

Da im tiefsten Punkte C der Curve $\frac{dy}{dx} = 0$ ist, so ist die Spannung an diesem Punkte $T = Q$ am kleinsten.

Im Aufhängepunkt A ist die Spannung, wegen $x = 0$ sofort $T = QV(1 + \tan^2 \alpha) = \frac{Q}{\cos \alpha}$ am grössten.

Im zweiten Aufhängepunkt B ist diese Tangentialspannung $T = Q\sqrt{\left(1 + \left(\tan \alpha - \frac{px}{Q}\right)^2\right)}$.

47. Was die Spannung der Kette nach lothrechter oder verticaler Richtung betrifft, so ist diese im Punkte M sofort $S = T \cos m Mn = T \frac{dy}{ds} = Q \frac{dy}{dx}$ (wegen Gleichung (1) in Nr. 41.) oder (wegen Gleichung (1) in 44.):

$$S = Q \left(\tan \alpha - \frac{px}{Q} \right).$$

Im Aufhängepunkt A ist wegen $x = 0$ diese Verticalspannung $S = Q \tan \alpha$ am grössten.

Im tiefsten Punkte C dagegen ist diese Spannung wegen $\frac{dy}{dx} = 0$, sofort $S = 0$ am kleinsten*).

Bedingungen für die Empfindlichkeit der Krämerwage.

(§. 91.)

48. Um die Bedingungen zu finden, unter welchen die gemeine Krämerwage empfindlich wird, d. h. die Eigenschaft erhält, dass der Wagebalken sogleich den horizontalen Stand verlässt und eine schiefe Lage annimmt, wenn das Gleichgewicht durch ein kleines Zulagegewicht gestört wird, sei AB (Fig. 21) die horizontale Lage des in O aufgehängten Wagebalkens im Stande des Gleichgewichtes, nämlich für den Fall, dass $AC = BC$ und $W = P$ ist (§. 89), ferner $A'B'$ die Lage dieses Balkens, welche er dadurch annimmt, dass in die Wagschale B zu dem Gewichte P noch jenes p zugelegt wird, wodurch im Stande der Ruhe sofort der Punct C nach C' kommt.

Setzt man $AC = BC = a$, $OC = OC' = b$, und wenn D den Schwerpunct des Wagebalkens bezeichnet, $OD = c$, ferner

*) Ausführlicheres hierüber findet man in dem *Mémoire sur les Ponts suspendus* von Navier. Paris, 1824.

das Gewicht dieses Balkens = q ; so kann man die in den Punkten A' , B' , D lothrecht wirkenden Gewichte oder Kräfte W , $P + p$ und q jede in zwei aufeinander senkrechte Kräfte zerlegen, wovon die eine (w , r , s) perpendicular, die andere (w' , r' , s') parallel zu dem Balken wirkt. Setzt man nämlich den Ausschlagwinkel $CO C' = \alpha$, so ist (Nr. 9.):

$$w = W \cos \alpha, \quad w' = W \sin \alpha, \quad r = (P + p) \cos \alpha, \quad r' = (P + p) \sin \alpha, \\ s = q \cos \alpha \quad \text{und} \quad s' = q \sin \alpha.$$

Da ferner angenommen wird, dass diese auf den um O drehbaren Hebel $A'B'$ wirkenden 6 Seitenkräfte im Gleichgewichte stehen, so muss nach dem Satze der statischen Momente (Nr. 19. Anmerk. 2) sofort die Bedingungsgleichung bestehen: $wa + w'b + s'c + r'b = ra$, oder wenn man für $w, w' \dots$ die vorigen Werthe setzt: $aW \cos \alpha + bW \sin \alpha + cq \sin \alpha + b(P + p) \sin \alpha = a(P + p) \cos \alpha$, und wenn man durchaus mit $\cos \alpha$ dividirt und aus der entstehenden Gleichung, nachdem man im ersten Theil aW , gegen jenen aP , im zweiten ausgelassen (wegen $aW = aP$) und $W = P$ gesetzt hat (Bedingungen für das Gleichgewicht in der Lage AB), $\tan \alpha$ bestimmt, sofort:

$$\tan \alpha = \frac{ap}{(2P + p)b + qc}.$$

49. Da nun die Wage um so empfindlicher ist, je grösser bei demselben Zulagegewicht p der Ausschlagwinkel α , folglich auch $\tan \alpha$ wird; so folgt aus dem vorigen Ausdrucke von $\tan \alpha$, dass diese Empfindlichkeit um so grösser ist, je grösser a (Länge der Arme), je kleiner q (Gewicht des Balkens), je kleiner P (aufgelegtes Gewicht), je kleiner $b (= OC)$ und je kleiner c (Entfernung des Schwerpunktes des Balkens vom Aufhängepunkt) ist. (Vergleiche §. 91.)

Anmerkung. Die Wage wird am empfindlichsten, wenn es gelingt, $b = OC = 0$

zu machen, in welchem Falle $\tan \alpha = \frac{ap}{cq}$ zugleich von dem aufgelegten Gewichte P ganz unabhängig wird. Geht der Winkel α für ein anderes Zulagegewicht p' in α' über, so ist ebenso $\tan \alpha' = \frac{ap'}{cq}$, folglich:

$$\tan \alpha : \tan \alpha' = p : p'.$$

Wäre unter dieser Voraussetzung von $b = 0$ gleichzeitig auch $c = 0$, so würde $\tan \alpha = \frac{ap}{0} = \infty$, also $\alpha = 90^\circ$, zum Beweis, dass in diesem Falle, in welchem nämlich die Wage in ihrem gemeinschaftlichen Schwer-

puncte aufgehängt ist, der Balken bei dem kleinsten Uebergewichte p sogleich aus der horizontalen in die verticale Lage übergeht. Ausserdem wäre dabei für jede richtige Abwägung, d. i. für $W = P$ und $p = 0$, sofort $\tan \alpha = \frac{0}{0}$, zum Zeichen, dass dabei der Balken in jeder Lage ruhen

kann und nicht nothwendig, wie es die zweite Bedingung (§. 90) fordert, horizontal stehen muss.

Wollte man endlich den Schwerpunct des Balkens, bei der Voraussetzung von $b = 0$ über den Punct C legen, so müsste c negativ genommen werden, wodurch dann auch $\tan \alpha$ negativ würde, also der Winkel α in den 2ten oder 4ten Quadranten fiel, zum Beweis, dass der Balken bei dem kleinsten Zulagegewicht p umschlagen würde.

Ausführlicheres hierüber, sowie über Wagen überhaupt, findet man in unserer Abhandlung in Prechtl's technol. Encyclopädie im 20. Bande.

Widerstand der Materialien.

(§. 126.)

50. Um sich von dem Widerstande fester Körper gegen jede Volums- oder Formänderung einen nur einigermaßen richtigen Begriff zu machen und um die dabei auftretenden Gesetze zu formuliren, geht man heute von der Ansicht oder Hypothese aus, dass diese Körper aus Gruppen von Atomen oder aus Molecülen zusammengesetzt sind, die durch zweierlei Kräfte, nämlich anziehende und abstossende, in bestimmten Entfernungen von einander im Gleichgewichte erhalten werden. Von diesen sogenannten Molecularkräften geben sich durch ihre Reaction die ersteren oder anziehenden zu erkennen, wenn man durch äussere Kräfte diese Entfernungen vergrössern, die letzteren oder abstossenden hingegen, wenn man diese Entfernungen vermindern will.

Insoferne die Molecularkräfte die Molecüle in gewissen Entfernungen von einander halten, widersetzen sie sich jeder Volumsveränderung; insoferne sie aber diese auch in gewissen relativen Positionen erhalten, widersetzen sie sich zugleich auch jeder Formänderung eines festen Körpers.

Dieser Widerstand der Molecularkräfte oder ihrer Resultirenden gegen jede Volums- oder Formänderung ist aber nothwendig eine Function dieser Veränderung selbst und verschwindet innerhalb gewisser Grenzen nur dann, wenn diese Veränderung selbst Null ist; diese Grenzen heissen die Elasticitätsgrenzen des Körpers, welcher innerhalb dieser Grenzen elastisch genannt