

## Mass der constanten Kräfte.

(§. 173.)

123. Wirkt die constante Kraft  $P$  auf einen Körper von der Masse  $M$ , so kommt auf die Einheit der Masse die wirkende Kraft  $\frac{P}{M}$ . Ist ebenso  $P'$  eine in die Masse  $M'$  wirkende constante Kraft, so entfällt davon auf die Einheit der Masse die Kraft  $\frac{P'}{M'}$ .

Da sich nun diese beiden Körper oder Massen genau so, wie jeder ihrer einzelnen Theile bewegen, und die Geschwindigkeiten, welche gleiche Massen am Ende einer bestimmten Zeit erlangen, den Kräften proportional sind, welche sie erzeugen; so hat man, wenn diese Geschwindigkeiten mit  $v$  und  $v'$  bezeichnet werden, sofort:

$$v : v' = \frac{P}{M} : \frac{P'}{M'} \quad \text{oder} \quad P : P' = Mv : M'v',$$

d. h. zwei constante Kräfte verhalten sich wie die Grössen der Bewegungen oder Bewegungsmomente, welche sie in einerlei Zeit hervorbringen. Nimmt man  $P'$  zur Einheit der constanten Kräfte,  $M'$  als Einheit der Massen und  $v'$  zur Einheit der Geschwindigkeit; so ist auch  $P : 1 = Mv : 1$  oder  $P = Mv \dots (\beta)$  (was auch aus  $\frac{P}{P'} = \frac{M}{M'} \cdot \frac{v}{v'}$  folgt), d. h. jede constante Kraft wird gemessen durch die Grösse der Bewegung oder durch das Bewegungsmoment, welches sie in der Zeiteinheit hervorbringt.

Anmerkung 1. Setzt man gleiche Massen oder die Masse = 1 voraus, so kann die Kraft  $P$  auch bloss durch die Endgeschwindigkeit  $v$  gemessen werden, welche in der Masse während der Zeiteinheit erzeugt wird.

Anmerkung 2. Wie aus der Vergleichung mit §. 173 hervorgeht, so wird eine constante Kraft durch dieselbe Grösse wie eine sogenannte momentan wirkende Kraft gemessen. Es muss übrigens hier bemerkt werden, dass momentan wirkende oder sogenannte Stoss-Kräfte mehr in der Idee als in der Wirklichkeit bestehen, weil keine auch noch so grosse Kraft in einem untheilbaren Augenblicke oder einer unendlich kleinen Zeit eine endliche Geschwindigkeit zu erzeugen im Stande ist; aus diesem Grunde werden auch in der neueren Zeit von den meisten Gelehrten mit Recht (da in der Natur alle Wirkungen stetig sind) keine Momentankräfte mehr zugelassen, sondern nur beschleunigende Kräfte vorausgesetzt.

Da wir unter Kraft (als nothwendige, aber auch hinreichende Ursache zur Abänderung der Geschwindigkeit eines materiellen Punctes der Grösse oder Richtung nach) immer etwas dem Drucke Analoges verstehen, den wir auf einen Körper ausüben, um seine Bewegung zu veranlassen oder

zu modificiren; so hat diese, wenn sie auf einen Körper einwirkt, nothwendiger Weise eine gewisse Dauer, während welcher sie jedoch ihre Intensität auch ändern kann.

Belanger nennt, wenn eine Kraft  $F$  von constanter Intensität während einer gewissen Zeit  $t$  wirkt, das Product  $Ft$  aus der Intensität der Kraft in ihre Wirkungsdauer die Impulsion dieser Kraft  $F$  in der Zeit  $t$ . Hat die Kraft eine veränderliche Intensität, so ist ihre Impulsion während eines bestimmten Zeitraumes das Integral  $\int F dt$  des Productes aus der Kraft in das Differenzial der Zeit, zwischen den Grenzen jenes Zeitraumes genommen.

Diese Grösse ist übrigens unabhängig von der Geschwindigkeit des Angriffspunctes der Kraft.

Um den Nutzen von der Einführung dieser Grösse, welche man kurz den Impuls der Kraft  $F$  nennen kann, zu zeigen, so wirke eine constante Kraft  $F$  in eine dem Gewichte nach ausgedrückte Masse  $M$ ; dann ist (§. 186) die constante Beschleunigung  $G = \frac{F}{M}g$ , wobei  $g = 31$  Fuss die Beschleunigung der Schwere ist. Wird dieser Werth in der ersten der Gleichungen (4) in Nr. 122. Anmerk. substituirt, so erhält man:

$$v = v_0 + \frac{F}{M}gt, \text{ woraus } \frac{M}{g}v - \frac{M}{g}v_0 = Ft \text{ folgt.}$$

Da nun nach der neueren Art die Massen auszudrücken (§. 35 und die darauf folgende Anmerk.) der Quotient  $\frac{M}{g} = m$  nichts anderes als die träge Masse (vom Gewichte dabei abstrahirt) bezeichnet, so kann man sagen, dass wenn sich ein materieller Punct von der Masse  $m$  durch die Einwirkung einer constanten Kraft geradlinig fortbewegt und man berechnet für zwei beliebige Augenblicke das Product aus seiner Masse in seine Geschwindigkeit (d. i. die Grösse der Bewegung), so hat die Grösse, um welche sich dieses Product während dieser Zeit ändert, erstlich dasselbe Zeichen wie die Kraft und dann denselben numerischen Werth wie das Product aus der Kraft in die zwischen diesen beiden Augenblicken liegende Zeit, d. i. wie der vorhin sogenannte Impuls oder die Einwirkung der Kraft.

Hat z. B. eine 2pfündige Kanonenkugel durch die Einwirkung einer constanten Kraft während einer unbestimmten (allenfalls ausserordentlich kleinen) Zeit eine Geschwindigkeit von 1200 Fuss erlangt, so hat man nach der vorigen Gleichung, wegen  $v_0 = 0$  (indem die Kraft  $F$  auf die ruhende Kugel wirken soll),  $v = 1200$  und  $\frac{M}{g} = \frac{2}{31}$  sofort  $Ft = 77.42$ .

Je nachdem also die Wirkung oder der Impuls der Kraft 1,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$  oder nur  $\frac{1}{1000}$  Secunde gedauert hat, musste die Intensität derselben

77.42, 774.2, 7742 oder 77420 Pfund gewesen sein u. s. w.

Trifft diese Kugel mit der erlangten Geschwindigkeit auf einen anderen Körper, welcher diese Geschwindigkeit vernichtet, indem er ihr eine constante Kraft entgegengesetzt, so gibt dieselbe Gleichung die Widerstands-

Wirkung, wenn man  $v = 0$ ,  $v_0 = 1200$  und  $\frac{M}{g} = \frac{2}{31}$  setzt, und zwar erhält man  $Ft = -77.42$ . Dieses Product ist negativ, weil die Richtung der Kraft im entgegengesetzten Sinne der zu vernichtenden Geschwindigkeit  $v_0$  ist.

Anmerkung 3. Es ist hier der Ort, um noch einmal auf den Begriff der Masse eines Körpers und die Art, diese in Rechnung zu bringen, oder in den Calcul einzuführen, zurückzukommen; wir bemerken daher hierüber Folgendes:

Zwei Körper oder materielle Punkte haben einerlei oder gleiche Massen, wenn sie durch die Einwirkung von zwei ganz gleichen constanten Kräften eine vollkommen gleiche Bewegung annehmen, d. h. nach einer gewissen Zeit, nach einerlei Richtung die nämliche Geschwindigkeit erhalten. Erfordern sie aber zur Erlangung derselben Geschwindigkeit und zwar in einerlei Zeit constante Kräfte von verschiedener Grösse, so sind die Massen diesen Kräften proportional, ein Satz, dessen Richtigkeit sich sogleich ergibt, wenn man bedenkt, dass ein aus  $n$  Masseneinheiten bestehender Körper durch die Einwirkung einer  $n$ fachen Kraft genau ebenso bewegt wird, wie die Masseneinheit durch die gleiche Einwirkung der einfachen Kraft, indem sich die  $n$ fache Kraft auf die  $n$ fache Masse so vertheilt, dass auf die Masse  $= 1$  auch die Kraft  $= 1$  entfällt und es offenbar ganz dasselbe ist, ob die  $n$  Masseneinheiten als von einander getrennt, oder als eine einzige Masse vereint angenommen werden.

Kann nun irgend eine constante Kraft in einer beliebigen Masse in der Zeiteinheit eine gewisse Geschwindigkeit, also eine bestimmte Beschleunigung erzeugen; so ist die Beschleunigung, welche dieselbe Kraft in einer  $n$  Mal grösseren Masse (natürlich wieder in der Zeiteinheit) hervorbringt,  $n$  Mal kleiner, und zwar nicht, wie man sich öfter ausdrückt, weil die grössere Masse einen grösseren Widerstand entgegengesetzt, sondern weil jetzt auf eine der ersteren ganz gleiche Masse nur der  $n$ te Theil der Kraft entfällt, deren Wirkung daher auch  $n$  Mal kleiner sein muss.

Hieraus folgt aber auch wieder umgekehrt, dass die Wirkung einer constanten Kraft nicht bloss aus der Geschwindigkeit, die sie in einem Körper von gegebener Masse in einer gewissen Zeit hervorbringen kann, sondern nach dem Producte dieser Geschwindigkeit in die betreffende Masse des Körpers, nämlich wie bereits oben angeführt, nach der Grösse der Bewegung (oder dem Bewegungsmoment) beurtheilt werden darf.

Um nun die Massen (oder Stoffmengen, wovon wir jedoch nur eine unklare Vorstellung haben) als Rechnungsgrössen behandeln zu können, muss man irgend eine Masse zur Einheit annehmen und bei jeder anderen Masse angeben, wie oft diese Masseneinheit in dieser letzteren enthalten ist. Eine  $n$ fache Masse ist dann jene, welche sich in  $n$  gleiche Theile, wovon jeder der Masseneinheit gleich ist, zerlegen lässt. Anstatt jedoch diese nur selten ausführbare Zerlegung vorzunehmen, kann man einfacher die Kraft suchen, welche in dieser Masse dieselbe Beschleunigung, wie etwa die Krafterinheit in der Masseneinheit hervorbringt; die Vergleichung der nu-

merischen Werthe dieser beiden Kräfte gibt auch das directe Verhältniss zwischen diesen beiden Massen; auf diese Weise wird also die Vergleichung der Massen auf jene der Kräfte zurückgeführt.

Man ist jetzt so ziemlich allgemein darin überein gekommen, als Einheit jene Masse zu nehmen, welche bei der Einwirkung der Krafterinheit während der Zeiteinheit die durch die Längeneinheit dargestellte Geschwindigkeit erlangt. Bei unserem Mass- und Gewicht-System wird man also jene Masse zur Einheit wählen, welche durch das Einwirken einer constanten Kraft von 1 Pfund nach unveränderlicher Richtung, während 1 Secunde die Geschwindigkeit von 1 Fuss erlangt, eine Masse, die natürlich nur durch Versuche gefunden werden kann.

Betrachtet man die Schwere innerhalb der für unsere Rechnungen zulässigen Grenzen als eine constante, d. i. eine unveränderliche Intensität besitzende Kraft, so folgt, da die Versuche für alle uns bekannten Körper die nämliche Beschleunigung nachweisen, dass die Gewichte der Körper (als die einwirkenden Kräfte) den Massen derselben also auch umgekehrt die Massen den Gewichten der Körper proportional sind.

Ist nun  $g$  die Beschleunigung frei fallender Körper im leeren Raume (auch Action der Schwerkraft genannt),  $P$  das Gewicht und  $M$  die Masse eines Körpers, so ist nach dem obigen Satze über das Mass constanter Kräfte [Gleichung ( $\beta$ )]:

$$P = Mg.$$

Hieraus folgt aber, dass für  $M = 1$  sofort  $P = g$  ist, mithin jene Masse zur Einheit genommen wird, deren Gewicht =  $g$  (für Wien also = 31.03 Pfund, für Paris = 9.8088 Kilogramm u. s. w.) ist. Und in der That, lässt man in der Breite von Wien einen Körper von 31 Wr. Pfund im Gewichte im luftleeren Raume frei fallen, so erlangt derselbe am Ende der 1sten Secunde (wie den Versuchen zufolge jeder andere Körper auch) eine Geschwindigkeit von 31 Wr. Fuss. Da nun aber dabei die constante oder bewegende Kraft 31 Pfund beträgt, so wird eine 31 Mal kleinere Kraft, d. i. jene von 1 Pfund, in derselben Masse (da sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Massen verhalten) auch eine 31 Mal kleinere Geschwindigkeit, d. i. jene von 1 Fuss während dieser Zeit von 1 Secunde hervorbringen; Alles der vorigen Definition gemäss.

### Ausdruck für die veränderliche Kraft bei irgend einer geradlinigen Bewegung.

(§. 174.)

124. Wie aus der vorigen Nummer folgt, so kann eine constante Kraft durch die Grösse der Bewegung gemessen werden, welche sie in der Zeiteinheit hervorbringt, wenn man dabei jene Kraft zur Einheit nimmt, welche in der Masseneinheit während der Zeiteinheit die Geschwindigkeit gleich Eins erzeugt. Um nun