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$\log.\,(U - t_1) = - \frac{k}{Q\,S}\,f + \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Da die Heizfläche bei O E beginnt, so ist für $U = T_0$, $f = o$, demnach

$$\log. (T_0 - t_1) = - \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Da ferner D P das Ende des Kessels ist, so muss für $U = T_1$ $f = F$ gesetzt werden. Man hat daher auch:

$$\text{lognat.} (T_1 - t_1) = - \frac{k}{Q\,S} F + \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (13) von (12) ergibt sich:

$$\frac{k}{Q\,S} F = \text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Die Wärmemenge, welche die Verbrennungsgase verlieren, indem deren Temperatur von T_0 auf T_1 herabsinkt, ist $Q\,S\,(T_0 - T_1)$. Diese Wärmemenge dringt in den Kessel ein und bewirkt, dass in jeder Sekunde eine Luftmenge von q Kilogrammen von t_0 auf t_1 erhitzt wird. Man hat daher die Gleichung:

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Aus diesen zwei Gleichungen lassen sich zwei Grössen bestimmen, wenn die übrigen bekannt sind. Wenn z. B. t_1 t_0 T_1 T_0 q S und s angenommen werden, findet man für Q und F folgende Werthe:

$$\left.\begin{aligned} Q &= q \frac{s}{S} \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \\ F &= \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q\,S}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Nebst diesen zwei Gleichungen (16) kann man noch eine dritte aufstellen, welche annähernd T_0 bestimmt.

Es ist $\mathfrak{H}$ B die Wärmemenge, welche in 1″ durch den Brennstoff entwickelt wird. Die in jeder Sekunde in den Feuerherd einströmende Luftmenge von (Q — B) Kilogrammen wird von $\varDelta$ auf T_0 erhitzt, was eine Wärmemenge $(Q - B)\,(T_0 - \varDelta)\,S$ erfordert. Die aus dem Brennstoff entstehende Gasmenge B besitzt eine Temperatur T_0 und die Wärmemenge, welche sie in sich aufgenommen hat, kann annähernd $B\,(T_0 - \varDelta)\,S$ gesetzt werden. Man hat daher

$$\mathfrak{H}\, B = (Q - B)\,(T_0 - \varDelta)\, S + B\,(T_0 - \varDelta)\, S$$

oder

$$\mathfrak{H}\, B = Q\, S\, (T_0 - \varDelta)$$

woraus folgt:

$$T_0 = \varDelta + \frac{\mathfrak{H}\, B}{Q\, S} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Bezeichnen wir die kleinste Luftmenge in Kilogrammen, welche zum vollständigen Verbrennen von B Kilogrammen Brennstoff erforderlich ist mit Q_1, so ist $Q = \lambda\, Q_1$ und es wird:

$$T_0 = \varDelta + \frac{1}{\lambda\, S} \frac{\mathfrak{H}\, B}{Q_1} \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Wir wollen annehmen, dass eine vollkommene Verbrennung statt finde, dass also aller im Brennstoff enthaltene Kohlenstoff zu Kohlensäure und aller freie vom Sauerstoff des Brennstoffs nicht gebundene Wasserstoff zu Wassergas verbrenne. Dann hat $\frac{\mathfrak{H}\, B}{Q_1}$ für alle Brennnstoffe den gleichen Werth und es ist:

$$\frac{\mathfrak{H}\, B}{Q_1} = 545$$

Es ist nämlich für Steinkohlen von mittlerer Qualität:

$$\mathfrak{H} = 6000, \quad \frac{B}{Q_1} = \frac{1}{11} \text{ demnach } \frac{\mathfrak{H}\, B}{Q_1} = 545$$

Für lufttrockenes Holz ist dagegen:

$$\mathfrak{H} = 3000, \quad \frac{B}{Q_1} = \frac{1}{5{\cdot}5} \text{ demnach } \frac{\mathfrak{H}\, B}{Q_1} = 545$$

In dem Fall einer vollkommenen Verbrennung ist also:

$$T_0 = \varDelta + \frac{545}{\lambda\, S} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Durch Verbindung der Gleichungen (17) und (19) ergibt sich ferner:

$$B = 545\, \frac{Q}{\mathfrak{H}\, \lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

Die vier Gleichungen (16) (19) (20) bestimmen die Hauptdaten für die Anlage eines Kesselapparates. Wir wollen sie für den bequemeren Gebrauch zusammenstellen.

$$\left.\begin{aligned} T_0 &= \varDelta + \frac{545}{\lambda S} \\ Q &= q \frac{s}{S} \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \\ B &= 545 \frac{Q}{\mathfrak{H} \lambda} \\ F &= \frac{1}{k} \frac{\operatorname{lognat.} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q S}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{(B)}$$

Hinsichtlich der in diesen Gleichungen erscheinenden constanten Grössen s, S, λ, K ist folgendes zu bemerken.

Die Wärmekapazität s der reinen atmosphärischen Luft ist 0·2669.

Die Wärmekapazität S der Verbrennungsgase richtet sich theils nach der chemischen Zusammensetzung des Brennstoffes, theils nach der Luftmenge, welche das Verbrennen unterhält. Allein da die Verbrennungsgase doch grösstentheils aus den Bestandtheilen der atmosphärischen Luft bestehen, indem z. B. zum Verbrennen von 1 Kilogramm Steinkohlen wenigstens 11 Kilogramme atmosphärische Luft erforderlich sind, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man $S = s = 0{\cdot}2669$ setzt.

Der Erfahrung gemäss ist bei der meisten Dampfkesselfeuerung die in den Feuerherd einströmende Luftmenge 2 Mal so gross, als die zum vollständigen Verbrennen erforderliche Luftmenge. Wir dürfen also wohl auch für die Luftheizapparate $\lambda = 2$ setzen.

Hinsichtlich der Wärmemenge k, welche bei einer Temperaturdifferenz von 1° in einer Sekunde durch 1 Quadratmeter geht, ist es am angemessensten, dieselbe durch Erfahrung zu bestimmen.

Dieser zufolge ist eine Heizfläche von 1 Quadratmeter nothwendig, um in einer Minute einen Kubikmeter Luft von 10° auf 300° zu erhitzen und hierzu sind $\frac{1}{30}$ Kilogramm Steinkohlen erforderlich.

Um also in einer Sekunde ein Kilogramm Luft von 10° auf

300^0 zu erwärmen, braucht man eine Heizfläche von $\frac{60}{1{\cdot}29} = 46$ Quadratmeter und ist eine Brennstoffmenge von $\frac{1}{30 \times 1{\cdot}29} = \frac{1}{38{\cdot}7}$ Kilogrammen Steinkohlen erforderlich.

Setzen wir in die Gleichungen (B)

$$\varDelta = 10^0, \; t_0 = 10^0, \; t_1 = 300^0, \; q = 1, \; \lambda = 2, \; S = s = 0{\cdot}2669$$

$$\mathfrak{H} = 6000, \; F = 46, \; B = \frac{1}{38{\cdot}7}$$

so findet man zunächst

$$T_0 = 10^0 + \frac{545}{2 \times 0{\cdot}2669} = 1030.$$

Die dritte dieser Gleichungen gibt

$$Q = \frac{\mathfrak{H}\,\lambda\,B}{545} = 0{\cdot}569.$$

Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt nun weiter $0{\cdot}569 = \frac{290}{1030 - T_1}$, woraus sich $T_1 = 521^0$ ergibt. Vermittelst der letzten Gleichung ergibt sich endlich:

$$k = \frac{1}{46} \frac{\text{lognat.} \frac{1030 - 300}{521 - 300}}{\frac{1}{0{\cdot}569 \times 0{\cdot}2669}} = \frac{1}{253}$$

Theorie des Röhrenapparates mit Parallelströmen.

Denken wir uns einen Kanal, der aus einem die Wärme nicht leitenden Material besteht, durch eine Wand, welche die Wärme zu durchdringen vermag, in zwei Kanäle getheilt, und durch einen dieser Kanäle die zu erwärmende Luft getrieben; durch den andern dagegen die glühenden Verbrennungsgase nach paralleler Richtung geleitet, so haben wir eine Anordnung, die im Wesentlichen einen Röhrenapparat mit Parallelströmen darstellt.

Es sei Fig. 2 Taf. III. E G H I der Längenschnitt, A B C D irgend ein Querschnitt des Apparates, m n p m_1 n_1 p_1 zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U und U — d U die Temperaturen der Verbrennungsgase bei n p und n_1 p_1; u und u + d u die

Temperaturen der Luft bei m n und m_1 n_1. Damit aber, wie wir hier voraussetzen, in allen Punkten eines bestimmten Querschnittes einerlei Temperatur vorhanden sein kann, dürfen die normalen Weiten A M und M C nicht gross sein. Denn wenn diese Weiten gross wären, würde die in der Nähe von E G ziehende Luft wenig Wärme empfangen, und würden die in der Nähe von H I hinströmenden Gase nur wenig Wärme verlieren, und dann müssten die Temperaturen von n nach m hin abnehmen und von n nach p hin zunehmen, was eine sehr ungünstige Leistung des Apparates zur Folge hätte. Die Bedingung, dass in einem und demselben Querschnitt eines Kanals einerlei Temperatur herrsche, dient also nicht blos zur Vereinfachung der Rechnung, sondern derselben muss überhaupt jede zweckmässige Anordnung eines Heizapparates entsprechen, was eben nur bei geringer Weite der Kanäle annähernd möglich ist. Um dieser Bedingung bei einem eigentlichen Röhrenapparat zu entsprechen, dürfen die Durchmesser und die Entfernungen der Röhren nicht gross sein.

Wir wollen die in der Theorie der Kesselapparate gewählten Bezeichnungen auch hier behalten, und beginnen nun mit der Entwicklung der Theorie.

Die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch das bei n n_1 befindliche Flächenelement d f aus dem Gaskanal in den Luftkanal übergeht, ist $k\,(U - u)\,d\,f$.

Diese Wärmemenge wird der in jeder Sekunde durch den Raum n p n_1 p_1 gehenden Gasmenge Q entzogen, und wird von der in jeder Sekunde durch den Raum m n m_1 n_1 gehenden Luftmenge q aufgenommen, man hat daher die Gleichheiten:

$$\left.\begin{aligned} k\,(U - u)\,d\,f &= -\,Q\,S\,d\,U \;\ldots\ldots \\ -\,Q\,S\,d\,U &= +\,q\,s\,d\,u \;\ldots\ldots \end{aligned}\right\}(21)$$

welche von den Geschwindigkeiten der beiden Ströme ganz unabhängig sind.

Die zweite dieser Gleichungen kann, da der Voraussetzung gemäss S, s, Q und q constant sind, unmittelbar integrirt werden. Das Resultat dieser Integration ist:

$$Q\,S\,U + q\,s\,u = \text{const.} \;\ldots\ldots \quad (22)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_0$ und für $U = T_1$ $u = t_1$, man hat daher auch:

$$Q\,S\,T_0 + q\,s\,t_0 = \text{const.} \;\ldots\ldots \quad (23)$$

$$Q\,S\,T_1 + q\,s\,t_1 = \text{const.} \;\ldots\ldots \quad (24)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (23) und (24) ergibt sich

$$Q\ S\ (T_0 - T_1) = q\ s\ (t_1 - t_0)\ .\ .\ .\ .\ (25)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (22) und (23) folgt aber

$$Q\ S\ (T_0 - U) = q\ s\ (u - t_0)\ .\ .\ .\ .\ (26)$$

Setzt man den aus dieser Gleichung für u sich ergebenden Werth:

$$u = t_0 + \frac{Q\ S}{q\ s}(T_0 - U)$$

in die erste der Gleichungen (21), so wird derselbe

$$k\left[U - t_0 - \frac{Q\ S}{q\ s}(T_0 - U)\right] d\ f = -\ Q\ S\ d\ U$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$d\ f = -\ \frac{Q\ S}{k}\ \frac{d\ U}{U\left(1 + \frac{Q\ S}{q\ s}\right) - \left(t_0 + \frac{Q\ S}{q\ s} T_0\right)}$$

Das allgemeine Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = -\ \frac{1}{k}\ \frac{Q\ S}{1 + \frac{Q\ S}{q\ s}}\ \text{lognat.} \left\{ \begin{matrix} +\ U\left(1 + \frac{Q\ S}{q\ s}\right) \\ -\left(t_0 + \frac{Q\ S}{q\ s} T_0\right) \end{matrix} \right\} + \text{const.}$$

Nun ist aber für $U = T_0$, $f = o$ und für $U = T_1$ $f = F$ daher hat man:

$$o = -\ \frac{1}{k}\ \frac{Q\ S}{1 + \frac{Q\ S}{q\ s}}\ \text{lognat.} \left\{ \begin{matrix} +\ T_0\left(1 + \frac{Q\ S}{q\ s}\right) \\ -\left(t_0 + \frac{Q\ S}{q\ s} T_0\right) \end{matrix} \right\} + \text{const.}$$

$$F = -\ \frac{1}{k}\ \frac{Q\ S}{1 + \frac{Q\ S}{q\ s}}\ \text{lognat.} \left\{ \begin{matrix} +\ T_1\left(1 + \frac{Q\ S}{q\ s}\right) \\ -\left(t_0 + \frac{Q\ S}{q\ s} T_0\right) \end{matrix} \right\} + \text{const.}$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen findet man:

$$F = \frac{1}{k} \frac{1}{\frac{1}{Q\,S} + \frac{1}{q\,s}} \text{ lognat. } \frac{T_0\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) - \left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0\right)}{T_1\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) - \left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0\right)}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (25) verwandelt sich diese Gleichung in folgenden einfachen Ausdruck

$$F = \frac{1}{k} \frac{\text{lognat. } \frac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\frac{1}{Q\,S} + \frac{1}{q\,s}} \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

Nebst dieser Gleichung bestehen aber auch hier die drei ersten der Gleichungen (B), welche wir für den Kesselapparat hergeleitet haben, denn von den Gleichungen (B) ist die erste und ist die dritte ganz unabhängig von der Einrichtung des Heizapparates, und die Gleichung (25) stimmt mit der zweiten der Gleichungen (B) ganz überein; man hat daher für den Röhrenapparat mit Parallelströmen folgende Resultate:

$$\left.\begin{aligned}
T_0 &= \varDelta + \frac{545}{\lambda\, S} \quad \ldots\ldots\ldots \\
Q &= q\,\frac{s}{S}\,\frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \quad \ldots\ldots \\
B &= 545\,\frac{Q}{\mathfrak{H}\,\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \\
F &= \frac{1}{k} \frac{\text{lognat. } \frac{T_0 - to}{T_1 - t_1}}{\frac{1}{Q\,S} = \frac{1}{q\,s}} \quad \ldots\ldots
\end{aligned}\right\} (C)$$

und die Constanten haben hier dieselben Werthe, wie in den Gleichungen (B). Es ist nämlich $s = S = 0{\cdot}2669$, $k = \frac{1}{253}$, λ gewöhnlich $= 2$.

Die Folgerungen, welche sich aus diesen Gleichungen (C) ziehen lassen, wollen wir vorläufig nicht aussprechen, sondern gehen sogleich zur Theorie des dritten Heizapparates über.

Theorie des Röhrenapparates mit Gegenströmen.

Es sei Fig. (3) Tafel III. ein Längen- und ein Querschnitt des Apparates, m n p m_1 n_1 p_1 zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U, u, U — d U, u — d u die Temperaturen in den Querschnitten n p, m n, n_1 p_1, m_1 n_1, f der zwischen dem Querschnitte E H und m p befindliche Theil der Heizfläche, d f das zwischen m p und m_1 p befindliche Element der Heizfläche. Da mit dem Wachsen von f die Temperaturen U und u abnehmen, so bestehen hier folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} k\,(U - u)\,d\,f &= -\,Q\,S\,d\,U \;.\;.\;.\;. \\ -\,Q\,S\,d\,U &= -\,q\,s\,d\,u \;.\;.\;.\;. \end{aligned}\right\}\quad (28)$$

Durch Integration der letzteren dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,U = q\,s\,u + \text{const} \;.\;.\;.\;.\;.\quad (29)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_1$ und für $U = T_1$, $u = t_0$ daher hat man auch

$$\left.\begin{aligned} Q\,S\,T_0 &= q\,s\,t_1 + \text{const.} \;.\;.\;.\;. \\ Q\,S\,T_1 &= q\,s\,t_0 + \text{const.} \;.\;.\;.\;. \end{aligned}\right\}\quad (30)$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \;.\;.\;.\quad (31)$$

Durch Subtraktion der ersten der Gleichungen (30) von (29) ergibt sich aber:

$$Q\,S\,(U - T_0) = q\,s\,(u - t_1)$$

Substituirt man den aus dieser Gleichung für u folgenden Werth in die erste der Gleichungen (28) so verwandelt sich dieselbe in folgende:

$$k\left[U - t_1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\,(U - T_0)\right] d\,f = -\,Q\,S\,d\,U$$

Hieraus folgt:

$$d\,f = -\,\frac{Q\,S}{k}\,\frac{d\,U}{\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) U + \frac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}}\;\text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)U \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

Nun ist für $f = o$, $U = T_0$ und für $f = F$, $U = T_1$, man hat daher auch

$$o = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}}\;\text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

$$F = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}}\;\text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen ergibt sich:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{1}{\dfrac{1}{Q\,S} - \dfrac{1}{q\,s}}\;\text{lognat.}\,\frac{\left(1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 + \dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}{\left(1 - \dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_1 + \dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (31) wird nun dieser Ausdruck für F

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat.}\,\dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{1}{Q\,S} - \dfrac{1}{q\,s}} \quad \cdots\cdots \quad (32)$$

Nebst den so eben aufgefundenen Gleichungen (31) und (32) besteht aber auch hier wiederum die erste und besteht die dritte der Gleichungen (C). Für Röhrenapparate mit Gegenströmen gelten daher folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
T_0 &= \varDelta + \frac{545}{\lambda S} \quad \ldots\ldots \\
Q &= q \frac{s}{S} \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \quad \ldots\ldots \\
B &= 545 \frac{Q}{\lambda \mathfrak{H}} \quad \ldots\ldots \\
F &= \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{1}{Q S} - \dfrac{1}{q s}} \quad \ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \text{(D)}$$

Nachweisung, dass der Gegenstromapparat die vortheilhafteste Leistung gibt.

Wir wollen nun untersuchen, welcher von den drei Apparaten den Vorzug verdient. Der vortheilhafteste Apparat ist offenbar derjenige, welcher die kleinste Heizfläche erfordert, um in einer gewissen Luftmenge q mit einem bestimmten Brennstoffaufwand B eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen.

Wenn wir aber annehmen, dass für alle drei Apparate t_0, t_1, $\varDelta$, λ, S, B einerlei Werth haben, so geben zunächst die drei ersten der Gleichungen (B) (C) (D) für T_0, T_1, Q die gleichen Werthe. Der vortheilhafteste Apparat ist also derjenige, bei welchem für die gleichen Werthe von T_1, T_0, t_1, t_0, Q, q, S, s, k der Werth von F am kleinsten ausfällt.

Vergleichen wir zunächst den Kesselapparat mit dem Parallelstromapparat.

Für den Parallelstromapparat ist die Heizfläche:

$$\frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \dfrac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q S} - \dfrac{1}{q s}}$$

Für den Kesselapparat ist sie dagegen

$$\frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q S}}$$

Nun ist aber, da $t_I > t_0$, $\frac{T_0 - t_0}{T_I - t_I} < \frac{T_0 - t_I}{T_I - t_I}$

$$\text{und}\ \frac{1}{Q\,S} + \frac{1}{q\,s} < \frac{1}{Q\,S}.$$

Der Parallelstromapparat erfordert demnach eine kleinere Heizfläche, als der Kesselapparat.

Um zu zeigen, dass der Gegenstrom eine kleinere Heizfläche erfordert, als der Parallelstrom, ist es nothwendig, für die in den Formeln für F erscheinenden Logarithmen die Reihen zu substituiren.

Es ist allgemein

$$\text{lognat.}\ x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \ldots\right] \quad (33)$$

Bezeichnen wir die Heizfläche des Parallelstromapparates mit F_p, so ist vermöge (C)

$$F_p = \frac{q\,s}{k}\,\frac{\text{lognat.}\ \frac{T_0 - t_0}{T_I - t_I}}{\frac{T_0 - T_I}{t_I - t_0} + 1}$$

und wenn man den Logarithmus vermittelst obiger Reihe ausdrückt, so wird:

$$F_p = \frac{q\,s}{k}\,2\,(t_I - t_0) \times$$

$$\frac{\frac{T_0 - T_I + t_I - t_0}{T_0 + T_I - t_I - t_0} + \frac{1}{3}\left(\frac{T_0 - T_I + t_I - t_0}{T_0 + T_I - t_I - t_0}\right)^3 + \ldots}{T_0 - T_I + t_I - t_0}$$

oder

$$F_p = \frac{q\,s}{k}\,2\,(t_I - t_0) \times$$

$$\left\{\frac{1}{T_0 + T_I - t_I - t_0} + \frac{1}{3}\,\frac{(T_0 - T_I + t_I - t_0)^2}{(T_0 + T_I - t_I - t_0)^3} + \right\} \quad (34)$$

Bezeichnet man die Heizfläche für den Gegenstromapparat mit F_g, so ist vermöge der Gleichungen (D)

$$F_g = \frac{q\,s}{k}\,\frac{\text{lognat.}\ \frac{T_0 - t_I}{T_I - t_0}}{\frac{T_0 - T_I}{t_I - t^0} - 1}$$

Drückt man auch hier den Logarithmus vermittelst der Reihe (33) aus, so wird

$$F_g = \frac{q\,s}{k}\,2\,(t_I - t_0) \times$$

$$\frac{\dfrac{T_0 - T_I + t_0 - t_I}{T_0 + T_I - t_0 - t_I} + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{T_0 - T_I + t_0 - t_I}{T_0 + T_I - t_0 - t_I}\right)^3 + \cdot}{T_0 - T_I + t_0 - t_I}$$

oder

$$F_g = \frac{q\,s}{k}\,2\,(t_I - t_0) \times$$

$$\left\{\frac{1}{T_0 + T_I - t_0 - t_I} + \frac{1}{3}\,\frac{(T_0 - T_I + t_0 - t_I)^2}{(T_0 + T_I - t_0 - t_I)^3} + \cdot\cdot\right\} \quad (35)$$

Vergleicht man nun die Ausdrücke (34) und (35), so sieht man leicht, dass F_g kleiner ist, als F_p, denn diese Ausdrücke unterscheiden sich nur allein durch die Zähler der Reihenglieder, und es ist $T_0 - T_I + t_0 - t_I$ kleiner als $T_0 - T_I + t_I - t_0$.

Es ist somit nachgewiesen, dass der Kesselapparat der ungünstigste, der Apparat mit Parallelströmen der günstigere und der Gegenstromapparat der günstigste ist. Allein man kann sich auch leicht überzeugen, dass die Unterschiede in den Leistungen dieser Apparate nur dann von Belang sein werden, wenn die Temperaturdifferenz $t_I - t_0$ bedeutend ist, denn wenn diese Differenz klein ist, kann man $t_I - t_0$ gegen $T_0 - T_I$ vernachlässigen, und dann wird annähernd

$$F_k = F_p = F_g$$

Die Vortheile des Gegenstromes können also nur dann hervortreten, wenn die Luft stark erhitzt werden soll.

Numerische Berechnungen über die Heizapparate.

Durch numerische Berechnungen sieht man am besten, wie gross die Heizflächen der drei Apparate für gleiche Leistungen sein müssen. Bei diesen Berechnungen wollen wir immer annehmen, dass von der mit der Temperatur t_I aus der Maschine entweichenden reinen atmosphärischen Luft, so viel als zum Verbrennen des Brennstoffes nothwendig ist, in den Feuerherd geleitet werde, d. h. wir wollen jederzeit $\Delta = t_I$ setzen.

Es sei nun erstens

die Temperatur der äusseren atmosphärischen Luft, welche von der Pumpe aufgesaugt und zum Erwärmen in den Heizapparat getrieben wird . . . . $t_0 = 10^0$

Temperatur, bis zu welcher die Luft erhitzt werden soll $t_1 = 200^0$

Temperatur der in den Feuerherd einströmenden Luft $\varDelta = 200^0$

Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase nach dem Kamin entweichen . . . . $T_1 = \frac{1}{4} T_0$

Spezifische Wärme der Luft und der Verbrennungsgase . . . . $S = s = 0{\cdot}2669$

Verhältniss zwischen der Luftmenge, welche das Verbrennen unterhält und der kleinsten zum vollkommenen Verbrennen erforderlichen Luftmenge . . . . . . $\lambda = 2$

Heizkraft des Brennstoffs (Steinkohlen) . . . . $\mathfrak{H} = 6000$

Wärmemenge, welche in einer Sekunde bei einer Temperaturdifferenz von 1^0 durch einen Quadratmeter Heizfläche geht . . . . $k = \frac{1}{253}$

Für diese Annahmen findet man zunächst für alle drei Heizapparate:

$$\left.\begin{array}{l}
T_0 = 200 + \dfrac{545}{2 \times 0{\cdot}2669} \; . \; . \; . \; . \; . = 1221^0 \\[2ex]
Q = q \, \dfrac{0{\cdot}2669}{0{\cdot}2669} \; \dfrac{200 - 10}{1221 - \frac{1}{4}\, 1221} \; . \; . = 0{\cdot}207\, q \\[2ex]
B = 545 \, \dfrac{0{\cdot}207\, q}{6000 \times 2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = \dfrac{q}{106} \\[2ex]
\text{Dagegen werden aber die Heizflächen:} \\
\text{Für den Kesselapparat:} \\[1ex]
F_k = 253 \, \dfrac{\text{lognat.}\, \dfrac{1221 - 200}{305 - 200}}{\dfrac{1}{0{\cdot}207\, q\; 0{\cdot}2669}} \; . \; . \; . = 31{\cdot}8\, q \\[3ex]
\text{Für den Apparat mit Parallelströmen:} \\[1ex]
F_p = 253 \, \dfrac{\text{lognat.}\, \dfrac{1221 - 10}{305 - 200}}{\dfrac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}207\, q} + \dfrac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 22{\cdot}6\, q
\end{array}\right\} (36)$$

Für den Heizapparat mit Gegenströmen:

$$F_g = 253 \frac{\text{lognat.} \frac{1221 - 200}{305 - 10}}{\frac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}207\, q} - \frac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 21{\cdot}8\, q \quad (36)$$

Es sei ferner zweitens

$$t_0 = 10^0 \qquad \varDelta = 300 \qquad S = s = 0{\cdot}2669 \qquad \mathfrak{H} = 6000$$

$$t_1 = 300 \qquad T_1 = \frac{1}{3} T_0 \qquad \lambda = 2$$

Dann ergibt sich für alle drei Heizapparate:

$$T_0 = 300 + \frac{545}{2 \times 0{\cdot}2669} \; . \; . \; . \; . \; = 1321$$

$$T_1 = \frac{1}{3}\, 1321 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; = 440$$

$$Q = q \frac{0{\cdot}2669}{0{\cdot}2669} \frac{300 - 10}{\frac{2}{3}\, 1321} \; . \; . \; . \; . \; = 0{\cdot}330\, q$$

$$B = 545 \frac{0{\cdot}330}{2 \times 6000} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; = \frac{q}{66{\cdot}6}$$

und dann findet man ferner:

Für den Kesselapparat:

$$F_k = 253 \frac{\text{lognat.} \frac{1321 - 300}{440 - 300}}{\frac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}330\, q}} \; . \; . \; = 44\, q \quad (37)$$

Für den Apparat mit Parallelströmen:

$$F_p = 253 \frac{\text{lognat.} \frac{1321 - 10^0}{440 - 300}}{\frac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}330\, q} + \frac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 37{\cdot}4\, q$$

Für den Apparat mit Gegenströmen:

$$F_g = 253 \frac{\text{lognat.} \frac{1321 - 300}{440 - 10}}{\frac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}330\, q} - \frac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 28{\cdot}8\, q$$

Es sei endlich drittens

$$t_0 = 10^0 \qquad \Delta = 400 \qquad S = s = 0{\cdot}2669 \qquad \mathfrak{H} = 6000$$

$$t_1 = 400^0 \qquad T_1 = \frac{1}{3}\, T_0 \qquad \lambda = 2 \qquad k = \frac{1}{253}$$

Dann findet man für alle drei Apparate:

$$T_0 = 400 + \frac{545}{2 \times 0{\cdot}2669} \;.\;.\;.\;.\;. = 1421$$

$$T_1 = \frac{1}{3}\, 1421 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. = 473$$

$$Q = q\, \frac{400 - 10}{1421 - 473} \;.\;.\;.\;.\;.\;. = 0{\cdot}419\, q$$

$$B = 545\, \frac{0{\cdot}419\, q}{2 \times 6000} \;.\;.\;.\;.\;.\;. = \frac{q}{52{\cdot}6}$$

und nun folgt weiter:

Für den Kesselapparat:

$$F_k = 253\, \frac{\text{lognat.}\, \dfrac{1421 - 400}{473 - 400}}{\dfrac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}419\, q}} \;.\;. = 74{\cdot}7\, q \tag{38}$$

Für den Apparat mit Parallelströmen:

$$F_p = 253\, \frac{\text{lognat.}\, \dfrac{1421 - 10^0}{473 - 400}}{\dfrac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}419\, q} + \dfrac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 56{\cdot}9\, q$$

Für den Apparat mit Gegenströmen:

$$F_g = 253\, \frac{\text{lognat.}\, \dfrac{1421 - 400}{473 - 10^0}}{\dfrac{1}{0{\cdot}2669 \times 0{\cdot}419\, q} - \dfrac{1}{0{\cdot}2669\, q}} = 38{\cdot}4\, q$$

In diesem Beispiel ist, wie man sieht, die Heizfläche eines Apparates mit Gegenströmen nur halb so gross, als die eines Kesselapparates.

Einfluss der Grösse der Heizfläche eines Apparates auf dessen Leistungen.

Die Güte eines Heizapparates ist am besten zu beurtheilen nach dem Verhältniss aus der Wärmemenge, die durch die Heizfläche eindringt, und der Wärmemenge, die durch die Verbrennung des Brennstoffes entwickelt wird. Die erstere dieser Wärmemengen ist $Q\,S\,(T_0 - T_1)$, die letztere dagegen $Q\,S\,(T_0 - \varDelta)$. Das Verhältniss derselben ist demnach:

$$\frac{Q\,S\,(T_0 - T_1)}{Q\,S\,(T_0 - \varDelta)} = \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}$$

Wir wollen dieses Verhältniss durch i bezeichnen und es für die drei Apparate berechnen.

Für einen Apparat mit Gegenströmen hat man vermöge (D) die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} F_g &= \frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat.}\,\dfrac{T_0 - t_1}{T_1 \quad t_0}}{\dfrac{1}{Q\,S} - \dfrac{1}{q\,s}} \\ Q\,S\,(T_0 - T_1) &= q\,s\,(t_1 - t_0) \end{aligned}\right\} \quad . \quad (39)$$

Setzt man zur Abkürzung der Rechnung

$$e^{k\,F_g\left(\frac{1}{Q\,S} - \frac{1}{q\,s}\right)} = x \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40)$$

so kann die erste der Gleichungen (39) geschrieben werden:

$$x = \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$T_1 = t_0 + \frac{T_0 - t_1}{x}$$

Setzt man hier für t_1 den aus der zweiten der Gleichungen (39) sich ergebenden Werth, so findet man:

$$T_1 = t_0 + \frac{T_0 - t_0 - \frac{Q\,S}{q\,s}\,(T_0 - T_1)}{x}$$

Zieht man diese Gleichung von $T_0 = T_0$ ab, so folgt:

$$T_0 - T_1 = T_0 - t_0 - \frac{T_0 - t_0 - \frac{Q\,S}{q\,s}(T_0 - T_1)}{x}$$

Hieraus ergibt sich, wenn man die Glieder, welche $T_0 - T_1$ und jene welche $T_0 - t_0$ enthalten, zusammenfasst:

$$T_0 - T_1 = (T_0 - t_0)\,\frac{x - 1}{x - \frac{Q\,S}{q\,s}}$$

Dividirt man diese Gleichung durch $T_0 - \varDelta$ und setzt für x seinen Werth aus (40), so findet man für i_g folgenden Ausdruck:

$$i_g = \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta} = \frac{T_0 - t_0}{T_0 - \varDelta}\,\frac{1 - e^{-k F_g\left(\frac{1}{Q\,S} - \frac{1}{q\,s}\right)}}{1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\,e^{-k F_g\left(\frac{1}{Q\,S} - \frac{1}{q\,s}\right)}} \qquad (41)$$

Behandelt man die Gleichungen B und C auf ganz ähnliche Weise, wie so eben mit den Gleichungen D geschehen ist, so findet man:

Für den Apparat mit Gegenströmen:

$$i_p = \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta} = \frac{T_0 - t_0}{T_0 - \varDelta}\,\frac{1 - e^{-k F_p\left(\frac{1}{q\,s} + \frac{1}{Q\,S}\right)}}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}} \qquad (42)$$

und für den Kesselapparat:

$$i_k = \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta} = \frac{T_1 - t_0}{T_0 - \varDelta}\,\frac{1 - e^{-\frac{k}{Q S} F_k}}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\left(1 - e^{-\frac{k}{Q S} F_k}\right)} \qquad (43)$$

wobei die den drei Apparaten entsprechenden Werthe von i mit i_g, i_p, i_k bezeichnet sind.

Setzen wir in den Ausdrücken für p_g, p_p, p_k, $\varDelta = t_0$ und $F_g = F_p = F_k = \infty$, so findet man:

$$i_g = i, \quad i_p = i_k = \frac{1}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}}$$

woraus man sieht, dass es nur mit dem ersteren dieser Apparate möglich wäre, die totale Wärmemenge des Brennstoffes zu gewinnen.

Um zu zeigen, wie mit dem Wachsen der Heizfläche die Leistungen eines Apparates zunehmen, sind numerische Rechnungen am geeignetsten.

Nehmen wir an $q = 1$, $Q = 0{\cdot}5$, $S = s = 0{\cdot}2669$ $k = \frac{1}{253}$, $\frac{T_0 - t_0}{T_0 - \varDelta} = i$, so findet man vermittelst der Formeln (41) (42) (43):

Für $F_g =$	20	40	60	80	100	Quadratmeter.
$i_g =$	0·41	0·62	0·73	0·82	0·87	
Differenzen	0·41	0·21	0·11	0·09	0·05	
Für $F_p =$	20	40	60	80	100	Quadratmeter.
$i_p =$	0·35	0·56	0·61	0·65	0·66	
Differenzen	0·35	0·21	0·09	0·04	0·01	
Für $F_k =$	20	40	60	80	100	Quadratmeter.
$i_k =$	0·37	0·52	0.59	0·63	0·64	
Differenzen	0·37	0·15	0·07	0·04	0·01	

Denkt man sich, dass die ganze 100 Quadratmeter betragende Heizfläche eines jeden dieser Apparate in fünf gleiche Theile getheilt werde, so geben die Zahlenreihen, welche die Differenzen ausdrücken, an, wie viel Wärme durch jede Abtheilung gewonnen wird. Durch das erste Fünftel der Heizfläche eines Apparates mit Gegenströmen werden bereits 0·41 der Brennstoffwärme gewonnen; durch die übrigen vier Fünftel nur 0·46. Ein Quadratmeter des ersten Fünftels liefert also im Mittel $\frac{4 \times 0{\cdot}41}{0{\cdot}46} = 3{\cdot}6$ Mal mehr Wärme als ein Quadratmeter der übrigen vier Fünftel der Heizfläche. Aehnlich verhält es sich auch bei den andern Apparaten.

Die Leistungen eines Heizapparates wachsen also bei weitem nicht in dem Maase, als die Grösse der Heizfläche zunimmt. Mit einer verhältnissmässig nicht sehr grossen Heizfläche kann man schon ein befriedigendes Resultat gewinnen; es erfordert aber selbst bei einem Apparat mit Gegenströmen eine ganz übermässig grosse Heizfläche, um eine ganz vorzügliche Nutzleistung, z. B. von 0·87 hervorzubringen.

Auch die Temperaturzunahmen, welche in der zu erwärmenden Luft eintreten, nachdem dieselbe $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$ der Heizfläche durchströmt hat, lassen sich leicht berechnen. Man kann sich hierzu der für alle drei Apparate gültigen Gleichung

$$(T_0 - T_1)\, Q\, S = (t_1 - t_0)\, q\, s$$

bedienen. Aus dieser folgt:

$$t_1 - t_0 = \frac{Q\,S}{q\,s}\,(T_0 - T_1) = \frac{Q\,S}{q\,s}\,(T_0 - \Delta)\, i$$

Nehmen wir an: $T_0 - \Delta = 1000$, $Q = 0{\cdot}5$, $q = i$, so ergibt sich vermittelst der Zahlenreihen, welche für i_g, i_p, i_k aufgefunden wurden:

für F =	20	40	60	80	100	Quadratmeter.
$(t_1 - t_0)_g$ =	205	310	365	410	435	Grade.
$(t_1 - t_0)_p$ =	178	279	308	324	329	„
$(t_1 - t_0)_k$ =	184	258	293	312	322	„

Aehnliche Resultate, wie die, welche wir hier für einen Luftkesselapparat gefunden haben, ergeben sich auch für Dampfkessel.

Ob die Gesammtheit dieser Ergebnisse über die Heizapparate naturgemäss sind, könnte nur durch Versuche ausgemittelt werden. Die gewöhnliche Praxis wird hier nicht entscheiden. Die Dampfkesselpraxis hat wohl gelehrt, dass eine grosse Fläche vortheilhafter ist, als eine kleine, und dass alle Kesselarten bei gleicher Heizfläche einerlei Resultat geben; auch weiss man, dass die Verdampfungsfähigkeit verschiedener Kessel bei gleichem Brennstoffaufwand nicht im Verhältniss der Heizflächen zunimmt, der wahre Zusammenhang zwischen der Heizfläche eines Kessels und der Nutzleistung desselben ist aber aus dieser Kesselpraxis nicht nachgewiesen.

Das Uebereinstimmende der Heizapparate.

Die drei Heizapparate erfordern, wie wir gesehen haben, für gleiche Leistungen sehr verschiedene Heizflächen, sie werden daher bei gleich grossen Heizflächen verschiedene Leistungen hervorbringen. Diese Apparate haben jedoch mehrere übereinstimmende Eigenschaften, die von praktischer Wichtigkeit sind.

Sie stimmen erstens darin überein, dass ihre Leistungen nur allein von der Grösse, nicht aber von der Form der Heizfläche abhängen. Heizapparate der gleichen Art bringen also gleiche Leistungen hervor, wie auch die Form der Heizfläche beschaffen sein mag, wenn sie nur von gleicher Grösse sind. Dieselben haben ferner die übereinstimmende Eigenschaft, dass ihre Leistungen unabhängig sind von der Länge und auch von dem Querschnitt des Luftkanals, vorausgesetzt, dass dieser letztere klein genug ist, damit in jedem Punkt eines Querschnittes die gleiche Temperatur eintritt. Es ist also, um eine vortheilhafte Erhitzung der Luft hervorzubringen, nicht nothwendig, die Luft in mannigfaltigen, weitläufigen und complizirten Windungen um die Heizfläche herumzuführen, sondern es genügt, wenn man sie gerade aus oder in einfacher Krümmung nach dem Kamin leitet. Die Querschnitte der Kanäle, durch welche die Verbrennungsgase und die zu erwärmende Luft ziehen, dürfen jedoch nicht gar zu klein gemacht werden, weil sonst die Reibungswiderstände beträchtlich würden, was zur Folge hätte, dass man ein sehr stark ziehendes Kamin anwenden müsste, und dass der zum Betrieb der Compressionspumpe erforderliche Effekt vergrössert würde.

Diese Grundsätze gelten auch für Dampfkesselheizungen, nur hat für dieselben k einen andern und zwar einen grössern, daher günstigern Werth. Die Mehrzahl der Praktiker waren bisher und sind auch jetzt noch immer der Meinung, dass man durch die Form der Heizfläche und insbesondere auch durch die Anordnung und Länge der Luftzüge wesentliche Vortheile erzielen könne, und diese Ansicht hat zu den vielen complizirten Kesseleinrichtungen geführt, die aber immer wiederum verlassen wurden. Die Lokomotivkessel, die Röhrenkessel der Dampfschiffe, insbesondere aber die Versuche von *Cavé* zur Bestimmung der Leistungen verschiedener Kesseleinrichtungen, hätten schon längst diese irrige Meinung verdrängen sollen.

Theorie der Luftexpansions-Maschine.

Die Effektverhältnisse.

In der folgenden Theorie der Luftexpansions-Maschine wird vorausgesetzt:

1. dass der Beharrungszustand der Bewegung eingetreten sei;

2. dass sich die Temperatur der Luft während ihrer Expansion im Cylinder nicht ändere, dass also die Ausdehnung der Luft nach dem *Mariot*'schen Gesetz erfolge;

3. dass zwischen Kolben und Cylinder und überhaupt an den verschiedenen Dichtungen keine Luft entweiche.

Im Beharrungszustand der Bewegung erfolgen alle einzelnen Kolbenschübe in ganz gleicher Weise. Am Anfange und am Ende jedes Schubes stimmen die Bewegungsgeschwindigkeiten und daher auch die lebendigen Kräfte der Massen vollkommen überein, was nur dann möglich ist, wenn die während eines Schubes durch den Druck der Luft gegen den Kolben entwickelte Wirkung durch die Gegenwirkungen sämmtlicher Widerstände consumirt wird. Am Ende des Anlaufes muss also die Luft im Innern des Röhrenapparates eine Spannung annehmen, bei welcher der mittlere Werth des Druckes, welchen die Luft während eines Schubes gegen den Kolben ausübt, dem totalen Widerstande gleich wird, welcher der Bewegung des Kolbens der Expansions-Maschine entgegenwirkt. Weil aber ferner nach jedem einzelnen Schub die gleiche Spannung eintritt, so muss die während eines Schubes durch die Compressionsmaschine in den Röhrenapparat getriebene Luft eben so gross sein, als jene, die bis zum Beginne der Expansion in den Expansionscylinder eintritt.

Für die Berechnung der Maschine wählen wir folgende Bezeichnungen. Wir nennen:

A den Querschnitt des Expansionscylinders;

L Länge des Kolbenschubes;

V die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens per 1 Sekunde, welche gefunden wird, wenn man die Länge des Kolbenschubes durch die Zeit eines Schubes dividirt. Demnach ist:

$\frac{L}{V}$ die Zeit eines Kolbenschubes,

L_1 der Weg, den der Kolben zurücklegt, bis die Absperrung eintritt;

M der Coeffizient für den schädlichen Raum, d. h. die Zahl, mit welcher man das Volumen A L, welches der Kolben bei einem Schub beschreibt, multipliziren muss, um das am Ende eines Kolbenschubes zwischen dem Kolben und dem Einströmungsventil befindliche Volumen zu erhalten;

$\mathfrak{A}$ der Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter $= 10330$ Kilogramm;

p der Druck der erhitzten Luft im Innern des Röhrenapparates und im Expansionscylinder, bis zum Eintritt der Expansion auf einen Quadratmeter. Streng genommen ist die Pressung im Innern der Röhre wegen des Reibungswiderstandes, wegen der veränderlichen Geschwindigkeiten des Kolbens, und wegen der

Unterbrechungen, die in den Communikationen des Compressionscylinders und des Expansionscylinders mit dem Röhrenapparat eintreten, nicht constant; allein man kann durch zweckmässige Einrichtungen die Veränderlichkeit von p beinahe ganz aufheben. Dies kann bewirkt werden, indem man die Summe der Querschnitte der Röhren, welche die zu erhitzende Luft durchströmt, hinreichend gross macht, und dann noch einen Windkessel anbringt, in welchem sich die Luft entweder vor oder nach der Erhitzung ansammelt;

r der auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche des Expansionscylinders bezogene schädliche Widerstand der Maschine, d. h. der Druck, welcher auf jeden Quadratmeter der Kolbenfläche wirken müsste, um zu überwinden 1) den vor dem Kolben des Expansionscylinders herrschenden Druck, welcher herrührt, theils von der äusseren Atmosphäre, theils von der nicht augenblicklich, sondern nur rasch erfolgenden Entweichung der Luft beim Beginn eines Schubes; 2) die mannigfaltigen, in der ganzen Maschine bis zum Schwungrad hin vorkommenden Reibungswiderstände. In r soll aber der Widerstand, den die Zusammenpressung der Luft in der Compressionspumpe verursacht, nicht enthalten sein;

$\gamma_0 = 1{\cdot}29$ Kilogramm das Gewicht von einem Kubikmeter atmosphärischer Luft bei 0^0 Temperatur und unter dem mittleren atmosphärischen Luftdruck;

$\alpha = 0{\cdot}00375$ der Ausdehnungscoeffizient der Gase durch die Wärme;

W die nutzbare Wirkung, welche die Maschine bei einem Kolbenschub entwickelt, in Kilogramm-Metern;

E_n der Nutzeffekt der Maschine in einer Sekunde, in Kilogramm-Metern;

$\left(\frac{W}{1}\right)$ die Nutzwirkung der Maschine für jede durch den Brennstoff entwickelte Wärmeeinheit;

y die Spannung der Luft hinter dem Kolben, nachdem derselbe einen Weg $x > L_1$ zurückgelegt hat;

R der auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche des Expansionscylinders reduzirte Druck, welchen die zu betreibende Maschine verursacht, oder der constante Druck, welcher auf jeden Quadratmeter der Kolbenfläche wirken müsste, um die Widerstände der zu betreibenden Arbeitsmaschinen zu bewältigen.

Ausser diesen Bezeichnungen gelten in der folgenden Untersuchung noch die in den Theorien der Heizapparate und der Compressionspumpe aufgenommenen.

Dies vorausgeschickt, gehen wir nun über zur Entwicklung der Theorie.

Das bei einem Schub aus dem Heizapparat in den Expansionscylinder übertretende Luftvolumen ist $A\ L_1 + M\ A\ L = A\ (L_1 + M\ L)$ und da diese Luft eine Spannkraft p und eine Temperatur t hat, so ist das Gewicht dieser Luftmenge $A\ (L_1 + M\ L) \frac{p}{\mathfrak{A}} \frac{\gamma_0}{1+\alpha t}$. Diese Luftmenge ist, nachdem der Kolben einen Weg $x > L_1$ zurückgelegt hat, in einen Raum von der Grösse $A\ x + M\ A\ L = A\ (x + M\ L)$ eingeschlossen, hat eine Temperatur t und übt auf jeden Quadratmeter einen Druck y aus. Das Gewicht dieser Luftmenge ist demnach: $A\ (x + M\ L) \frac{y}{\mathfrak{A}} \frac{\gamma_0}{1+\alpha t}$.

Man hat daher die Gleichung:

$$A\ (L_1 + M\ L) \frac{p}{\mathfrak{A}} = A\ (x + M\ L) \frac{y}{\mathfrak{A}} \frac{\gamma_0}{1+\alpha t}$$

woraus sich ergibt:

$$y = p\ \frac{L_1 + M\ L}{x + M\ L} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

Nun ist die Nutzwirkung, welche während eines Schubes entwickelt wird, gleich der Wirkung, die der constante Druck p bis zur Absperrung entwickelt; mehr der Wirkung des veränderlichen Druckes y während der Expansion; weniger der Wirkung, die während des ganzen Schubes durch den schädlichen Widerstand r consumirt wird; weniger der Wirkung, die bei einem Schub durch die Compressionspumpe consumirt wird.

Nun ist

1) die Wirkung der Luft bis zur Absperrung:

$$A\ p\ L_1$$

2) die Wirkung der Luft durch Expansion:

$$\int_{x=L_1}^{x=L} A\ y\ d\ x = \int_{x=L_1}^{x=L} A\ p\ \frac{L_1 + M\ L}{x + M\ L}\ d\ x = A\ p\ (L_1 + M\ L) \int_{x=L_1}^{x=L} \frac{d\ x}{x + M\ L}$$

$$= A\ p\ (L_1 + M\ L)\ \text{lognat.}\ \frac{L + M\ L}{L_1 + M\ L}$$

3) die dem Widerstande entsprechende Wirkung

$$A\, r\, L$$

4) die Wirkung, welche die Luftpumpe bei einem Schub consumirt, vermöge Gleichung (6)

$$a\, \mathfrak{A}\, l \left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \text{lognat.}\, \frac{p}{\mathfrak{A}}$$

Wir erhalten demnach folgenden Ausdruck:

$$W = \left\{ \begin{array}{l} A\, p\, L_1 + A\, p\, (L_1 + m\, L)\, \text{lognat.}\, \dfrac{L + M\, L}{L_1 + M\, L} \\ - A\, r\, L - a\, \mathfrak{A}\, l \left[1 - m\left(\dfrac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \text{lognat.}\, \dfrac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$$

oder

$$W = A\, L\, p \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{L_1}{L} + \left(M + \dfrac{L_1}{L}\right) \text{lognat.}\, \dfrac{L + M\, L}{L_1 + M\, L} \\ - \dfrac{r}{p} - \dfrac{a\, l}{A\, L}\, \dfrac{\mathfrak{A}}{p} \left[1 - m\left(\dfrac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \log.\, \dfrac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\} \quad (40)$$

Weil die Luftmenge $a\, l \left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \frac{\gamma_0}{1 + \alpha\, t_0}$ welche die Compressionspumpe bei einem Schub liefert (Gleichung 8) gleich sein muss der Luftmenge $A\, (L_1 + m\, L)\, \frac{p}{\mathfrak{A}}\, \frac{\gamma_0}{1 + \alpha\, t_1}$ so hat man auch:

$$a\, l \left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \frac{\gamma_0}{1 + \alpha\, t_0} = A\, (L_1 + M\, L)\, \frac{p}{\mathfrak{A}}\, \frac{\gamma_0}{1 + \alpha\, t_0} \quad (41)$$

woraus sich ergibt:

$$\frac{a\, l}{A\, L}\, \frac{\mathfrak{A}}{p} \left[1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] = \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1} \quad (42)$$

Vermittelst dieser Gleichung wird der Werth von W

$$W = A\, L\, p \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{L_1}{L} + \left(M + \dfrac{L_1}{L}\right) \text{lognat.}\, \dfrac{L + M L}{L_1 + M L} \\ - \dfrac{r}{p} - \left(\dfrac{L_1}{L} + M\right) \dfrac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1}\, \text{lognat.}\, \dfrac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\} \quad (43)$$

Dividirt man diesen Ausdruck durch die Zeit $\frac{L}{V}$ eines Schubes, so erhält man

$$E_n = A\,V\,p \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_1}{L} + \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \text{lognat.} \frac{L + M\,L}{L_1 + M\,L} \\ -\frac{r}{p} - \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1} \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$$

Dividirt man die Luftmenge $A\,(L_1 + M\,L)\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1 + \alpha t_1}$, die bei einem Schub in den Cylinder eintritt, durch die Zeit $\frac{L}{V}$ eines Schubes, so erhält man die in jeder Sekunde auf die Maschine wirkende Luftmenge q; man hat daher:

$$q = A\,V \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\, t_1} \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Vermöge der Gleichungen (B) oder (C) oder (D) ist aber

$$B\,\mathfrak{H} = (T_0 - \varDelta)\,Q\,s = (T_0 - \varDelta)\,q\,s\,\frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1}$$

Führt man hier für q den Werth (45) ein, so wird

$$B\,\mathfrak{H} = A\,V\,p\,\frac{s}{\mathfrak{A}}\left(\frac{L_1}{L} + M\right)\frac{T_0 - \varDelta}{T_0 - T_1}\,\frac{t_1 - t_0}{1 + \alpha\, t_1} \quad . \quad (46)$$

Der Quotient $\frac{E_n}{B\,\mathfrak{H}}$ ist die Wirkung, welche für jede im Brennstoffe enthaltene Wärmeeinheit gewonnen wird, ist also gleich $\left(\frac{W}{1}\right)$; man erhält demnach vermöge (44) und (46):

$$\left(\frac{W}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\,\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{1 + \alpha\, t_1}{t_1 - t_0} \left\{ 1 + \text{lognat.} \frac{L + M\,L}{L_1 + M\,L} \right\} \\ - \frac{1 + \alpha\, t_0}{t_1 - t_0} \log. \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{\left(\frac{r}{p} + M\right)\left(1 + \alpha\, t_1\right)}{\left(\frac{L_1}{L} + M\right)\left(t_1 - t_0\right)} \end{array} \right\} \quad (47)$$

Maximum des Effektes.

Der Expansionsgrad $\frac{L_1}{L}$, die Pressung p und die Temperaturerhöhung $t_1 - t_0$ sind drei von einander unabhängige Grössen;

es ist also die Frage, wie jede derselben genommen werden soll, damit $\left(\frac{W}{1}\right)$ den grössten Werth erhält.

Für die vortheilhafteste Expansion ist $\frac{d\left(\frac{W}{1}\right)}{d\left(\frac{L_I}{L}\right)} = o$

Sucht man diesen Differenzialquotienten und setzt denselben gleich Null, so ergibt sich:

$$\frac{d\left(\frac{W}{1}\right)}{d\left(\frac{L_I}{L}\right)} = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\,\frac{T_0 - T_I}{T_0 - \varDelta} \times$$

$$\left\{-\frac{1+\alpha\,t_I}{t_I - t_0}\,\frac{1}{\frac{L_I}{L}+M} + \frac{1+\alpha\,t_I}{t_I - t_0}\,\frac{\frac{r}{p}+M}{\left(\frac{L_I}{L}+M\right)^2}\right\} = o$$

Hieraus folgt:

$$\frac{L_I}{L} = \frac{r}{p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

Setzt man diesen Werth für $\frac{L_I}{L}$ in den Ausdruck (47) für $\left(\frac{W}{1}\right)$, bezeichnet aber diesen speziellen Werth mit $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$, so findet man:

$$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\,\frac{T_0 - T_I}{T_I - \varDelta}\left\{+\frac{1+\alpha\,t_I}{t_I - t_0}\,\text{lognat.}\,\frac{\frac{p}{r}(1+M)}{1+M\frac{p}{r}} - \frac{1+\alpha\,t_0}{t_I - t_0}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\right\}$$

Berücksichtiget man, dass M, $\frac{r-\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}}$, und $\frac{r}{p}$ kleine Grössen sind, so kann man annähernd setzen:

$$\log.\,\frac{p}{r}(1+M) = \log.\,(1+M) + \log.\,\frac{p}{r} = M + \log.\frac{p}{\mathfrak{A}+(r-\mathfrak{A})}$$

$$= M + \log. \frac{\frac{p}{\mathfrak{A}}}{1 + \frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}}} = M + \log. \frac{p}{\mathfrak{A}}$$

$$- \log. \left(1 + \frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}}\right) = M - \frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}} + \log. \frac{p}{\mathfrak{A}}$$

ferner: $$\log. \left(1 + M \frac{p}{r}\right) = M \frac{p}{r}$$

Hierdurch wird der Werth von $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$

$$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0} \frac{T_0 - T_{\prime}}{T_0 - \Delta} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + \alpha\, t_{\prime}}{t_{\prime} - t_0} \left[M - \frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}} + \log. \frac{p}{\mathfrak{A}} - M \frac{p}{r} \right] \\ - \frac{1 + \alpha\, t_0}{t_{\prime} - t_0} \operatorname{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$$

oder:

$$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0} \frac{T_0 - T_{\prime}}{T_0 - \Delta} \left\{ \begin{array}{l} + \alpha \operatorname{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \\ - \frac{1 + \alpha\, t_{\prime}}{t_{\prime} - t_0} \left[\frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}} + M \left(\frac{p}{r} - 1 \right) \right] \end{array} \right\} \quad (49)$$

Das letzte Glied in den Klammern ist aber, weil M und $\frac{r - \mathfrak{A}}{\mathfrak{A}}$ kleinere Grössen sind, $t_{\prime} - t_0$ aber einen unansehnlichen Werth hat, von keiner Bedeutung. Wenn also die vortheilhafteste Expansion angewendet wird, für welche $\frac{L_{\prime}}{L} = \frac{r}{p}$ ist, so ist die Wirkungsgrösse $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$, welche durch jede in dem Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen wird, von dem Erhitzungsgrad beinahe unabhängig, d. h. es ist hinsichtlich der vortheilhaftesten Benutzung des Brennstoffes beinahe gleickgültig, wie stark man die Luft erwärmt. Diese Wirkungsgrösse $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$ hängt dagegen von der Compression p ab, und ist dem natürlichen Logarithmus von $\frac{p}{\mathfrak{A}}$ beinahe proportional. Eine vortheilhafte Benutzung der Wärme kann also nur durch starke Compression und (weil $\frac{L_{\prime}}{L} = \frac{r}{p}$ sein soll), durch starke Expansion erzielt werden.

Der Quotient $\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}$ ist auch gleich $\frac{(T_0 - T_1) \, Q \, S}{(T_0 - \varDelta) \, Q \, S}$ und drückt aus: das Verhältniss zwischen der Wärmemenge, die durch die Heizfläche geht, und der Wärmemenge, die durch den Brennstoff entwickelt wird, bestimmt demnach die Güte des Heizapparates. Man kann daher sagen, dass die Wirkungsgrösse, welche durch jede im Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen wird, der Güte des Heizapparates proportional ist.

Die Wirkungsgrösse $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$ ist der spezifischen Wärme der Luft verkehrt proportional, was zu der Meinung führen könnte, dass es vortheilhaft sein müsste, die Maschine nicht mit atmosphärischer Luft, sondern mit einer Gasart zu treiben, welcher eine sehr kleine spezifische Wärme entspricht; aber diese Meinung ist nicht richtig, denn die Wirkungsgrösse $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$ ist nicht nur der spezifischeu Wärme s, sondern auch dem spezifischen Gewicht γ_0 der Gasart verkehrt proportional, und das Produkt γ_0 s (welches die Aethermenge ausdrückt, die die Volumseinheit eines Gases enthält), ist, wie *Regnault* zuerst gezeigt hat, eine constante Grösse, woraus hervorgeht, dass die Wirkung, welche durch jede Wärmeeinheit des Brennstoffes gewonnen werden kann, von der zum Betrieb angewendeten Gasart ganz unabhängig ist.

Die Gleichung (49) zeigt auch, dass $\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$ dem Ausdehnungscoeffizienten α beinahe proportional ist. Dieser hat aber ebenfalls für alle Gase den gleichen Werth; daher auch aus diesem Grunde jede Gasart gleich gute Dienste leistet.

Vernachlässigt man das zweite in der grossen Klammer der Gleichung (49) enthaltene Glied, so findet man:

$$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A} \, \alpha}{s \, \gamma_0} \, \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta} \text{ lognat. } \frac{p}{\mathfrak{A}} \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Dies wäre die Wirkungsgrösse, welche durch jede Wärmeeinheit des Brennstoffes mit einer absolut vollkommenen Maschine (für welche $r = \mathfrak{A}$, $M = o$ wäre), gewonnen werden könnte, wenn man die Expansion so weit fortsetzte, dass zuletzt am Ende des Kolbenschubes hinter dem Kolben eine Spannung $= \mathfrak{A}$ einträte. Diese grösste Wirkungsgrösse ist also: dem Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratmeter, dem Ausdehnungscoeffizienten für Gase, der Güte des Heizapparates, und dem natürlichen Logarithmus des Compressionsverhältnisses direkt, dagegen der in der Volumseinheit der Gase enthaltenen Aethermenge verkehrt proportional.

Bestimmung des Werthes von R.

Es erübrigt nun noch, den auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche reduzirten Widerstand R auszudrücken, den die zu betreibenden Maschinen verursachen, und durch dessen Ueberwindung ein nutzbares Resultat entsteht. Zur Bestimmung dieses Widerstandes hat man zunächst:

$$E_n = A\,R\,V.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (44), so ergibt sich für R folgender Werth:

$$R = p \left\{ \begin{array}{l} + \frac{L_1}{L} + \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \text{lognat.} \frac{L + M L}{L_1 + M L} \\ - \frac{r}{p} - \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1} \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\} \cdot \quad (51)$$

Setzt man in diesem Ausdruck den für $\left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1}$ aus der Gleichung (42) sich ergebenden Werth, so findet man auch:

$$R = p \left\{ \begin{array}{l} + \frac{L_1}{L} + \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \text{lognat.} \frac{L + M L}{L_1 + M L} \\ - \frac{r}{p} - \frac{a\,l}{A\,L} \frac{\mathfrak{A}}{p} \left[1 - m \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)\right] \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\} \quad (52)$$

Diese von den Temperaturen t_0 t_1, T_0 T_1 Δ unabhängige Gleichung belehrt uns über den Zusammenhang, in welchem im Beharrungszustand der Bewegung die Dimensionen der Maschine, der von der Arbeitsmaschine herrührende Widerstand, und die Spannung p der Luft im Innern des Apparates zu einander stehen. Betrachtet man M, m $\mathfrak{A}$ r als bestimmte constante Grössen, so drückt diese Gleichung eine gewisse Abhängigkeit zwischen den Grössen R, p, $\frac{L_1}{L}$, $\frac{a\,l}{A\,L}$ aus, vermittelst welcher jede dieser vier Grössen bestimmt werden kann, wenn die drei andern gegeben sind.

Sind z. B. p $\frac{L_1}{L}$, $\frac{a\,l}{A\,L}$ gegeben, so kann man R berechnen, das will sagen: wenn im Beharrungszustand einer Maschine von gegebenen Abmessungen im Innern des Apparates eine gewisse Spannung eintreten soll, so kann dies nur dadurch bewirkt werden, indem man der Maschine einen Widerstand zu überwinden aufbürdet, der so gross ist, als der Werth von R, welchen die Gleichung (52) bestimmt.

Wäre $\frac{L_1}{L}$, $\frac{a\, l}{A\, L}$, R gegeben, so kann man aus (52) p berechnen, d. h. wenn einer Maschine von gegebenen Abmessungen ein gewisser Widerstand R zu überwinden aufgebürdet wird, so tritt im Beharrungszustand ihrer Bewegung im Innern des Apparates eine Spannung p ein, die so gross ist, als der Werth, welcher aus der Gleichung (52) folgt. Diese Spannung ist also von der Grösse und Einrichtung des Ofens, so wie auch von der Lebhaftigkeit der Einfeuerung ganz unabhängig und richtet sich nur allein nach den Dimensionen der Maschine und nach dem zu überwindenden Widerstand.

Nachweisung, dass es vortheilhaft ist, wenn die Verdichtungspumpe kalte atmosphärische Luft aufsaugt und in den Ofen treibt.

Man könnte bei oberflächlicher Betrachtung der Sache zu der Meinung verleitet werden, dass es vortheilhafter sein müsste, wenn die Luftpumpe nicht kalte, sondern bereits erhitzte atmosphärische Luft aufsaugte und in den Heizapparat triebe; aber bei genauer Betrachtung der Sache, und insbesondere durch die bereits gewonnenen Rechnungsresultate kann man sich leicht überzeugen, dass eine solche Meinung eine irrige wäre.

Die Gleichung (50) zeigt, dass die Wirkungsgrösse, welche durch jede im Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen werden kann, der Güte des Heizapparates, nämlich dem Verhältniss $\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}$ proportional ist. Nun zeigen aber die Gleichungen (41), (42), (43), Seite 38, dass der Werth dieses Quotienten bei jedem der drei Heizapparate abnimmt, wenn t_0 wächst; es ist daher vortheilhaft, wenn die Luftpumpe möglichst kalte Luft aufsaugt.

Die aus dem Expansionscylinder mit hoher Temperatur entweichende Luft kann theilweise nützlich verwendet werden, wenn man sie statt kalter atmosphärischer Luft in den Feuerherd führt, und der Rest wird oftmals zur Erwärmung von Lokalitäten gebraucht werden können.

Leistungen der Maschine, wenn dieselbe ohne Expansion arbeiten würde.

Nothwendigkeit der Expansion.

Für eine ohne Expansion wirkende Maschine ist $\frac{L_1}{L} = 1$ und dann wird der Werth von $\left(\frac{W}{1}\right)$ vermöge (47):

$$\left(\frac{\overline{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}\left\{\frac{1 - \frac{r}{p}}{1 + M}\,\frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} - \frac{1 + \alpha t_0}{t_1 - t_0}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\right\}$$

Zieht man diesen Ausdruck von (47) ab, so findet man:

$$\left(\frac{W}{1}\right) - \left(\frac{\overline{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}\left\{\begin{array}{l} + \dfrac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0}\,\text{lognat.}\,\dfrac{L + ML}{L_1 + ML} \\[2ex] - \dfrac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0}\,\dfrac{\left(\frac{r}{p} + M\right)\left(1 - \frac{L_1}{L}\right)}{\left(1 + M\right)\left(\frac{L_1}{L} + M\right)} \end{array}\right\}$$

oder:

$$\left(\frac{W}{1}\right) - \left(\frac{\overline{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}\frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0}\left\{\begin{array}{l} \text{lognat.}\,\dfrac{L + ML}{L_1 + ML} \\[2ex] - \dfrac{\left(\frac{r}{p} + M\right)\left(1 - \frac{L_1}{L}\right)}{\left(1 + M\right)\left(\frac{L_1}{L} + M\right)} \end{array}\right\}$$

Vernachlässigt man für diese Vergleichung die schädlichen Räume und die Reibungswiderstände der Maschine, und nimmt ferner für die Expansionsmaschine die vortheilhafteste Expansion an, so ist zu setzen:

$$M = o,\quad r = \mathfrak{A},\quad \frac{L_1}{L} = \frac{r}{p} = \frac{\mathfrak{A}}{p},\quad \left(\frac{W}{1}\right) = \left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$$

und dann wird der letzte Ausdruck:

$$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) - \left(\frac{\overline{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0}\,\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}\,\frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0}\left\{\log.\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1 + \frac{\mathfrak{A}}{p}\right\}$$

Dividirt man diese Gleichung durch die Gleichung (50), so findet man:

$$\frac{\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)-\left(\frac{\overline{W}}{1}\right)}{\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)}=\frac{1+\alpha\, t_1}{\alpha\,(t_1-t_0)}\left\{1-\frac{1-\frac{\mathfrak{A}}{p}}{\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}}\right\}$$

Setzen wir: $t_0 = 10^0$, $t_1 = 300^0$, $\alpha = 0{\cdot}00375$, dann wird

für $\frac{p}{\mathfrak{A}} = \frac{L}{L_1}$ . . =	2	3	4	5
$\frac{\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)-\left(\frac{\overline{W}}{1}\right)}{\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)}$ =	0·54	0.77	0·90	0·98
$\frac{\left(\frac{\overline{W}}{1}\right)}{\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)}$ . . =	0·46	0·23	0·10	0·02

Hieraus ersieht man die Nothwendigkeit der expandirenden Wirkung der Luft. Denn selbst bei schwacher Verdichtung und schwacher Expansion ist die Wirkung einer Expansions-Maschine zwei Mal so günstig, als jene einer nicht expandirenden Maschine.

Bestimmung der Querschnitte des Expansionscylinders und Luftverdichtungscylinders einer zu erbauenden Maschine.

Die Querschnitte dieser Cylinder ergeben sich aus den bereits aufgefundenen Gleichungen.

Es folgt erstens aus der Gleichung (44), Seite 46:

$$A=\frac{\frac{E_n}{V\,p}}{\left\{\begin{array}{l}+\frac{L_1}{L}+\left(\frac{L_1}{L}+M\right)\text{lognat.}\,\frac{L+M\,L}{L_1+M\,L}\\ -\frac{r}{p}-\left(\frac{L_1}{L}+M\right)\frac{1+\alpha\,t_0}{1+\alpha\,t_1}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\end{array}\right\}}\quad . \qquad (53)$$

Hat man vermittelst dieses Ausdruckes A berechnet, so findet man ferner aus Gleichung (42), Seite 45:

$$a = A\,\frac{L}{l}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\left(\frac{L_1}{L} + M\right)\frac{1+\alpha t_0}{1+\alpha t_1}}{1 - m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)} \quad \ldots \quad (54)$$

Auch findet man die in jeder Sekunde zu erwärmende Luftmenge q. Es ist nämlich vermöge (45):

$$q = A\,V\left(\frac{L_1}{L} + M\right)\frac{p}{\mathfrak{A}}\cdot\frac{\gamma_0}{1+\alpha t_1} \quad \ldots \quad (55)$$

Der Ausdruck für A zeigt zunächst, dass der Querschnitt des Expansionscylinders der Kolbengeschwindigkeit (welche in dem Ausdruck für $\left(\frac{W}{1}\right)$ Gleichung 47 nicht erscheint) umgekehrt proportional ist. Man wird also diese Geschwindigkeit so gross annehmen, als es praktische Verhältnisse nur immer erlauben. Bei den feststehenden und Schiffsdampfmaschinen ist die Kolbengeschwindigkeit in der Regel 1 bis 1·3 Meter, bei den Lokomotiven dagegen 2 bis 3 Meter. Diese letztere Geschwindigkeit ist jedoch sowohl für die Wirkung des Dampfes auf die Maschine, als auch für den soliden Fortbestand der Maschine nachtheilig; es scheint daher rathsam zu sein, bei der Luftmaschine vorläufig nur eine Kolbengeschwindigkeit von 1 bis 1·3 Meter anzunehmen.

Aus der Gleichung (53) ersieht man ferner, dass der Cylinderquerschnitt von dem Grad der Lufterhitzung abhängt. Ist t_1 sehr gross, so fällt A klein aus. Am deutlichsten erkennt man den Einfluss von $t_1 - t_0$ auf A, wenn man in den Ausdruck für A, $M = o$, $\frac{L_1}{L} = \frac{r}{p}$ und überdies $r = \mathfrak{A}$ setzt, also eine absolut vollkommene Maschine annimmt, dann wird:

$$A = \frac{E_n}{\alpha\,V\,\mathfrak{A}\log.\frac{p}{\mathfrak{A}}}\,\frac{1+\alpha t_1}{t_1 - t_0} \quad \ldots\ldots \quad (56)$$

und man sieht hieraus deutlich, dass der Cylinderquerschnitt bei starker Lufterhitzung klein ausfällt. Bei schwacher Erhitzung würde der Cylinder und dadurch die ganze Maschine eine ganz unausführbare Grösse erhalten. Obgleich also, wie wir gesehen haben, die Temperatur der Luft auf die Nutzwirkung, welche aus jeder im Brennstoff enthaltenen Wärmeeinheit gewonnen werden kann, beinahe keinen Einfluss hat, daher in dieser Hinsicht beinahe gleichgültig ist, so muss man sich doch, damit die Maschine nicht übermässig gross ausfällt, eine starke Erhitzung der Luft gefallen lassen, was, wie wir später sehen werden, zu Schwierigkeiten führt, welche die allgemeine Anwendung der Maschine fast bezweifeln lassen.

Aus dem Ausdruck (56), der jedoch nur für eine vortheilhafte Expansion annähernd richtig ist, ersieht man auch die Nothwendigkeit einer starken Compression der Luft, indem dadurch der Cylinderquerschnitt abermals verkleinert wird.

Damit also die Maschine nicht zu gross ausfällt, muss die Luft stark verdichtet und stark erhitzt werden, und muss die Geschwindigkeit des Expansionskolbens gross sein. Dies sind aber Bedingungen, deren Erfüllung zu sehr grossen praktischen Schwierigkeiten führen wird.

Was die Grösse der Verdichtungspumpe betrifft, so belehrt uns die Gleichung (54) und kann man auch ohne alle Rechnung leicht einsehen, dass eine starke Verdichtung und heftige Erhitzung der Luft und eine grosse Kolbengeschwindigkeit vortheilhaft sein müssen; denn wenn die Luft wenig verdichtet und wenig erhitzt wird, ist zur Hervorbringung einer gewissen Wirkung natürlich eine sehr grosse Luftmenge und daher auch eine grosse Pumpe nothwendig. Dadurch ist nun abermals die Construktion der Maschine sehr erschwert; denn es ist keine leichte Sache, eine grosse Verdichtungspumpe herzustellen, welche für eine Spannung von 3 bis 4 Atmosphären einen dauernden Luftverschluss gewährt.

Vergleichung der Luftexpansions-Maschine mit einer Dampfexpansions-Maschine hinsichtlich des Brennstoffbedarfes.

Diese Luftexpansions-Maschine könnte natürlich nur dann von einer praktischen Bedeutung werden, wenn dieselbe hinsichtlich des Brennstoffverbrauches ein bedeutend günstigeres Resultat erwarten liesse als eine gut angeordnete Dampfmaschine. Eine Vergleichung dieser Maschine hinsichtlich ihres Brennstoffverbrauches ist daher von entscheidender Wichtigkeit. Das Einfachste und Ueberzeugendste was man in dieser Hinsicht auf dem Papier thun kann, sind numerische Rechnungen.

Erstes Beispiel.

Es sei für den Heizapparat:

$$t_0 = 10^0 \qquad \Delta = 200^0 \qquad \lambda = 2 \qquad k = \frac{1}{253}$$

$$t_1 = 200^0 \qquad s = 0{\cdot}2669 \qquad \mathfrak{H} = 6000$$

Ferner für die Maschine:

$E_n = 75\ N_n \quad p = 3 \times 10330 \quad v = 1{\cdot}3$

$V = 1 \quad r = 1{\cdot}5 \times 10330 \quad m = 0{\cdot}05$

$M = 0{\cdot}05 \quad \frac{L}{l} = 1 \quad \gamma_0 = 1{\cdot}29$

Für diese Annahmen geben zunächst die Gleichungen (D) Seite 31

$$T_0 = 1221, \ T_1 = 305, \ Q = 0{\cdot}207\ q, \ B = \frac{q}{106}, \ F_g = 21{\cdot}8\ q$$

und die Gleichungen (53), (54) und (55) geben dann ferner, wenn man die vortheilhafteste Expansion annimmt, für welche ist:

$$\frac{L_1}{L} = \frac{r}{p} = \frac{1{\cdot}5}{3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0{\cdot}5$$

$$\frac{L_1}{L} + \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \log. \frac{L + M L}{L_1 + M L} = 0{\cdot}5 + 0{\cdot}55 \log. 1{\cdot}99 = 0{\cdot}8786$$

$$\text{lognat.}\ \frac{p}{\mathfrak{A}} = \text{lognat.}\ 3 \ldots\ldots\ldots\ldots = 1{\cdot}0986$$

$$\left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t_1} = 0{\cdot}55\ \frac{1 + 0{\cdot}00375 \times 10}{1 + 0{\cdot}00375 \times 200} \ldots = 0{\cdot}3261$$

$$A = \frac{75\ N_n}{30990 \left\{ 0{\cdot}8786 - 0{\cdot}5 - 0{\cdot}3261 \times 1{\cdot}0986 \right\}} \ldots = \frac{N_n}{8{\cdot}4}$$

$$a = \frac{N_n}{8{\cdot}4}\, 3\, \frac{0{\cdot}3261}{1 - 0{\cdot}05 \times 2} \ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{7{\cdot}72}$$

$$q = \frac{N_n}{8{\cdot}4} \times 1 \times 0{\cdot}55 \times 3 \times \frac{1{\cdot}29}{1{\cdot}75} \ldots\ldots = \frac{N_n}{6{\cdot}9}$$

und wenn man diesen Werth von q in die obigen Ausdrücke für B und F_g einführt:

$$B = \frac{N_n}{6{\cdot}9}\, \frac{1}{106} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{731}$$

$$F_g = 21{\cdot}8\ \frac{N_n}{6{\cdot}9} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 3{\cdot}1\ N_n$$

Diese Resultate sind nun in jeder Hinsicht sehr ungünstig und praktisch ganz unausführbar. Der Cylinderquerschnitt würde z. B. für eine Maschine von 100 Pferdekräften $\frac{100}{8{\cdot}4} = 12$ Quadratmeter werden und der Brennstoffverbrauch wäre in einer Stunde für jede Pferdekraft $\frac{3600}{731} = 5$ Kilogramm, also so gross, als bei einer sehr mittelmässigen Dampfmaschine. Man sieht hieraus, dass man mit schwachen Verdichtungen und schwachen Erhitzungen das Ziel nicht erreichen kann.

Machen wir nun ferner folgende Annahme:

$$t_0 = 10^0 \quad \Delta = 300 \quad s = 0{\cdot}2669 \quad \mathfrak{H} = 6000$$

$$t_1 = 300 \quad T_1 = \frac{1}{3} T_0 \quad \lambda = 2 \quad k = \frac{1}{253}$$

$$E_n = 75\, N_n \quad p = 4 \times 10330 \quad v = 1{\cdot}3$$

$$V = 1{\cdot}3 \quad r = 1{\cdot}5 \times 10330 \quad m = 0{\cdot}05$$

$$M = 0{\cdot}05 \quad \frac{L}{l} = 1 \quad \gamma_0 = 1{\cdot}29$$

so geben die Gleichungen D und (53), (54), (55), vorausgesetzt, dass abermals die vortheilhafteste Expansion angewendet wird:

$$T_0 = 1321, \quad T_1 = 440, \quad Q = 0{\cdot}330\, q, \quad B = \frac{q}{66{\cdot}6}, \quad F_g = 28{\cdot}8\, q$$

$$\frac{L_1}{L} = \frac{r}{p} = \frac{1{\cdot}5}{4} = \ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}3750$$

$$\frac{L_1}{L} + \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \text{lognat.} \frac{L + M L}{L_1 + M L} \ldots\ldots = 0{\cdot}7594$$

$$\text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \ldots\ldots\ldots\ldots = 1{\cdot}3863$$

$$\left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1} \ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}2074$$

$$A = \frac{75\, N_n}{41320 \times 1{\cdot}3 \{0{\cdot}7594 - 0{\cdot}375 - 0{\cdot}2074 \times 1{\cdot}3863\}} = \frac{N_n}{69{\cdot}4}$$

$$a = \frac{N_n}{69{\cdot}4}\, 4\, \frac{0{\cdot}2074}{0{\cdot}85} \ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{71}$$

$$q = \frac{N_n}{69{\cdot}4}\, 1{\cdot}3 \times 0{\cdot}425 \times 4 \times \frac{1{\cdot}29}{2{\cdot}125} \ldots\ldots = \frac{N_n}{51{\cdot}7}$$

$$F_g = 28{\cdot}8\, \frac{N_n}{51{\cdot}7} \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{1{\cdot}79}$$

$$B = \frac{N_n}{51{\cdot}7}\, \frac{1}{66{\cdot}6} \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{3443}$$

Brennstoff in einer Stunde für eine Pferdekraft = 1·05 Kilogrammen.

Hier ist nun das Resultat hinsichtlich des Brennstoffverbrauches ein äusserst günstiges, denn die allerbesten Dampfmaschinen brauchen für jede Pferdekraft in einer Stunde wenigstens 2 Kilogramm Steinkohlen, also zwei Mal so viel, als wir für die Luftexpansions-Maschine gefunden haben. Was die Grösse der Maschine betrifft, so erscheint diese zwar ausführbar, aber doch noch immer zu bedeutend. Denn für eine Maschine von 100 Pferdekräften müsste der Expansionscylinder 1·44 Quadratmeter und der Pumpencylinder 1·4 Quadratmeter Querschnitt erhalten; wo hingegen der Cylinderquerschnitt einer 100pferdigen *Watt'schen* Niederdruckmaschine nur 1·13 Quadratmeter beträgt.

Berechnen wir nun noch für folgende Annahmen:

$$t_0 = 10^0 \qquad \Delta = 400 \qquad s = 0{\cdot}2669 \qquad \mathfrak{H} = 6000$$

$$t_1 = 400 \qquad T_1 = \frac{1}{3} T_0 \quad \lambda = 2 \qquad k = \frac{1}{253}$$

$$E_n = 75\, N_n \qquad p = 5 \times 10330 \qquad v = 1{\cdot}3$$

$$V = 1{\cdot}3 \qquad r = 1{\cdot}5 \times 10330 \qquad m = 0{\cdot}05$$

$$M = 0{\cdot}05 \qquad \frac{L}{L} = 1 \qquad \gamma_0 = 1{\cdot}29$$

Die Gleichungen D (53), (54), (55) geben:

$$T_0 = 1421,\ T_1 = 473,\ Q = 0{\cdot}419\, q,\ B = \frac{q}{52{\cdot}6},\ F = 38.4\, q$$

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1{\cdot}5}{5} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}3$$

$$\frac{L_1}{L} = \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \text{lognat.}\ \frac{L + M\,L}{L_1 + M\,L} \ \ldots\ldots = 0{\cdot}6751$$

$$\text{lognat.}\ \frac{p}{\mathfrak{A}} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 1{\cdot}6094$$

$$\left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha\, t_0}{1 + \alpha\, t_1} \ \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}1453$$

$$A = \frac{75\, N_n}{51650 \times 1{\cdot}3 \,\{0{\cdot}67451 - 0{\cdot}3 - 0{\cdot}1453 \times 1{\cdot}6094\}} = \frac{N_n}{126}$$

$$a = \frac{N_n}{126}\, 5\, \frac{0{\cdot}1453}{1 - 0{\cdot}05 \times 4} \ \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{141{\cdot}5}$$

$$q = \frac{N_n}{126}\, 1{\cdot}3 \times 0{\cdot}35 \times 5 \times \frac{1{\cdot}29}{2{\cdot}5} \ \ldots\ldots = \frac{N_n}{107{\cdot}7}$$

$$F_g = 38{\cdot}4\, \frac{N_n}{107{\cdot}7} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{2{\cdot}8}$$

$$B = \frac{N_n}{107{\cdot}7}\, \frac{1}{52{\cdot}6} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{N_n}{5665}$$

Brennstoff in einer Stunde für jede Pferdekraft . . = 0·7 Kilg.

Diese Resultate sind nun in jeder Hinsicht sehr günstig. Der Cylinderquerschnitt A ist nun etwas kleiner, als der einer *Watt'schen* Maschine von gleicher Kraft. Die Heizfläche beträgt beinahe nur den dritten Theil von der eines Dampfkessels, und der Brennstoffverbrauch ist ebenfalls drei Mal kleiner, als bei der besten Dampfmaschine, die mit Condensation und mit Expansion arbeitet.

Wenn also diese Rechnungsresultate wenigstens annähernd richtig sind, und wenn es ferner praktisch möglich ist, die für einen günstigen Effekt aufgefundenen Bedingungen zu realisiren, so unterliegt es keinem Zweifel, dass diese Luftexpansions-Maschinen von bedeutendem praktischen Werth werden, dass sie sogar in sehr vielen Fällen die Dampfmaschinen mit Vortheil ersetzen könnten. Diese Resultate sind so viel versprechend, dass es als nothwendig erscheint, die Genauigkeit und Realisirbarkeit derselben auf das sorgfältigste zu prüfen, was in den folgenden Nummern geschehen soll.

Prüfung der entwickelten Theorie.

Die Rechnungsmethode, durch welche wir zu den Resultaten gekommen sind, beruht auf den allgemeinen Prinzipien der Mechanik, die ein für alle Mal feststehen, und durch keine neue Erfindung umgestossen werden. Die Durchführung der Rechnung ist sicherlich fehlerfrei, sie ist mehrmals wiederholt worden. Wenn also die Resultate unrichtig sind, so kann dies herrühren, theils von ungenauen Coeffizienten, theils von nicht ganz naturgemässen Voraussetzungen, theils endlich von verschiedenen in der Rechnung vernachlässigten Einflüssen.

Die Coeffizienten, welche in der Rechnung vorkommen, sind: 1) $s = 0{\cdot}2669$ die spezifische Wärme der Luft; 2) der Ausdehnungscoeffizient für Gase $\alpha = 0{\cdot}00375$; 3) $k = \frac{1}{253}$ der Wärmeleitungscoeffizient; 4) $\lambda = 2$ die Zahl, welche angibt, wie oftmals die in den Feuerungsraum einströmende Luft grösser ist, als die zum vollkommenen Verbrennen nothwendige kleinste Luftmenge; 5) $\mathfrak{H} = 6000$ die Heizkraft der Steinkohlen.

Der obige Werth von s ist derjenige, welchen die Physiker für die spezifische Wärme der Gase bei mässigen Temperaturen gefunden haben. Sollte s mit der Temperatur bedeutend veränderlich und für hohe Temperaturen bedeutend grösser sein, als wir angenommen haben (z. B. noch ein Mal so gross), so würden die aufgefundenen numerischen Resultate viel zu günstig sein.

Für den Coeffizienten α haben wir denjenigen Werth in Rechnung gebracht, welchen die Physiker für mässigere Temperaturen gefunden haben. Wahrscheinlich ist α nicht ganz constant. Sollte α für hohe Temperaturen bedeutend kleiner sein, als wir angenommen haben, so würden die numerischen Resultate abermals zu günstig sein, wovon man sich durch die Gleichung (50) am leichtesten überzeugen wird.

Den Coeffizienten k haben wir durch die mittleren Erfahrungen bestimmt, welche man an den Apparaten zur Erhitzung der Luft für Hochöfen gemacht hat. In diesem Werth kann auch eine Unrichtigkeit liegen, die jedoch nur auf die für den Heizapparat nothwendige Heizfläche, nicht aber auf die Leistungen der Maschine Einfluss haben kann. Wäre k veränderlich und für hohe Temperaturen bedeutend kleiner als $\frac{1}{253}$, so würde dies zur Folge haben, dass wir die Heizflächen zu klein bestimmt hätten. Wie aber auch k beschaffen sein mag, so steht doch der Satz fest, dass der Röhrenapparat mit Gegenströmen das beste Resultat zu geben vermag.

Für den Coeffizienten λ haben wir denjenigen in Rechnung gebracht, welcher, der Erfahrung gemäss, für Kesselheizungen gilt, und es ist kein Grund vorhanden, wesshalb es sich bei diesen Luftheizungen anders verhalten solle. Eine unrichtige Annahme von λ würde übrigens nur allein auf die Heizfläche, und auch auf diese nur einen sehr unbedeutenden Einfluss haben.

Die Heizkraft $\mathfrak{H}$ der Steinkohlen ist zuverlässig, erfahrungsgemäss angenommen worden.

Durch einige der Voraussetzungen, welche gemacht wurden, können vielleicht merkliche Fehler entstehen.

Die Theorie der Heizapparate beruht auf den Voraussetzungen, dass die durch die Heizfläche gehende Wärmemenge der Differenz der Temperaturen, welche zu beiden Seiten der Heizfläche vorhanden sind, proportional sei, und dass in allen Punkten des Querschnittes eines Stromes einerlei Temperatur herrsche. Sollten diese Voraussetzungen unrichtig sein, so würde dies wohl auf die Grösse der Heizfläche, aber nicht auf die Leistungen der Maschine Einfluss haben.

Die Effektberechnung der Maschine beruht auf den Voraussetzungen, dass sich die Temperatur der Luft während ihrer Ausdehnung nicht ändere, dass also das *Mariott'sche* Gesetz gelte.

Diese Voraussetzung ist eine unrichtige; die Temperatur der Luft nimmt mit der Ausdehnung ab, die Spannkraft der Luft nimmt daher mehr als im Verhältniss der Dichte ab; die Wirkung der Expansion ist demnach zu günstig berechnet; der dadurch entstehende Fehler wird jedoch wegen der hohen Temperatur doch nicht gross sein.

Vernachlässigt wurden in der Rechnung: die Abkühlungen des ganzen Apparates durch dessen Berührung mit der ihn umgebenden Luft; der Reibungswiderstand der Luft in den Röhren; das Entweichen der Luft zwischen den Kolben und Cylindern, an den Ventilen und an den Verbindungen der verschiedenen Bestandtheile des ganzen Apparates.

Gegen die Wärmeverluste durch Abkühlung kann man sich durch Einhüllungen des ganzen Apparates mit schlechten Wärmeleitern eben so gut schützen, wie bei den Dampfmaschinen, aber beträchtliche Luftverluste werden selbst bei äusserst vollkommener Ausführung der Maschine nur schwer zu vermeiden sein.

Aber ungeachtet all der aufgeführten Mängel der entwickelten Theorie dürfte doch das Hauptresultat derselben, dass nämlich die Luftexpansions-Maschine, wenn ihre praktische Ausführung gut gelingt, hinsichtlich des Brennstoffverbrauches der Dampfmaschine vorzuziehen wäre, durch die Erfahrung bestätigt werden, denn dieses Urtheil könnte doch nur dann ein unrichtiges sein, wenn die Wärmekapazität der Luft bei hohen Temperaturen bedeutend grösser wäre, als wir in Rechnung gebracht haben.

Praktische Schwierigkeiten, den Bedingungen einer zweckmässigen und vortheilhaften Einrichtung zu entsprechen.

Eine starke Verdichtung und hohe Temperatur der Luft, grosse Geschwindigkeit der Kolben, starke Expansion, vollkommen luftdichter Verschluss in allen Theilen der Maschine, Schutz gegen Wärmeverlust, ein Röhrenapparat mit hinreichender Heizfläche und mit Gegenströmen: dies sind, wie wir gesehen haben, die Bedingungen, bei deren Erfüllung ein vortheilhaftes Resultat erwartet werden kann. Wir wollen nun sehen, ob und auf welche Weise diesen Anforderungen entsprochen werden kann.

Die starke Verdichtung von so grossen Luftmassen, wie sie zum Betrieb dieser Maschine nothwendig sind, verursacht mancherlei Schwierigkeiten, insbesondere aber wird es schwer halten, eine ganz befriedigende Construktion der Verdichtungspumpe zu Stande zu bringen. Ein luftdichter Verschluss des Kolbens kann wohl durch die gegenwärtig bei Gebläsen übliche Einrichtung der Kolbendichtung erreicht werden, weil hier die Luft eine niedrige Temperatur hat; aber sehr schwierig wird es sein, die Ventile gut verschliessend zu machen. Lederklappen, wie man sie bei Gebläsen gebraucht, oder metallene Klappenventile werden wohl schwerlich genügen, sondern man wird wahrscheinlich eine grössere Anzahl metallene Kegelventile anwenden müssen, und die Gewichte derselben müssen durch Federn oder durch Gewichte balancirt werden, damit sie sich leicht und zur rechten Zeit öffnen und schliessen. Mit 4 Ventilen, nämlich mit 2 Einströmungs- und 2 Ausströmungsventilen, wird man nicht ausreichen, denn die Ein- und Ausströmungsöffnungen müssen, damit die Luft nicht zu stark beschleunigt werden muss, eine ansehnliche Grösse erhalten. Ausser diesen Schwierigkeiten, welchen man in der Construktion der Pumpe begegnet, verursacht die starke Verdichtung der Luft nur noch solche Schwierigkeiten, wie sie auch bei Dampfmaschinen, die mit höherer Spannung arbeiten, vorkommen; diese weiss man also zu überwinden.

Die starke Expansion wird sich ebenfalls durch gut angeordnete Schieber oder Ventilsteuerungen hervorbringen lassen.

Die bedeutende Geschwindigkeit von 1·3 Meter in einer Sekunde, mit welcher sich die Kolben bewegen müssen, damit die Dimensionen der Maschine nicht übermässig gross gemacht werden müssen, ist ein misslicher Umstand, denn es müssen desshalb die Ein- und Ausströmungsöffnungen, sowohl an der Pumpe als auch an dem Expansionscylinder verhältnissmässig gross gemacht werden.

Die Heizfläche, welche nach unserer Rechnung nothwendig zu sein scheint, um eine vortheilhafte Erwärmung der Luft zu erzielen, ist in Vergleich mit jener, welche Dampfkessel erfordern, klein, kann also ohne Schwierigkeit ausgeführt werden. Auch hält es nicht schwer, die Einrichtung zu treffen, dass die Verbrennungsgase und die zu erwärmende atmosphärische Luft nach entgegengesetzten Richtungen circuliren.

Die Wärmeverluste können, wie schon früher gesagt wurde, durch Einhüllungen der ganzen Maschine mit schlechten Wärmeleitern grösstentheils vermieden werden.

Die Hauptschwierigkeit liegt aber in der hohen Temperatur, bis zu welcher die treibende atmosphärische Luft erhitzt werden muss, damit die Dimensionen der Maschine eine noch ausführbare Grösse erhalten.

Es ist zunächst sehr zu besorgen, dass die einerseits mit den glühenden Verbrennungsgasen, anderseits mit der ebenfalls stark erhitzten atmosphärischen Luft in Berührung stehenden Heizröhren in verhältnissmässig kurzer Zeit verbrennen werden. Länger als ein Jahr wird ein solcher Heizapparat schwerlich gebraucht werden können, wo hingegen ein Dampfkessel 5 oder 10 Jahre gute Dienste leistet. Die grösste Schwierigkeit, welche die bis zu 300 oder 400° erhitzte Luft verursacht, liegt aber in dem Umstande, dass die ineinander und aneinander laufenden Theile des Expansionscylinders dieser heissen Luft ausgesetzt sind. Womit soll man da den Kolben, die Kolbenstange, die Steuerungsschieber oder Steuerungsventile einfetten? Mir ist kein Fett bekannt, das bei einer Temperatur von 300 oder 400° nicht eintrocknet; und im trockenen Zustande kann man doch diese Theile nicht aufeinander laufen lassen, denn sie würden sich in kurzer Zeit aufreiben. Vielleicht dass es der Chemie gelingen wird, eine Substanz ausfindig zu machen, die sich bei einer Temperatur von 300 bis 400° wie Oehl bei mässiger Temperatur verhält.

Die beste Aushülfe wäre eine Maschineneinrichtung ohne Kolben und überhaupt ohne Bestandtheile, die sich reibend an einander zu bewegen hätten. Die Turbinen hätten wohl diese Eigenschaft, allein diese müssten sich mit so grosser Geschwindigkeit bewegen, dass die Erhaltung ihrer Axen ganz unmöglich wäre, und überdies wären noch sehr weitläufige und krafterschöpfende Räderübersetzungen nothwendig, um von der Geschwindigkeit der Turbinenaxe auf die gewöhnliche Umdrehungsgeschwindigkeit zu kommen.

Die Schwierigkeiten, welche die hohe Temperatur der Luft verursacht, weiss ich nicht zu beseitigen, und so lange dies nicht gelingt, wird man sich wohl noch mit den Dampfmaschinen begnügen müssen.

Bestimmung aller Verhältnisse des Beharrungszustandes einer bereits existirenden Maschine, wenn derselben ein gewisser Widerstand zu überwinden aufgebürdet und auf dem Rost des Feuerherdes eine gewisse Quantität Brennstoff verbrannt wird.

Die gegebenen Grössen sind in diesem Falle:

$$\Delta \quad \lambda \quad S \quad s \quad t_0 \quad B \quad \mathfrak{H} \quad F_g \quad A \quad \frac{L_1}{L} \quad M \quad m \quad a \quad \mathfrak{A} \quad R$$

Die zu suchenden sind dagegen folgende:

$$T_0 - T_1 \quad t_1 \quad q \quad E_n \quad V \quad p \quad Q \quad \left(\frac{W}{1}\right)$$

Aus den Gleichungen der Zusammenstellung findet man diese unbekannten Grössen auf folgende Art.

Zunächst ergibt die Gleichung (19):

$$T_0 = \varDelta + \frac{545}{\lambda S}$$

Sodann ergibt die Gleichung (20):

$$Q = \frac{B \mathfrak{H} \lambda}{545}$$

Zur Bestimmung von p hat man vermöge (52) folgende in Bezug auf p transcendente Gleichung:

$$R = p \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_1}{L} + \left(M + \frac{L_1}{L} \right) \text{lognat.} \frac{L + M L}{L_1 + M L} \\ - \frac{r}{p} - \frac{a}{A} \frac{l}{L} \frac{\mathfrak{A}}{p} \left[1 - m \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1 \right) \right] \log. \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$$

Ist p gefunden, so folgt aus der Gleichung (42):

$$1 + \alpha t_1 = \frac{A}{a} \frac{L}{l} \frac{p}{\mathfrak{A}} \frac{\left(\frac{L_1}{L} + M \right)}{1 - m \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1 \right)} (1 + \alpha_1 t_0)$$

woraus t_1 bestimmt werden kann.

Eliminirt man q aus den Gleichungen (26) und (32), so erhält man zur Bestimmung von T_1 folgende transcendente Gleichung:

$$F_g = \frac{Q S}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_0 - t_0}}{1 - \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1}}$$

Hierauf findet man q aus Gleichung (26), aus welcher folgt:

$$q = Q \frac{S}{s} \frac{T_0 - T_1}{t_1 - t_0}$$

Ist auch q bestimmt, so erhält man zur Bestimmung von V folgenden aus Gleichung (45) sich ergebenden Ausdruck:

$$V = \frac{q}{A} \frac{\mathfrak{A}}{p} \frac{1 + \alpha t_0}{\gamma_0 \left(\frac{L_1}{L} + M \right)}$$

Und nun findet man E_n aus:

$$E_n = A \cdot V R$$

und endlich durch (47):

$$\left(\frac{W}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s \gamma_0} \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} \left[1 + \text{lognat.} \frac{L + M L}{L_1 + M L} \right] \\ - \frac{1 + \alpha t_0}{t_1 - t_0} \log. \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{\frac{r}{p} + M}{\frac{L_1}{L} + M} \frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} \end{array} \right\}$$

Somit sind also alle unbekannten Grössen bestimmt.

Theorie des Schwungrades.

Die drehende Bewegung des Schwungrades der Maschine ist selbst dann, wenn die zu treibenden Maschinen einen ganz unveränderlichen Widerstand verursachen, dennoch eine ungleichförmige. Sie ist ungleichförmig, 1) weil die Luft während ihrer Expansion mit veränderlicher Kraft gegen den Kolben drückt; 2) weil der Widerstand der Verdichtungspumpe einen periodisch veränderlichen Werth hat; 3) weil die Umwandlung der geradlinig hin- und hergehenden Bewegung der Kolben in die rotirende der Schwungradswelle vermittelst eines Kurbelmechanismus bewirkt wird. Wir wollen uns nur die Aufgabe vorlegen, die Masse des Schwungrades so zu bestimmen, dass die Ungleichförmigkeit der Bewegung des Schwungrades innerhalb gewisser Grenzen bleiben müsse. Zur Vereinfachung der Rechnung setzen wir voraus: 1) dass die zu betreibenden Maschinen einen unveränderlichen Widerstand verursachen, so zwar, dass die Kraft, mit welcher man senkrecht auf den Kurbelarm auf dessen Zapfen drücken müsste, um jenen Widerständen das Gleichgewicht zu halten, einen unveränderlichen Werth hat; 2) dass die Massen und insbesondere dass die lebendige Kraft der Massen der zu betreibenden Maschine im Vergleich zu jener des Schwungrades vernachlässigt werden dürfe; 3) dass auch die hin- und hergehenden Massen der Kolben, Kolbenstangen und Schubstangen unberücksichtigt bleiben dürfen; 4) dass die Schubstangen im Verhältniss zum Kurbelarm sehr lang oder, wenn man will, unendlich lang seien, so dass sich die Kolben nach dem reinen Sinusversus-Gesetz bewegen. Nebst den in den früheren Untersuchungen gewählten Bezeichnungen nehmen wir hier noch folgende an:

$\mathfrak{R}$ der Halbmesser des Schwungrades;

G das Gewicht des Schwungringes in Kilogrammen;

$\mathfrak{C}$ die mittlere Geschwindigkeit des Schwungringes;

φ der Winkel, welchen der Kurbelarm in irgend einer beliebigen Stellung der Kolben mit der Richtung ihrer Bewegung bildet;

α, β die Werthe von φ, welche dem Minimum und Maximum der Schwungradsgeschwindigkeit entsprechen;

μ eine Zahl, welche angibt, wie viel Mal der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten lebendigen Kraft des Schwungrades kleiner sein soll, als die lebendige Kraft, welche der mittleren Schwungradsgeschwindigkeit entspricht;

g = 9·808 Meter, die Beschleunigung durch die Schwere;

$\mathfrak{T}$ die Kraft, welche senkrecht auf den Kurbelarm auf die Kurbelzapfen wirkend im Stande wäre, den Widerständen der zu treibenden Maschine das Gleichgewicht zu halten.

Nun kommt es vor allem Anderen darauf an, die Werthe von α und β ausfindig zu machen. Dies sind diejenigen Werthe von φ, für welche die sämmtlichen Kräfte mit sämmtlichen Widerständen im Gleichgewicht sind. Dies kann aber möglicher Weise in 4 verschiedenen Zeitintervallen eintreten. Ein Gleichgewichtszustand kann eintreten: 1) in der Zeit vom Anfang des Kolbenschubes an bis zu dem Augenblick hin, in welchem das Einströmungsventil der Verdichtungspumpe sich öffnet; 2) in der Zeit von der Oeffnung des Einströmungsventils der Verdichtungspumpe bis zum Beginne der Expansion; 3) in der Zeit vom Beginne der Expansion bis zur Oeffnung des Ausströmungsventils der Verdichtungspumpe; 4) endlich in der Zeit von der Oeffnung des Ausströmungsventils der Luftpumpe bis zum Ende des Kolbenschubes.

Es müssen nun die Bedingungen des Gleichgewichts der Kräfte und Widerstände in diesen 4 Zeitintervallen aufgesucht werden.

Die Bedingungen ergeben sich für das erste Zeitintervall auf folgende Weise:

Es sei ξ der Weg, den der Kolben der Verdichtungspumpe während einer Zeit zurückgelegt hat, die kleiner ist, als das erste Zeitintervall; dξ das Fortschreiten dieses Kolbens im nächstfolgenden unendlich kleinen Zeitelemente, so sind $\frac{L}{l}\,\xi$, $\frac{L}{l}\,d\xi$, die

Wege, welche gleichzeitig der Expansionskolben zurücklegt, und der Werth von φ, welcher dem Weg ξ entspricht, ist an folgende Gleichung gebunden:

$$\xi = \frac{1}{2} (1 - \cos. \varphi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Die Kraft, mit welcher der Expansionskolben durch den Weg $\frac{L}{l} d\xi$ fortgeschoben wird, ist A (p — r). Die Wirkung dieser Thätigkeit ist demnach:

$$+ A (p - r) \frac{L}{l} d\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Nachdem der Kolben der Verdichtungspumpe den Weg ξ zurückgelegt hat, sind die Pressungen vor und hinter demselben, vermöge (1) $\frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi} \mathfrak{A}$, $\frac{m\,l}{m\,l + \xi}$ p. Dieser Kolben wird also durch das Wegelement $d\xi$ mit einer Kraft $\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi} p - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi} \mathfrak{A}\right] a$ getrieben, und dadurch wird folgende Wirkung entwickelt:

$$+ \left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi} \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right] \mathfrak{A}\, a\, d\xi \quad . \quad . \quad (59)$$

Der Widerstand $\mathfrak{T}$ kann durch R ausgedrückt werden; es ist nämlich:

$$\mathfrak{T} \frac{1}{2} \pi = A\, R\, l$$

demnach:

$$\mathfrak{T} = \frac{2}{\pi} R\, A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Dieser Widerstand wird, während der Expansionskolben das Wegelement $\frac{L}{l} d\xi$ zurücklegt, durch einen Weg $\frac{L}{2} d\varphi$ überwunden und diesem entspricht eine Wirkungsgrösse $\frac{2}{\pi} R\, A \frac{L}{2} d\varphi = \frac{2}{\pi} R\, A \frac{L}{l} \frac{d\xi}{\sin. \varphi}$, denn es ist vermöge (57) $d\xi = \frac{1}{2} \sin. \varphi\, d\varphi$.

Wenn nun während des ersten Zeitintervalles ein Gleichgewichtszustand eintreten soll können, so muss für denselben die Beziehung bestehen:

$$o = \int \left\{ \begin{array}{l} A\,(p - r)\,\frac{L}{l} - \frac{2}{\pi}\,R\,\mathfrak{A}\,\frac{L}{l}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \mathfrak{A}\,a\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right] \end{array} \right\} d\xi$$

oder

$$o = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}}\right) - \frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \frac{a\,l}{A\,L}\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right] \end{array} \right\}$$

oder endlich, wenn man für ξ aus (57) seinen Werth setzt:

$$o = \left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \frac{a\,l}{A\,L}\left[\frac{m\,l}{m\,l + \frac{1}{2}\,l\,(1 - \cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \frac{1}{2}\,(1 - \cos.\varphi)}\right] \end{array} \right\} \quad (61)$$

Diese Gleichung gilt aber nur von $\varphi = o$ bis zu einem Werth von φ, für welchen $\frac{1}{2}\,(1 - \cos.\varphi) = x_1 = m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)$ ist.

Wenn also der Gleichung (61) innerhalb der so eben bezeichneten Grenzen eine Wurzel entspricht, so tritt während des ersten Zeitintervalles ein Gleichgewichtszustand ein, und demselben entspricht offenbar ein Minimum der Schwungradsgeschwindigkeit, weil beim Beginne des Kolbenschubes die Kraft nicht im Stande sein kann, dem Widerstand das Gleichgewicht zu halten.

Suchen wir nun die Gleichgewichtsbedingung für das zweite Zeitintervall. In demselben wird der Expansionskolben wiederum mit einer Kraft A (p — r) fortgetrieben; das Element der Wirkung ist demnach $A\,(p - r)\,\frac{L}{l}\,d\,\xi$. Die Pressungen hinter und vor dem Kolben der Verdichtungspumpe sind:

$$\mathfrak{A} \text{ und } \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}$$

Das diesen Pressungen entsprechende Element der Wirkung ist demnach:

$$+\left[\mathfrak{A} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}\right] a\, d\xi$$

oder

$$-\frac{\xi}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}\, a\, d\xi = -\frac{1 - \cos.\varphi}{2\,m + 1 + \cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\, a\, d\xi$$

Das Element der Wirkung, welches der Ueberwindung des Widerstandes durch den Weg $\frac{L}{2}\, d\varphi$ entspricht, ist hier wiederum

$$-\frac{2}{\pi}\, R\, A\, \frac{L}{l}\, \frac{d\xi}{\sin.\varphi}$$

Die Bedingung des Gleichgewichts für das zweite Zeitintervall ist demnach:

$$o = A\,(p - r)\,\frac{L}{l}\, d\xi - \frac{1 - \cos.\varphi}{2\,m + 1 + \cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\, a\, d\xi - \frac{2}{\pi}\, R\, A\, \frac{L}{l}\, \frac{d\xi}{\sin.\varphi}$$

oder

$$o = \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}} - \frac{1 - \cos.\varphi}{2\,m + 1 + \cos.\varphi}\,\frac{a\,l}{A\,L} - \frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \quad (62)$$

Diese Gleichung gilt aber nur für diejenigen Werthe von φ, die innerhalb der Grenzen liegen, für welche
$1 - \cos.\varphi = 2\, m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)$ und $1 - \cos.\varphi = 2\,\frac{L_1}{L}$ wird.

Wenden wir uns weiter zum dritten Zeitintervall. In diesem wirkt die Luft durch Expansion und die Pressungen hinter und vor dem Expansionskolben sind, nachdem derselbe einen Weg $\xi > L_1$ zurückgelegt hat, vermöge (39) $\frac{M\,L + L_1}{M\,L + \xi}\, p$ und r.

Das entsprehende Element der Wirkung ist daher:

$$A\left[\frac{M\,L + L_1}{M\,L + \xi}\, p - r\right]\frac{L}{l}\, d\xi =$$

$$\left[\frac{M\,L + L_1}{M\,L + \frac{1}{2}\,L\,(1 - \cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}}\right] A\,\mathfrak{A}\,\frac{L}{l}\, d\xi$$

Die Elemente der Wirkungen, welche der Verdichtungspumpe und dem Widerstand $\mathfrak{T}$ entsprechen, sind hier wie im zweiten

Zeitintervall $-\frac{1-\cos.\varphi}{2\,m+1+\cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\,a\,d\xi$ und $-\frac{2}{\pi}\,R\,A\,\frac{L}{l}\,\frac{d\xi}{\sin.\varphi}$; die Bedingungen des Gleichgewichtes der Kräfte sind demnach im dritten Zeitintervall:

$$o=\left\{\begin{array}{l}\left[\frac{M\,L+L_1}{M\,L+\frac{1}{2}\,L\,(1-\cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}\right]A\,\mathfrak{A}\,\frac{L}{l}\,d\xi\\ -\frac{(1-\cos.\varphi)}{2\,m+1+\cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\,a\,d\xi-\frac{2}{\pi}\,R\,A\,\frac{L}{l}\,\frac{d\xi}{\sin.\varphi}\end{array}\right\}$$

oder

$$o=\left\{\begin{array}{l}\frac{M\,L+L_1}{M\,L+\frac{1}{2}\,L\,(1-\cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}\\ -\frac{1-\cos.\varphi}{2\,m+1+\cos.\varphi}\,\frac{a\,l}{A\,L}-\frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi}\end{array}\right\}. \quad (63)$$

Für die Grenzen, innerhalb welcher diese Gleichung gilt, ist:
$(1-\cos.\varphi)=2\,\frac{L_1}{L}$ und $(1-\cos.\varphi)=2\,(1+m)\left(1-\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)$

Im dritten Zeitintervall tritt also nur dann ein Maximum oder Minimum der Geschwindigkeit ein, wenn die Gleichung 63 für φ einen Wurzelwerth liefert, welcher innerhalb dieser Grenzen liegt.

Im vierten Zeitintervall sind die Pressungen vor und hinter dem Kolben der Verdichtungspumpe p und $\mathfrak{A}$. Das der Luftpumpe entsprechende Element der Wirkung ist demnach $-(p-\mathfrak{A})\,a\,d\xi$. Die Elemente der Wirkungen, die der Expansion und dem Widerstand $\mathfrak{T}$ entsprechen, sind dagegen wie im dritten Zeitintervall:

$$+\left[\frac{M\,L+L_1}{M\,L+\frac{1}{2}\,L\,(1-\cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}\right]A\,\mathfrak{A}\,\frac{L}{l}\,d\xi \text{ und } -\frac{2}{\pi}\,R\,A\,\frac{L}{l}\,\frac{d\xi}{\sin.\varphi}$$

und die Bedingungsgleichung des Gleichgewichtes wird hier:

$$o=\frac{M\,L+L_1}{M\,L+\frac{1}{2}\,L\,(1-\cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}-\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\frac{a\,l}{A\,L}-\frac{2\,R}{\pi\,\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \quad (64)$$

Für die Grenzen dieser Gleichung ist:

$$1-\cos.\varphi=2\,(1+m)\left(1-\frac{\mathfrak{A}}{p}\right) \text{ und } \varphi=180^{\circ}.$$

Aus der Natur der Sache geht hervor, dass während jedes Kolbenschubes nur Ein Minimum und Ein Maximum der Geschwindigkeit eintreten kann, es werden daher die vier Gleichungen (61) (62) (63) (64) mit Berücksichtigung der Grenzen nur zwei Wurzelwerthe liefern, und der kleinere wird dem Minimum, der grössere dem Maximum entsprechen. Welche dieser vier Gleichungen bedeutsame Wurzeln liefern, und wie gross dieselben sind, kann aber nur in jedem besonderen Falle durch numerische Rechnungen bestimmt werden.

Wir wollen die Wurzeln der Gleichungen für diejenigen Zahlenwerthe bestimmen, welche die Rechnung Seite (57) geliefert hat. Wir setzen also:

$$\frac{p}{\mathfrak{A}} = 4, \frac{r}{\mathfrak{A}} = 1{\cdot}5, \frac{L}{l} = 1, \frac{L_1}{L} = 0{\cdot}375, \quad M = m = 0{\cdot}05, \quad V = 1{\cdot}3$$

$$\frac{a}{A} \text{ nahe} = 1 \qquad R = \frac{75\ N_n}{A\ V} = \frac{75\ N_n}{\frac{N}{69{\cdot}4}\ 1{\cdot}3} = 4000, \quad \frac{R}{\mathfrak{A}} = 0{\cdot}4$$

Für diese Zahlenwerthe wird die Gleichung (61) des ersten Zeitintervalls:

$$o = 2{\cdot}5 + \frac{0{\cdot}05 \times 4}{0.05 + \frac{1}{2}(1 - \cos.\varphi)} - \frac{1{\cdot}05}{1{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos.\varphi)} - \frac{0{\cdot}25}{\sin.\ \varphi}$$

Dieser Gleichung entspricht innerhalb der Grenzen ihrer Gültigkeit eine Wurzel, und der Werth derselben ist annähernd $\varphi = 3^0$. Nachdem also die Kurbel einen Winkel von nur 3^0 zurückgelegt hat, tritt also schon das Minimum der Geschwindigkeit ein.

Die Gleichung (62) wird:

$$o = 2{\cdot}5 - \frac{1 - \cos.\ \varphi}{1{\cdot}1 + \cos.\ \varphi} - \frac{0{\cdot}25}{\sin.\ \varphi}$$

Derselben entspricht aber innerhalb der Grenzen ihrer Giltigkeit, nämlich innerhalb $\varphi = 45^0$ und $\varphi = 75^0 + 30$ keine Wurzel.

Die Gleichung (63) wird:

$$o = \frac{0{\cdot}05 + 0{\cdot}375}{0{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos.\ \varphi)}\ 4 - 1{\cdot}5 - \frac{1 - \cos.\ \varphi}{1{\cdot}1 + \cos.\ \varphi} - \frac{0{\cdot}25}{\sin.\ \varphi}$$

und dieser Gleichung entspricht innerhalb der Grenzen ihrer Giltigkeit, nämlich innerhalb $\varphi = 75^0 + 30$ und $\varphi = 180^0 - (54^0 + 30')$ eine Wurzel, und der Werth derselben ist $\varphi = 95^0$. Für diesen Winkel tritt also das Maximum der Geschwindigkeit ein.

Die Gleichung (64) des vierten Zeitintervalles brauchen wir nicht mehr zu untersuchen, da schon nach der Natur der Sache nur zwei Wurzeln Bedeutung haben können.

Für die Annahmen, welche wir gemacht haben, sind also die Werthe von α und β, die dem Minimum und dem Maximum der Geschwindigkeit entsprechen:

$$\alpha = 3^0$$
$$\beta = 95^0$$

Nun wollen wir die Masse des Schwungrades unter der Voraussetzung bestimmen, dass das Minimum der Geschwindigkeit in das erste und das Maximum in das dritte Zeitintervall fällt. Zu diesem Behufe müssen die Wirkungen berechnet werden, welche die Kräfte entwickeln und die Widerstände consumiren, während die Kurbel aus der Position $\varphi = \alpha$ in die Position $\varphi = \beta$ übergeht.

Für die Verdichtungspumpe ist die Differenz aus der Wirkung, die der hinter dem Kolben stattfindende Druck entwickelt, und der vor dem Kolben herrschende veränderliche Druck consumirt:

$$-\int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)} a\,\sigma_2\, d\xi_2 + \int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\sigma_1\, d\xi_1 + a\,\mathfrak{A}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta) - m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\}$$

Es ist aber, wenn man die Werthe von σ_2 und σ_1 berücksichtiget, welche die Gleichungen (1) darbieten:

$$\int a\,\sigma_2\, d\xi_2 = a\int\frac{m\,l+l}{m\,l+l-\xi_2}\,\mathfrak{A}\,d\xi_2 = -a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\int\frac{-d\xi_2}{m\,l+l-\xi_2}$$

demnach:

$$\int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)} a\,\sigma_2\, d\xi_2 = +\ a\,\mathfrak{A}\ (m\,l+l)\ \text{lognat.}\ \frac{2\,m+1+\cos.\alpha}{2\,m+1+\cos.\beta}$$

Ferner:

$$\int\limits_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\sigma_1\,d\,\xi_1 = \int\limits_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\frac{m\,l\,p}{m\,l+\xi_1}\,d\,\xi_1 = a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\frac{m\,\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}$$

Die algebraische Summe der Wirkungsgrössen, welche der Verdichtungspumpe entsprechen, ist demnach:

$$\left\{\begin{aligned} &-a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\,\text{lognat.}\,\frac{2\,m+1+\cos.\alpha}{2\,m+1+\cos.\beta} \\ &+a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\frac{m\,\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\ &+a\,\mathfrak{A}\,l\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \end{aligned}\right\} \quad (65)$$

Die algebraische Summe der Wirkungen, welche den Pressungen gegen den Expansionskolben entsprechen, ist:

$$\left\{\begin{aligned} &\int\limits_{L_1}^{\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)} A\,p\,\frac{L_1+M\,L}{x+M\,L}\,d\,x + A\,p\left\{L_1-\frac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \\ &\qquad -A\,r\left\{\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)-\frac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \end{aligned}\right\} =$$

$$= \left\{\begin{aligned} &+A\,p\,(L_1+M\,L)\,\text{lognat.}\,\frac{M\,L+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{M\,L+L_1} \\ &+A\,p\left\{L_1-\frac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \\ &-A\,r\,\frac{L}{2}\left\{\cos.\alpha-\cos.\beta\right\} \end{aligned}\right\} \quad (66)$$

Die Wirkung, welche der Ueberwindung des Widerstandes $\mathfrak{T} = \frac{2}{\pi}$ A R durch einen Weg $\frac{L}{2}(\beta - \alpha)$ entspricht, ist endlich:

$$-\frac{1}{\pi} A R L (\beta - \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Die der mittleren Geschwindigkeit des Schwungrades entsprechende lebendige Kraft seiner Masse ist annähernd

$$\frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2$$

Da wir nun verlangen, dass der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten lebendigen Kraft gleich werden soll dem μten Theil der mittleren lebendigen Kraft, so ist dieser Unterschied gleich zu setzen:

$$\frac{1}{\mu} \frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Allein die Aenderung der lebendigen Kraft des Schwungrades bei dessen Uebergang aus dem Minimum in das Maximum der Geschwindigkeit, ist gleich der Differenz aller produzirten und consumirten Wirkungen; man erhält daher, wenn man die Resultate (65) (66) (67) (68) zusammenfasst, zur Bestimmung von G folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{\mu} \frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2 = \left\{ \begin{array}{l} + A p (L_1 + M L) \operatorname{lognat.} \dfrac{M L + \frac{L}{2}(1 - \cos.\beta)}{M L + L_1} \\[2ex] + A p \left(L_1 - \dfrac{L}{2}(1 - \cos.\alpha) \right) \\[2ex] - A r \dfrac{L}{2} (\cos.\alpha - \cos.\beta) \\[2ex] - a \mathfrak{A} (m l + l) \operatorname{lognat.} \dfrac{2m + 1 + \cos.\alpha}{2m + 1 + \cos.\beta} \\[2ex] + a l m p \operatorname{lognat.} \dfrac{m \frac{p}{\mathfrak{A}}}{m + \frac{1}{2}(1 - \cos.\alpha)} \\[2ex] + a \mathfrak{A} l \left\{ \dfrac{1}{2}(1 - \cos.\beta) - m \left(\dfrac{p}{\mathfrak{A}} - 1 \right) \right\} \\[2ex] - \dfrac{1}{\pi} A R L (\beta - \alpha) \end{array} \right.$$

oder auch:

$$\frac{1}{\mu}\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = 4pL\left\{\begin{array}{l} +\left(\frac{L_1}{L}+M\right)\text{lognat.}\,\dfrac{ML+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{ML+L_1} \\ +\left[\frac{L_1}{L}-\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)\right] \\ -\frac{1}{2}\frac{r}{p}(\cos.\alpha-\cos.\beta) \\ -\frac{a}{A}\frac{\mathfrak{A}}{p}(m+1)\frac{1}{L}\text{lognat.}\,\dfrac{2m+1+\cos.\alpha}{2m+1+\cos.\beta} \\ +m\frac{a}{A}\frac{L}{l}\text{lognat.}\,\dfrac{m\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\ +\frac{a}{A}\frac{l}{L}\frac{\mathfrak{A}}{p}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \\ -\frac{1}{\pi}\frac{R}{p}(\beta-\alpha) \end{array}\right\}$$

Wenn man berücksichtiget, dass $75\ N_n = A\,V\,R$ und $L = \frac{30\,V}{n}$, wobei n die Anzahl der Umdrehungen bedeutet, die das Schwungrad in jeder Minute macht, so findet man auch folgenden Ausdruck:

$$\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = 30\times 75\frac{p}{R}\frac{\mu N_n}{n}\left\{\begin{array}{l} +\left(\frac{L_1}{L}+M\right)\text{lognat.}\,\dfrac{ML+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{ML+L_1} \\ +\frac{L_1}{L}-\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha) \\ -\frac{1}{2}\frac{r}{p}(\cos.\alpha-\cos.\beta) \\ -\frac{a}{A}\frac{\mathfrak{A}}{p}(m+1)\frac{1}{L}\text{lognat.}\,\dfrac{2m+1+\cos.\alpha}{2m+1+\cos.\beta} \\ +m\frac{a}{A}\frac{L}{l}\text{lognat.}\,\dfrac{m\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\ +\frac{a}{A}\frac{l}{L}\frac{\mathfrak{A}}{p}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \\ -\frac{1}{\pi}\frac{R}{p}(\beta-\alpha) \end{array}\right\}$$

welcher in Verbindung mit (52) und mit Berücksichtigung, dass

$$\mathfrak{C} = V \frac{R\pi}{L}$$

ist, zur Berechnung von G dient.

Wir haben früher für die Annahmen:

$$\frac{p}{\mathfrak{A}} = 4, \quad \frac{r}{\mathfrak{A}} = 1{\cdot}5, \quad \frac{L}{l} = 1, \quad \frac{L_1}{L} = 0{\cdot}375, \quad M = m = 0{\cdot}05 \quad V = 1{\cdot}3$$

$\frac{a}{A} = 1$, $\frac{R}{\mathfrak{A}} = 0{\cdot}4$ gefunden, dass $\alpha = 3^0$, $\beta = 95^0$ wird, und

wollen nun noch für diese Daten die lebendige Kraft des Schwungrades berechnen.

Die Glieder des Ausdruckes in der grossen Klammer werden:

$$+ 0{\cdot}375 + 0{\cdot}05 \text{ lognat.} \frac{0{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos. 95^0)}{0{\cdot}05 + 0{\cdot}375} \ldots = + 0{\cdot}1430$$

$$+ 0{\cdot}375 - \frac{1}{2}(1 - \cos. 3^0) \ldots\ldots = + 0{\cdot}3743$$

$$- \frac{1}{2}\,\frac{1{\cdot}5}{4}(\cos. 3^0 - \cos. 95^0) \ldots\ldots = - 0{\cdot}2714$$

$$- \frac{1}{4}(1 + 0{\cdot}05) \text{ lognat.} \frac{0{\cdot}1 + 1 + \cos. 3^0}{0{\cdot}1 + 1 + \cos. 95^0} \ldots = - 0{\cdot}1910$$

$$+ 0{\cdot}05 \text{ lognat.} \frac{0{\cdot}05 \times {\cdot}4}{0{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos. 3^0)} \ldots\ldots = + 0{\cdot}0693$$

$$+ \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2}(1 - \cos. 95^0) - 0{\cdot}05\,(4 - 1)\right\} \ldots = + 0{\cdot}0984$$

$$- \frac{0{\cdot}4}{4}\,\frac{95 - 3}{180} \ldots\ldots\ldots = - 0{\cdot}0513$$

Werth des Ausdruckes in der Klammer . . . . . $= + 0{\cdot}1713$

und nun wird:

$$\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = 30 \times 75 \frac{4}{0{\cdot}4} \times 0{\cdot}1713 \times \frac{\mu N_n}{n} = 3854 \frac{\mu N_n}{n}$$

Diese lebendige Kraft ist aber bedeutend grösser, als diejenige, welche ein Dampfmaschinen-Schwungrad erfordert.

Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Luftexpansionsmaschine.

Bedeutung der in den Formeln erscheinenden Buchstaben.

Für die Verdichtungspumpe.

a Querschnitt des Cylinders der Verdichtungspumpe.
l Länge des Kolbenschubes.
v mittlere Geschwindigkeit des Kolbens.
m = 0·05 Coeffizient für den schädlichen Raum.
q Luftmenge in Kilogrammen, welche durch die Pumpe in jeder Sekunde comprimirt werden soll.
p Druck der comprimirten Luft auf 1 Quadratmeter.

Für den Heizapparat.

F_k Heizfläche eines Kesselapparates.
F_p Heizfläche eines Röhrenapparates mit Parallelströmen.
F_g Heizfläche eines Röhrenapparates mit Gegenströmen.
s = 0·2669 spezifische Wärme der atmosphärischen Luft.
S nahe = s spezifische Wärme der Verbrennungsgase.
α = 0·00375 Coeffizient zur Berechnung der Ausdehnung aller Gase durch die Wärme.
$k = \frac{1}{253}$ Wärmemenge, welche bei einer Temperaturdifferenz von 1^0 in einer Sekunde durch 1 Quadratmeter Heizfläche geht.
γ_0 = 1·29 das Gewicht von einem Kubikmeter atmosphärischer Luft bei 0^0 Temperatur und unter dem mittleren atmosphärischen Luftdruck.
λ in der Regel = 2. Ein Coeffizient, welcher ausdrückt, wie viel Mal die in den Feuerherd einströmende Luft grösser ist, als die kleinste zum vollkommenen Verbrennen nothwendige Luftmenge.
$\mathfrak{H}$ Heizkraft des Brennstoffes, d. h. die Wärmemenge, welche durch Verbrennung von einem Kilogramm Brennstoff entwickelt wird. Für Steinkohlen ist $\mathfrak{H}$ = 6000, für trockenes Holz $\mathfrak{H}$ = 3000.
B Brennstoffmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde auf dem Rost verbrannt werden muss, um in jeder Sekunde eine Luftmenge von q Kilogrammen von t_0 Grad auf t_1 Grad zu erwärmen.

e = 2·718 die Basis der natürlichen Logarithmen.

Q Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde von dem Feuerherd nach dem Kamin strömt.

Δ Temperatur der in den Feuerherd einströmenden atmosphärischen Luft.

T_0 Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost.

T_1 Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase die Heizfläche verlassen und nach dem Kamin strömen.

t_0 Temperatur, mit welcher die zu erwärmende atmosphärische Luft in den Heizapparat eintritt.

t_1 Temperatur, mit welcher die erwärmte atmosphärische Luft den Heizapparat verlässt.

Für den Expansionscylinder.

A der Querschnitt des Expansionscylinders.

L Länge des Kolbenschubes.

V Geschwindigkeit des Kolbens.

L_1 Weg den der Kolben zurücklegt, bis die Absperrung erfolgt.

M = 0·05 der Coeffizient für die Berechnung des schädlichen Raumes.

$\mathfrak{A}$ = 10330 Druck der atmosphärischen Luft auf 1 Quadratmeter.

p Druck der verdichteten Luft auf 1 Quadratmeter.

r der auf 1 Quadratmeter der Kolbenfläche bezogene schädliche Widerstand der Maschine, d. h. der Druck, welcher auf jeden Quadratmeter der Kolbenfläche wirken müsste, um zu überwinden: 1) sämmtliche Reibungswiderstände der Maschine; 2) den vor dem Kolben des Expansionscylinders herrschenden Druck. In r soll jedoch der Widerstand nicht mit inbegriffen sein, den die Zusammendrückung der Luft verursacht.

$\left(\frac{W}{1}\right)$ die Wirkungsgrösse in Kilogramm-Metern, welche durch jede in dem Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen wird.

E_n der Nutzeffekt der Maschine in Kilogramm-Metern.

N_n der Nutzeffekt der Maschine in Pferdekräften.

$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right)$ Wirkungsgrösse in Kilogramm-Metern, welche mit einer absolut vollkommenen Maschine für jede im Brennstoff enthaltene Wärmeeinheit gewonnen werden könnte.

R der auf einen Quadratmeter der Fläche des Expansionscylinders reduzirte, von den zu betreibenden Maschinen herrührende Widerstand, durch dessen Ueberwältigung eine nützliche Arbeit entsteht.

Allgemeine Formeln zur Berechnung der Luftexpansionsmaschinen.

No.	der Formeln, welche zu finden sind	Seite.
19	$T_0 = \Delta + \frac{545}{\lambda S}$	23
15	$Q = q \frac{s}{S} \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1}$	22
20	$B = 545 \frac{Q}{\mathfrak{H} \lambda}$	23
16	$F_k = \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 \quad t_1}}{\frac{1}{Q S}}$	22
27	$F_p = \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\frac{1}{Q S} + \frac{1}{q s}}$	28
32	$F_g = \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\frac{1}{Q S} - \frac{1}{q s}}$	30
43	$\left(\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta}\right)_k = \frac{T_0 - t_0}{T_0 - \Delta} \frac{1 - e^{-\frac{k}{Q S} F_k}}{1 + \frac{Q S}{q s}\left(1 - e^{-\frac{k}{Q S} F_k}\right)}$	38
42	$\left(\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta}\right)_p = \frac{T_0 - t_0}{T_0 - \Delta} \frac{1 - e^{-k F_p \left(\frac{1}{q s} + \frac{1}{Q S}\right)}}{1 + \frac{Q S}{q s}}$	38

No.	der Formeln, welche zu finden sind	Seite.
41	$\left(\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta}\right)_g = \frac{T_0 - t_0}{T_0 - \Delta} \frac{1 - e^{-kF_g\left(\frac{1}{QS} - \frac{1}{qs}\right)}}{1 - \frac{QS}{qs} e^{-kF_g\left(\frac{1}{QS} - \frac{1}{qs}\right)}}$	38
44	$E_n = A V_p \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_1}{L} + \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \text{lognat.} \frac{L + ML}{L_1 + ML} \\ - \frac{r}{p} - \left(M + \frac{L_1}{L}\right) \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t_1} \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$	46
47	$\left(\frac{W}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s \gamma_0} \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} \left\{ 1 + \text{lognat.} \frac{L + ML}{L_1 + ML} \right\} \\ - \frac{1 + \alpha t_0}{t_1 - t_0} \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \\ - \frac{\left(\frac{r}{p} + M\right)\left(1 + \alpha t_1\right)}{\left(\frac{L_1}{L} + M\right)\left(t_1 - t_0\right)} \end{array} \right\}$	46
45	$q = A V \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{p}{\mathfrak{A}} \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t_1}$	46
54	$a = A \frac{L}{l} \frac{p}{\mathfrak{A}} \frac{\left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t_1}}{1 - m \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)}$	54
51	$R = p \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_1}{L} + \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \text{lognat.} \frac{L + ML}{L_1 + ML} \\ - \frac{r}{p} - \left(\frac{L_1}{L} + M\right) \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t_1} \text{lognat.} \frac{p}{\mathfrak{A}} \end{array} \right\}$	50

Formeln für absolut vollkommene Luftexpansionsmaschinen.

Für absolut vollkommene Luftexpansionsmaschinen wäre

$$M = o, \quad m = o, \quad r = \mathfrak{A}, \quad \frac{L_1}{L} = \frac{r}{p} = \frac{\mathfrak{A}}{p}$$

demnach:

No.	der Formeln, welche zu finden sind	Seite.
44	$E_n = A\,V\,\mathfrak{A}\,\frac{\alpha\,(t_1 - t_0)}{1 + \alpha\,t_1}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}$	44
50	$\left(\frac{\mathfrak{W}}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}\,\alpha}{s\,\gamma_0}\,\frac{T_0 - T_1}{T_0 - \varDelta}\,\text{lognat.}\,\frac{p}{\mathfrak{A}}$	49
45	$q = A\,V\,\frac{\gamma_0}{1 + \alpha\,t_1}$	46
54	$a = A\,\frac{L}{l}\,\frac{1 + \alpha\,t_0}{1 + \alpha\,t_1}$	54

Spezielle Regeln zur Bestimmung der Dimensionen einer zu erbauenden Luftexpansionsmaschine.

A.

Wenn die Luft auf das Vierfache ihres ursprünglichen Volumens verdichtet und von 10^0 auf 300^0 erwärmt werden soll, hat man folgende Regeln:

Querschnitt des Expansionscylinders für jede Pferdekraft des Nutzeffektes . . . . $\frac{1}{69 \cdot 4}$ Quadratmeter.

Querschnitt des Cylinders der Verdichtungspumpe für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{71}$ „

Heizfläche des Röhrenapparates mit Gegenströmen für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{1 \cdot 79}$ „

Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde verdichtet und erwärmt werden muss,

für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{51 \cdot 7}$ Kilogramm.

Brennstoffaufwand in einer Stunde für jede Pferdekraft . . . . 1·05 „

Absperrung auf 0·375 des Kolbenschubes.

B.

Wenn die Luft auf das Fünffache ihres ursprünglichen Volumens verdichtet und von 10° auf 400° erwärmt werden soll, hat man folgende Regeln:

Querschnitt des Expansionscylinders für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{126}$ Quadratmeter.

Querschnitt des Cylinders der Verdichtungspumpe für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{141 \cdot 5}$ „

Heizfläche eines Röhrenapparates mit Gegenströmen für jede Pferdekraft . . . . . $\frac{1}{2 \cdot 8}$ „

Luftmenge, welche in jeder Sekunde verdichtet und erwärmt werden muss, für jede Pferdekraft . . . . $\frac{1}{107 \cdot 7}$ Kilogramm.

Brennstoffaufwand in einer Sekunde für jede Pferdekraft . . . . 0·7 „

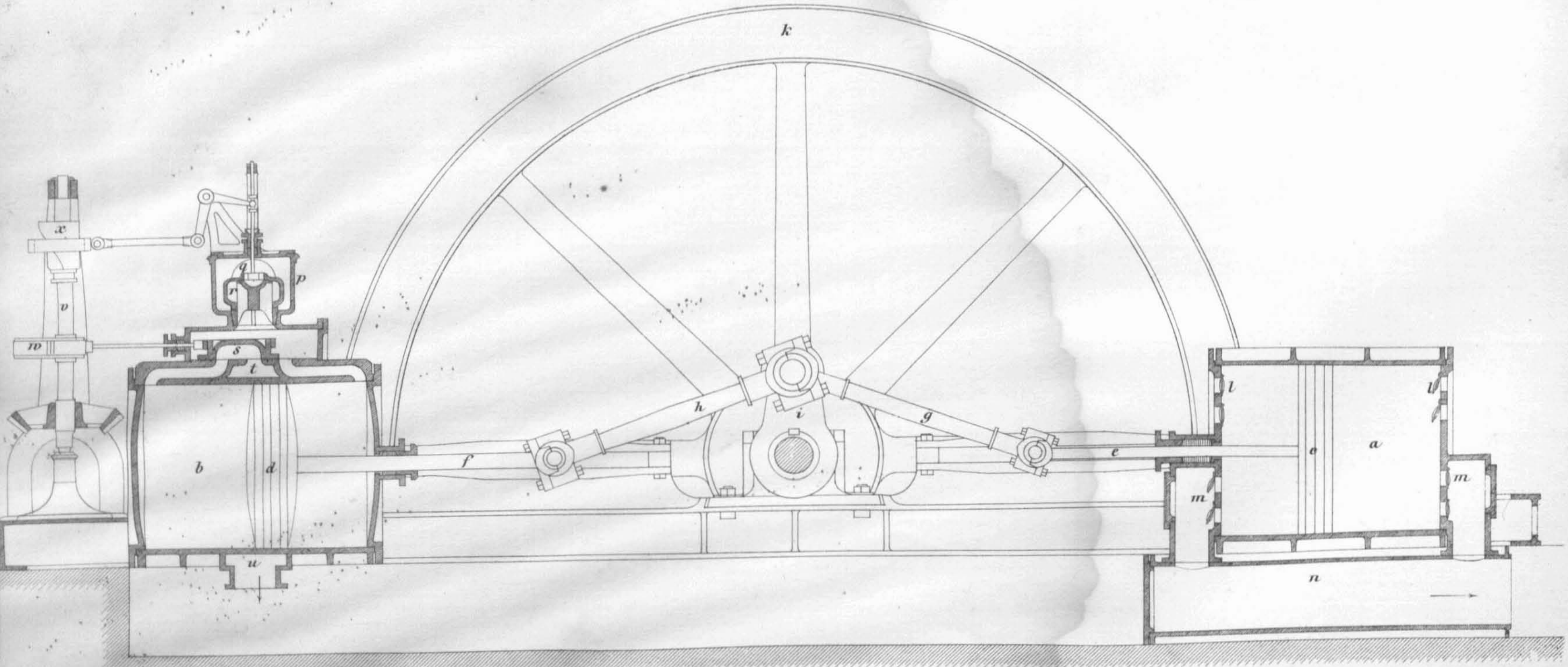
Absperrung auf 0·3 des Schubes.

Verbesserungen.

Seite	Zeile	statt	soll es heissen:
15	1 von unten	ξ_3	ξ_2
22	3 „ oben	$-$ const.	$+$ const.
28	7 „ unten	$\frac{1}{Q\,S} = \frac{1}{q\,s}$	$\frac{1}{Q\,S} + \frac{1}{q\,s}$
30	10 „ „	$\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_0$	$\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_1$
38	5 „ „	$\frac{T_1 - t_0}{T_0 - \Delta}$	$\frac{T_0 - t_0}{T_0 - \Delta}$
44	7 „ oben; 11 „ „; 13 „ „	t	t_1
44	13 „ „	$A\,(L_1 + M\,L)\,\frac{p}{\mathfrak{A}}$	$A\,(L_1 + M\,L)\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1+\alpha t_1}$
45	5 „ unten	$A\,(L_1 + M\,L)\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1+\alpha t}$	$A\,(L_1 + M\,L)\,\frac{p}{\mathfrak{A}}\,\frac{\gamma_0}{1+\alpha t_1}$
46	3 „	oben fehlt die Nr. der Formel, es ist (44).	
46	12 „ „	in der Formel (46) fehlt γ_0 als Faktor.	
48	12 „ unten	unansehnlichen	ansehnlichen.
63	1 „ „	$T_0 - T_1$	$T_0,\ T_1$
65	12 „ „	nur	nun.
75	3 „ „	$\frac{a\,L}{A\,l}$	$\frac{a\,l}{A\,L}$

Luftexpansions-Maschine

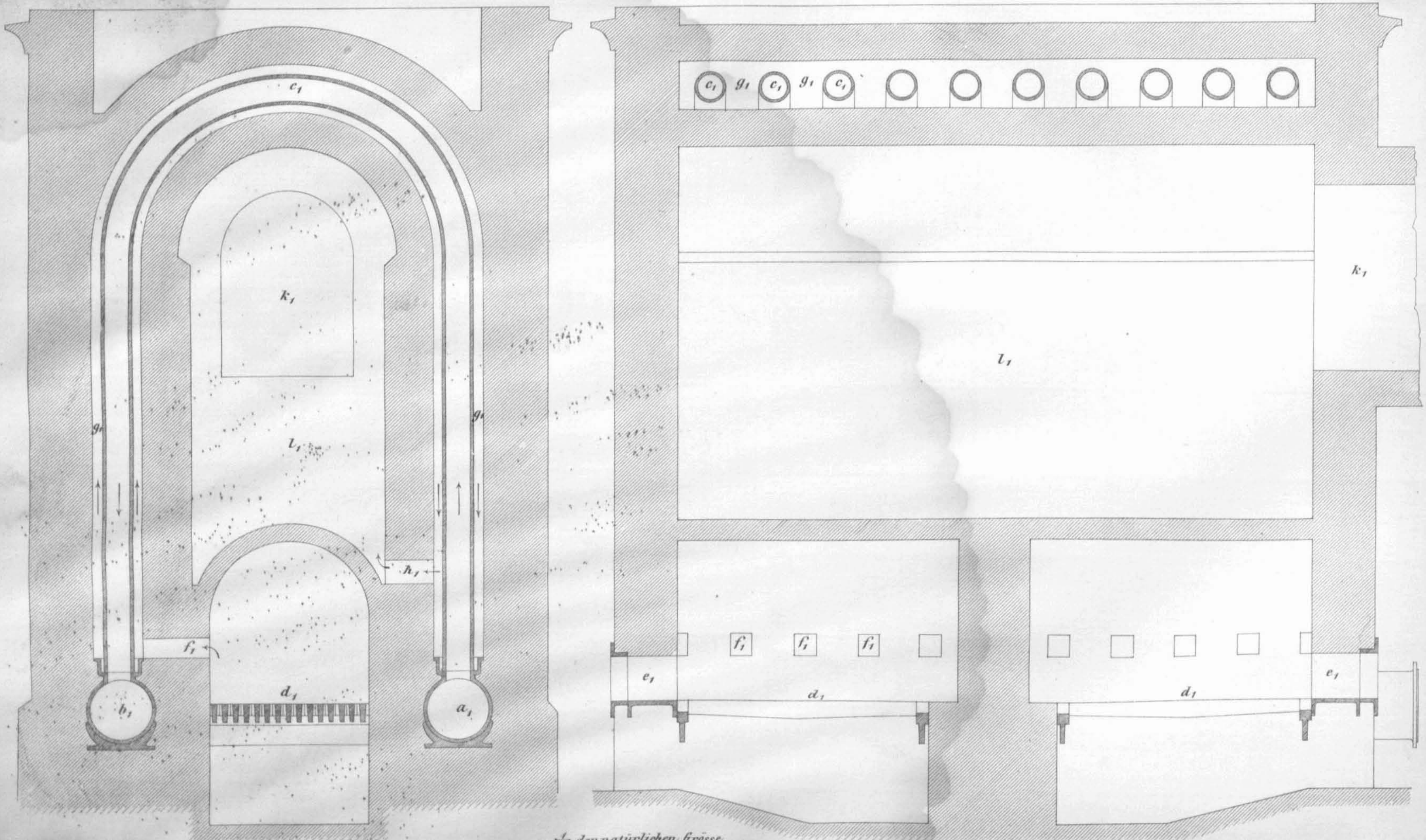
von 100 Pferdekraft.



$\frac{1}{40}$ der natürlichen Grösse.

Lith. Anst. Grenzbauer in Carlsruhe.

Heizapparat mit Gegenströmen



$\frac{1}{40}$ der natürlichen Grösse.

Fig. 1. Kesselapparat.

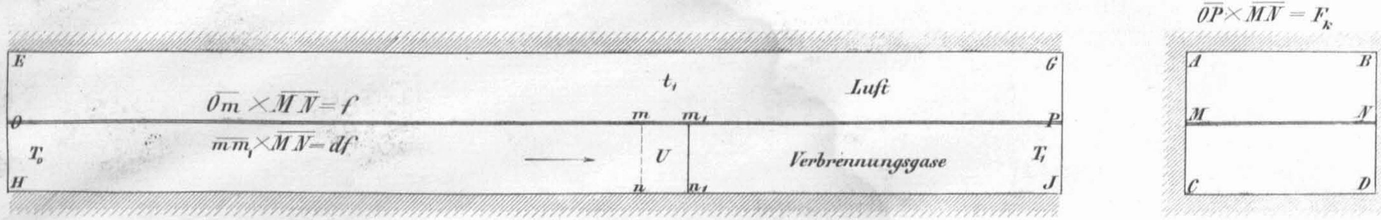


Fig. 2. Apparat mit Parallelströmen

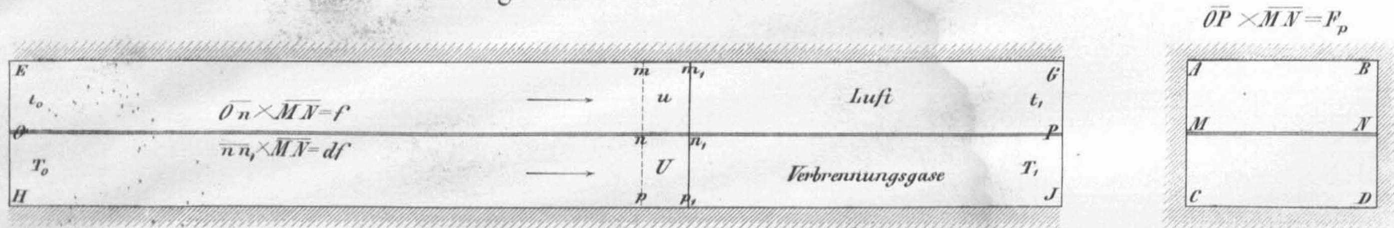


Fig. 3. Apparat mit Gegenströmen