

Sechstes Hauptstück.

Von den Höcmmessungen und dem Niveliren.

Erster Abschnitt.

Von den Höhenmessungen.

§. 305.

Fig. Wenn man bey zwey Puncten zu erforschen sucht, um wie viel einer über den Horizont des andern erhaben ist, so nennt man ein solches Geschäft, Höhen messen. Diese Untersuchung kann mittelst geometrisch-construirter Instrumente und Werkzeuge, oder mittelst Winkelmeß-Instrumente und trigonometrischer Rechnung, oder auch mittelst physikalischer Instrumente geschehen; daher geometrische, trigonometrische und physikalische Höhenmessung.

a) Geometrische Höhenmessung.

§. 306.

163. Aufgabe. Eine zugängige Höhe AB zu messen.

1. Auflösung. In einer beliebigen Entfernung $AD = 15^\circ = 90'$ errichte man einen Stab DC etwa von $4'$ Länge, und von diesem in einiger Entfernung, ungefähr $DE = 5'$ entfernt, errichte man einen andern Stab $EG = 8$ bis $10'$ vertical, visire über die Spitze C des Stabes DC nach den obern und untern Endpuncten B und A der zu messenden Höhe, und bemerke die Puncte G und F , wo die Visirstrahle den zweyten Stab schneiden; so kann die Höhe AB aus folgender Proportion bestimmt werden:

Fig. ff, gg, hh, d. h. in eben den Einheiten, als die auf der
 165. Erde gemessene Grundlinie ist, erhält man auf der Senkrechten, welche durch den Endpunct der gleichnamigen Grundlinie auf der Skale gezogen ist, die zugehörige Höhe des gemessenen Gegenstandes. Ist z. B. die auf der Erde gemessene Grund- oder Standlinie 40 Einheiten (Klafter, Fuß oder Schritte *x.*), so werden eben solche Einheiten für die Höhe des gemessenen Gegenstandes auf der Geraden *gg* *), welche durch den Endpunct 40 der Standlinie *m.* 40 senkrecht auf *mn* gezogen ist, abgezählt; und so bey den übrigen.

2) Zu diesem Behufe trägt man die Länge der Grundlinie *m.* 20 auf den Geraden *ff* und *cd* aus der Mittellinie *mn* so oft auf, als es angeht, theilt jeden Theil noch in zwey gleiche Theile, verbindet die gleichnamigen Punkte durch gerade Linien, so sind dadurch die Höhen von 10 zu 10 Einheiten der gleichnamigen Grundlinien, und durch weitere Halbierung eines jeden Theiles von 5 zu 5 solchen Einheiten sichtbar bezeichnet; die einzelnen Einheiten werden für die Forstpraxis mit zureichender Genauigkeit durch den im Punkte *m* befestigten Faden des Senkfels angezeiget und geschätzt. Eine so eingerichtete und beschriebene Skale, wie die Figur weiset, wobey einige, leicht zu ergänzende Zahlen, des beschränkten Raumes wegen, hinwegblieben, wird auf folgende Art gebraucht.

3) Vor Allem wird erinnert, daß beym wirklichen Gebrauche dieses **Baumhöhenmessers** jedes Mal längs des obern Randes
 166. *ab* (Fig. 166) nach den Endpuncten eines Baumes *PR* oder nutzbaren
 u. Stückes desselben visirt wird; hier aber sey der einfachern Darstellung
 167. des Beweises wegen angenommen, daß anstatt über *ab*, in der Richtung *cd* nach dem Ende *R* des Baumes visirt werde.

4) Um also die Höhe *PR* des Baumes zu messen, mißt (oder schreitet) man eine derselben angemessene Grundlinie *PC* von 20, 40, 60 . . . Fuß, d. i. von einer solchen Länge ab, daß man das obere Ende des zu messenden Baumes (oder erforderlichen Falles unter den Ästen hinweg noch einen verlangten Punct *s* oder *u*) gut sehen könne, stellt sich über den Endpunct *C*, und visirt längs des Randes *ab* (hier *cd* wegen der vorigen Bemerkung) nach dem Punct *R*. Wäh-

*) Auf der zum wirklichen Gebrauche verzeichneten Skale werden die Zahlen, welche die Grundlinien auf der Senkrechten *mn* bezeichneten, zur schnellern Übersicht auch am Ende anstatt der in der Figur besetzten Buchstaben geschrieben.

rend dieses Wisirens läßt man den Senkelfaden frey spielen, gibt dann, **Fig.** ohne die Richtung cd nach R im geringsten zu ändern, der Skala- 166.
fläche eine kleine Seitenneigung, damit sich der Senkelfaden am un- u.
tern Rand cd sanft auflege, wo er mit dem Daumen der freyen Hand 167.
unverrückt festgehalten wird, um nun die Anzahl der Höhen-Fuße auf
der dazu gehörigen Grundlinie abzulesen zu können.

5) Ein Gleiches beobachtet man bey der Visur nach dem andern
Endpunct P des Stammes, und addirt die von dem Senkelfaden,
auf der andern Seite der Grundlinie angezeigte Zahl der Fuße zu
den vorigen; so erhält man die Höhe PR ohne alle Rechnung bis
auf etwa $\frac{1}{100}$ der gemessenen Höhe, also mit zureichender practischer
Schärfe. Es habe z. B. bey einer Standlinie von 80 Fuß, und der
Visur nach R der Senkelfaden in der Richtung mf angezeigt 65;
hierauf bey der Visur nach P in der Richtung mi ausgewiesen 13; so
ist die Höhe $PR = 65 + 13 = 78$ Fuß.

6) Liegt der Visirpunct a des Beobachters tiefer als das unterste
Ende t der zu messenden Höhe tu , so wird bey der Visur dahin, der
Senkelfaden, wie bey der Visur nach u auf derselben Seite der Grund-
linie mn einspielen; in diesem Falle muß die kleinere Zahl von der
größern abgezogen werden, um die Länge tu des verlangten Stückes
zu erhalten. Es sey z. B. bey einer Grundlinie von 40 Fuß, und
der Visur nach u durch den Senkelfaden in der Richtung $m'g'$ ange-
geben worden 37; hierauf habe bey der Visur nach t der Senkelfaden
in der Richtung mp gezeigt 16, so ist die Länge $tu = 37 - 16 =$
21 Fuß.

7) Daraus folgt für das Ablesen der vom Senkelfaden bezeich-
neten Baumhöhen die einfache Regel:

Kommt nämlich der Senkelfaden zu beyden Seiten der
Grundlinie mn zu liegen, wie mf und mi , so werden die angezeig-
ten Zahlen addirt; kommt hingegen jener Faden auf einerley Seiten
der Grundlinie, wie $m'g'$ und mp , so wird die kleinere Zahl von
der größern abgezogen, um die Höhe eines Baumes oder nutzbaren
Stückes desselben zu erhalten.

8) Übrigens geht dieses Verfahren in der Wirklichkeit viel
schneller von statten, als es hier beschrieben werden konnte.

a) Die theoretischen Gründe dazu sind kürzlich folgende: Beym
Gebrauche dieser geometrischen Höhenmessskale kommen die Grund-
linien mn und die Höhenlinien in eine schiefe, und in Vergleichung
mit der **Fig.** 163. u. §. 306. 1), worauf sich die Elemente dieser

Fig.
166.
u.
167.

Skale eigentlich gründen, beynah eine verkehrte Lage; da jedoch die Dreyecke $m n f \sim f c g \sim c Q R$ sind, so haben die gleichliegenden Seiten des schiefen Dreyeckes $m n f$ mit jenen in $c Q R$ dasselbe Verhältniß, wie in den ähnlichen Dreyecken $C F G$ und $C H B$ in Fig. 163. Es verhält sich daher $m n : n f = c Q : Q R$, oder $m n : n f = C P : Q R$.

Da nun vermög der Construction der Skale, die Stand- oder Grundlinie $m n$ eben so viel verjüngte Fuß, als $c Q = C P$ im wirklichen Maße enthält; so zeigt der Sentkelfaden $m f$ von n bis f eben so viel Höhenfuß im verjüngten Maße an, als der Baum von Q bis R in einem beliebigen landesüblichen Normalmaße enthält.

Auf gleiche Art erhellet die Richtigkeit der Messung des Baumstückes $Q P$, und so in andern Fällen.

b) Wäre bey einem kegelförmigen Baum (Nadelholz) zu untersuchen, ob er in einer bestimmten Höhe die zu einem Bau- oder Werkholz erforderliche Dicke habe, so kann dieses aus der gemessenen ganzen Höhe $P R$ aus der verlangten Höhe $P s$, und dem untern Durchmesser $v w$ beynah gefunden werden; es verhält sich nämlich

$$P R : v w = s R : s t$$

$$\text{oder } P R : v w = (P R - P s) : s t.$$

Es sey z. B. $P R = 80'$, $v w = 2,5'$ und $P s = 24'$; so ist

$$s t = \frac{2,5 \cdot (80 - 24)}{80} = 1,75' = 1\frac{3}{4} \text{ Fuß.}$$

165.

c) Zieht man auf der entgegengesetzten Seitenfläche der obigen Skale aus dem Punct m eine Senkrechte auf $c d$, beschreibet aus m mit beliebigen Halbmessern drey concentrische Kreise, trägt auf einem dieser Kreise aus dem Durchschnitte der Senkrechten seinen Halbmesser zu beyden Seiten auf (Gmtr. 73), und theilt endlich jeden Bogen in 12 gleiche Theile (Gmtr. 99.); so hat man einen Winkelmesser zum Gebrauche bey dem Verzeichnen, wovon §. 250. bereits erwähnt worden ist. Im Puncte m wird ein Sentkelfaden wie vorhin befestiget, die Grade werden wegen der schnellern Übersicht bey dem Ablesen, von 10 zu 10 durch längere Striche bezeichnet und beschrieben. Der Gebrauch desselben ist schon an seinem Orte gezeigt worden.

§. 308.

Nach der Baumhöhenmesser von Sanlville gründet sich auf die §. 306. 1) gezeigte Methode, vertikale Höhen zu messen. Man denke sich $F E$ als einen festen vertikalen Stab (Stativ des Baummessers), $F G$ als ein in verjüngte Klafter und Fuß eingetheiltes Lineal, welches auf dem Stativ vertikal befestiget und an welchem ein verschiebbares Absehen angebracht ist; $C b$ sey ein horizontal und zugleich um eine Achse a vertikal bewegliches ebenso eingetheiltes Lineal;

ferner denke man in a und F zwey feste Absehen (Stifte), deren Entfernung als Einheit für das Verjüngungs-Verhältniß eines Normalmaßes dient. Stellt man an den Fuß des Baumstammes eine Einheit eines beliebigen Normalmaßes, nach welchem die genannten zwey Lineale in einem gewissen verjüngten Verhältniß getheilt sind, und wird nun das horizontale Lineal so weit vor- oder rückwärts geschoben, bis man durch das bey C angebrachte Ocular die am Baumstamme vertikal angelehnte Maßeinheit Ar zwischen den zwey festen Stiften a und F scharf gefaßt, und bey unverrücktem, genau vertikal stehenden Instrumente zugleich das auf dem vertikalen Lineale bewegliche Absehen so weit in die Höhe geschoben hat, daß man durch das Ocular den Höhenpunct B erblickt; so gibt die Skale desselben die Höhe AB zu erkennen, und wenn es erforderlich ist, kann auf der horizontalen Skale durch die Entfernung $Cr = DA$ abgelesen werden.

Da auf dem vertikal beweglichen Absehen auch zugleich eine verschiebbare Skale angebracht ist, so kann auch zu einer verlangten Höhe der zugehörige Durchmesser eines Baumes gefunden werden.

Denn es sey für eine Höhe AB die zugehörige Dicke durch Bk vorgestellt, so verhält sich in den ähnlichen Dreyecken: CFa und CAr

$$CF:CA = Fa:(Ar = \text{dem Normalmaße})$$

und $CF:CA = Ca:Cr$

daher $Ca:Cr = Fa:Ar$; ferner in den Dreyeck. $CaG \sim CrB$
 $Ca:CG = Cr:CB$ (Gmtr. 79.)

so auch $Fa:Ar = CG:CB$; und aus $CGh \sim CBk$ verhält sich
 $CG:Gh = CB:Bk$

folglich $Fa:Gh = Ar:Bk$,

oder $Fa:Ar = Gh:Bk$; d. h. die verjüngte Maßeinheit Fa verhält sich zur normalen Einheit Ar eben so, wie der auf der Skale verjüngte Durchmesser Gh zum wirklichen Durchmesser Bk des Baumes.

b) Trigonometrische Höhenmessung.

§. 309.

Aufgabe. Eine zugängige Höhe AB zu messen.

Auflösung. Man wähle eine ziemlich ebene Grundlinie AD 164. oder DF (welches bey gewöhnlichen Höhenmessungen um so eher angeht, als die Standlinien meistens nur von geringer Länge seyn dürfen 168. u.

Fig. §. 109.), stelle in D den Winkelmesser, beobachte den Höhenwinkel 164. HCB oder ECB , und auch den Tiefenwinkel HCA vermög §. 91. u. (in manchen Fällen wird auch dieses ein Höhenwinkel, wie in Fig. 168. 168. der Winkel ACE). Hier messe man auch die Grundlinie DA , oder $DF = CE$ nach §. 76. Nun ist in dem bey H oder E rechtwinkligen Dreyecke CHB oder CEB auch die Kathete CH oder CE nebst dem beobachteten Höhenwinkel bekannt, daher findet man die andere Kathete HB oder EB nach Gmtr. 248. Auf gleiche Art läßt sich die Kathete HA oder AE bestimmen, welche in Fig. 164. zur vorigen addirt, in Fig. 168. aber davon abgezogen werden muß, um die verlangte Höhe AB zu erhalten.

Daß nach §. 189. wegen der Strahlenbrechung die bey größern Entfernungen nöthige Verbesserung anzubringen ist, erhellet von selbst.

§. 310.

Aufgabe. Bey einer unzugängigen Höhe zu bestimmen, um wie viel der obere Punct B derselben über dem Horizont des Standpunctes liegt.

169. 1. Auflösung. Wenn die Grundlinie CM mit der zu messenden Höhe B in einer Vertikalebene liegt. Man stelle das Meßinstrument in einer angemessenen Entfernung über den einen Endpunct M horizontal, und beobachte den Höhenwinkel x . Hierauf stelle man den Winkelmesser über den zweyten Standpunct C horizontal, und beobachte den Winkel y . Zieht man den Winkel y von 180° ab, so erhält man den Nebenwinkel BDN , und es kann nun im Dreyecke DBN aus den bekannten Winkeln D und x , und der gemessenen Grundlinie $CM = DN$ die Seite DB , und endlich im rechtwinkligen Dreyecke EBD die Seite EB berechnet werden (Gmtr. 242.), wozu noch die Instrumentenhöhe CD addirt werden muß, um die verlangte Höhe des Punctes B , über den Horizont C zu erhalten.

a) Kann man vom Standpuncte C (oder M) nach dem untersten Punct A der Höhe AB visiren, so kann aus dem Dreyecke BED die Seite ED , und sodann aus dem rechtwinkligen Dreyecke ADE die Seite AE berechnet werden, die von EB abgezogen, die wirkliche Höhe des Gegenstandes AB gibt.

170. 2. Auflösung. Wenn der Winkelmesser in beliebige zwey Puncte gestellt werden kann. Man beobachte an den Endpuncten der gemessenen Standlinie CD , den horizontalen

Winkel m und n , und in einem Standpuncte, z. B. in C auch den Höhenwinkel o . Nun denke man durch den Punct A die Vertikallinie AB , und durch diese und den Punct C die Ebene CBA , so wie die Vertikalebene DBA gelegt (Gmtr. 157.); so läßt sich im Dreyecke CDA aus den gemessenen Stücken die Seite CA , und hierauf im rechtwinkligen Dreyecke CAB die Seite AB berechnen, welche zugleich die Erhöhung des Punctes B über den Horizont des Punctes C zu erkennen gibt.

Fig.
170.

a) Wenn in den beyden Endpuncten der Standlinie durch zwey Beobachter auf einen in der Luft schwebenden Körper (Luftballon, Wolke u. dgl.) mittelst eines gegebenen Zeichens zu gleicher Zeit visirend die Winkel BCD und BDC , und sodann auch die Standlinie CD gemessen werden; so läßt sich die Höhe des Körpers B über den Horizont C berechnen, wenn zu gleicher Zeit mit dem Winkel BCD auch der Horizontalwinkel $m = ACD$ angemerkt wurde.

b) Hätte man eine Höhen-Messoperation mit einem Winkelmesser von beschränkter Einrichtung zu vollführen, womit man bey einer sehr schiefen Lage der Standlinie an ihren Endpuncten die Horizontalwinkel nicht leicht beobachten könnte, so richte man durch einen Gehülfsen, einige Klaftern entfernt, in der Gegend bey b mittelst des Senkels einen Stab in die Vertikalebene CBA , und einen andern Stab a in die Gerade CD . Desgleichen auch Stäbe c und d in die Ebene DBA und in die Gerade DC . Hierauf beobachte man die Horizontalwinkel m und n , indem man diese Stäbe anvisirt, und übrigens wie oben unter 2) verfährt.

c) Kann bey einer solchen schiefen Lage der Standlinie die Gradscheibe eines Winkelmessers mittelst einer sogenannten Nuß, in die schief geneigte Ebene CBD gerichtet und befestiget werden; so beobachte man an den Endpuncten der Standlinie, die schiefen Winkel $BCD = p$ und $BDC = q$, und berechne nun im Dreyecke CBD die Seite CB , und endlich im rechtwinkligen Dreyecke CAB aus dem beobachteten Höhenwinkel o , der Seite CB und dem rechten Winkel A die Höhe AB wie oben.

o) Physikalische Höhenmessung.

§. 311.

Unter mehrern Arten von Höhenmessungen verdient jene mit Hülfe eines dazu eingerichteten guten Barometers, eine besondere Aufmerksamkeit. Höhenmessungen mittelst des Barometers sind in den meisten Fällen einfacher und mit weniger Schwierigkeiten auszuführen, als die geometrischen und trigonometrischen; selbst da, wo sich bey

Fig. 170. den geometrischen unüberwindliche Hindernisse entgegen stellen, kann man mit dem Barometer und dazu berechneter Hülfsstafel (oder nach construirten Formeln und Logarithmentafeln), immer noch Berghöhen messen und gegen einander vergleichen.

Die nützliche Anwendung des Barometers bey Höhenbestimmungen in mannigfaltiger Hinsicht, ist unverkennbar. Höhenvergleichen durch das Nivelliren, auf lange Strecken nach der gewöhnlichen Art, sind viel zu zeitraubend und kostspielig; mit Hülfe des Barometers hingegen, mit geringer Mühe, Zeit- und Kostenaufwand, auszuführen.

Die Lage eines Ortes in Hinsicht auf Klima, Fruchtbarkeit u. dgl., wird nicht bloß durch seine geographische Länge und Breite, sondern auch durch seine Höhe über die Meeresfläche bestimmt. Denn die klimatische Beschaffenheit eines Ortes wird in Vergleichung mit einem andern Orte, bey übrigen gleichen Umständen, weit mehr verändert, wenn das Quecksilber im Barometer um ein Paar Zolle höher oder tiefer steht, als durch einen Unterschied von zwey bis drey Breitengrade. Im Durchschnitte pflegt man den von 100 Klaftern Erhöhung herrührenden Unterschied in der Temperatur jenem gleich zu setzen, der bey übrigens gleichen Umständen von 1 Breitengrad bewirkt wird.

Bey Anlegung von Canälen, Wasserleitungen, neuen Landstraßen, fahrbaren Wegen und steilen Bergwänden u. dgl. ist kein Meßinstrument so geeignet, die vorläufige Höhenvergleichen zu erheben, als das Barometer.

Um hier nicht unnöthig weitläufig zu werden, verweise ich die Leser auf meine logarithmischen Tafeln, zweyte fehlerfreye Ausgabe, Wien 1839, in welchen eine kurze Anleitung zum barometrischen Höhenmessen nach Gauß's Tafeln enthalten ist; so wie auf meine im Jahre 1821 hinausgegebene „Beschreibung eines verbesserten und einfachen Reisebarometers, nebst practischer Anleitung zum Gebrauche desselben, sowohl bey einzelnen Höhenmessungen, als bey Nivellirung ganzer Gegenden.“