

## Die Regulatoren.

Von der Regulirung im Allgemeinen. Bei dem Betriebe der §. 174.  
 Maschinen hat man fast ausnahmslos möglichste Regelmäßigkeit und Gleichförmigkeit ihres Ganges als ein Haupterforderniß ihrer guten Wirkung anzusehen, und man wendet daher zur Erzielung einer solchen Regelmäßigkeit gewisse Maschinentheile und Mechanismen an, welche man unter dem allgemeinen Namen der Regulatoren zusammenzufassen pflegt. Diese Mittel können dem besagten Zwecke in sehr verschiedener Art dienen, indem sie z. B. die Geschwindigkeit der Maschine zu reguliren, oder die ausgeübte Kraft bezw. den zu überwindenden Widerstand gleichmäßig zu machen, oder indem sie das Product aus jenen beiden Elementen, d. h. die auszuübende Arbeitsleistung, constant zu machen streben. Geboten erscheint eine solche Regulirung aus mehrfachen Gründen, ebensowohl aus Rücksicht auf die Güte des zu erzielenden Products und auf ökonomischen Betrieb, wie in Hinsicht auf große Dauerhaftigkeit der Maschinen und Einfachheit der Anlage. Bei dem Betriebe einer Spinnerei z. B. erfordert die Herstellung gleichmäßigen Garns möglichst constante Geschwindigkeit der antreibenden Maschine, und ebenso wird eine solche in Mahlmühlen nothwendig sein, um mit gegebener Betriebskraft das größtmögliche Quantum Getreide zu vermahlen. Bei mechanischen Webstühlen wird die Gleichmäßigkeit des Gewebes wesentlich von der gleichmäßigen Spannung der Kettenfäden und Energie des Ladenschlages abhängen. Zum Betriebe intermittirend wirkender Maschinen, welche wie Eisenwalzwerke und Aufzugsvorrichtungen ihrem Wesen nach mit Perioden des Leerganges verknüpft sind, gestattet die Anwendung des Schwungrades bezw. des Accumulators eine gleichmäßig auszuübende

Arbeit der Betriebsmaschine und damit geringere Größe und einfachere Anordnung derselben.

Es ergibt sich schon aus diesen wenigen Beispielen, daß die Wirkungsweise und Einrichtung der regulirenden Organe eine sehr verschiedenartige ist, je nach der Verschiedenheit des beabsichtigten Zweckes.

Fragt man nach der Ursache, welche überhaupt Unregelmäßigkeiten in dem Gange irgend einer Maschine zu erzeugen vermag, so ergibt sich ohne Weiteres immer als solche die Ungleichheit zwischen den Momenten der treibenden Kraft und des zu überwindenden Widerstandes, indem eine jede solche Ungleichheit nothwendig eine Beschleunigung resp. Verzögerung der Maschine, also eine Veränderung von deren Geschwindigkeit zur Folge haben muß. Zur Vermeidung solcher Ungleichförmigkeiten ergibt sich daher auch von selbst als das einzige Mittel die Wiederherstellung des Gleichgewichts zwischen Kraft und Widerstand der Maschine. Da diese Bedingung nun ebensovohl durch eine entsprechende Veränderung des Widerstandes wie auch der Triebkraft geschehen kann, so lassen sich alle Regulatoren ungezwungen in zwei große Gruppen bringen, je nachdem sie die besagte Gleichheit durch Abänderung der Kraft oder des Widerstandes bewirken. Bis zu gewissem Grade übt die Natur schon von selbst eine derartige regulirende Wirkung aus, insofern alle uns bekannten Triebkräfte mit steigender Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes an Intensität verlieren, während die Widerstände sich mit der Geschwindigkeit vergrößern. Ein Wasserrad z. B., welches eine Mahlmühle betreibt, muß, wenn es plötzlich voll beaufschlagt wird, während gleichzeitig die Mahlgänge ganz oder theilweise ausgerückt werden, seine Geschwindigkeit zwar vergrößern, aber nicht ohne Grenzen, sondern nur so lange, bis die verminderte Arbeitsleistung des Wassers mit derjenigen der vermehrten Reibungs- und Nutzwiderstände im Gleichwichte ist. Unter allen Umständen wird das Wasserrad doch nur eine Umdrehungszahl annehmen können, vermöge deren die Schaufeln mit derselben Geschwindigkeit ausweichen, mit welcher das Wasser sich gegen sie bewegt. Diese Art der Selbstregulirung genügt aber in der Praxis niemals, da die hierdurch bedingten Grenzen der Geschwindigkeiten für die zu erreichenden Zwecke der Maschinenarbeit viel zu weit aus einander liegen, ja in den meisten Fällen Beschleunigungen sich einstellen würden, welche die Festigkeit der Maschinentheile gefährden.

Faßt man zuerst diejenigen Regulirungseinrichtungen ins Auge, welche die Gleichförmigkeit durch entsprechende Abänderung des Widerstandes bewirken, so muß man, da die Widerstände überhaupt als nützliche Arbeitswiderstände oder schädliche Reibungswiderstände auftreten, die hierher gehörigen Vorkehrungen danach unterscheiden. Zu den Regulatoren mit Abänderung der schädlichen Reibungswiderstände gehören vor allem die Bremsen, wie man sie bei Windmøhlen zum Niederlassen von Lasten und

bei Fuhrwerken beim Herabfahren auf geneigten Ebenen anwendet. Da hierbei die aus dem Gewichte der sinkenden Last resultirende Triebkraft die gewöhnlichen Reibungswiderstände überwiegt, so fügt man zur Verhinderung einer beschleunigten Bewegung den Widerständen die Reibung der Bremse in solchem Betrage hinzu, daß Gleichgewicht der Kräfte und damit eine gleichmäßige Bewegung die Folge ist. Ebenso hat man hierhin die Windflügel zu rechnen, welche bei den Schlagwerken der Uhren zur Erzielung einer gleichmäßigen Senkung des Triebgewichtes zur Anwendung kommen. Auch zur Regulirung der Fadenspannung der Kette in Webstühlen wird vielfach die Reibung an dem Kettenbaume gleichmäßig verringert, entsprechend dem mit allmählicher Entleerung desselben verkleinerten Hebelarme der Kettenspannung. Alle diese Einrichtungen sind natürlich mit einem entsprechenden Verluste an mechanischer Arbeit verknüpft, abgesehen davon, daß diese Arbeit auch noch auf die Abnutzung der bremsenden Theile schädlich wirkt. Man wird diese Mittel daher auch nur in solchen Fällen anwenden, wo man, wie bei den besagten Windwerken, die betreffende Arbeitsleistung doch nicht wohl nützlich verwenden könnte, oder wo, wie bei den Webstühlen, die Geringfügigkeit der verlorenen Arbeit gegen andere Rücksichten der Fabrikation verschwindet. Es würde jedoch vollkommen verwerflich sein, wollte man den Gang der Betriebsmaschine irgend einer Fabrikanlage durch Einschaltung künstlicher Widerstände reguliren.

Dagegen wendet man solche Mittel häufig an, welche die Regulirung durch Einführung nützlicher Widerstände derartig bewirken, daß die im Ueberschusse auftretende Triebkraft dazu verwendet wird, eine gewisse mechanische Arbeit in dem betreffenden Organe aufzuspeichern, welche Arbeit in der Folge zur Wirkung kommt, sobald die treibende Kraft unter den Betrag des durchschnittlichen Widerstandes herabsinkt. Hierzu gehören zunächst die Gegengewichte, welche von der im Ueberschusse vorhandenen Kraft auf bestimmte Höhe erhoben werden, um die hierdurch aufgenommene Arbeit beim nachherigen Herabsinken wieder zur Unterstützung der Bewegung zu äußern. Als eine besondere Art solcher Gegengewichte hat man auch die sogenannten *Accumulatoren* aufzufassen, wie dieselben bei intermittirend in Thätigkeit zu setzenden Arbeitsmaschinen zur Verwendung kommen, und ist es im Wesentlichen gleichbedeutend, ob der Widerstand des Accumulators hierbei durch ein wirkliches auf dem Kolben lastendes Gewicht oder durch den Druck von comprimirter Luft in einem Windkessel dargestellt ist. Ebenso gehören hierher die Schwungmassen, welche meist in Form von Schwungrädern zur Anwendung kommen, und bei denen nicht durch die Erhebung einer Last, sondern durch Beschleunigung von Massen die betreffende Arbeit in Form von lebendiger Kraft aufgespeichert wird. Eine solche Aufspeicherung und Wiederabgabe von Arbeit kann daher in einem Schwungrade nur dadurch

möglich gemacht werden, daß das letztere in der That abwechselnd größere und kleinere Geschwindigkeiten annimmt. Das Auftreten von Geschwindigkeitschwankungen wird daher niemals durch die Anwendung von Schwungmassen gänzlich zu beseitigen sein, d. h. man wird durch dieses Mittel auch niemals die Bewegung zu einer vollkommen gleichförmigen machen können. Einer solchen kann der Bewegungszustand nur angenähert werden, indem man durch beträchtliche Massen die aus den Kraftschwankungen hervorgehenden Aenderungen der Geschwindigkeit möglichst klein macht. Man wendet Schwungmassen vorzugsweise bei rotirenden und Gewichtswirkung insbesondere bei alternirenden Bewegungen zu dem besagten Zwecke an. Wenn man indeß auch bei rotirenden Axen, wie z. B. bei Dampfmaschinen, Gegengewichte anbringt, so geschieht dies in der Regel nur zu dem Zwecke, die Gewichte anderer einseitig angeordneter Maschinentheile, wie Lenkerstangen, Kurbeln 2c., abzubalanciren. Ihr Zweck besteht dann der Hauptsache nach darin, daß sie die aus einseitiger Anordnung der Massen erfolgenden Stoßwirkungen möglichst verhindern und einen ruhigen Gang der Maschine veranlassen sollen.

Mit der Anwendung dieser Art von Regulatoren ist ein Verlust an mechanischer Arbeit nur insofern verbunden, als durch ihre Anordnung gewisse schädliche Nebenhindernisse, wie Reibungen, hervorgerufen werden. Von diesen letzteren abgesehen, wird jedoch die zum Heben der betreffenden Gewichte oder zum Beschleunigen der Massen aufgewendete Arbeit im vollen Betrage wieder nutzbar, sobald die Gewichte wieder sinken oder die Massen verzögert werden.

Die zweite Gruppe der regulirenden Organe, welche man meist im engeren Sinne unter der Bezeichnung Regulatoren begreift, besteht aus solchen Mechanismen oder Getrieben, die durch eine den jeweiligen Widerständen entsprechende Abänderung der treibenden Kraft einen regelmäßigen Gang der Maschinen zu erhalten bestrebt sind. Hierhin gehören die bei den Dampfmaschinen und Wasserrädern angewandten Vorrichtungen, welche, an dem Gange der Maschinen directen Antheil nehmend, im erforderlichen Falle durch Veränderung der Intensität des der Maschine zufließenden Motors, Dampf oder Wasser, den gewünschten Gleichgewichtszustand zwischen Kraft und Widerstand herbeiführen.

Für alle Arten von Regulatoren gilt übrigens die allgemeine Bemerkung, daß sie einen absolut gleichmäßigen Bewegungszustand der Maschine niemals herbeiführen können, daß vielmehr nur eine mehr oder minder große Annäherung an diesen idealen Zustand durch sie erreichbar ist. Man wird daher die Güte einer derartigen Einrichtung, abgesehen von anderen hier in Betracht kommenden Rücksichten, wie z. B. der Einfachheit ihrer Anordnung,

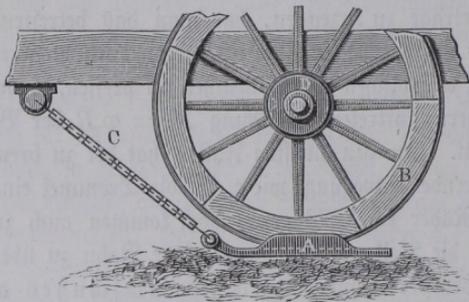
wesentlich nach dem Grade der Ungleichförmigkeit zu beurtheilen haben, welche sie in der Maschine noch zulassen.

**Bremsen.** Hierunter versteht man alle diejenigen Vorrichtungen, welche §. 175. die Bewegung einer Maschine durch einen künstlich hervorgerufenen Reibungs-  
widerstand mäßigen oder nach Befinden ganz aufheben. Um eine solche Reibung in hinreichendem Betrage zu erzeugen, hat man das betreffende Organ der Bremse mit einer entsprechenden Kraft  $R$  gegen einen anderen, zu ihm in relativer Bewegung befindlichen Maschinetheil zu pressen, so daß die zwischen den beiden Körpern auftretende Reibung  $F = \varphi R$  der Bewegung hemmend entgegentritt. In den meisten Fällen hat der zu bremsende Maschinetheil eine rotirende Bewegung, wie z. B. die Trommel einer Aufzugsvorrichtung oder die Räder eines Wagens, doch kommen auch zuweilen Beispiele vor, in denen die Reibung auf geradliniger Bahn zu überwinden ist, wie dies u. A. bei der Anwendung des Hemmschuhes an Fuhrwerken und bei den meisten Sicherheitsvorrichtungen an Aufzügen und Fahrkisten der Fall ist. Handelt es sich bei dem Bremsen lediglich darum, bei einem vorhandenen Ueberschusse der treibenden Kraft über den Widerstand die Bewegung gleichmäßig zu erhalten, so ist der gedachte Reibungswiderstand  $F$  gleich  $P$  zu machen, wenn unter  $P$  der auf denselben Angriffspunkt mit  $F$  reducirte Kraftüberschuß verstanden wird. Dieser Umstand findet statt, wenn man bei Windwerken vermittlest der Bremse Lasten gleichmäßig niederlassen will. Häufig tritt aber auch, wie z. B. beim Eisenbahnbetriebe, der Fall ein, daß man eine in der Maschine vorhandene lebendige Kraft ganz oder theilweise vernichten will, und man hat dann durch die Bremse eine dieser lebendigen Kraft  $L$  gleichwerthige Reibungsarbeit auszuüben, so daß man  $L = Fs$  zu setzen hat, wenn  $s$  den Weg bedeutet, welchen der zu bremsende Theil an dem Bremsorgane in der Zeit zurücklegt, während welcher das Bremsen geschehen soll.

Wenn die Bremse überhaupt als Regulator wirken soll, so ist es erforderlich, ihr eine solche Einrichtung zu geben, daß man den erwähnten Druck  $R$  den Umständen gemäß jederzeit bequem regeln kann. Von diesem Gesichtspunkte aus ist der seit langer Zeit gebrauchte Hemmschuh der Fuhrwerke, weil er eine solche Druckregulirung nicht gestattet, eine sehr unvollkommene Vorrichtung, ganz abgesehen von dem schädlichen Einflusse, welchen seine Anwendung auf die Beschaffenheit der Straßen ausübt. Der Hemmschuh  $A$ , Fig. 707 (a. f. S.), wirkt in der Art, daß er, nachdem man ihn fallen gelassen, das Rad  $B$  auf sich aufrollen läßt und dessen rollende Bewegung dadurch aufhebt, daß die straff gewordene Kette  $C$  ihn mit der Geschwindigkeit des Wagens und der Ase  $D$  fortzieht. Der Widerstand, welcher hierdurch erzeugt wird, ist daher immer durch diejenige Reibung gegeben, welche unter

der Belastung des Rades  $B$  zwischen dem Schuh und der Straße stattfindet. Nur in dem Falle, daß bei nicht genügend langer Kette  $C$  das Rad nur mit einem Theile  $R_1$  seiner Belastung auf den Schuh, mit dem anderen Theile  $R_2 = R - R_1$  auf die Straße drücken würde, hätte man es, da

Fig. 707.



das Rad alsdann noch ferner rotiren würde, mit einem Bremswiderstande  $(\varphi_1 + \varphi_2)R_1$  zu thun, wenn  $\varphi_1$  den Reibungscoefficienten zwischen dem Hemmschuh und der Straße und  $\varphi_2$  denjenigen zwischen dem Rade und dem Hemmschuh bedeutet, eine Wirkung, auf die in der Praxis aber nicht zu rechnen ist.

Man hat allerdings bei den Tendern der Locomotiven auch Bremsen versucht, welche nach Art des gewöhnlichen Hemmschuhes wirken und dabei eine gewisse Regulirung des Druckes ermöglicht, hat diese Anordnungen aber aus praktischen Rücksichten verworfen. Hierbei wurde von dem Führer durch eine Schraube ein Bremsstück zwischen den Rädern auf die Schienen gepreßt, an denen es gleitende Reibung hervorrief.

Auch sonst kommen Bremsen mit geradliniger Bewegung der reibenden Theile gegen einander nur selten als gewisse Sicherheitsvorrichtungen, als regulirende Organe aber wohl gar nicht vor. Man wendet sie z. B. an bei Fördervorrichtungen und Fahrkünsten, wo im Falle eines Seil- oder Kettenbruches einzelne mit der Förderschale verbundene Fangarme durch Federkraft gegen die Laufrollen gedrückt werden sollen, um durch die an den letzteren erzeugte Reibung die Schale am Niederstürzen zu hindern, worüber an der betreffenden Stelle ein Näheres angeführt werden wird.

Zu diesen Bremsvorrichtungen kann man auch diejenigen Rettungsapparate rechnen, vermittelt deren Personen aus oberen Stockwerken bedrohter Häuser sich an einem Seile herablassen. Alle diese Apparate beruhen auf dem Principe, daß das betreffende oberhalb angeknüpfte Seil um eine Art Spule so gewunden ist, daß beim Abwärtsgleiten der Spule in Folge der daran hängenden Belastung genügende Reibung zwischen dem Seile und der Spule entsteht, um die Fallbewegung gehörig zu mäßigen.

Alle übrigen Bremsen sind zur Hemmung rotirender Theile, der sogenannten Bremscheiben, eingerichtet, und nach der Art, wie der bremsende Theil an diesen Scheiben zur Wirkung gebracht wird, unterscheidet man sie in der Regel in: Backen- oder Laschenbremsen, Glieder- oder Ketten-

bremfen, Gurt-, Seil- oder Bandbremsen, Excentrikbremsen und Regelbremsen.

**Backenbremsen.** Bei diesen wird der zur Verzögerung dienende §. 176. Reibungswiderstand am Umfange der Bremscheibe durch Backen hervorgerufen, welche gegen den Umfang des meist cylindrischen Bremsrades gedrückt werden. Zur Erzeugung des erforderlichen Bremsdruckes bedient man sich dabei in der Regel der Hebel, welche wie  $DE$ , Fig. 708, durch eine am längeren Arme  $E$  wirkende Kraft  $K$  angegriffen werden, so daß der auf Reibung an dem Backen  $B$  wirkende Druck je nach dem Hebelverhältnisse verstärkt auftritt. Nimmt man an, daß die Druckkräfte des Backens  $B$  auf die Bremscheibe  $A$  sich gleichmäßig über die Berührungsfläche vertheilen, ihre Resultirende  $R$  daher durch die Axe  $C$  gehe, so hat man unter Vernachlässigung der Zapfenreibung bei  $D$  für das Gleichgewicht der Bremse nach der Figur die Bedingung

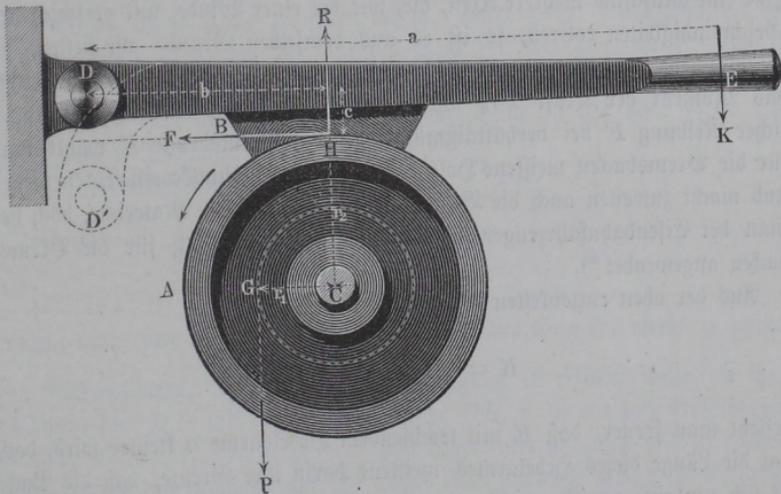
$$Ka = Rb - \varphi Rc,$$

woraus

$$K = R \frac{b - \varphi c}{a}$$

folgt. Hierbei ist eine Drehung der Bremscheibe im Sinne des Pfeiles, linksam, vorausgesetzt, derzufolge die auf den Bremsbacken wirkende Reibung

Fig. 708.



$\varphi R$  den Hebel  $DE$  in demselben Sinne zu drehen strebt wie die Kraft  $K$ . Wäre die Anordnung so getroffen, daß die Bremscheibe nach der anderen

Richtung sich dreht, so würde für den Hebel die Gleichung  $Ka = Rb + \varphi Rc$  gelten. Man kann daher allgemein für beide Drehungsrichtungen:

$$K = R \frac{b \mp \varphi c}{a}$$

setzen. Ist nun  $P$  die am Halbmesser  $CG = r_1$  wirkende Kraft, welcher durch die Reibung  $F = \varphi R$  am Halbmesser  $CH = r_2$  das Gleichgewicht gehalten werden soll, so hat man aus

$$Pr_1 = \varphi Rr_2; \quad R = P \frac{r_1}{\varphi r_2},$$

und daher die am Hebelende bei  $E$  erforderliche Bremskraft

$$K = P \frac{r_1}{\varphi r_2} \frac{b \mp \varphi c}{a}.$$

Damit durch die Bremsvorrichtung der beabsichtigte Zweck möglichst bequem und leicht erreicht werde, hat man dafür zu sorgen, daß die auszuübende Bremskraft  $K$  möglichst gering ausfalle. Aus obiger Formel erkennt man zunächst, daß bei einer gegebenen Größe des Kraftmomentes  $Pr_1$  die Bremskraft  $K$  um so geringer ausfällt, je größer der Halbmesser  $r_2$  der Bremscheibe und der Reibungscoefficient  $\varphi$  ist. Aus dem Grunde läßt man die Bremse niemals gegen die Axen direct, sondern gegen größere Scheiben wirken, deren Umfänge bei der Bewegung eine große Geschwindigkeit haben. Hat eine Maschine mehrere Axen, die, wie bei einer Winde, mit verschiedenen Geschwindigkeiten rotiren, so ist es aus demselben Grunde am besten, die Bremscheibe auf der am schnellsten bewegten Ase anzubringen, an welcher das Moment der Kraft  $Pr_1$  am geringsten ist. Zur Ausübung beträchtlicher Reibung  $F$  bei verhältnißmäßig großem Bremsdrucke  $R$  wählt man für die Bremsbacken meistens Holz des größeren Reibungscoefficienten wegen und macht zuweilen auch die Bremscheiben von solchem Materiale, doch hat man bei Eisenbahnfahrzeugen neuerdings auch Hartguß für die Bremsbacken angewendet\*).

Aus der oben entwickelten Gleichung

$$K = P \frac{r_1}{\varphi r_2} \frac{b \mp \varphi c}{a}$$

erfieht man ferner, daß  $K$  mit wachsendem Hebelsarme  $a$  kleiner wird, doch hat die Länge dieses Hebelarmes meistens darin ihre Grenze, daß die Backe  $B$  sich um eine gewisse, nicht zu geringe Größe von der Bremscheibe ent-

\*) S. Rühlmann, Allgemeine Maschinenlehre, Bd. III, S. 281.

fernen lassen muß, um der letzteren ungehinderte Drehung während des Nichtbremsens auch für den Fall zu gestatten, daß die Scheibe nicht genau rund ist, wogegen andererseits der dem Hebelende  $E$  zu ertheilende Weg entsprechend der Armlänge des Arbeiters nur ein beschränkter ist. Der letztere Umstand ist besonders in denjenigen Fällen zu berücksichtigen, wo man zur Erzeugung eines großen Bremsdruckes das Hebelende  $E$  nicht direct, sondern durch Vermittelung besonderer Hebelvorgelege bewegt, wie aus dem Folgenden ersichtlich werden wird.

Endlich ergibt der gefundene Werth von  $K$ , daß diese Kraft unter sonst gleichen Verhältnissen auch von der Drehungsrichtung der Bremscheibe abhängig ist. In dem betrachteten Falle der Fig. 708 ist die Kraft  $K$  bei der angenommenen Linksdrehung der Bremscheibe durch

$$K = R \frac{b - \varphi c}{a}$$

gegeben, und daher kleiner als bei der entgegengesetzten Drehung, für welchen Fall

$$K = R \frac{b + \varphi c}{a}$$

sein müßte. Man kann hieraus die allgemeine Regel folgern, daß es zu möglichster Verminderung von  $K$  immer vortheilhaft ist, die Anordnung so zu treffen, daß die auf den Bremsbacken wirkende Reibung  $F$  den Hebel in demselben Sinne zu drehen strebt wie die Kraft  $K$ . Dies hat man in jedem Falle zu untersuchen. Wäre z. B. der Drehpunkt des Hebels anstatt in  $D$  auf der anderen Seite der Richtung von  $F$ , etwa in  $D'$ , angeordnet, so ergiebt sich, daß das negative Vorzeichen nur Geltung haben würde bei einer Drehung der Bremscheibe in der dem Pfeile entgegengesetzten Richtung.

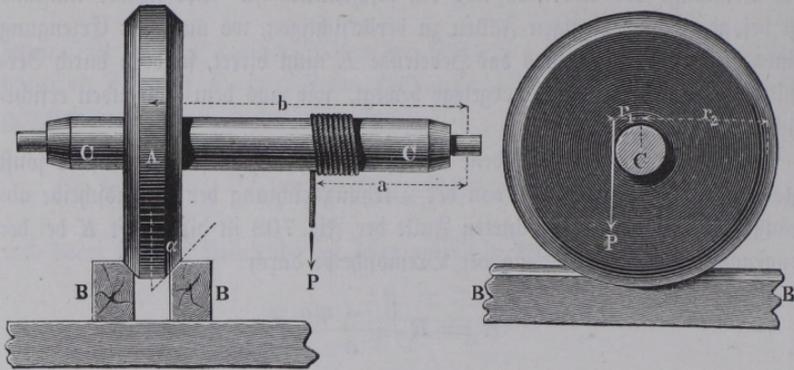
Aus dem Ausdrücke für die Hebelkraft

$$K = R \frac{b - \varphi c}{a}$$

erkennt man, daß  $K = 0$  wird für  $\frac{b}{c} = \varphi = \tan \varrho$ , wenn  $\varrho$  wieder den Reibungswinkel bedeutet. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Verbindungslinie  $DH$  mit dem Radhalbmesser  $CH$ , d. h. mit dem Bremsdrucke  $R$  einen Winkel  $DHR$  gleich dem Reibungswinkel  $\varrho$  bildet, und in solchem Falle würde die geringste auf den Hebel  $AE$  wirkende Kraft, z. B. dessen eigenes Gewicht, schon ausreichen, die Bremsung zu bewirken. Würde dieser Winkel  $DHR$  noch kleiner werden als  $\varrho$ , so hätte man es mit einem Reibungsgesperre (s. §. 172) zu thun.

Zu den Backenbremsen hat man auch die bei den Fahrstühlen der Mühlen gebräuchliche Einrichtung, Fig. 709, zu rechnen, wobei die Welle *C*, an

Fig. 709.



welcher direct die Last *P* hängt, eine Bremscheibe *A* trägt, welche durch die Componente der Last  $P \frac{a}{b}$  und ihr Eigengewicht *G* zwischen die beiden festliegenden Backenhölzer *B* gezogen wird. Die hierbei an den beiden kegelförmig abgeschrägten Seitenflächen der Bremscheibe auftretende Reibung *F* hat nach Früherem den Betrag

$$F = \frac{\varphi R}{\sin(\alpha + \varrho)},$$

wenn  $\alpha$  den halben Convergenzwinkel der conischen Seitenflächen bedeutet. Für den Stillstand der Winde hat man hier

$$R = P \frac{a}{b} + G,$$

und es muß der Halbmesser  $r_2$  des Bremsrades mindestens so groß gewählt werden, daß

$$\varphi \frac{P \frac{a}{b} + G}{\sin(\alpha + \varrho)} r_2 = P r_1$$

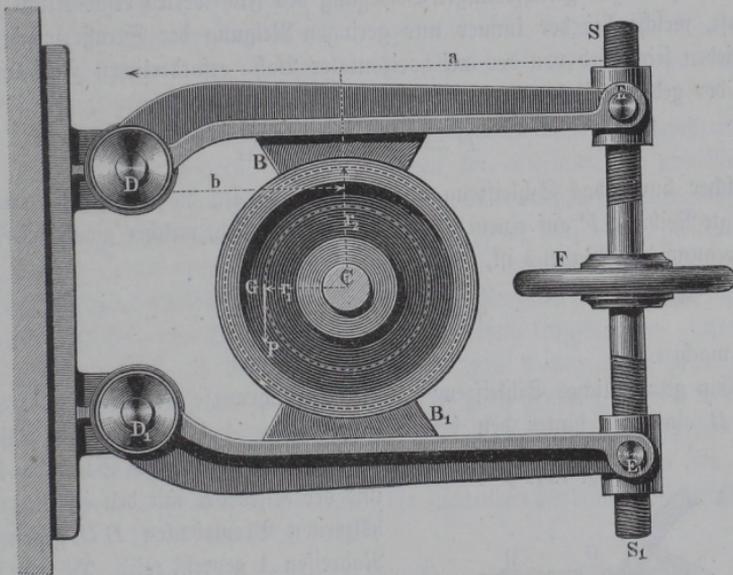
ist. Soll die Last gleichmäßig gesenkt werden, so hat man durch das betreffende Zugseil (vergleiche auch Fig. 676) die Bremscheibe so weit anzuheben, daß sie noch mit einem Drucke *R* zwischen die Backen gepreßt wird, welcher aus

$$P r_1 = \varphi \frac{R}{\sin(\alpha + \varrho)} r_2$$

folgt. Hierbei ist von den sonstigen Nebenhindernissen, wie Zapfenreibung, abgesehen.

Bei der in Fig. 708 dargestellten einfachen Backenbremse muß der von dem Bremsbacken auf die Scheibe ausgeübte Druck  $R$  direct von der Ase  $C$  und deren Zapfenlagern aufgenommen werden. Wenn auch die in Folge dessen in diesen Lagern neu hervorgerufene Reibung insofern günstig wirkt, als sie ebenfalls zur Hinderung der Bewegung beiträgt, so kann doch unter Umständen der bedeutende Druck  $R$ , welchem dadurch die Ase unterworfen wird, für die Festigkeit der letzteren bedenklich werden, besonders wenn die Bremscheibe nicht unmittelbar neben einem Lager angebracht werden kann. Um einen solchen einseitigen Druck auf die Ase zu vermeiden, wendet man häufig zwei Bremsbacken an gegenüber liegenden Stellen der Bremscheibe an, wodurch eine Belastung der Ase durch den Bremsdruck vermieden wird. So findet sich z. B. bei manchen Bohrmaschinen zur Vorschiebung des Bohrers mit gleichbleibendem Drucke die in Fig. 710 dargestellte Einrichtung,

Fig. 710.



bei welcher die beiden Bremshebel  $DE$  und  $D_1E_1$  durch eine Schraubenspindel  $SS_1$  mit rechtem und linkem Gewinde in ähnlicher Art zusammengezogen werden können, wie dies bei der früher besprochenen (§. 131, Fig. 515) Wagentuppelung der Fall ist. Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen hat man für eine Drehung der Ase  $C$  nach beliebiger Richtung, wenn  $K$  die an jedem Hebel wirkende Zugkraft der Schraubenspindel be-

deutet:  $Ka = Rb$ , da hier das Glied  $\varphi Rc$  für beide Hebel entgegengesetzte Vorzeichen annimmt. Soll durch diese Vorrichtung an dem Halbmesser  $CG = r_1$  ein constanter Druck  $P$  ausgeübt werden, so hat man aus der Gleichung  $Pr_1 = 2\varphi Rr_2$  die Größe von  $R$  und  $K$  zu bestimmen, woraus die an dem Handrade  $F$  anzubringende Kraft sich nach den im fünften Capitel über die Schrauben enthaltenen Regeln bestimmt.

§. 177. **Wagenbremsen.** Zu den Badenbremsen gehören auch die sogenannten Schleifzeuge der Fuhrwerke und die Bremsvorrichtungen der Eisenbahnwagen. Bei den Straßenfuhrwerken dient die Bremse hauptsächlich dazu, beim Bergabfahren die aus der Gewichtskomponente des Fuhrwerkes resultierende überschüssige Zugkraft zu neutralisiren, während die Bremsen der Eisenbahnwagen vorzugsweise dazu verwendet werden müssen, die in einem Zuge vorhandene Geschwindigkeit in kurzer Frist ganz oder theilweise zu vernichten. Ist im ersteren Falle der Neigungswinkel der Straße gegen den Horizont durch  $\alpha$ , das Gewicht des Wagens durch  $G$  bezeichnet, und bedeutet etwa  $P_1$  die zur gleichförmigen Bewegung des Fuhrwerkes erforderliche Zugkraft, welche bei der immer nur geringen Neigung der Straße wenig verschieden sein wird von der auf horizontaler Bahn erforderlichen Zugkraft, so ist der gedachte Ueberschuß

$$P = G \sin \alpha - P_1,$$

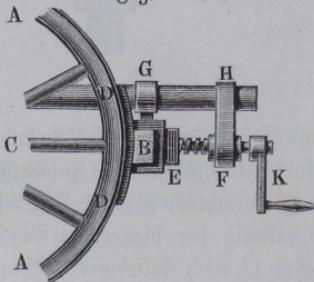
welcher durch das Schleifzeug aufzuheben ist. Da die an den Rädern erzeugte Reibung  $F$  auf einem Wege überwunden wird, welcher gleich der Fortbewegung des Wagens ist, so hat man

$$\varphi R = G \sin \alpha - P_1$$

zu machen.

Ein gewöhnliches Schleifzeug für Straßenfuhrwerke zeigt Fig. 711. Hier ist  $B$  ein quer hinter den beiden Hinterrädern  $AA$  weggehender Balken, welcher mit Hilfe der Schraube  $EF$  und der Kurbel  $K$  mit den eisernen oder hölzernen Bremsbacken  $DD$  gegen die Radreifen  $A$  gepreßt wird. Hiervon sind die Bremsvorrichtungen der Luxuswagen wesentlich nur dadurch verschieden, daß die Schraube an dem Kutscherbock angebracht ist, um dem Führer bequem zur Hand zu sein, und daß die Bewegung der Schraubenmutter durch geeignetes Hebelwerk auf die Bremsbacken über-

Fig. 711.



tragen wird. Anstatt das Anpressen der Bremsbacken durch Menschenhand zu bewirken, hat man dazu auch den Zug der Pferde \*) an den Aufhaltern A,

Fig. 712.

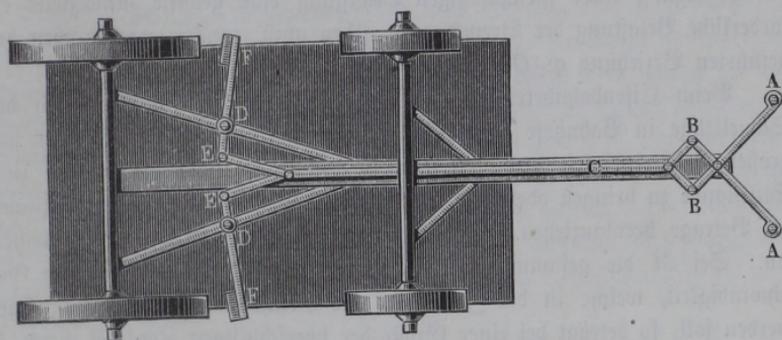


Fig. 712, beim Bergabfahren benutzt, indem durch die Hebel  $AB$  und die Zugstange  $C$  die beiden Hebel  $EF$  um  $D$  gedreht und die Bremsbacken  $F$  gegen die Räder gedrückt werden.

Beim Anpressen der Bremsbacken gegen die Hinterräder (die Vorderäder werden wegen der Drehbarkeit des Vordergestells nicht gebremst), wird eine mit dem Bremsdruck  $R$  zunehmende Reibung erzeugt, wobei zunächst die Räder ihre rotirende Bewegung noch beibehalten. Letzteres wird aber nur so lange dauern, bis die zwischen den Bremsbacken und Radreifen stattfindende Reibung zusammen mit der an den Axzapfen auftretenden Zapfenreibung einen Betrag erreicht, welcher gleich derjenigen gleitenden Reibung ist, die bei dem Schleifen der am Drehen verhinderten Hinterräder auf der Straße dortselbst eintritt. Jede weitere Vergrößerung von  $R$  durch ferneres Anziehen der Bremse wird nämlich diesen letztgedachten Zustand herbeiführen. Während daher bei der im vorigen Paragraphen gedachten Bremse der zu erzeugende Widerstand beliebig groß gemacht werden konnte, ist bei dem Bremsen der Fuhrwerke die äußerste Grenze des Bremswiderstandes von vornherein festgestellt. Bezeichnet  $G_1$  die Belastung der gebremsten Ase und  $\varphi_1$  den Coefficienten der gleitenden Reibung zwischen dem Radfranze und der Bahn, so ist durch

$$\varphi_1 G_1 = F$$

das Maximum des durch die Bremse erreichbaren Widerstandes gegeben. Es würde somit durch Bremsen selbst aller Räder eines Fuhrwerkes oder Wagenzuges eine Beschleunigung desselben nicht vermieden werden können, wenn die Neigung der Bahn den zugehörigen Reibungswinkel überschreiten würde. Hier-

\*) S. Knight's American Mechanical Dictionary.

aus erkennt man schon, daß die Wirkung des Bremsens bei einem Eisenbahnzuge wesentlich von der Anzahl der gebremsten Axen und der auf denselben ruhenden Belastung abhängen wird, und daß es für eine bestimmte Bahnneigung zur Erzeugung einer gleichmäßigen Bewegung eine gewisse mindestens erforderliche Belastung der Bremswagen geben muß, welche aus der oben angeführten Beziehung  $\varphi_1 G_1 = F$  zu ermitteln ist.

Beim Eisenbahnbetriebe ist es vielfältig, z. B. beim Einfahren der Schnellzüge in Bahnhöfe oder bei Unfällen, eine Nothwendigkeit, einen mit großer Geschwindigkeit bewegten Zug in thunlichst kurzer Zeit ganz zum Stillstande zu bringen oder doch seine Geschwindigkeit bis zu einem bestimmten Betrage herabzuziehen. Dieser Fall läßt sich in folgender Art beurtheilen. Sei  $M$  die gesammte bewegte Masse des Zuges und  $v$  dessen Geschwindigkeit, welche in der Zeit  $t$  auf die Geschwindigkeit  $c$  zurückgeführt werden soll, so beträgt bei einer Größe der überschüssigen Zugkraft gleich  $P$  und der Reibung gleich  $F$  während des Bremsens die Verzögerung des Zuges per Secunde

$$p = \frac{F - P}{M}.$$

Es muß daher, um in  $t$  Secunden die Geschwindigkeit um den Betrag  $v - c$  zu ermäßigen,

$$v - c = pt = \frac{F - P}{M} t$$

sein. Hierin ist unter  $P$  die überschüssige Zugkraft, d. h. die Größe verstanden, um welche die Zugkraft die durchschnittlichen Widerstände der Zapfenreibung zc. übersteigt. Wird der Dampfzufluß von der Maschine abgeschnitten, so hat man unter  $P$  einen negativen Werth  $P_0$  zu verstehen, nämlich jenen Widerstand der gewöhnlichen Bewegung. Für diesen Fall hätte man also

$$v - c = pt = \frac{F + P_0}{M} t.$$

Der Weg, welchen der Wagen während des Bremsens zurückgelegt hat, bestimmt sich nach den Regeln der gleichförmig verzögerten Bewegung (siehe Theil I, §. 14) durch

$$s = \frac{v + c}{2} t$$

und daher die auf diesem Wege verrichtete Arbeit der Bremse zu

$$Fs = \varphi R \frac{v + c}{2} t.$$

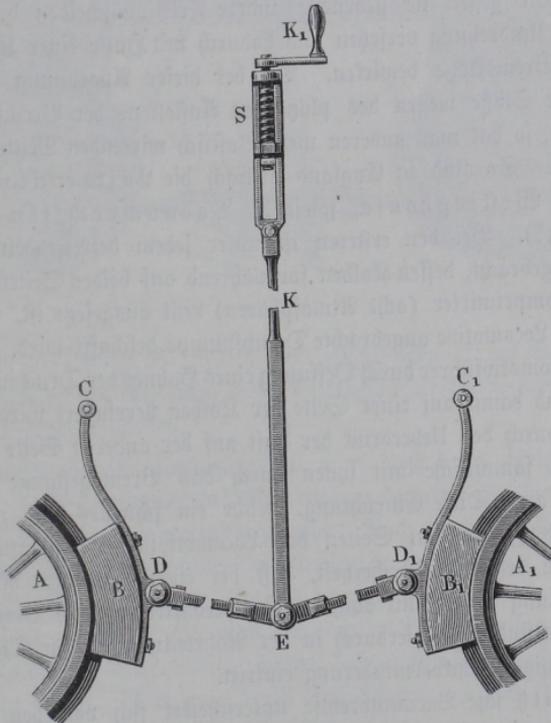
Der Wagen oder Eisenbahnzug hat während des Bremsens das Arbeitsvermögen

$$M \frac{v^2 - c^2}{2} = (F + P_0) \frac{v + c}{2} t$$

verloren.

Auch bei den Eisenbahnwagen pflegt man, um die Axen nicht durch einseitigen Bremsdruck zu beanspruchen, die Räder in der Regel durch je zwei diametral gegenüber liegende Backen zu drücken. Man trifft hierbei die Anordnung so, daß bei der Einrichtung für Handbremsung sämtliche Bremsbacken eines Wagens durch Hebel und Zugstangen derart in Verbindung gebracht werden, daß durch Bewegung der dem Bremsler zugänglichen Schraube alle Backen desselben Wagens gleichzeitig angezogen werden. Die hierbei zur Verwendung kommenden Anordnungen der Hebel sind sehr verschieden, eine häufig vorkommende Einrichtung ist durch Fig. 713 dargestellt. Hierbei wirkt

Fig. 713.



die durch die Schraubenspindel S auf deren Mutter und die Zugstange K ausgeübte Zugkraft vermittelst des Kniehebels  $DED_1$  auf die bei C und  $C_1$  aufgehängten Bremsbacken B und  $B_1$ , so daß der durch die Zugstange auf E ausgeübte Zug K einen Druck R in jedem Schenkel des Kniehebels  $ED$  und  $ED_1$  erzeugt, welcher durch

$$R = \frac{K}{2 \cos \beta}$$

ausgedrückt ist, vorausgesetzt, daß man von den Zapfenreibungen des Kniehebels absieht, und unter  $2\beta$  den Winkel  $DED_1$  versteht.

Bei den vergrößerten Fahrgeschwindigkeiten der neueren Zeit hat man beim Eisenbahnbetriebe vielfach seine Aufmerksamkeit solchen Bremsconstruktionen zugewendet, welche das gleichzeitige Anziehen aller Bremsklötze eines Eisenbahnzuges durch Elementarkraft ermöglichen. Zur Erreichung dieses Zweckes hat man verschiedene Einrichtungen vorgeschlagen und in Anwendung gebracht. So hat man die lebendige Kraft des Zuges selbst dazu benutzt, das Anziehen der Bremsen zu bewirken, indem z. B. bei der in Deutschland zuweilen angewandten Bremse von Heberlein eine Axe des Bremswagens mit zwei hölzernen Frictionsscheiben versehen ist, welche zwei im entsprechenden Zeitpunkte gegen sie gedrückte andere Frictionsscheiben durch Reibung ebenfalls in Umdrehung versetzen und dadurch mit Hilfe einer Kette das Anziehen der Bremsklötze bewirken. Da bei dieser Anordnung indessen gar häufig starke Stöße wegen des plötzlichen Anstehens der Bremsen sich fühlbar machten, so hat man anderen mehr elastisch wirkenden Mitteln den Vorzug gegeben. So sind in England vielfach die Luftdruckbremsen von Steel und Westinghouse, sowie die Vacuumbremsen von Smith in Gebrauch\*). Bei den ersteren ist unter jedem betreffenden Wagen ein Cylinder angebracht, dessen Kolben fortwährend auf beiden Seiten dem Drucke von stark comprimierter (acht Atmosphären) Luft ausgesetzt ist, welche durch eine auf der Locomotive angebrachte Dampfmaschine beschafft wird. Wenn nun durch den Locomotivführer durch Oeffnung eines Hahnes der Druck in der Hauptzuleitung und damit auf einer Seite der Kolben verringert wird, so werden die Kolben durch den Ueberdruck der Luft auf der anderen Seite bewegt und ziehen dabei sämmtliche mit ihnen durch das Bremsgestänge verbundene Bremsklötze an. Diese Einrichtung, welche ein schnelles und zuverlässiges Bremsen des Zuges von Seiten des Locomotivführers gestattet, gewährt außerdem die besondere Sicherheit, daß bei einem etwaigen Reissen einer Wagenkuppelung und damit auch der Hauptrohrleitung das Bremsen sofort von selbst stattfindet, da hierdurch in der Rohrleitung die zur Thätigkeit der Bremsen nöthige Druckverminderung eintritt.

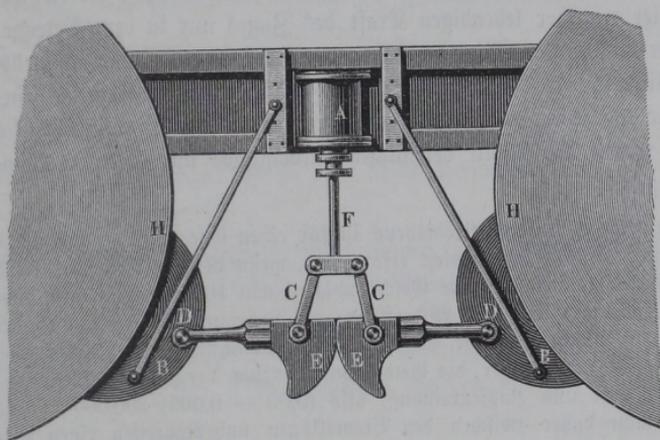
Die Smith'sche Vacuumbremse unterscheidet sich von den erwähnten Bremsen mit comprimierter Luft im Wesentlichen dadurch, daß anstatt des Bremszylinders mit Kolben unter jedem Wagen ein cylindrischer versteifter Gummibehälter angebracht ist, dessen oberer Boden am Wagengestell befestigt

\*) Siehe hierüber u. a. den Aufsatz von Schneider, „Ueber continuirliche Bremsen.“ Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1878, S. 353.

und dessen unterer Deckel mit dem Bremsgestänge verbunden ist. Wird nun durch einen auf der Locomotive angebrachten Ejector oder Luftsaugapparat durch einen Dampfstrahl die Luft aus der Hauptrohrleitung und den Gummibehältern fortgesaugt, so wird unter Einfluß des atmosphärischen Ueberdruckes ein Zusammenpressen der Gummibehälter und Anziehen der Bremsflöze bewirkt.

Eine Anordnung der Westinghouse'schen Bremse zeigt Fig. 714. Hier ist *A* der mit comprimierter Luft erfüllte Cylinder, dessen Kolben beim Auf-

Fig. 714.



steigen durch die Stange *F* mittelst der Zugstangen *C* die Schenkel *DE* eines Kniegelenkes anzieht, durch dessen Spreizung die Bremsbacken *B* gegen die Räder *H* gepreßt werden.

Das Bremsen der Eisenbahnzüge hat man auch durch theilweisen Verschluss bzw. durch Verengung des Austrittsquerschnittes für den abgehenden Dampf der Maschine zu erreichen gesucht. Auch ist es wohl ein häufiger angewandtes Mittel, insbesondere in Momenten der Gefahr, in denen ein schleuniges Bremsen geboten ist, letzteres durch sogenannten Gegendampf, d. h. dadurch zu befördern, daß man der noch im Vorlaufen begriffenen Maschine den Dampf in solcher Weise zuführt, daß er für sich allein einen Rücklauf bewirken würde. Was man durch diese Mittel erreichen kann, läßt sich durch folgende Betrachtung erkennen. Dadurch, daß man dem Dampfe den Austritt verwehrt, kann man im äußersten Falle die Triebräder an der Drehung verhindern, etwa in derselben Weise, wie dies durch hinreichend starkes Anziehen der Bremsbacken an jedem Bremsrade geschehen kann. In Folge davon werden die so festgehaltenen Räder mit derselben Geschwindigkeit *v* auf den Schienen schleifen, mit welcher der ganze Zug in Bewegung be-

griffen ist. Bezeichnet man daher mit  $G$  das auf die Triebäder entfallende Gewicht der Locomotive, so wird dem bewegten Zuge durch jenes Mittel in jeder Secunde eine mit dem Arbeitsbetrage der Reibung  $\varphi G v$  gleichwerthige lebendige Kraft entzogen. Ueber diesen Betrag hinaus läßt sich auch durch Einführung von Gegendampf die Bremswirkung nicht steigern. Durch denselben können zwar die Triebäder trotz der Vorwärtsbewegung des Zuges mit der Geschwindigkeit  $v$  nach rückwärts etwa mit der Geschwindigkeit  $v_1$  gedreht werden, und die Reibung der Triebäder wird demgemäß auf einem Wege  $v + v_1$  überwunden werden müssen, wozu die Reibungsarbeit  $\varphi G (v + v_1)$  in jeder Secunde aufzuwenden ist. Diese Arbeit wird aber auch hier von der lebendigen Kraft des Zuges nur in dem Betrage  $\varphi G v$  verrichtet, indem der Werth  $\varphi G v_1$  von dem Gegendampfe ausgeübt wird. Die Wirkung des Gegendampfes kann man daher lediglich als ein Feststellen der Triebäder in Rechnung bringen. Man pflegt übrigens Gegendampf wegen der damit verknüpften Uebelstände nur selten in Anwendung zu bringen.

Beispiel. Welcher Bremsdruck ist für einen Eisenbahnzug von im Ganzen 300 Tonnen à 1000 kg Gewicht erforderlich, wenn derselbe auf einer mit 2 Proc. abfallenden Bahnneigung eine Geschwindigkeit von 10 m per Secunde nicht überschreiten soll, und wenn die Widerstände der Luft und Zapfenreibung bei dieser Geschwindigkeit mit  $\frac{1}{2}$  Proc. des Gewichtes in Rechnung gestellt werden?

Die Zugkraft ist hier die Gewichtskomponente vermindert um den Widerstand der Luft und Zapfenreibung, also  $(0,02 - 0,005) 300\,000 = 4500$  kg. Nimmt man daher zwischen den Bremsklößen und Radreifen einen Reibungscoefficienten  $\varphi = 0,25$  an, so folgt der erforderliche Bremsdruck zu

$$\frac{4500}{0,25} = 18\,000 \text{ kg.}$$

Wenn die Bruttobelastung einer Axe 7500 kg und der eventuelle Reibungscoefficient zwischen den Schienen und Rädern 0,2 beträgt, so kann an einer Axe höchstens ein Bremswiderstand von

$$7500 \cdot 0,2 = 1500 \text{ kg}$$

erzeugt werden, es müßten demnach mindestens

$$\frac{4500}{1500} = 3 \text{ Axen,}$$

also zwei Wagen mit Bremsen versehen sein. Der Sicherheit wegen pflegt man bei derartigen Bahngefällen eine größere Anzahl Wagen zum Bremsen einzurichten.

2) Wenn der vorstehende Zug aus einer ihm innewohnenden Geschwindigkeit von 16 m per Secunde während eines Weges von nur 250 m zum Stillstande gebracht werden soll, wie groß wird dann der Bremsdruck sämmtlicher Bremsbacken sein müssen, wenn als durchschnittlicher Widerstand der Luft und der Zapfenreibungen derselbe Werth von  $\frac{1}{2}$  Proc. des Gewichtes angenommen wird und der Dampfzufluß zur Maschine beim Beginn des Bremsens abge schnitten wird?

Setzt man die in dem Zuge enthaltene lebendige Kraft gleich der auf dem Wege gleich 250 m verrichteten Arbeit der Widerstände und der Bremsen, so folgt der Bremsdruck  $R$  aus

$$\frac{300\,000 \cdot 16^2}{2 \cdot 9,81} = 250 (0,005 \cdot 300\,000 + 0,25 R) \text{ zu } R = 56\,632 \text{ kg.}$$

Da jede Aye von 7500 kg Belastung höchstens einen Bremswiderstand von  $0,2 \cdot 7500 = 1500$  kg äußern kann, daher der Bremsdruck nur wirksam sein kann, so lange er den Betrag von

$$\frac{1500}{0,25} = 6000 \text{ kg}$$

nicht übersteigt, so folgt hieraus, daß im vorliegenden Falle mindestens

$$\frac{56\,632}{6000} = 10 \text{ Ayen,}$$

d. h. mindestens fünf Wagen mit Bremsen zu versehen sind. Die Zeit des Bremsens bestimmt sich aus

$$\frac{16}{2} t = 250 \text{ zu } t = 31,25 \text{ Secunden.}$$

**Bandbremsen.** Dieselben finden wegen ihrer Einfachheit und großen §. 178. Wirksamkeit bei verhältnißmäßig kleinem Bremsdrucke häufige Verwendung bei Windwerken und Fördermaschinen. Der Bremswiderstand am Umfange der Brems Scheibe wird hierbei durch die Reibung eines biegsamen Stahl- oder Eisenbandes  $E$ , Fig. 715, dargestellt, welches, um die Brems Scheibe  $A$

Fig. 715.

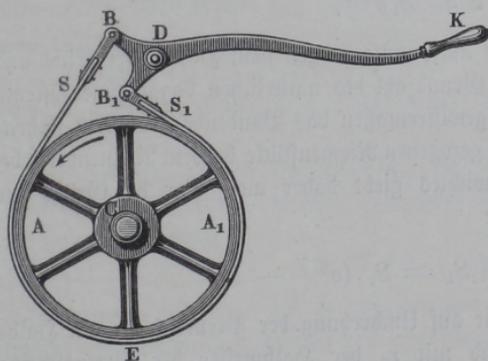
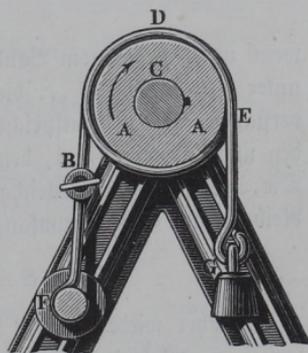


Fig. 716.



gelegt, an den Enden  $B$  und  $B_1$  durch Zugkräfte angespannt werden kann. Das Anspannen geschieht meistens durch einen Hebel, welcher um  $D$  dreh-

bar, an seinem Ende von der Bremskraft  $K$  ergriffen wird. Die Brems Scheibe  $A$  ist in der Regel auf ihrem Umfange mit einer der Breite des Bandes entsprechenden Ruth oder Rinne versehen, deren vorstehende Ränder

dem Bande eine sichere Führung geben. Auf demselben Principe beruht die in Fig. 716 (a. v. S.) dargestellte Drahtbremse, bei welcher anstatt des flachen Bandes ein runder Draht  $D$  zur Verwendung kommt, welcher in mehrfacher Windung die Welle  $A$  umschlingt, und dessen eines Ende mittelst des Gelenkstücker  $FB$  bei  $F$  am Gestelle der Winde befestigt ist, während die erforderliche Spannung des Drahtes durch ein an dessen anderem Ende hängendes Gewicht  $G$  erzeugt wird. In allen Fällen muß bei einer Drehung der Axe oder Scheibe  $A$  die Reibung zwischen deren Umfange und dem Bande überwunden werden, und man kann daher auch hier durch geeignete Regulirung dieser Reibung die Bewegung nach Bedürfnis mäßigen oder ganz aufheben. Eine ähnliche Wirkung wie bei der Drahtbremse, Fig. 716, findet auch in denjenigen Fällen statt, wo man schwere Lasten, z. B. Fässer, auf geneigter Bahn in Keller hinabläßt, indem man ein mit der Last verknüpftes Seil einige Male um ein festliegendes rundes Querholz schlingt und an dem freien Ende des Seils das Sinken der Last regulirt. Hier dient in einfachster Weise die Reibung zwischen dem Lastseile und dem festen Querbaume zur Regulirung der Bewegung.

Die Reibung der Bandbremsen berechnet sich in ähnlicher Weise wie diejenige beim Riemenbetriebe nach den in Thl. I, §. 199 angegebenen Regeln der Seilreibung. Bezeichnet man bei der durch den Pfeil in Fig. 715 angedeuteten Drehungsrichtung der Scheibe  $A$  die Spannungen in den beiden an  $B$  und  $B_1$  angehängten Bandenden bezw. mit  $S$  und  $S_1$ , so hat man für den Fall des Gleitens der Scheibe in dem Bande die Beziehung

$$S = S_1 e^{\varphi\gamma},$$

wenn unter  $\gamma$  der vom Bande umspannte Bogen vom Halbmesser Eins und unter  $e = 2,71828 \dots$  die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems verstanden ist. Es entspricht gewissermaßen das Bandende  $BA$  dem ziehenden und dasjenige  $B_1A_1$  dem gezogenen Riemenstücke bei dem Riemenbetriebe. Die Bedingung des Gleichgewichtes giebt daher auch hier die Größe der Reibung am Scheibenumfange

$$F = S - S_1 = S_1 (e^{\varphi\gamma} - 1).$$

Ist daher wieder mit  $P$  die auf Umdrehung der Bremscheibe am Halbmesser  $r_1$  wirkende Kraft und mit  $r_2$  der Halbmesser der Bremscheibe bezeichnet, so gilt für die gleichmäßige Bewegung die Gleichung

$$P r_1 = F r_2 = S_1 r_2 (e^{\varphi\gamma} - 1),$$

oder

$$S_1 = P \frac{r_1}{r_2} \frac{1}{e^{\varphi\gamma} - 1}.$$

Nimmt man z. B. für Eisen auf Eisen einen Reibungscoefficienten  $\varphi = 0,18$  an, so erhält man bei der Bandbremse, Fig. 715, bei welcher das Band etwa 0,7 des Scheibenumfanges umschlingt,

$$e^{\varphi\gamma} = 2,71828^{0,18 \cdot 0,7 \cdot 2 \cdot 3,14} = 2,21,$$

also

$$S_1 = \frac{1}{2,21 - 1} P \frac{r_1}{r_2} = 0,826 P \frac{r_1}{r_2}.$$

Für die Drahtbremse dagegen, Fig. 716, ist bei anderthalbfacher Umwindung des Drahtes

$$e^{\varphi\gamma} = 2,71828^{0,18 \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot 3,14} = 5,45,$$

und daher

$$S_1 = \frac{1}{5,45 - 1} P \frac{r_1}{r_2} = 0,225 P \frac{r_1}{r_2}.$$

Man ersieht hieraus, wie schnell die Reibung mit dem umspannten Bogen zunimmt, und daß in dem Falle der Drahtbremse, Fig. 716, ein verhältnißmäßig kleines Gewicht  $G = 0,225 P \frac{r_1}{r_2}$  zum Bremsen ausreicht, sobald die Anordnung so getroffen ist, daß die durch die Kraft  $P$  beanspruchte Drehung die Richtung des Pfeiles hat. Bei der entgegengesetzten Drehung indessen wäre das Gewicht  $G$  gleich der Spannung

$$S = S_1 e^{\varphi\gamma} = 5,45 \cdot 0,225 P \frac{r_1}{r_2} = 1,225 P \frac{r_1}{r_2}$$

anzunehmen. Es ergibt sich daraus die Regel, daß man bei Bremsen, wie man zu sagen pflegt, mit der Bewegung, nicht gegen dieselbe bremsen soll, d. h. daß man durch die Bremskraft die Spannung  $S_1$  im gezogenen Bandende, nicht diejenige  $S$  im ziehenden erzeugen soll.

Bei dem Anzuge des Bandes, Fig. 715, muß an dem Hebel bei  $K$  eine Kraft ausgeübt werden, welche, abgesehen von den Zapfenreibungen bei  $B$ ,  $B_1$  und  $D$  sich durch

$$Ka = Sb + S_1 b_1$$

ergiebt, wenn mit  $a$ ,  $b$  und  $b_1$  die Hebelsarme, d. h. die normalen Abstände des Drehpunktes  $D$  von den bezw. Kraftrichtungen bezeichnet werden. Siernach hätte man bei der getroffenen Anordnung

$$K = \frac{Sb + S_1 b_1}{a} = S_1 \frac{b e^{\varphi\gamma} + b_1}{a},$$

oder

$$S_1 = P \frac{r_1}{r_2} \frac{1}{e^{\varphi\gamma} - 1}$$



menten zu drehen streben. Es erhellt leicht, daß die in Figur 718 und 719 gezeichneten Bremsen diesen Bedingungen entsprechen, sobald nur der Gleichung Genüge geleistet wird:

$$\frac{b_1}{b} = \frac{S}{S_1} = e^{\varphi \gamma}.$$

In diesem Falle würde theoretisch die geringste Kraft  $K$  am Bremshebel ein Bremsen auch bei jedem noch so großen Kraftmomente  $Pr_1$  erzeugen können, doch wird in Wirklichkeit nur in einer ganz bestimmten Stellung des

Fig. 718.

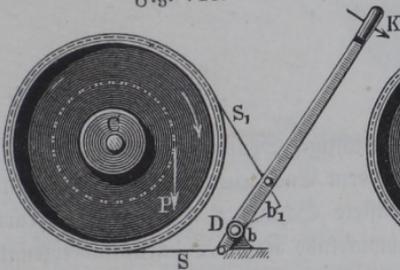
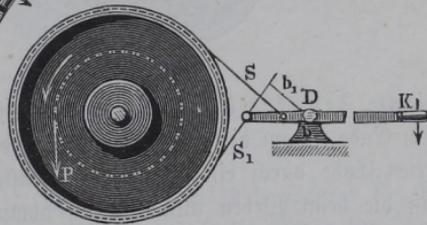


Fig. 719.



Hebels die Gleichung  $Sb - S_1 b_1 = 0$  erfüllt sein. Denkt man sich nämlich den Hebel  $DK$  aus dieser in Fig. 718 und 719 gezeichneten Lage im Sinne der Kraft  $K$  ein wenig gedreht, so erkennt man, daß  $b_1$  größer und  $b$  kleiner wird, die Differenz  $Sb - S_1 b_1$  daher einen gewissen Werth annimmt. Immerhin wird aber die Kraft  $K$ , deren Moment  $Ka$  jener Differenz  $Sb - S_1 b_1$  gleich ist, nur gering sein, und man kann etwa das Gewicht des Hebels  $DK$  selbst zur Ausübung der Bremskraft benutzen, indem man die Einrichtung so trifft, daß zur Auslösung der Bremse der Hebel angehoben wird. Diese von Napier angegebene Bremsen der Namen Differentialbremse (s. darüber Civil-Ingenieur 1863, S. 223).

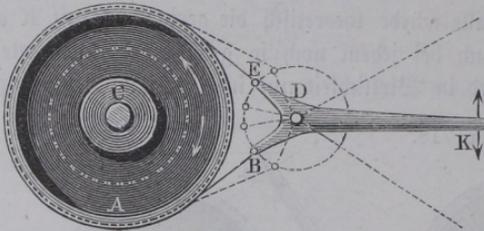
Die in Fig. 717 bis 719 angeführten Bremsvorrichtungen sind nur bei der durch die Pfeile angedeuteten Drehungsrichtung der Axe  $C$  von günstiger Wirkung, indem bei der entgegengesetzten Drehung der auf den Hebel auszuübende Druck  $K$  wegen des Wechsels von  $S$  und  $S_1$  beträchtlich größer ausfällt. Bei den gewöhnlichen Windwerken ist auch immer die Bewegung nur nach der einen Richtung zu bremsen. Anders ist das Verhalten bei den Fördermaschinen und Sichtaufzügen, wo ein Bremsen der Bewegung nach jeder der beiden Richtungen erforderlich ist. Für diese Fälle eignet sich besonders die von Reuleaux angegebene Anordnung des Bremshebels, Fig. 720 (a. f. S.) (siehe darüber Civil-Ingenieur, Bd. IX, S. 220).

Zur Ausübung einer kräftigen Bremswirkung pflegt man bei Fördermaschinen auch wohl das Band oder den Bremsbacken durch den Druck

des Dampfes auf einen besonderen kleinen Dampfkolben anzudrücken, Fig. 721.

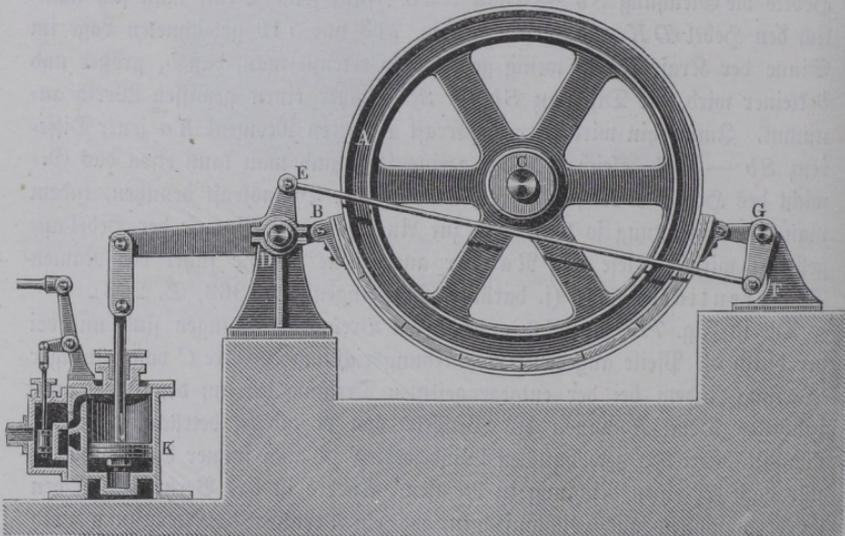
Zu den Bandbremsen hat man auch die Vorrichtungen zu rechnen, welche bei Webstühlen dazu dienen, die auf den Kettenbaum *A*, Fig. 722, ge-

Fig. 720.



wickelte Zeugkette *K* fortwährend in richtiger Spannung zu erhalten. Zu dem Ende ist um den Kettenbaum an jedem Ende eine bei *B* befestigte am freien Ende durch ein Gewicht *G* belastete Schnur *S* geschlungen, derart, daß die beim Weben allmählig sich abwickelnde Kette *K* durch die erzeugte

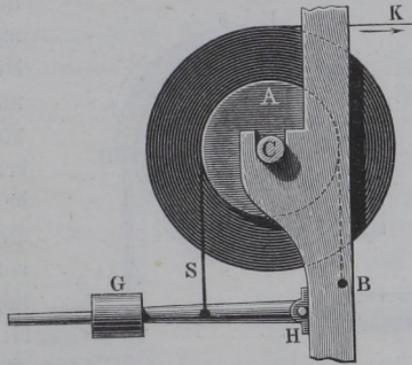
Fig. 721.



Reibung stetig gespannt wird. Da hierbei der Halbmesser *r* des Kettenbaumes fortwährend kleiner wird, so hat man wohl Regulatoren construiert, welche durch selbstthätige Annäherung des Gewichtes *G* an den Drehpunkt *H* des Hebels ebenfalls die Reibung der Schnur *S* entsprechend vermindern.

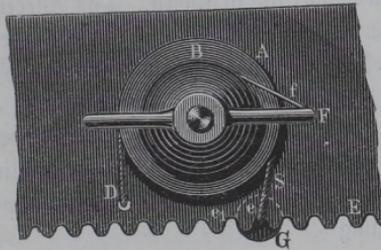
Auch bei den Waterspindeln in Flachsspinnereien erzeugt man die gehörige Spannung des Fadens  $f$ , Fig. 723, dadurch, daß die Spule  $B$ , auf welche der Flügel  $F$  den Faden wickelt, mit einer Scheibe  $A$  versehen ist,

Fig. 722.



in deren Rinne eine bei  $D$  befestigte und durch  $G$  belastete Schnur  $S$  gelegt ist. Wird durch allmähliche Bewickelung hierbei der Halbmesser  $r$  des Garnkörpers größer, so kann man bei gleichbleibendem Belastungsgewichte  $G$  die

Fig. 723.

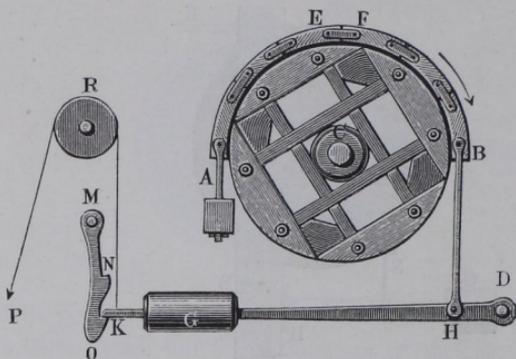


Reibung der Schnur durch Vergrößerung des umspannten Bogens verändern, indem man die Schnur aus dem Einschnitte  $e$  der gezahnten Schiene  $E$  in einen folgenden  $e_1$  legt.

**Sonstige Bremsen.** Von sonstigen, nur hin und wieder angewendeten §. 179. Bremsvorrichtungen verdienen noch die Glieder-, Regel- und Excenterbremse Erwähnung. Die Gliederbremse, wie sie mehrfach in Windmühlen zum Bremsen der Rutenwelle angewendet wird, unterscheidet sich im Wesentlichen von der Bandbremse nur dadurch, daß anstatt eines Bandes ein aus einzelnen Gliedern wie eine Kette zusammengesetzter halber Ring  $AB$ , Fig. 724 (a. f. S.), der sogenannte Bremsring oder Preßring gegen die

Bremscheibe gedrückt wird. Die Verbindung der einzelnen wie Bremsbacken wirkenden hölzernen Glieder geschieht durch schmiedeeiserne Laschen und Bolzen *EF*. Das eine Ende des Ringes ist bei *A* im Gebälk befestigt, welches

Fig. 724.



die größere Spannung *S* aufzunehmen hat, während die kleinere Spannung *S*<sub>1</sub> des anderen Ringendes mittelst der Zugstange *BH* durch den belasteten Hebel *DK* ausgeübt wird. Für gewöhnlich ist dieser Hebel bei *K* durch die Klinke *MO* abgefangen, so daß zwischen der

Bremscheibe und dem Bremsringe Berührung nicht stattfindet. Zur Einleitung des Bremsens genügt ein ruckweiser Zug an dem Seile *RP*, wodurch der Hebel mit seinem Ende *K* die Nase *N* des Klinkehafens und diesen selbst genügend zur Seite stößt, um bei dem sofort erfolgenden Niederfallen in dem Hafen *K* kein Hinderniß zu finden. Das Wiederauslösen der Bremse geschieht ebenfalls durch ein gleichmäßiges Anziehen der Schnur und langsames Nachlassen derselben. Durch Verschiebung des Gewichtes *G* auf dem Hebel läßt sich die Größe des Bremsdruckes regeln.

Der am Umfange der Bremscheibe auftretende Widerstand berechnet sich wie die Reibung einer Kette beim Gleiten über einen Cylinder (Thl. I, §. 198). Ist wieder *S*<sub>1</sub> die in der Zugstange *BH* wirkende Spannung, so hat der Punkt *A* die Spannung

$$S = S_1 \left( 1 + 2 \varphi \sin \frac{\gamma}{2n} \right)^n$$

auszuhalten, wenn  $\gamma$  den umspannten Bogen in der Einheitsentfernung und *n* die Anzahl der Kettenglieder, also  $\frac{\gamma}{2n}$  den halben Centriwinkel jedes Gliedes bedeutet. Die erzeugte Reibung ist daher

$$F = S - S_1 = S_1 \left[ \left( 1 + 2 \varphi \sin \frac{\gamma}{2n} \right)^n - 1 \right],$$

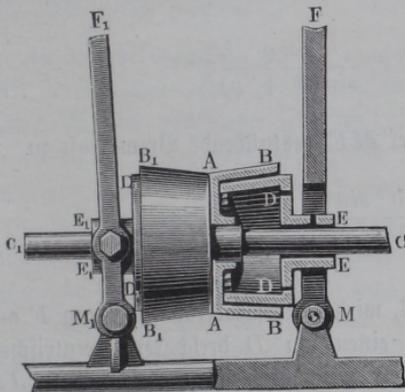
worin man

$$S_1 = G \frac{a}{b}$$

zu setzen hat, wenn  $G$  das Belastungsgewicht,  $a$  den Abstand  $DG$  seines Schwerpunktes von  $D$  und  $b$  den Arm  $DH$  bedeutet. Die Bremscheibe ist bei Windmühlen in der Regel durch den Kranz des auf der Flügelwelle sitzenden Zahnrades gebildet.

Bei der Regelbremse, Fig. 725, ist die zu bremsende Welle  $C$  mit einem fest aufgekitteten Doppelkegel  $BB_1$  versehen, in dessen ausgedrehtes Innere von jeder Seite ein passender Vollkegel  $D$  und  $D_1$  eintreten kann, welche

Fig. 725.



beiden Kegele lose verschiebbar auf der Welle  $C$  angebracht sind. Durch zwei um  $M$  und  $M_1$  drehbare Ausrückhebel  $MF$  und  $M_1F_1$  können die Kegele  $D$  und  $D_1$  gleichzeitig in den Doppelkegel  $BB_1$  eingepreßt werden, sobald man die Enden  $F$  und  $F_1$  etwa durch eine Schraube wie in Fig. 710, oder in sonstiger Art scharf zusammenpreßt. Da die Vollkegele  $D$  und  $D_1$  an der Drehung durch die Schraubenbolzen verhindert sind, welche durch die Ausrückhebel gehend in die Muffen  $E$  und  $E_1$

eintreten, so müssen bei der Drehung der Ase und des Doppelkegels an dessen innerem Umfange beiderseits Reibungen eintreten, welche die Bewegung verzögern, bezw. verhindern. Die Anordnung zweier Paare von Kegelflächen hat man, wie sich sogleich ergibt, aus dem Grunde getroffen, um die Ase  $C$  nicht einem einseitigen Drucke auszusetzen und um die Wirkung zu verdoppeln.

Die Reibung an den Kegelmänteln bestimmt sich hier in ähnlicher Art, wie bei conischen Frictionsscheiben und Frictionskupplungen (siehe §. 31 u. 52). Bezeichnet daher  $T$  die Kraft, mit welcher jeder der Kegele  $D, D_1$  in der Aseurichtung in den Hohlkegel  $BB_1$  gepreßt wird, so ist der an den Kegelflächen stattfindende Normaldruck, welcher die Reibung erzeugt, durch

$$R = \frac{T}{\sin \alpha + \varphi \cos \alpha}$$

ausgedrückt, wenn  $\alpha$  den halben Convergenzwinkel der sich berührenden Kegelflächen bedeutet. Die an beiden Kegeln stattfindende Reibung berechnet sich daher zu

$$2 \varphi R = \frac{2 \varphi T}{\sin \alpha + \varphi \cos \alpha} = \frac{2 T \sin \varphi}{\sin (\alpha + \varphi)}$$

wenn  $\varrho$  den Reibungswinkel bedeutet. Den Druck  $T$  erhält man aus der Bremskraft  $K$ , welche im Abstände  $a$  von  $M$  und  $M_1$  auf jeden Hebel ausgeübt wird, zu

$$T = K \frac{a}{b},$$

worin  $b$  den Abstand der Ase  $C$  von den Drehpunkten  $M$  und  $M_1$  bedeutet. Ist daher an der Welle  $C$  im Abstände  $r_1$  eine überschüssige Kraft  $P$  thätig, so hat man, unter  $r_2$  den mittleren Halbmesser der berührenden Kegelflächen verstanden,

$$P r_1 = 2 K \frac{a}{b} r_2 \frac{\sin \varrho}{\sin(\alpha + \varrho)},$$

woraus die auf jeden der beiden Hebel  $MF$  auszuübende Bremskraft zu

$$K = P \frac{r_1}{r_2} \frac{b}{2a} \frac{\sin(\alpha + \varrho)}{\sin \varrho}$$

folgt.

Bei der Excentrikbremse, Fig. 726, wird die erforderliche Reibung  $F$  am Umfange  $A$  der Bremscheibe durch einen um  $D$  drehbaren excentrischen Sector  $DB$  hervorgerufen, welcher für gewöhnlich durch eine Schnur  $JS$

Fig. 726.

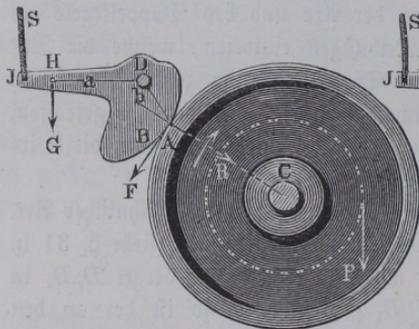
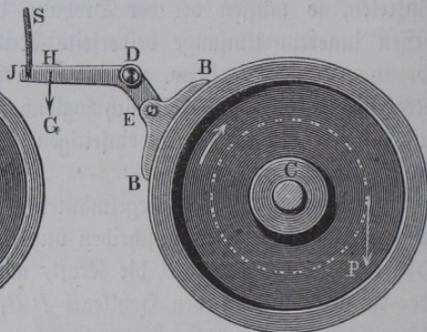


Fig. 727.



angehoben ist und für den Fall des Bremsens beim Nachlassen dieser Schnur durch ein Gewicht  $G$  in  $A$  gegen die Bremscheibe mit einem gewissen Normaldrucke  $R$  gepreßt wird, so daß eine Reibung  $\varphi R$  der Umdrehung der Bremscheibe an deren Umfange entgegenwirkt. Zur Bestimmung des erforderlichen Bremsgewichtes  $G$  hat man hier, wenn von der Zapfenreibung in  $D$  und  $C$  abgesehen wird:

$$G a = R b,$$

vorausgesetzt, daß  $a$  und  $b$  die Arme von  $G$  und  $R$  in Bezug auf die Ase  $D$  des Excenters sind.

Diese Einrichtung leidet an dem Uebelstande, daß der Druck  $R$  sich theoretisch in einem Punkte  $A$  concentrirt, daher ein schnelles Ausschleifen des Excenters daselbst eintreten wird, durch welche Formänderung die Wirkung des Excenters sich ändern muß. Will man diesem Uebelstande begegnen, so wird es sich daher empfehlen, den Excenter durch den Kniehebel  $DE$ , Figur 727, zu ersetzen und ihn mit einem um den Zapfen  $E$  drehbaren Bremschuhe zu versehen\*).

In besonderen Fällen erreicht man Bremswirkungen auch noch in anderer Art, immer aber durch Einschaltung eines künstlich eingeführten Widerstandes. So z. B. wird das Niedersinken der Lasten bei hydraulischen oder pneumatischen Hebevorrichtungen dadurch zu einem möglichst gleichmäßigen gemacht, daß man die Ausgangsöffnung für das die Hebung zuvor bewirkt habende Mittel, Wasser oder Luft, aus dem Hebecylinder entsprechend regulirt, und es kann durch vollständiges Abschließen dieser Oeffnung der gänzliche Stillstand herbeigeführt werden. Ebenso wird bei den Katarakten der Wasserhebemaschinen die Dauer der Huhpausen durch dieses Mittel regulirt. Von diesen und ähnlichen Mitteln ist an den betreffenden Stellen das Nähere zu finden.

Was die Anwendung der Bremsen und deren Anordnung im Allgemeinen anbetrifft, so ist schon oben bemerkt worden, daß mit denselben immer eine Vernichtung von mechanischer Arbeit oder lebendiger Kraft verbunden ist, ihre Anwendung daher vom Standpunkte der Oekonomie der Kraft keine empfehlenswerthe ist. Trotzdem kann man sie in vielen Fällen nicht entbehren, und die mancherlei Vorschläge, welche man beispielsweise gemacht hat, um die Arbeit von Eisenbahnzügen beim Herabrollen auf geneigten Ebenen zur Beschleunigung großer rotirender Massen, zur Compression von Luft u. behufs nachheriger Wiedergewinnung zu benutzen, sind ohne praktische Bedeutung geblieben. Alle Bremsvorrichtungen sind zweckmäßig so anzuordnen, daß das Bremsen möglichst leicht und schnell bewirkt werden kann, indem gar häufig von einer prompten Wirkung der Bremsen die Sicherheit des Betriebes in hohem Grade abhängt. Wenn aber eine kräftige Wirkung von den Bremsen gefordert werden muß, so ist doch nicht minder Werth darauf zu legen, daß diese Wirkung nicht plötzlich oder ruckweise, sondern mit allmählicher Steigerung eintrete, weil sonst Stosswirkungen unvermeidlich sind,

\*) Näheres über derartige Einrichtungen siehe in einer Arbeit von Reuleaux: Ueber die Sperrwerke und ihre Anwendungen. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbleißes, 1877, S. 17.

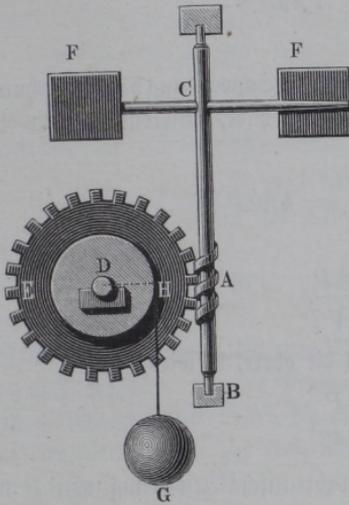
welchen die Maschinentheile nicht widerstehen können. Diese Stöße treten namentlich dann in den Vordergrund, wenn es sich darum handelt, große lebendige Kräfte durch die Bremsen zu vernichten, weniger, wenn die Bremse dazu dient, eine überschüssige Triebkraft zu neutralisiren. Gerade aus Rücksicht auf die Stoßwirkungen dürften beim Eisenbahnbetriebe die Luftbremsen wegen der Elasticität des angewandten Triebmittels so vorzüglich sein.

Um die Wirkung einer Bremse bei geringem Bremsdrucke möglichst groß zu machen, ist es im Allgemeinen rathsam, die Maschinen an solchen Stellen zu bremsen, wo die Geschwindigkeit also der von der Reibung zu überwindende Weg groß ist, da es sich bei dem Bremsen immer um Aufzehrung einer großen mechanischen Arbeit handelt. Deshalb werden Windwerke in der Regel nicht direct an der Trommelwelle, sondern meist an einer schneller gehenden Vorgelegswelle gebremst. Doch ist hierbei auch darauf Rücksicht zu nehmen, daß zwischen der Bremse und dem Angriffspunkte der zu vernichtenden Kraft bezw. der zu verzögernden Masse möglichst wenig Maschinenorgane, wie Wellen, Räder *cc.*, gelegen seien, da diese Theile natürlich während des Bremsens den durch dasselbe eingeführten Kraftmomenten unterworfen sind, und daher die Wahrscheinlichkeit von etwaigen Brüchen mit der Anzahl solcher zwischengelegenen Theile wächst. Aus diesem Grunde bremst man z. B. die Wellen von Dampfmaschinen gern an den Schwungrädern und Wasserräder an ihren Kränzen oder damit verbundenen Bremscheiben. Die geeignete Wahl hängt in jedem besonderen Falle von den Umständen ab.

§. 180. Der Windfang ist ein vorzügliches Mittel zur Erzeugung einer gleichmäßigen Bewegung, doch ist auch seine Anwendung wie diejenige der Bremsen mit einer Vernichtung mechanischer Arbeit verbunden. Man wendet ihn daher nicht bei Maschinen an, welche ununterbrochen größere Arbeitsleistungen zu verrichten haben, sondern nur in Fällen, wo es sich darum handelt, während kürzerer Zeit eine möglichst gleichmäßige Bewegung zu veranlassen. So findet er häufigere Anwendung bei den Schlagwerken der Uhren zur Regulirung der Bewegung des sogenannten Laufwerkes während des Schlagens und bei den Morse'schen Schreibtelegraphen, wo die Bewegung des Papierstreifens eine möglichst gleichmäßige sein muß. Auch als Regulierungsmittel chronometrischer Apparate hat man ihn mit Vortheil verwendet; in allen Fällen handelt es sich nur um Ausübung kleiner Kraftwirkungen. Im Wesentlichen besteht der Windfang aus einer Axe oder Spindel *BC*, Fig. 728, welche zwei ebene Flügel *F* trägt, und welche von einer anderen Axe *D* aus durch ein Räderpaar, meist ein Schraubenräderwerk eine schnelle Umdrehung erhält. Die Bewegung wird der Triebab *D* dabei durch ein niedersinkendes Gewicht *G* resp. eine gespannte Feder entweder direct wie in der Figur oder durch ein zwischenliegendes Räderwerk er-

theilt. Die Flügel finden bei ihrer Umdrehung einen Widerstand der Luft, welcher, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zunehmend, bei einer gewissen Geschwindigkeit mit der treibenden Kraft der Ase *D* im Gleichgewichte ist,

Fig. 728.



so daß von diesem Augenblicke an die anfänglich beschleunigte Bewegung in eine gleichmäßige übergeht. Es findet hierbei also ein ganz anderes Verhältnis statt, als bei den Hemmungen der Uhren, insofern bei dem Windfange die Geschwindigkeit wesentlich mit der Größe der Betriebskraft zunimmt, wogegen die Geschwindigkeit der Uhren lediglich von der Zeitdauer der Pendel- oder Unruherschwingungen abhängt, welche von der Stärke des Triebwerkes nur in untergeordnetem Grade beeinflusst wird. Aus diesem Grunde ist auch die Bewegung des Windfanges auf die Dauer nicht vollkommen gleichmäßig, vielmehr sowohl mit dem Reibungszu-

stande des Apparates als auch mit der Beschaffenheit der atmosphärischen Luft veränderlich.

Bersteht man unter *F* den Inhalt der beiden Flügelflächen zusammen, oder, wenn die zuweilen verstellbar gemachten Flügel schräg zur Ase stehen, die auf ihrer Bewegungsrichtung senkrechte Projection der Flügelflächen, so hat man, unter  $\gamma$  das specif. Gewicht und unter  $\xi$  den Widerstandscoefficienten der Luft und unter *v* die Geschwindigkeit der Flügelmitten verstanden, den auf die Flügel wirkenden Luftwiderstand *Q* nach Thl. I, §. 539 zu

$$Q = \xi \frac{v^2}{2g} F\gamma.$$

Ist nun *P* die nach Abzug aller Zapfenreibungen und sonstigen Nebenhindernisse von dem Triebwerke am Halbmesser *r* des Rades *A* ausgeübte Kraft, so ist, wenn *l* noch den Axenabstand der Flügelmitten bedeutet:

$$Ql = \xi \frac{v^2}{2g} F\gamma l = Pr,$$

also

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\xi} \frac{Pr}{Fl\gamma}}.$$

Die Geschwindigkeit der Flügel wächst also unter sonst gleichen Umständen wie die Quadratwurzeln der Umdrehungskraft. Der Widerstandscoefficient  $\xi$  ist nicht für alle Verhältnisse constant, man kann ihn für kleine rechteckuläre Flächen  $F$  zu

$$\xi = 1,254 \left( 1 + 1,295 \frac{\sqrt{F}}{l} \right)$$

setzen.

Um zu erkennen, welchen Einfluß eine kleine Schwankung der Umdrehungskraft  $P$  auf die Geschwindigkeit  $v$  der Flügel habe, differentiire man obige Formel

$$v = \sqrt{\frac{2grP}{\xi Fl\gamma}} = k\sqrt{P},$$

so erhält man

$$\partial v = k \frac{\partial P}{2\sqrt{P}}.$$

Dividirt man die untere Gleichung durch die obere, so wird

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{\partial P}{2P},$$

woraus man erkennt, daß eine gewisse procentische Aenderung von  $P$  nur eine halb so große procentische Veränderung von  $v$  im Gefolge hat.

Beispiel. Durch welches Gewicht  $G$  wird das in Fig. 728 dargestellte Flügelrad mit 10 Meter Flügelgeschwindigkeit umgetrieben, wenn das Gewicht an einem Trommelhalbmesser  $DH = 0,12$  Meter wirkt, während der mittlere Flügelhalbmesser  $l = 0,20$  Meter ist, die Seitenlänge jedes der beiden quadratischen Flügel 0,10 Meter beträgt, das Zahnrad  $DE$   $z = 30$  Zähne hat und die Schraube eine zweigängige ist?

Setzt man voraus, daß der Kraftverlust durch Reibung in dem Apparate 35 Procent betrage, so hat man das Umdrehungsmoment in Hinsicht auf die Flügelwelle

$$Pr = (1 - 0,35) \frac{2}{30} G \cdot 0,12 = 0,0052 G$$

zu setzen. Ferner ist die Fläche jedes der beiden Flügel 0,01 Quadratmeter und daher

$$\xi = 1,254 \left( 1 + \frac{1,295 \sqrt{0,01}}{0,20} \right) = 2,066.$$

Das Gewicht eines Cubikmeters Luft  $\gamma = 1,25$  Kilogramm gesetzt, erhält man daher aus

$$0,0052 G = \xi \frac{v^2}{2g} F \gamma l = 2,066 \frac{100}{2 \cdot 9,81} 2 \cdot 0,01 \cdot 1,25 \cdot 0,20 = 0,0527$$

$$G = 10,14 \text{ Kilogramm.}$$

Die Umdrehungszahl der Flügelwelle berechnet sich dabei zu

$$n = \frac{10 \cdot 60}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} = 478.$$

Sollten die Nebenhindernisse um 10 Procent, also zwischen 30 und 40 Procent, schwanken, sollte also  $Pr$  möglicherweise um  $\frac{5}{65} = 0,077$  des berechneten Werthes größer oder kleiner ausfallen, so würde die Umdrehungszahl nur etwa  $\frac{1}{2} 0,077 = 0,0395$  sich ändern, also zwischen den Grenzen

$$478 \cdot 1,0395 = 497 \quad \text{und} \quad 478 \cdot 0,9605 = 459 \text{ Umdrehungen}$$

verschieden sein.

Der zur Bewegung des Flügelrades erforderliche Arbeitsaufwand beträgt, da das Gewicht mit einer Geschwindigkeit

$$w = \frac{2}{30} \frac{0,12}{0,20} 10 = 0,4 \text{ Meter}$$

sinkt, in jeder Secunde

$$Gw = 10,14 \cdot 0,4 = 4,056 \text{ Meterkilogramm.}$$

**Gegengewichte.** Ein vorzügliches Mittel zur Kraftregulirung sind die **§. 181. Gegengewichte.** In der Regel sind dies wirkliche Gewichte, welche durch ihr Steigen und Sinken die absehbende oder veränderliche Wirkung einer Kraft reguliren, bezw. zur Ueberwindung eines veränderlichen Widerstandes dienen, doch kann man die Gewichte auch durch den Druck des Wassers oder der Luft ersetzen, in welchem Falle man es mit den sogenannten hydraulischen und pneumatischen Gegengewichten oder Balanciers zu thun hat. Ist die zu regulirende Bewegung eine stetig rotirende, so wird das Gegengewicht fest mit der umlaufenden Axe verbunden, während bei absehbender geradliniger oder kreisförmiger Bewegung die Wirkung der Gegengewichte meist mit Hilfe von Hebeln oder Rollen auf den zu regulirenden Maschinentheil übertragen wird.

Bei der stetigen Kreisbewegung, wie z. B. derjenigen des Krummzapfens, ist nach jeder Umdrehung eine Bewegungsperiode vollendet, es kommt daher hierbei darauf an, daß das Gegengewicht innerhalb einer solchen abwechselnd steige und sinke, und zwar ersteres getrieben durch den Uberschuß der treibenden Kraft, letzteres zum Zwecke der Unterstützung derselben. Auch bei der absehbenden Bewegung findet ein gleicher Vorgang des Steigens und Sinkens während einer Bewegungsperiode statt, nur können hierbei zwischen den beiden Wirkungen auch Ruhepausen von beliebiger Dauer eintreten. In sehr vielen Fällen dient das Gegengewicht nur zur Ausgleichung des Gewichtes gewisser Maschinentheile, in welchem Falle deren Bewegung immer derjenigen des Gegengewichtes entgegengesetzt gerichtet sein muß, so daß letzteres sinkt, wenn jene emporsteigen und umgekehrt. Daraus erklärt sich bei absehbenden Bewegungen die Nothwendigkeit der doppelarmigen Hebel, bezw. der Rollen zur Umsetzung der Bewegung. Solche zweiarmige Hebel sind unter dem

Namen von Gegengewichtsbalanciers bekannt. Ist hierbei die auszugleichende Kraft sehr veränderlich, so hat man auch das Moment des Gegengewichtes entsprechenden Aenderungen zu unterwerfen. Dies kann durch Aenderung der Belastung, wie bei den Gegengewichtsketten, oder des Hebelarmes, wie bei den Spiraltrommeln und Gegengewichtswagen, geschehen. Eine Veränderung des zu überwindenden Widerstandes findet beispielsweise bei der Seilförderung in Schächten in Folge der allmähigen Aufwicklung des Seiles statt.

Bei doppelten und bei doppelwirkenden Kolbenmaschinen kann oftmals eine Ausgleichung der Gewichte durch einfaches Kuppeln oder Verbinden der Maschinen ohne besonderes Gegengewicht bewirkt werden, wenn man die Anordnung so trifft, daß die beiderseitigen Maschinentheile sich gegenseitig im Gleichgewichte halten.

Ein einfacher und besonders im Bergwesen sehr häufiger Fall der Anwendung eines Gegengewichtes ist durch Fig. 729 erläutert. Ein Gestänge

Fig. 729.

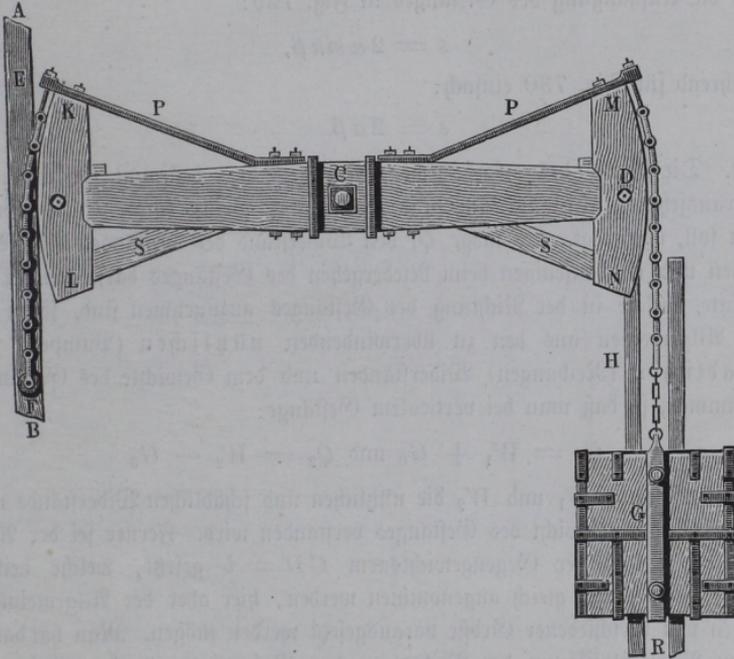


*AB* erfordert zu seinem Aufgange, meist in Folge seines eigenen Gewichtes, eine größere Kraft, als zu seinem Niedergehen, man wendet daher ein in einem Kasten enthaltenes Gegengewicht *G* an, welches mittelst des um *C* schwingenden Balanciers *ECD* so auf das Gestänge wirken soll, daß die Kraft zum Aufgange und Niedergange gleich groß ausfällt. Da der Hebel vermöge seiner Drehung um *C* das Gestänge nicht direct in seiner Aenrichtung zieht, so muß der Endpunkt *E* mittelst der Hängschienen *EF* an das Gestänge bei *F* drehbar angebolzt sein, und es empfiehlt sich zur Verminderung der Abweichung den Ausschlagswinkel des Balanciers thunlichst klein und die Hängschiene *EF* hinreichend lang anzunehmen. Häufig wendet man auch statt der Schienen eine sogenannte Laschenkette *EF*, Fig. 730, an, welche sich bei dem Schwingen des Balanciers auf dessen bogenförmiges Ende *KL* auf- oder von demselben abwickelt. In gleicher Art kann man dann das Gegengewicht

$G$  mittelst Ketten an den Sector  $MN$  anschließen, indem man das seitliche Pendeln des Gewichts durch Leitrollen hindert, welche zwischen den verticalen Führungen  $HR$  sich bewegen. Die Streben  $S$  und die Spannstangen  $P$  dienen nur zur Versteifung des Balanciers.

Durch die Länge  $s$  des Stängenschubes und den Arm  $a = CE$  des Balancierarmes bestimmt sich der Schwingungswinkel  $2\beta$  des letzteren. Wie

Fig. 730.



auch das Gestänge gerichtet sei, ob vertical oder geneigt, immer pflegt man in Fig. 729 die Anordnung so zu treffen, daß das Loth von dem Drehungspunkte des Balanciers auf die Gestängrichtung den Schwingungswinkel  $2\beta$  des ersteren halbirt, so daß der Balancierarm aus seiner mittleren durch jenes Loth dargestellten Lage nach jeder Seite um den gleichen Winkel  $\beta$  ausschlägt. Bei verticaler Führung des Gestänges ist demnach die mittlere Lage des Balancierarms horizontal, während sie bei einer Neigung des Gestänges um den Winkel  $\alpha$  gegen die Verticale ebenfalls um diesen Winkel  $\alpha$  von der Horizontalen abweicht. Eine ähnliche Forderung hat man in Betreff des Gegengewichtes zu stellen, und da dasselbe immer vertical geführt wird, so hat der Gegengewichtsarm in seiner mittleren Stellung auch immer eine horizontale Lage. Während daher bei verticalem Gestänge der Balancier ein

gerader Hebel wird, nimmt derselbe die Form eines Winkelhebels bei geneigter Gestängführung an. Ebenso pflegt man die Anordnung so zu treffen, daß die Gestängrichtung die Pfeilhöhe des von dem Endpunkte  $E$  des Balanciers beschriebenen Bogens halbirt, wonach also die Hängschiene  $EF$  in ihren äußersten Lagen von der Richtung des Gestänges um denselben Winkel nach der einen Seite abweicht, um welchen sie in der mittleren Lage nach der anderen Seite dagegen geneigt ist. Unter diesen Voraussetzungen hat man für die Aufhängung des Gestänges in Fig. 729:

$$s = 2a \sin \beta,$$

während für Fig. 730 einfach:

$$s = 2a \beta$$

gilt. Die Größe des erforderlichen Gegengewichtes bestimmt sich unter der Voraussetzung, daß zum Auf- und Niedergange gleiche Kraft  $P$  erforderlich sein soll, wie folgt. Es möge  $Q_1$  den Widerstand des Gestänges beim Aufziehen und  $Q_2$  denjenigen beim Niedergehen des Gestänges darstellen. Diese Kräfte, welche in der Richtung des Gestänges anzunehmen sind, setzen sich im Allgemeinen aus den zu überwindenden nützlichen (Pumpen) und schädlichen (Reibungen) Widerständen und dem Gewichte des Gestänges zusammen, so daß man bei verticalem Gestänge:

$$Q_1 = W_1 + G_0 \text{ und } Q_2 = W_2 - G_0$$

hat, wenn unter  $W_1$  und  $W_2$  die nützlichen und schädlichen Widerstände und unter  $G_0$  das Gewicht des Gestänges verstanden wird. Ferner sei der Arm  $CE = a$  und der Gegengewichtsarm  $CD = b$  gesetzt, welche beiden Arme zwar häufig gleich angenommen werden, hier aber der Allgemeinheit wegen von verschiedener Größe vorausgesetzt werden mögen. Man hat dann, unter Vernachlässigung der Reibungen des Balanciers für den Aufgang:

$$P + \frac{b}{a} G = Q_1$$

und für den Niedergang:

$$P - \frac{b}{a} G = Q_2,$$

erhält daher durch Addition:

$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

und durch Subtraction:

$$G = \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2}.$$

Setzt man z. B., wie oben angegeben:

$$Q_1 = W_1 + G_0 \text{ und } Q_2 = W_2 - G_0$$

hierin ein, so erhält man

$$P = \frac{W_1 + W_2}{2}$$

und

$$G = \frac{a}{b} \left( G_0 + \frac{W_1 - W_2}{2} \right).$$

Für den Fall, daß die Widerstände  $W_1$  und  $W_2$  gleich und  $W$  wären, hätte man einfach

$$P = W; G = \frac{a}{b} G_0,$$

d. h. das Gegengewicht diene nur zur Ausgleichung des Gestängengewichtes.

Man erkennt aus den Ausdrücken für  $P$ , daß die zur Bewegung erforderliche Triebkraft nur von den Arbeitswiderständen  $W$  abhängig ist, das Gegengewicht und Gestängengewicht dagegen direct keinen Einfluß auf die Größe von  $P$  ausüben. Nur insofern als durch diese Gewichte Reibungen an den Zapfen erzeugt werden, bringen sie auch eine Vergrößerung von  $P$  hervor. In obiger Rechnung ist das Eigengewicht des Balanciers  $G_1$  nicht weiter berücksichtigt, dasselbe kommt bei der Bestimmung von  $G$  auch nicht in Betracht, wenn der Balancier symmetrisch zur Drehaxe ist, sein Schwerpunkt also in diese hineinfällt. Ist dies aber nicht der Fall, liegt dieser Schwerpunkt vielmehr um die Größe  $c$  von  $C$  entfernt, so hat man in obigen Ausdrücken das Gegengewicht  $G$  um den Werth  $\pm \frac{c}{b} G_1$  vergrößert einzuführen.

Der Einfluß des Gegengewichtes  $G$  auf die Zapfenreibung bestimmt sich wie folgt. Der Zapfendruck findet sich einfach beim Aufgange zu

$$R_1 = G_0 + G_1 + G + W_1 - P = G_0 + G_1 + G + \frac{W_1 - W_2}{2}$$

und beim Niedergange zu

$$R_2 = G_0 + G_1 + G - W_2 + P = G_0 + G_1 + G + \frac{W_1 - W_2}{2}.$$

Der Zapfendruck ist daher hier beim Aufgange wie beim Niedergange nicht nur von gleicher Größe  $R_1 = R_2 = R$ , sondern auch von gleicher Richtung (vertical abwärts). Die bei jedem einfachen Hube  $s$  durch den Mittelzapfen vom Halbmesser  $r$  aufgekehrte Reibungsarbeit beträgt sonach

$$\varphi R \frac{r}{a} s = \varphi \left( G_0 + G_1 + G + \frac{W_1 - W_2}{2} \right) \frac{r}{a} s.$$

Auf den Endpunkt des Balanciers reducirt, beträgt die Zapfenreibung:

$$\varphi R \frac{r}{a}.$$

Da dieselbe als ein zusätzlicher Theil von  $W_1$  und  $W_2$ , angesehen werden kann, so erkennt man aus den oben gefundenen Werthen für  $P$  und  $G$ , daß dadurch  $P$  um den Betrag  $\varphi R \frac{r}{a}$  größer ausfällt, während die Größe des Gegengewichtes dadurch nicht beeinflusst wird. Dasselbe gilt auch für die Reibung an den Zapfen der Hängschiene, bezw. an den Gliedern der Ketten  $EF$  und  $MG$ , Fig. 730.

Durch den Balancier und das Gegengewicht wird auch die Trägheit des Gestänges vermehrt, und zwar berechnet sich die auf das Gestänge reducirt Masse  $M_1$  des Balanciers und Gegengewichtes nach Thl. I, §. 306 zu

$$M_1 = \frac{T + Mb^2}{a^2},$$

wenn  $T$  das Trägheitsmoment des Balanciers in Bezug auf seine Schwingungsaxe und  $M = \frac{G}{g}$  die Masse des Gegengewichtes bedeutet. Diese träge Masse wird nur auf den Gang und die Geschwindigkeit der Maschine, nicht aber auf die zu verrichtenden mechanischen Arbeiten von Einfluß sein, da die zur jedesmaligen Beschleunigung der Massen beim Beginne eines Spieles aufzuwendende mechanische Arbeit gegen Ende der Bewegung vor dem nächsten Wechsel durch die dann eintretende Verzögerung vollkommen wieder ausgegeben wird.

Anmerkung. Im Vorstehenden war die Voraussetzung zu Grunde gelegt, daß die treibende Kraft beim Aufgange sowohl wie beim Niedergange den gleichen Werth  $P$  haben solle, wie dies bei den doppelwirkenden Dampfmaschinen gewöhnlich der Fall ist. Wenn indessen die Kraft  $P_1$  beim Aufgange verschieden ist von der  $P_2$  beim Niedergange, wie dieser Fall z. B. bei Maschinen mit verhältnißmäßig dicker Kolbenstange aus der Verschiedenheit der Kolbenflächen folgt, so hat man die Untersuchung in derselben Weise mit  $P_1$  und  $P_2$  anzustellen, indem man für das Verhältniß von  $P_1$  zu  $P_2$  eine aus den jeweiligen Umständen sich ergebende Beziehung in die Rechnung einführt. Es möge in dieser Hinsicht hier nur der besonders häufige Fall der einfach wirkenden Maschinen angeführt werden, bei welchen  $P_2 = 0$  zu setzen ist. Hierfür folgt, wie oben, aus

$$P_1 + \frac{b}{a} G = Q_1$$

und

$$0 - \frac{b}{a} G = Q_2$$

durch Addition, bezw. Subtraction:

$$P_1 = Q_1 + Q_2 = W_1 + W_2$$

$$G = \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2 - P_1}{2} = -\frac{a}{b} Q_2 = \frac{a}{b} (G_0 - W_2).$$

Für  $G_0 = W_2$  wird  $G = 0$ , d. h. ein Gegengewicht ist in diesem Falle nicht nöthig.

Beispiel. Ein Kunstgestänge hat das Gewicht  $G_0 = 10000$  Kilogramm, seine Pumpenlast beträgt beim Aufzuge 20000 Kilogramm, beim Niedergange nur 4000 Kilogramm, welches Gegengewicht erfordert dasselbe zu seiner Ausgleichung?

Wendet man einen symmetrischen Balancier ( $a = b$ ) mit hängendem Gegengewichte an und bestimmt den ganzen Ausschlagswinkel bei einer Hublänge  $s = 1,5$  Meter zu  $2\beta = 50^\circ$ , so folgt die Armlänge des Balanciers  $a = b$  aus

$$a \frac{50}{360} 2\pi = 1,5 \text{ zu } a = 1,719 \text{ Meter;}$$

es ist die nöthige Triebkraft

$$P = \frac{20000 + 4000}{2} = 12000 \text{ Kilogramm,}$$

und das erforderliche Gegengewicht

$$G = 10000 + \frac{20000 - 4000}{2} = 18000 \text{ Kilogramm.}$$

Wiegt der unbelastete Balancier  $G_1 = 2000$  Kilogramm, so beträgt der Druck auf die Drehaxe

$$R = 10000 + 2000 + 18000 + \frac{20000 - 4000}{2} = 38000 \text{ Kilogramm,}$$

also auf jeden Armschenkel 19000 Kilogramm. Daher ist für ein Längenverhältniß der schmiedeeisernen Zapfen

$$s = \frac{l}{d} = 1,5$$

nach §. 3 die Zapfenstärke

$$d = 1,13 \sqrt{19000} = 155,7 = \text{rot } 160 \text{ Millimeter.}$$

Die Reibungsarbeit an der Drehaxe beträgt daher bei einem Reibungscoefficienten  $\varphi = 0,08$  für jedes einfache Spiel:

$$0,08 \cdot 38000 \frac{0,160}{2 \cdot 1,719} 1,5 = 212,2 \text{ Meterkilogramm,}$$

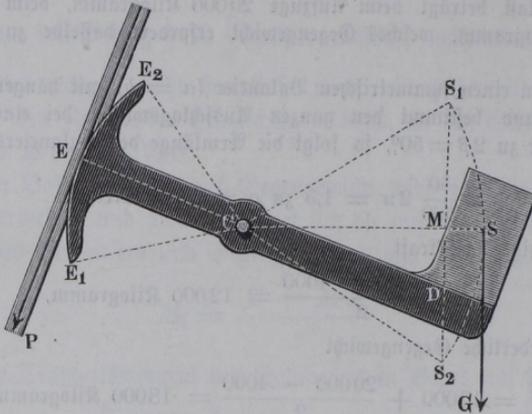
oder pro Secunde, wenn das Gestänge in der Minute 10 einfache Spiele macht,

$$\frac{10}{60} 212,2 = 35,4 \text{ Meterkilogramm} = 0,47 \text{ Pferdekkräfte.}$$

Die im Vorstehenden enthaltene Bestimmung des Gegengewichtes  $G$  §. 182. fußt auf der Voraussetzung, daß das Gestänge und das Gegengewicht wie in Fig. 730 mittelst Ketten an die sectorenförmigen Enden des Balanciers gehangen seien. Für die Anordnung der Fig. 729 bedarf die Rechnung noch einer Correctur. Nimmt man an, der Schwerpunkt  $S$  des belasteten Balan-

ciers  $DCE$ , Fig. 731, befinde sich bei der mittleren Gestängelage mit der Drehaxe  $C$  in gleichem Niveau, so daß er nach jeder Seite der Horizontalen  $CS$  um den Winkel  $SCS_1 = SCS_2 = \beta$  ausschlage, so macht, wenn hier der Abstand  $CS = b$  gesetzt wird, das Gegengewicht bei jeder einfachen

Fig. 731.



Schwingung in der Verticalen den Weg  $S_1 S_2 = 2b \sin \beta$ , wobei das Gewicht somit die mechanische Arbeit  $2Gb \sin \beta$  verrichtet. Der gleichzeitige Weg des Gestänges in seiner Richtung beträgt, wenn der Anschluß durch einen Bogen, wie in Fig. 731, bewirkt ist:  $s = 2a\beta$ , folglich ist der mittlere Werth der Kraft, mit welcher das Gegengewicht dem aufsteigenden Gestänge zu Hülfe kommt, durch

$$p = \frac{2Gb \sin \beta}{s} = \frac{Gb \sin \beta}{a\beta}$$

gegeben, wofür sich, da annähernd

$$\sin \beta = \beta - \frac{1}{6} \beta^3$$

gesetzt werden kann,

$$p = \left(1 - \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{b}{a} G$$

schreiben läßt.

Der Werth dieser gedachten Kraft  $p$ , mit welcher das Gegengewicht beim Aufgange fördernd und beim Niedergange hemmend auf das Gestänge wirkt, ist übrigens in der mittleren Lage  $CS$  durch

$$p_1 = \frac{b}{a} G$$

und in den äußersten Lagen  $CS_1$  und  $CS_2$  durch

$$p_2 = \frac{b}{a} G \cos \beta$$

gegeben.

Man hat daher in dem Ausdrucke des vorhergehenden §. 181

$$G = \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2}$$

anstatt des Verhältnisses  $\frac{b}{a}$ , welches jetzt nur für die Mittelstellung richtig ist, den durchschnittlichen Werth

$$\left(1 - \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{b}{a},$$

daher für  $\frac{a}{b}$  denjenigen

$$\left(1 + \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{a}{b}$$

zu setzen, um das Gegengewicht in

$$G = \left(1 + \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2} = \left(1 + \frac{s^2}{24 a^2}\right) \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2}$$

zu finden.

Für  $2\beta = 60^\circ$ , oder  $\beta = \frac{\pi}{6} = 0,5236$  erhält man sonach die Größe des Gegengewichtes zu

$$G = 1,0457 \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2},$$

d. h. um etwa  $4\frac{1}{2}$  Procent größer als bei aufgehängtem Gegengewichte. Für den Fall, daß auch das Gestänge nicht durch Ketten, sondern, wie in Fig. 729, durch möglichst lange Schienen mit dem Balancier verbunden ist, berechnet sich der Hub des Gestänges sehr nahe zu

$$s = 2a \sin \beta,$$

und es behält dann die zuerst gefundene Formel

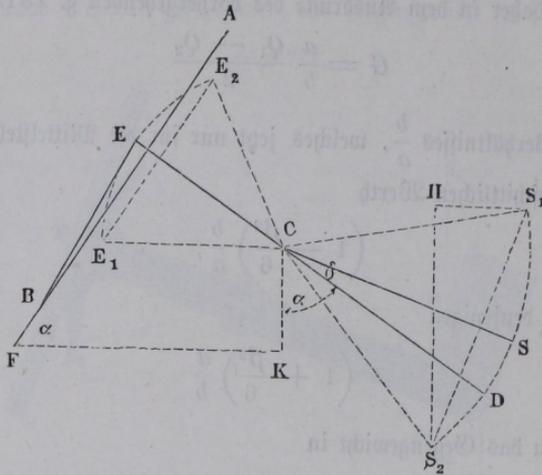
$$G = \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2}$$

ihre Gültigkeit.

Anmerkung. In der obigen Unterzuckung wurde die Annahme gemacht, daß der Schwerpunkt  $S$  des unbelasteten Balanciers in dessen mittlerer Stellung in der durch die Drehaxe gehenden Horizontalen liege. Wenn dies nicht zutrifft, so kann die Rechnung wie folgt geführt werden. Sei allgemein angenommen, daß das Gestänge  $AB$ , Fig. 732 (a. f. S.), um den Winkel  $AFK = \alpha$  gegen die Horizontale, also die Längenangabe des Balanciers  $ED$  in der mittleren Stellung

um denselben Winkel  $KCD = \alpha$  gegen die Verticale geneigt sei. Ferner bezeichne wieder  $b$  den Abstand  $CS$  des Schwerpunktes und  $\delta$  den Winkel

Fig. 732.



$DCS$  dieses Abstandes mit der Längenangabe des Balancier's  $ED$ . Man hat dann, unter Beibehaltung der Bedeutung von  $a = CE$  und  $\beta$  für den halben Schwingungswinkel:

$$S_1 S_2 = 2b \sin \beta.$$

Nun ist der Winkel  $HS_1 S_2 = KCS = \alpha + \delta$ , daher der verticale Weg des Schwerpunktes  $S$  bei jeder einfachen Schwingung

$$HS_2 = 2b \sin \beta \cdot \sin(\alpha + \delta)$$

und die mittlere Kraft, mit welcher das Gegengewicht auf das Gefänge wirkt wie oben:

$$p = \frac{2Gb \sin \beta \sin(\alpha + \delta)}{s} = \left(1 - \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{b}{a} G \sin(\alpha + \delta).$$

Macht man  $\alpha + \delta = 90^\circ$ , d. h. legt man  $CS$  horizontal, so fällt  $p$  am größten aus, und zwar wie oben:

$$p = \left(1 - \frac{\beta^2}{6}\right) \frac{b}{a} G.$$

Die Größe des Gegengewichtes bestimmt sich daher für diesen allgemeinsten Fall der Gewichtsordnung aus

$$G = \left(1 + \frac{s^2}{24a^2}\right) \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2 \sin(\alpha + \delta)},$$

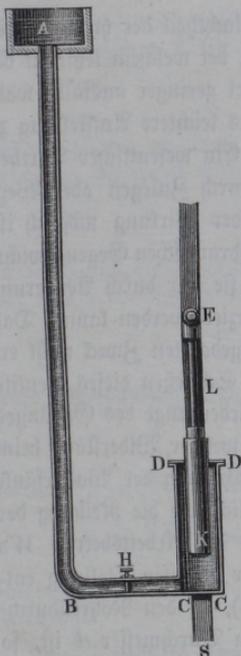
wenn das Gefänge, wie in Fig. 730, durch Ketten an einen Sector angeschlossen ist, und aus

$$G = \frac{a}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2 \sin(\alpha + \delta)}$$

bei einer Verbindung des Gefanges mit dem Balancier durch Hängschiene wie in Fig. 729.

**Hydraulisches Gegengewicht.** Anstatt das Gestänge durch einen §. 183.  
Balancier mit Gewichtsbelastung auszugleichen, kann man sich zu demselben  
Zwecke auch des hydrostatischen Druckes bedienen, welchen eine Wassersäule  
auf die Fläche eines in einem Cylinder beweglichen Kolbens ausübt, wie von  
einer solchen Verwendung des Wasserdruckes bereits in Thl. II ein Beispiel  
bei der Steuerungsvorrichtung der Wasserfäulenmaschinen angeführt worden  
ist. Die Anordnung einer derartigen hydraulischen Ausgleichsvorrichtung  
führt Fig. 733 vor Augen. Hier ist das Gestänge *ES* mit einem Plunger-

Fig. 733.



kolben *KL* fest verbunden, welcher, durch die  
Stopfbüchse *D* wasserdicht in den Cylinder *DC*  
tretend, auf seiner unteren Endfläche dem vertical  
aufwärts gerichteten Drucke der in der Röhre *ABC*  
eingeschlossenen Wassersäule ausgesetzt ist. Um  
dabei die Nachteile einer einseitigen Druckwirkung  
des Kolbens *K* gegen das Gestänge zu umgehen,  
ist es gerathen, das Gestänge, wie in der Figur  
angedeutet, zur Aufstellung des Cylinders in der  
Gestängaxe entsprechend zu gabeln.

Bezeichnet bei dieser Anordnung  $F = \pi \frac{d^2}{4}$

den Querschnitt des Plungers vom Durchmesser *d*  
und *h* die Höhe des Wasserspiegels in Metern  
über der Endfläche des Kolbens *K* in dessen mitt-  
lerer Stellung, so ist der gegen den Kolben wir-  
kende Auftrieb durch  $P = 1000 Fh$  Kilogramm  
gegeben. Bei der Bewegung des Kolbens treten  
nun gewisse hydraulische Widerstände auf, wie die  
Reibung des Wassers in der Röhre *AB* und dem  
Regulirventil *H*, welche sich nach den in Thl. I,  
Abschnitt VII angegebenen Regeln ermitteln lassen,  
welche aber in den meisten Fällen bei der gerin-

gen Geschwindigkeit *v* des Kolbens und bei genügender Röhrenweite als un-  
beträchtlich außer Acht gelassen werden dürfen. Viel erheblicher und daher  
nicht zu vernachlässigen ist dagegen die Reibung des Kolbens in der Stopf-  
büchse, und zwar kann man dieselbe nach dem in II über Kolbenreibung Ge-  
sagten bei der Breite *b* und dem Reibungscoefficienten  $\varphi$  gleich  $K = \varphi \pi d b h \gamma$   
 $= 4 \varphi F \frac{b}{d} h \gamma$  setzen. Die Wirkung, mit welcher der Kolben den Ausgang  
des Gestänges unterstützt, bestimmt sich daher zu

$$P_1 = P - K = \left(1 - 4\varphi \frac{b}{d}\right) Fh\gamma,$$

während beim Niedergange des Gestänges demselben durch den Kolben ein Widerstand oder Gegendruck

$$P_2 = P + K = \left(1 + 4\varphi \frac{b}{d}\right) Fh\gamma$$

entgegengesetzt wird. Hieraus ergibt sich, daß bei jedem doppelten Hube des Gestänges von der Größe  $s$  durch das Vorhandensein des Gegengewichtsapparates ein Arbeitsverlust

$$L = 4\varphi \frac{b}{d} Fh\gamma \cdot 2s$$

erwächst. Dieser Arbeitsverlust ist ein besonderer Nachtheil der hydraulischen Vorrichtung gegenüber dem Gegengewichtsbalancier, bei welchem letzteren der Widerstand der Zapfenreibung in allen Fällen viel geringer ausfällt, während das geringe Raumerforderniß und die meistens leichtere Aufstellung zu Gunsten der hydraulischen Ausgleichung sprechen. Ein wesentlicher Vortheil des Gewichtsbalanciers besteht ferner darin, daß durch Zulegen oder Wegnehmen von Gewichten eine einfache Regulirung der Wirkung möglich ist, während eine Veränderung der Wirkung bei dem hydraulischen Gegengewichte mit besonderen Schwierigkeiten verbunden ist, da sie nur durch Aenderung des Kolbendurchmessers  $d$  oder der Druckhöhe  $h$  erzielt werden kann. Daß man durch Stellung des Regulirventils  $H$  den vorgedachten Zweck nicht erreicht, ist leicht ersichtlich, da man durch theilweises Schließen dieses Ventils einen neuen Widerstand  $W$  einführt, welcher beim Niedergange des Gestänges durch dessen Ueberlast überwunden werden muß und welcher Widerstand beim darauf folgenden Aufgange von der unterstützenden Wirkung der Wassersäule abgeht. Es wird dieser Widerstand  $W$  daher ähnlich wie die Reibung der Kolbenstange bei jedem Aufgange und Niedergange den Arbeitsbetrag  $W$ s vernichten. Bezeichnet  $\xi$  den dem Ventile  $H$  in einer gewissen Stellung entsprechenden Widerstandscoefficienten (s. Thl. I, §. 470),  $d_1$  den Röhrendurchmesser und  $v$  die Geschwindigkeit des Kolbens, dessen Durchmesser  $d$  ist, so entspricht dem Durchgange des Wassers durch das Ventil ein Verlust an Druckhöhe  $h_1$

$$h_1 = \xi \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und sonach beträgt der veranlaßte Arbeitsverlust für jeden einfachen Hub

$$L_1 = Fh_1\gamma s = \frac{\pi}{4} \xi \frac{d^6}{d_1^4} \frac{v^2}{2g} \gamma s.$$

Anmerkung. Zur Ausübung des hydrostatischen Druckes gegen den Kolben kann man sich anstatt der Wassersäule auch der comprimirtcn Luft bedienen, welche in einem mit dem Cylinder  $CD$  communicirenden Windkessel eingeschlossen ist, wenn man dafür sorgt, daß die unvermeidlichen Verluste an Luft durch

eine kleine Luftpumpe dem Windkessel stetig wieder ersetzt werden. Die Kraft, mit welcher die Luft dann auf den Kolben wirkt, ist hierbei allerdings veränderlich, doch hat man es durch ein entsprechend großes Volumen des Windkessels in der Hand, die Druckveränderungen der Luft beliebig herabzuziehen.

Bezeichnet  $V$  das Volumen des Windbehälters sammt Zuführungsrohr und  $p$  die Pressung der Luft im tiefsten Kolbenstande, so ist, unter  $F$  die Querschnittsfläche und  $s$  den ganzen Hub des Kolbens verstanden, die Spannung der Luft beim höchsten Kolbenstande unter Annahme des Mariotte'schen Gesetzes, d. h. unter Vernachlässigung der erzeugten und verschwundenen Wärmemengen

$$p_1 = \frac{V}{V + Fs} p.$$

Die von der Luft durch ihre Ausdehnung während der Aufwärtsbewegung des Kolbens verrichtete Arbeit beträgt (Thl. I, §. 415)

$$V p \log \text{nat} \frac{V + Fs}{V},$$

und da hierbei ein Theil  $F p_0 s$  zur Ueberwindung des äußeren Atmosphärendruckes  $p_0$  verwendet wird, so muß die Arbeit

$$L = V p \log \text{nat} \frac{V + Fs}{V} - F p_0 s$$

an das Gestänge abgegeben werden. Man kann daher die durchschnittliche Kraft, mit welcher der Kolben auf das Gestänge wirkt, zu

$$P = \frac{L}{s} = \frac{V p}{s} \log \text{nat} \frac{V + Fs}{V} - F p_0$$

setzen. Berücksichtigt man noch die Kolbenreibung mit

$$4 \varphi \frac{b}{d} F (p - p_0),$$

so findet man die Einwirkung des Kolbens auf das Gestänge zu

$$P = \frac{V p}{s} \log \text{nat} \frac{V + Fs}{V} - F p_0 \mp 4 \varphi \frac{b}{d} F (p - p_0),$$

worin das Minuszeichen für den Aufstieg und das Pluszeichen für den Niedergang gilt.

Ist  $\frac{Fs}{V}$  klein, so kann man

$$\log \text{nat} \frac{V + Fs}{V} = \frac{Fs}{V} - \frac{1}{2} \left( \frac{Fs}{V} \right)^2$$

setzen, und erhält dann

$$P = \left( 1 \mp 4 \varphi \frac{b}{d} \right) F (p - p_0) - \frac{1}{2} \frac{Fs}{V} F p.$$

Beispiel. Für das im Beispiele §. 181 behandelte Kunstgestänge würde die Rechnung bei der Anwendung eines hydraulischen oder pneumatischen Gegengewichtes sich wie folgt gestalten:

Bei einer disponiblen Wassersäulenhöhe von 40 Meter berechnet sich die Größe  $F$  des Kolbenquerschnittes entsprechend einem Auftriebe von 18000 Kilogramm zu:

$$F = \frac{18000}{40 \cdot 1000} = 0,45 \text{ Quadratmeter,}$$

wozu ein Kolbendurchmesser

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,45}{3,14}} = 0,757 \text{ Meter}$$

gehört. Nimmt man  $4 \varphi \frac{b}{d} = 0,1$  an, so ergibt sich die für jeden einfachen Hub durch die Kolbenreibung verloren gehende Arbeit zu

$$4 \varphi \frac{b}{d} F h \gamma s = 0,1 \cdot 18000 \cdot 1,5 = 2700 \text{ Meterkilogramm}$$

oder pro Secunde die Arbeit von

$$2700 \frac{10}{60} = 450 \text{ Meterkilogramm} = 6,0 \text{ Pferdekraft.}$$

Wendet man dagegen einen pneumatischen Ausgleichsapparat mit Luft von 10 Atmosphären Spannung an, und stellt die Bedingung, daß bei dem Kolbenaufgange die Spannung der Luft höchstens um  $\frac{1}{8}$  ihres anfänglichen Werthes vermindert werde, so ergibt sich bei dem Hube  $s = 1,5$  Meter die Kolbenfläche  $F$  aus

$$\frac{V}{V + F s} = \frac{7}{8} \text{ zu } F = \frac{V}{7s}.$$

Die Größe  $V$  des Windfessels findet sich, da  $p_0 = 0,1 p = 10336$  Kilogramm pro Quadratmeter ist, aus

$$P = \frac{V p}{s} \log \text{nat} \frac{p}{p_1} - F p_0 = \frac{V p}{1,5} \left( \log \text{nat} \frac{8}{7} - \frac{0,1}{7} \right) = 0,0795 V p$$

zu

$$V = \frac{18000}{0,0795 \cdot 10 \cdot 10336} = 2,191 \text{ Cubikmeter.}$$

Hiernach ist die Größe der Kolbenfläche

$$F = \frac{V}{7 \cdot s} = \frac{2,191}{7 \cdot 1,5} = 0,209 \text{ Quadratmeter,}$$

daher der Kolbendurchmesser

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,209}{\pi}} = 0,516 \text{ Meter.}$$

Der Arbeitsverlust durch die Kolbenreibung beträgt somit für jeden einfachen Hub:

$$4 \varphi \frac{b}{d} F (p - p_0) s = 0,1 \cdot 0,209 \cdot 9 \cdot 10336 \cdot 1,5 = 2917 \text{ Meterkilogramm}$$

oder pro Secunde

$$\frac{10}{60} 2917 = 486 \text{ Meterkilogramm} = 6,5 \text{ Pferdekrafte.}$$

Aus der Vergleichung dieser Resultate mit denen in S. 181 ergibt sich, daß die Reibungswiderstände des Gewichtsbalanciers in dem vorliegenden Bei-

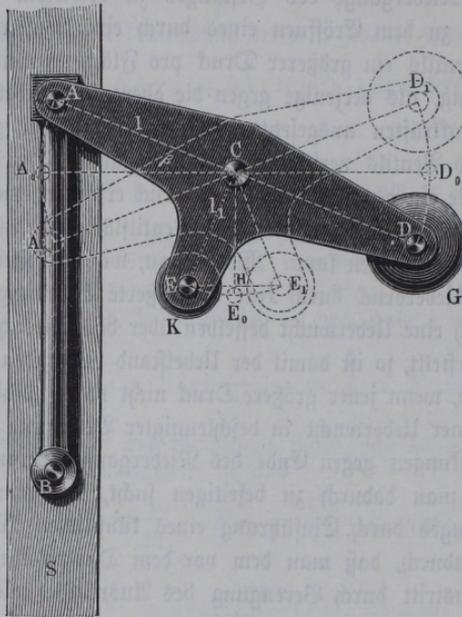
spiele etwa zwölfmal kleiner sind als die der hydraulischen und pneumatischen Apparate.

**Kraftregenerator.** Eine interessante Anordnung eines Gegengewichtes §. 184. ist von Bockholz für Wasserhaltungsmaschinen \*) angegeben worden, um durch die Wirkung des Gegengewichtes das Öffnen der Druckventile in den Pumpen bei beginnendem Niedergange des Gestänges zu bewirken. Erfahrungsmäßig ist nämlich zu dem Öffnen eines durch eine Wassersäule in seinen Sitz gedrückten Ventils ein größerer Druck pro Flächeneinheit auf die untere Ventilfläche nöthig, als derjenige gegen die obere Fläche beträgt, weil die beiden diesen Druckkräften ausgesetzten Flächen wegen der nothwendigen Auflagerfläche des Ventils verschiedene Größen haben. Hierdurch wird zum Heben der Ventile ein gewisser specifischer Druck erfordert, welcher den specifischen Druck der Wassersäule auf die obere Ventilfläche um 10 bis 12 Procent und noch mehr übersteigen kann. Wenn man, wie dies meistens zu geschehen pflegt, diesen Ueberdruck durch eine vergrößerte Belastung des Gestänges, d. h. also durch eine Ueberwucht desselben über das Gewicht der zu hebenden Wassersäule herstellt, so ist damit der Uebelstand verbunden, daß nach Eröffnung der Ventile, wenn jener größere Druck nicht mehr nöthig ist, das Gestänge in Folge seiner Ueberwucht in beschleunigter Bewegung sinkt. Hierdurch werden Stößwirkungen gegen Ende des Niederganges veranlaßt, deren schädlichen Einfluß man dadurch zu beseitigen sucht, daß man die lebendige Kraft des Gestänges durch Einführung eines künstlichen Widerstandes vernichtet, z. B. dadurch, daß man dem vor dem Dampfkolben befindlichen Dampfe den Austritt durch Verengung des Austrittscanals erschwert. Damit geht die beim vorhergehenden Aufgange zum Heben der besagten Ueberwucht aufgewendete mechanische Arbeit nutzlos verloren, und es wiederholt sich dieser Verlust bei jedem Kolbenspiele von Neuem. Um diese Verluste ebensowohl wie die Stößwirkungen zu vermeiden, ist von Bockholz die Anbringung eines Gegengewichtes in der durch Fig. 734 (a. f. S.) veranschaulichten Weise vorgenommen worden. Hierbei ist das Gestänge *S* mit Hilfe des Gegengewichtsbalanciers *AD* durch das Gewicht *G* so weit abbalancirt, daß die Ueberwucht des Gestänges *S* gerade zur Hebung der Wassersäule und zur Ueberwindung der schädlichen Widerstände in den Nöhren genügt, eine besondere Ueberwucht zum Eröffnen der Steigventile dagegen nicht vorhanden ist. Zur Ueberwindung des Widerstandes, welchen diese Steigventile ihrem Öffnen entgegensetzen, wird vielmehr ein besonderes an dem Arme *CE* des Balanciers angebrachtes Gewicht *K* benutzt. Dieser Arm *CE*, welcher rechtwinkelig auf dem Balancier *ACD* steht, schwingt nämlich

\*) S. u. A. Zeitschr. deutsch. Ing. Jahrg. 1872, S. 1; 1873, S. 1, 79, 141; 1874, S. 449.

bei dem Spiele des Balanciers pendelartig um seine mittlere verticale Lage  $CE_0$  nach jeder Seite gleichfalls um den Winkel  $\beta$  aus, so daß das Gewicht abwechselnd auf die Höhe  $HE_0 = l_1 (1 - \cos \beta)$  gehoben wird und um ebenso viel sinkt. Ist nun  $K$  so bemessen, daß es in der äußersten Lage  $CE$  gerade genügt, die zum Deffnen der Ventile erforderliche Ueberwucht auszuüben, so wird die

Fig. 734.



niedergehende Bewegung des Gestänges beginnen. Da nun dieser Deffnungswiderstand mit dem Beginne der Bewegung verschwindet, so wird zwar auch nun durch fernere Einwirkung von  $K$  eine beschleunigte Bewegung des Gestänges sich einstellen, aber nur so lange, bis das Gewicht  $K$  in der mittleren Lage  $E_0$  seinen tiefsten Stand erreicht hat. Bei dem weiteren Niedergehen des Gestänges muß das Gewicht  $K$  wieder nach  $E_1$  genau um seine vor-

herige Fallhöhe emporsteigen, wobei es dieselbe mechanische Arbeit wieder in sich aufnimmt, welche es beim Fallen verrichtete. Während dieser zweiten Hälfte der Bewegung wirkt daher das Gewicht verzögernd auf das Gestänge ein, welches, wie daraus leicht erkannt wird, in der tiefsten Lage mit einer Geschwindigkeit gleich Null ankommt. Ein Stoß ist daher nicht zu fürchten und eine Vernichtung von Arbeit durch Abdröseln des Gegendampfes nicht nöthig, vielmehr wird die durch das Gewicht  $K$  verrichtete Arbeit immer wieder aufgespeichert, so daß das Gewicht nachher beim Rückgange von  $E_1$  durch  $E_0$  nach  $E$  in ähnlicher Weise bei dem Anheben des Gestänges wirksam ist. Wegen dieser Eigenschaft der Vorrichtung, die beim Fallen verrichtete mechanische Arbeit immer wieder zu neuer Wirkung zu verwenden, hat der Erfinder den Namen Kraftregenerator für diese Anordnung gewählt.

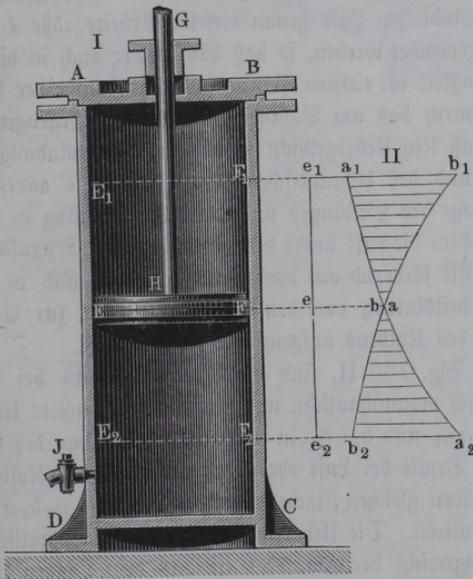
Außer der ökonomischen Verwendung der Kraft und der Vermeidung der schädlichen Stöße, welche sonst wohl zur Anwendung besonderer Fang-

hörner zc. nöthigen, wird dem Apparate insbesondere noch ein günstiger Einfluß auf die Geschwindigkeitsverhältnisse des Gestänges nachgerühmt, welches letztere dabei in der Mitte seines Weges eine maximale Geschwindigkeit annimmt, welche allmählig von Null aus sich steigerte, um ebenso allmählig wieder zu Null herabzusinken. Es ist übrigens deutlich, daß man die beiden Arme  $CD$  und  $CE$  mit ihren Gewichten  $G$  und  $K$  auch durch einen einzigen Arm ersetzen kann, welcher ein Gewicht gleich  $G + K$  trägt, das in dem Schwerpunkte dieser Einzelbelastungen angeordnet ist. In diesem Falle nimmt der Gegengewichtsbalancier die Form eines stumpfwinkligen Winkelhebels an.

Anmerkung. In Laboulaye, *Traité de cinématique*, findet sich die Anordnung eines Gegengewichtes für den Balancier von Expansionsdampfmaschinen derart angegeben, daß ein von dem Balancier in der Mitte desselben nach oben ausgehender Arm zur Aufnahme des Gewichtes dient. Dieses Gegengewicht hat daher in den äußersten Kolbenstellungen seine tiefste Lage, aus welcher es durch den im Anfange mit voller Spannung wirkenden Dampf gehoben wird. Die hierdurch aufgenommene mechanische Arbeit soll beim Nieder sinken während der zweiten Hälfte des Kolbenweges die Wirkung des durch die Expansion geschwächten Dampfes unterstützen, und dadurch eine gewisse Regulirung bewirken.

Auch bei dem Kraftregenerator hat der Erfinder das Gegengewicht durch einen pneumatischen Apparat, Fig. 735, ersetzt. Derselbe besteht im Wesentlichen

Fig. 735.



aus dem cylindrischen Gefäße  $ABCD$ , in welchem dicht schließend der Kolben  $EF$  auf- und abgeht, dessen Stange  $GH$  mit dem Gegengewichtsbalancier des Gestänges verbunden ist. Die Räume  $AF_1$  und  $CE_2$  zwischen den äußersten Kolbenstellungen und den Cylinderdeckeln sind dabei von gleicher Größe  $V_0$  gemacht. Ist das ganze Gefäß zunächst bei der tiefsten Kolbenstellung  $E_2F_2$  mit atmosphärischer Luft gewöhnlicher Spannung gefüllt, und man denkt den Kol-

ben durch das aufsteigende Gestänge in die höchste Lage gebracht, so wird die in dem Raume  $ABF_2E_2$  oder dem Volumen  $V + V_0$  enthaltene Luft von atmosphärischer Spannung  $p_0$  auf den Raum  $V_0$  und zu der Pressung

$$p = p_0 \frac{V + V_0}{V_0}$$

zusammengepreßt, wozu eine bestimmte Arbeit von dem Gestänge aufgewendet werden muß. Während des ersten Kolbenaufganges wird ein bei  $J$  befindlicher Lufthahn geöffnet, und in der höchsten Stellung des Kolbens  $E_1F_1$  geschlossen, um auch fernerhin immer geschlossen zu bleiben, wodurch der Raum  $DEF_1C_1$  ebenfalls mit Luft gewöhnlicher atmosphärischer Pressung  $p_0$  gefüllt wird. Beim darauf folgenden Niedergange des Gestänges und des Kolbens  $EF$  wirkt dann auf den letzteren der Ueberdruck  $F(p - p_0)$  abwärts, und es müssen die Größen von  $F$  und  $p$  so gewählt werden, daß diese Kraft das Eröffnen der Steigventile bewirkt. Nachdem dies geschehen, wird durch weitere Ausdehnung der Luft oberhalb des Kolbens die Spannung  $p$  sich vermindern, die Spannung  $p_0$  unterhalb sich vergrößern, bis in der mittleren Kolbenstellung  $EF$  die Drücke auf beiden Seiten gleich groß geworden sind. Bis hierher hat daher die oberhalb des Kolbens befindliche Luft eine gewisse mechanische Arbeit  $L$  ausgeübt, welche auf Beschleunigung des Gestänges wirkte. Bei der darauf folgenden zweiten Hälfte des Kolbenniederganges von  $E$  nach  $E_2$  wird zur Compression der unterhalb des Kolbens befindlichen Luft genau dieselbe Arbeitsgröße  $L$  von dem Gestänge wieder aufgewendet werden, so daß das letztere auch in diesem Falle mit Null Geschwindigkeit im tiefsten Punkte ankommt, unter der Voraussetzung, daß dasselbe durch das am Balancier angebrachte Gegengewicht so weit ausgeglichen ist, daß sein Uebergewicht gerade zur Ueberwindung der zu hebenden Wassersäule und der hydraulischen Nebenhindernisse ausreicht. Bei dem folgenden Aufgange des Gestänges findet derselbe Vorgang in umgekehrter Richtung statt, indem die Luft unter dem Kolben mit der Expansionsarbeit  $L$  in der ersten Hälfte fördernd auf das Gestänge wirkt, und in der zweiten Hälfte derselbe Arbeitsbetrag von dem Gestänge wieder zur Compression der Luft oberhalb des Kolbens aufgewendet werden muß.

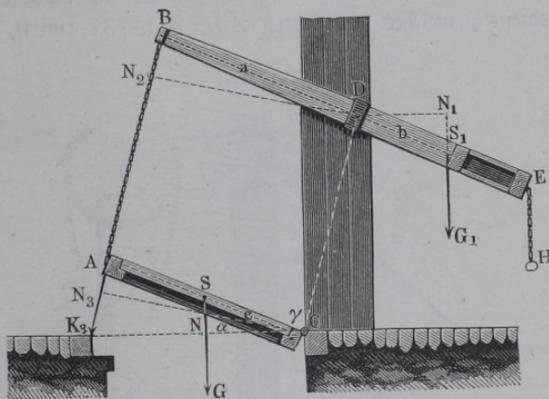
Durch das Diagramm, Fig. 735 II, sind die Druckverhältnisse bei dem gedachten Vorgange graphisch veranschaulicht, und man erkennt daraus leicht, daß die beiden Curven  $a_1 a a_2$  und  $b_1 b b_2$  in ihren Abständen von der Geraden  $e_1 e_2$  die bezüglichen Drücke der Luft ober- und unterhalb des Kolbens darstellen, sowie daß die beiden gleichen Flächenräume  $a_1 b_1 a$  und  $a_2 b_2 a$  die erwähnte Arbeit  $L$  repräsentiren. Die Uebereinstimmung des pneumatischen Apparates mit dem Gegengewicht der Fig. 734 ist aus dem Obigen klar. Daß durch die Anwendung des Kraftregenerators neue Nebenhindernisse in

der vergrößerten Zapfenreibung des Balanciers, bezw. in der Kolbenreibung eingeführt werden, ist selbstverständlich, doch dürfte dieser Nachtheil durch die Vortheile des Apparates mehr als aufgewogen werden.

**Zugbrücken.** Mancherlei Gegengewichtsarrordnungen kommen bei den §. 185. Zugbrücken vor, bei denen man zu erreichen sucht, daß das Gegengewicht der Klappe in allen Lagen das Gleichgewicht hält, so daß zur Bewegung nur die Ueberwindung der schädlichen Reibungswiderstände erforderlich ist.

Die einfachste Anordnung bietet die Zugbrücke mit Schlagbäumen, Fig. 736, dar, bei welcher die um die Angeln *C* drehbare Klappe *AC* mit-  
telst der Ketten *AB* an dem Schwengel oder Schlagbaum *BDE* auf-

Fig. 736.



gehangen ist. Der letztere ist durch ein Gegengewicht  $G_1$  derart belastet, daß dadurch das Gewicht  $G$  der Brückenklappe im Gleichgewichte gehalten wird, und es kann die Bewegung der Klappe durch Arbeiter an der Handhabe  $H$  geschehen. Wenn die Drehaxe  $C$  und  $D$  und die Aufhängepunkte  $A$  und  $B$  die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden, also

$$CA = DB = a$$

ist, so wird die Brücke, wenn sie in irgend einer Lage durch das Gegengewicht  $G_1$  abbalancirt ist, auch in jeder beliebigen anderen Stellung im Gleichgewichte sein, wie folgende Rechnung zeigt. Ist  $G$  das Gewicht der Brückenklappe und hat deren Schwerpunkt  $S$  den Abstand  $CS = c$  von der Drehaxe  $C$ , so wird in irgend einer Stellung der Klappe, in welcher dieselbe den Winkel  $\alpha = ACN$  mit dem Horizonte bildet, in den Ketten  $AB$  eine Spannung  $K$  erzeugt werden, welche durch

$$G \cos \alpha = K a \sin \gamma$$



änderlich und wird bei verticaler Stellung der Klappe gleich Null. Soll daher die Brücke in allen Lagen im Gleichgewichte sein, so hat man diesem Kettenzuge entsprechend auch die Einwirkung des Gegengewichtes veränderlich zu machen. Man hat dies in verschiedener Weise zu erreichen gesucht, und zwar entweder durch Veränderung des direct an der Kette wirkenden Gegengewichtes, oder durch Anwendung eines constanten Gegengewichtes, das an einem veränderlichen Hebelarme angreift, auch hat man ein constantes Gegengewicht derartig in einer bestimmten krummen Bahn geführt, daß die auf die Kette übertragene Kraftcomponente stets gleich der von der Brücke ausgeübten Zugkraft ist. Bei der Poncelet'schen Brückenconstruction, Fig. 737, ist ein direct an der Kette  $ABD$  der Klappe angreifendes Gegengewicht von veränderlicher Größe dadurch zur Wirkung gebracht, daß auf jeder Seite der Brücke die Zugkette  $AB$  über die beiden Leitrollen  $B$  und  $D$  geführt und unterhalb mit einer das Gegengewicht darstellenden Gliederkette  $EFK$  belastet ist. Diese Gliederkette, welche übrigens, wie die Figur zeigt, in doppelter Ausführung  $EFK$  und  $E_1F_1K_1$  zur Anwendung kommt, ist mit ihren freien Enden bei  $K$  und  $K_1$  an feste Punkte gehängt. Hierdurch wird von diesen Festpunkten das Gewicht der darunter hängenden Kettenstücke  $FK$  aufgenommen, so daß nur die Stücke  $FE$  durch ihr Gewicht zur Ausgleichung der Klappe dienen. Es ist ersichtlich, wie die Länge dieser Kettenstücke  $FE$  in dem Maße sich vermindert, in welchem mit allmäliger Erhebung der Brückenklappe das Kettenende  $E$  sich senkt. Die über das Rad  $R$  gelegte Zugschleife  $Z$  dient den Arbeitern zum Angriffe, indem eine Drehung der Axe von  $D$  nach der einen oder anderen Richtung ein Heben oder Senken der Brücke bewirkt.

Um die Verhältnisse für diese Ausgleichungsvorrichtung zu berechnen, bestimmt man in der oben gefundenen Formel für den Kettenzug

$$K = G \frac{c \cos \alpha}{a \sin(\alpha + \beta)}$$

den Winkel  $\beta$  aus den Dimensionen der Construction. Wird nämlich der verticale Abstand der Axe  $C$  von dem Auslaufpunkte  $B$  der Rolle  $OB = h$  und die horizontale Entfernung  $CO = b$  gesetzt\*), so hat man:

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{BM}{AM} = \frac{h - a \sin \alpha}{b + a \cos \alpha}$$

Für die niedergelassene Brücke ist

$$\alpha = 0 \text{ und } \operatorname{tang} \beta = \frac{h}{a + b}$$

\*) Da der Auslaufpunkt  $B$  der Kette sich mit der Stellung der Klappe ändert, so wird man eine mittlere Lage dieses Punktes und mittlere Werthe von  $h$  und  $b$  zu Grunde legen müssen.

daher

$$K_1 = G \frac{c}{a \sin \beta} = G \frac{c}{a} \frac{\sqrt{(a+b)^2 + h^2}}{h},$$

und für die aufgezogene Brücke hat man

$$\alpha = 90^\circ, \text{ tang } \beta = \frac{h-a}{b} \text{ und } K_2 = 0.$$

Soll nun die Ausgleichungskette für diese beiden äußersten Lagen das Gleichgewicht herstellen, so hat man ihr eine Länge

$$l = EF + FK = \sqrt{(a+b)^2 + h^2} - \sqrt{b^2 + (h-a)^2}$$

und ein Gewicht

$$G_1 = K_1 = G \frac{c}{ah} \sqrt{(a+b)^2 + h^2}$$

zu geben, d. h. jede Längeneinheit der doppelten Kette muß ein Gewicht von  $\frac{G_1}{l}$  haben, wenn die Kette gleichmäßig schwer gemacht wird.

Wollte man die Bedingung stellen, daß auch in Zwischenlagen die Ausgleichung stattfinde, so müssen die Kettenglieder ungleich schwer werden. Um die dieser Bedingung entsprechende Vertheilung der Gewichte der einzelnen Glieder zu bestimmen, hätte man für eine Reihe der Werthe von  $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ \dots$  mit Hülfe der vorstehenden Formel die zugehörigen Werthe von  $\beta$  und aus  $\alpha + \beta$  die entsprechenden Kettenzugkräfte  $K, K_1, K_2 \dots$  zu entwickeln. Berechnet man gleichzeitig die den Werthen von  $\alpha$  entsprechenden Längen des Kettenstückes  $AB$  durch

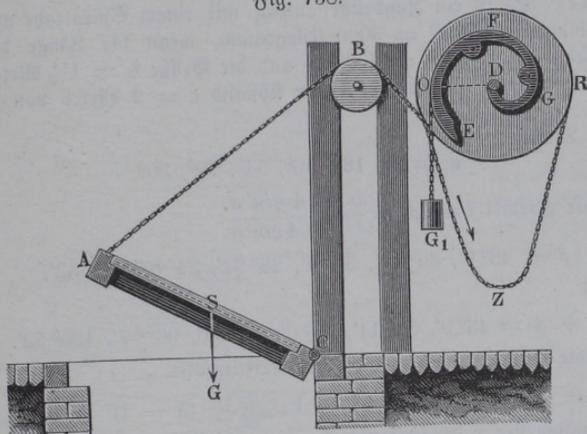
$$l = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{(b + a \cos \alpha)^2 + (h - a \sin \alpha)^2},$$

so hat man, wenn  $l, l_1, l_2, l_3 \dots$  diese Längen bedeuten, den Stücken  $l - l_1, l_1 - l_2, l_2 - l_3 \dots$  der Ausgleichungskette die bezüglichen Gewichte  $K - K_1, K_1 - K_2, K_2 - K_3 \dots$  zu geben.

Ein constantes Gewicht, das an veränderlichem Hebelsarme wirkt, ist bei der Brücke von Verché, Fig. 738, angewendet. Hier wickelt sich jede Tragkette  $ABE$  der Klappe auf eine Scheibe  $R$ , welcher durch die Zugschleife  $Z$  wieder die zum Deffnen und Schließen der Brücke erforderliche Drehung ertheilt wird. Mit dieser Scheibe ist ein Spiralgang  $OFGD$  verbunden, auf welchen die Kette des Gegengewichtes  $G_1$  sich aufwickeln kann. Beim Heben der Klappe sinkt dabei  $G_1$  allmählig herunter, wobei der Hebelsarm  $DO$  stetig abnimmt, so daß das Drehungsmoment des Gegengewichtes möglichst in allen Stellungen mit dem Momente des Klappengewichtes  $G$  in Bezug auf die Axe  $C$  im Gleichgewichte bleibt.

Die Rechnung ist hier ähnlich wie bei der Poncelet'schen Ausgleichsvorrichtung durchzuführen. Ist  $r$  der constante Halbmesser der Scheibe  $R$ ,

Fig. 738.



und  $z$  der veränderliche Radius der Spirale, an dem das Gegengewicht  $G_1$  wirkt, so hat man  $G_1 z = Kr$  und daher

$$z = \frac{Gr c \cos \alpha}{G_1 a \sin (\alpha + \beta)}$$

Man hat daher bei der herabgelassenen Brücke, d. h. für  $\alpha = 0$ :

$$z = \frac{Gr c}{G_1 a \sin \beta} = \frac{Gr c}{G_1 a h} \sqrt{(a + b)^2 + h^2}$$

dagegen bei ganz aufgezogener Brücke oder für  $\alpha = 90^\circ$ ;  $z = 0$ , wofür man wegen der Reibung einen Halbmesser etwa gleich demjenigen der Axe  $D$  annehmen wird. Soll die Spiralenscheibe nur eine volle Umdrehung machen, so muß der Umfang der Scheibe  $R$  gleich der aufzuwickelnden Kettenlänge, d. h.

$$2\pi r = \sqrt{(a + b)^2 + h^2} - \sqrt{b^2 + (h - a)^2}$$

gemacht werden. Für eine Reihe von Werthen des Neigungswinkels der Klappe  $O$ ,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$  kann man wieder die zugehörigen Winkel  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots$  und daraus mittelst der obigen Formel die Werthe  $z_0, z_1, z_2, z_3 \dots$  für den Radiusvector der Spirale ermitteln. Berechnet man dazu noch die zugehörigen Längen  $l_0, l_1, l_2, l_3 \dots$  des zwischen  $A$  und  $B$  befindlichen Kettenstückes und zieht von allen diesen Längen das niemals über  $B$  hinaus tretende Kettenstück  $\sqrt{b^2 + (h - a)^2}$  ab, so ergeben die verbleibenden Reste,

wenn sie durch  $\frac{2\pi r}{360^\circ}$  dividirt werden, die zugehörigen Drehungswinkel der

Spiralscheibe. Hieraus und den bezw. Radien  $z$  ist die Spirale selbst dann aufzutragen.

Beispiel. Es ist ein Zugbrückenaufzug mit einem Spiralrade auszuführen für ein Klappengewicht  $G = 3000$  Kilogramm, wenn die Länge der Klappe  $a = 4$  Meter, die Höhe  $h = 5$  Meter und die Größe  $b = 1\frac{1}{3}$  Meter beträgt, und der Schwerpunkt der Klappe einen Abstand  $c = 2$  Meter von der Drehaxe hat.

Für die Werthe

$$\alpha = 0^\circ, 18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ, 90^\circ$$

$$\text{folgt aus der Formel } \tan \beta = \frac{5 - 4 \sin \alpha}{\frac{4}{3} + 4 \cos \alpha}:$$

$$\beta = 43^\circ 9', 36^\circ 14', 30^\circ 6', 25^\circ 34', 24^\circ 57', 36^\circ 52',$$

also daraus

$$\alpha + \beta = 43^\circ 9', 54^\circ 14', 66^\circ 6', 79^\circ 34', 96^\circ 57', 126^\circ 52'.$$

Nun ist die Länge des aufzuwickelnden Kettenstückes

$$l = \sqrt{(1\frac{1}{3} + 4)^2 + 5^2} - \sqrt{(\frac{4}{3})^2 + (5 - 4)^2} = 5,644,$$

daher der Halbmesser  $r$  der Kettenscheibe, wenn dieselbe zum gänzlichen Aufziehen eine volle Umdrehung machen soll:

$$r = \frac{5,644}{2\pi} = 0,898 \text{ Meter.}$$

Giebt man dem größten Radiusvector der Spirale denselben Halbmesser  $r$ , so folgt die Größe des Gegengewichtes  $z$ :

$$G_1 = \frac{G c}{a \sin \beta} = \frac{3000 \cdot 2}{4 \cdot \sin 43^\circ 9'} = 2193 \text{ Kilogramm.}$$

Für den veränderlichen Radiusvector  $z$  ergibt sich nun aus

$$z = \frac{G c r \cos \alpha}{G_1 a \sin(\alpha + \beta)} = r \sin 43^\circ 9' \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = 0,614 \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$z = 0,898, 0,720, 0,544, 0,367, 0,191, 0,00$$

und für die Länge des Kettenstückes oberhalb der Brückenbahn:

$$l = \sqrt{(1,33 + 4 \cos \alpha)^2 + (5 - 4 \sin \alpha)^2} = \frac{1,33 + 4 \cdot \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$l = 7,31, 6,33, 5,00, 3,75, 2,59, 1,67.$$

Zieht man den letzten Werth von allen vorhergehenden ab, so erhält man die aufzuwickelnden Kettenbogen:

$$s = 5,64, 4,66, 3,33, 2,08, 0,92, 0,00.$$

Hieraus folgen endlich die den oben berechneten Radiusvectors entsprechenden Centriwinkel

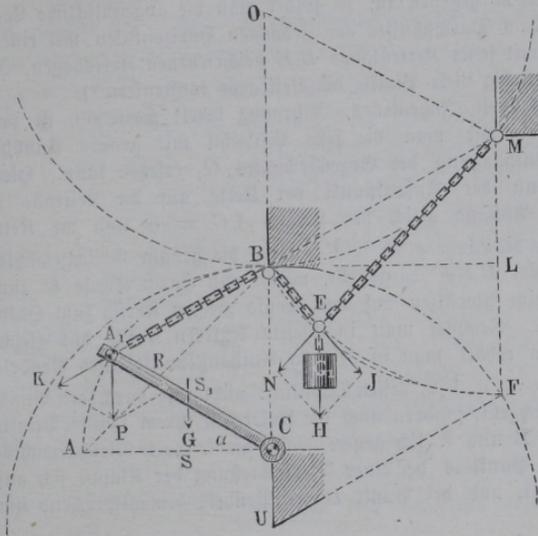
$$\varphi = s \frac{360^\circ}{2\pi r} = \frac{57,296^\circ}{0,898} s = 63,78 s$$

$$\varphi = 360^\circ, 297,4^\circ, 212,4^\circ, 132,6^\circ, 58,9^\circ, 0^\circ.$$

Anmerkung. Man kann sich zur Ausglei chung der Brückenklappe auch eines constanten Gegengewichtes bedienen, welches auf einer krummlinigen Bahn von

bestimmter Form geführt wird. Um sich hiervon eine Vorstellung zu machen, denke man die Klappe  $CA$ , Fig. 739, aus ihrer horizontalen Lage durch Drehung um den beliebigen Winkel  $ACA_1 = \alpha$  in die Lage  $CA_1$

Fig. 739.



in  $S$  wirkende Eigengewicht  $G$  in dem Kettenstücke, welches über die Leitrolle in  $B$  geführt sein mag, den oben berechneten Zug  $K$  hervorrufen, welcher sich auch graphisch leicht ermitteln läßt, indem man die durch  $G$  in  $A_1$  hervorgerufene Verticalkraft  $P = G \frac{c}{a}$  nach den

Richtungen  $A_1C$  und  $A_1B$  in die beiden Kräfte  $R$  und  $K$  zerlegt. Während  $R$  von dem Zapfen  $C$  der Brücke aufgenommen wird, stellt  $K$  den Kettenzug vor. Wenn nun das am anderen Ende

$E$  der Kette  $A_1BE$  angebrachte Gewicht  $G_1$  auf der festen Leitcurve  $BEF$  geführt wird, so wird von dem Gewichte  $G_1 = EH$  nur diejenige Componente  $EJ$  auf die Kette  $EB$  ziehend wirken, welche man erhält, wenn man  $EH$  nach den Richtungen  $BE$  der Zugkette und  $EN$  der Normale zur Führungsbahn in  $E$  zerlegt, indem die in die letztere Richtung fallende Componente durch die Reaction der Leitbahn aufgehoben wird. Zur vollkommenen Ausgleichung der Brücke hat man daher die Form der Leitbahn  $BEF$  so zu bestimmen, daß in jeder Stellung der Brücke die gedachte Componente  $Z = EJ$  des Gegengewichtes gleich der zugehörigen Kettentrast  $K$  ist. Auf diesem Principe beruhen die Zugbrücken mit der sogenannten Sinusoidenbahn von Belidor und Delile. Johann Bernouilli hat gezeigt, daß die zu der freisförmigen Bahn  $AA_1B$  des Brückenpunktes  $A$  gehörige Gleichgewichtscurve, welche der vorstehenden Bedingung entspricht, eine Epicycloide ist\*).

Durch Construction läßt sich diese Curve in jedem Falle leicht wie folgt bestimmen. Hat man das Gewicht  $G_1$  gleich dem Kettenzuge

$$K = G \frac{c}{a \sin \beta}$$

der Klappe in ihrer horizontalen Lage bestimmt, so muß bei irgend einer Drehung der Brückenkappe um den Winkel  $\alpha$ , vermöge deren der Schwerpunkt  $S$  derselben um  $h = c \sin \alpha$  erhoben wurde, nach dem Princip der virtuellen Geschwindig-

\*) Siehe Grunert's Lehrbuch der Statik fester Körper, und Poncelet's Cours de mécanique app. aux machines.

keiten das Gegengewicht um eine Höhe  $h_1 = \frac{G}{G_1} h$  gesunken sein. Man findet daher in der um  $h_1$  unter der höchsten Lage des Gegengewichtes gezeichneten Horizontalen die entsprechende Höhenlage des Gegengewichtes. Da außerdem der Abstand der letzteren von der festen Rolle  $B$  durch die ebenfalls bekannte Länge des freien Kettenstückes  $BE$  gegeben ist, so findet man die augenblickliche Lage des Gegengewichtes in dem Durchschnitte der gedachten Horizontalen mit einem um  $B$  als Mittelpunkt mit jener Kettenlänge  $BE$  beschriebenen Kreisbogen. In solcher Art kann man beliebig viele Punkte der Leitcurve construiren \*).

In einem Artikel des Civil-Ingenieurs, Jahrgang 1861, Seite 65, ist von S. Röggerath gezeigt, wie man die feste Leitbahn mit großer Annäherung durch die Pendelaufhängung des Gegengewichtes  $G_1$  ersetzen kann. Hierbei wird nämlich, wenn der Anlaufpunkt der Kette auf die Leitrolle  $B$  von der Aze  $C$  einen Abstand gleich der Länge  $AC = a$  und die Kette zwischen  $A$  und  $B$  daher die Länge  $z = a\sqrt{2}$  hat, die genaue Gleichgewichtscurve durch die Epicycloide  $BEF$  dargestellt, welche von einem Kreise  $U$  zum Halbmesser  $UB = z$  beim Abwälzen auf dem ebenso großen Kreise zum Halbmesser  $OB$  erzeugt wird. Zeichnet man in diesem letzteren Kreise das gleichseitige Dreieck  $BOM$ , so erhält man in  $M$  den Aufhängepunkt eines Pendels von der Länge  $MB = z = a\sqrt{2}$ , dessen Bahnlinie nicht nur durch den Punkt  $B$  der Epicycloide hindurchgeht, sondern auch die letztere in ihrem tiefsten Punkte  $F$  berührt, und zwischen  $B$  und  $F$  sich genau genug an die exacte Gleichgewichtscurve anschließt. Da der Punkt  $A$  bei einer Vierteldrehung der Klappe sich auf die Höhe  $CB = a$  erhebt, und der Punkt  $B$  des Pendels dementsprechend um die Höhe

$$LF = BM \sin 30^\circ = \frac{1}{2} a \sqrt{2}$$

fällt, so findet man das erforderliche Gegengewicht durch die Beziehung

$$Pa = Gc = G_1 \frac{1}{2} a \sqrt{2} \text{ zu } G_1 = \frac{c}{a} G \sqrt{2}.$$

Von der Theorie des Spiralkorbes und des Ausgleichungswagens wird bei den betreffenden Hebevorrichtungen gehandelt werden.

§. 186. Gegengewicht der Kurbeln. Auch bei Kurbeln sind in vielen Fällen Gegengewichte zur Ausgleichung der schwingenden Massen erforderlich. Dies ist offenbar nicht nöthig bei der Anordnung zweier Kurbeln von gleicher Länge  $r$ , welche diametral gegenüber stehen und gleichen Widerständen  $Q_1$  beim Aufgange und  $Q_2$  beim Niedergange ausgesetzt sind. Denn hierbei halten sich die Eigengewichte  $G_0$  der beiden gleichen Gestänge einschließlich der Kurbelarme und Warzen in jeder Stellung das Gleichgewicht, und es sind diese Gewichte nur insofern von Einfluß, als der Druck auf die Kurbelaxe dadurch um  $2G_0$  vergrößert und eine vermehrte Zapfenreibung an der Kurbelwelle erzeugt wird. Ist der Widerstand an jeder Kurbel  $AB$  und  $AB_1$ , Fig. 740, beim Aufgange durch  $Q_1 = W_1 + G_0$  und beim Niedergange durch  $Q_2 = W_2 - G_0$  ausgedrückt, so berechnet sich der Druck

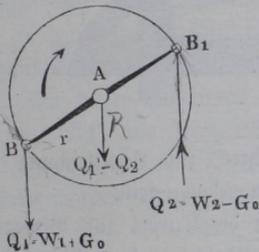
\*) S. auch N. Ritter, Lehrbuch der analytischen Mechanik, S. 170.

auf den Zapfen *A*, abgesehen von dem Einflusse der am Umfange des Kurbelkreises wirkenden Umdrehungskraft *P*, fortwährend zu

$$R = W_1 - W_2 + 2 G_0.$$

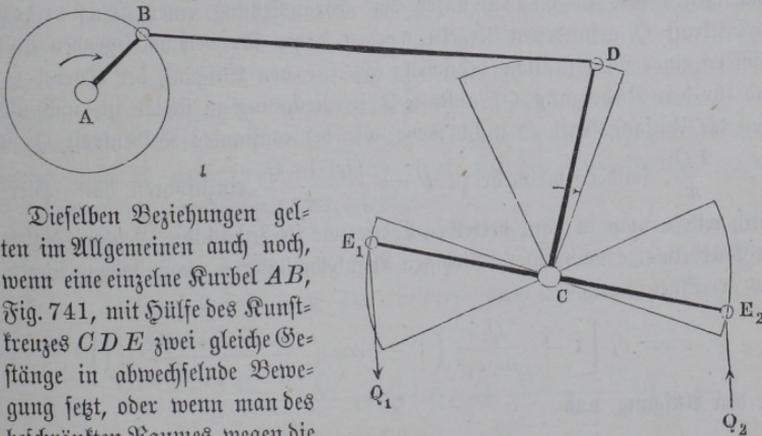
Die Zapfenreibung an den Kurbelwarzen *B* und *B*<sub>1</sub> wird dagegen an dem einen Zapfen durch das Stangengewicht *G*<sub>0</sub> um ebenso viel verkleinert, wie sie an dem anderen Zapfen dadurch vergrößert wird; das Gewicht der Gestänge vermehrt daher die Warzenreibung nur dann, wenn die Zapfenstärke mit Rücksicht auf *G*<sub>0</sub> größer werden muß, als bei Anwendung gewichtsloser Gestänge nöthig wäre. Dieses letztere ist dann der Fall, wenn *Q*<sub>1</sub> > *Q*<sub>2</sub> ist, denn im entgegengesetzten Falle, wo *Q*<sub>2</sub> > *Q*<sub>1</sub> ist, hat man die Zapfenstärke auf den Druck *Q*<sub>2</sub> = *W*<sub>2</sub> - *G*<sub>0</sub> zu berechnen, woraus folgt, daß durch *G*<sub>0</sub> eine Entlastung des Kurbelzapfens und somit eine Ermäßigung seiner Stärke veranlaßt wird.

Fig. 740.



Die am Umfange des Kurbelkreises nöthige Umdrehungskraft *P* ergibt sich in dem vorliegenden Falle aus  $Pr\pi = Q_1 2r + Q_2 2r$  zu  $P = \frac{2}{\pi} (W_1 + W_2)$ , genau wie bei einer einzelnen doppelwirkenden Kurbel mit der Kolbenkraft  $Q = W_1 + W_2$ .

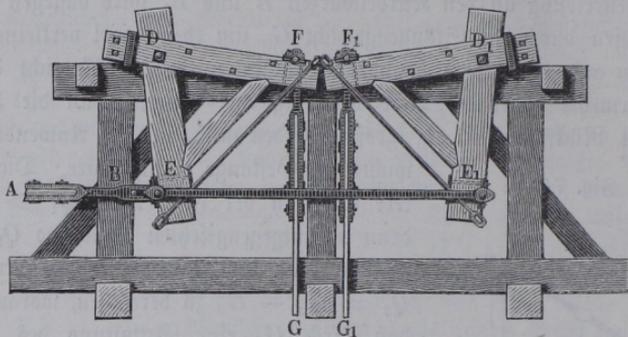
Fig. 741.



Dieselben Beziehungen gelten im Allgemeinen auch noch, wenn eine einzelne Kurbel *AB*, Fig. 741, mit Hilfe des Kunstkreuzes *CDE* zwei gleiche Gestänge in abwechselnde Bewegung setzt, oder wenn man des beschränkten Raumes wegen die Gestänge an zwei durch eine Stange *EE*<sub>1</sub> verbundene Bruchschwingen *DEF* und *D*<sub>1</sub>*E*<sub>1</sub>*F*<sub>1</sub> hängt, Fig. 742 (a. f. S.), welche ihre Bewegung von der Lenkerstange *AB* einer Kurbel empfangen.

Wenn dagegen die Kurbel nur mit einem Gestänge verbunden ist, wie dies bei allen Dampfmaschinen und vielen Pumpen der Fall ist, so kann die

Fig. 742.



Anwendung eines entsprechenden Gegengewichtes zur Ausgleichung der schwingenden Massen aus verschiedenen Gründen geboten sein.

Faßt man zunächst den Fall ins Auge, daß die Kurbel zur Bewegung eines schweren Pumpengestänges dient, bei welchem die Widerstände  $Q_1 = W_1 + G_0$  und  $Q_2 = W_2 - G_0$  sehr verschieden ausfallen, sei es entweder wegen des Stangengewichtes  $G_0$  oder wegen der Verschiedenheit von  $W_1$  und  $W_2$ . In diesem Falle wird die Ungleichförmigkeit der Kurbel eine um so größere sein, je mehr die Werthe von  $Q_1$  und  $Q_2$  von einander abweichen. Die in §. 144 unter der Voraussetzung einer constanten Kolbenkraft  $Q$  gefundenen Regeln werden daher für den vorliegenden Fall insofern einer Modification bedürfen, als für den Aufgang der Kurbel  $Q_1$  und für den Niedergang  $Q_2$  anstatt  $Q$  in Rechnung zu stellen ist, und als man die Umfangskraft  $P$  nicht mehr wie bei constanter Kolbenkraft  $Q$  zu  $P = \frac{2}{\pi} Q$ , sondern vielmehr zu  $P = \frac{Q_1 + Q_2}{\pi}$  einzuführen hat. Hierdurch würde man in ganz derselben Weise wie in §. 144 die Geschwindigkeit der Kurbelwarze nach einer beliebigen Winkeldrehung  $\alpha$ , vom toten Punkte aus gerechnet, durch

$$v = v_1 \left[ 1 + \frac{Q_1 r}{m_1 v_1^2} \left( 1 - \cos \alpha - \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1 \pi} \alpha \right) \right]$$

für den Aufgang, und

$$v = v_2 \left[ 1 + \frac{Q_2 r}{m_1 v_2^2} \left( 1 - \cos \alpha - \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2 \pi} \alpha \right) \right]$$

für den Niedergang erhalten, wenn wie dort  $m_1$  die auf den Kurbelzapfen reducirte rotirende Masse,  $v_1$  die Geschwindigkeit im unteren und  $v_2$  die-

jenige im oberen todten Punkte bedeutet. Diese Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  in den todten Punkten sind wegen der Ungleichheit von  $Q_1$  und  $Q_2$  jetzt natürlich auch verschieden, und es leuchtet ein, daß nunmehr auch die Ungleichförmigkeit unter sonst gleichen Umständen größer ausfallen wird, als der in §. 145 für  $Q_1 = Q_2$  berechnete Werth, welcher für eine sehr lange Lenkerstange zu

$$\delta = 0,4210 \frac{Qr}{m_1 v_1^2}$$

sich ergab. Es würde daher zur Erzielung eines hinreichend gleichmäßigen Ganges eine sehr bedeutende Größe des Nenners  $m_1 v_1^2$  erforderlich sein, und da derartige Kurbeln für Pumpwerke nur mit mäßiger Durchschnittsgeschwindigkeit  $v$  arbeiten, so wären äußerst große rotirende Massen erforderlich. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, ist es daher angezeigt, durch ein Gegengewicht eine Ausgleichung der Widerstände für den Aufgang und Niedergang vorzunehmen, in welchem Falle, wenn dadurch  $Q_1 = Q_2 = Q$  gemacht worden ist, die Rechnung in §. 144 u. f. ohne Weiteres hier ihre Gültigkeit hat. Wie eine solche Ausgleichung direct an dem Gestänge mit Hülfe eines Gegengewichtsbalanciers zu geschehen hat, ist bereits in §. 181 u. f. näher erläutert. Kann man aber einen solchen Gegengewichtsbalancier nicht anbringen, so ist auch eine Ausgleichung durch ein mit der Kurbelwelle zu verbindendes Gegengewicht zu erreichen. Im Allgemeinen wird eine directe Ausgleichung des Gestänges mancherlei Vortheile darbieten, insofern dadurch das Gestänge mehr geschont und auch der Kurbelzapfen mehr entlastet wird, während durch das mit der Kurbelwelle verbundene Gegengewicht die letztere direct belastet und die Reibung an ihren ohnehin starken Zapfen vergrößert wird. Mit Rücksicht hierauf erscheint es gerathen, das Gegengewicht in einem thunlich großen Abstände von der Ase anzubringen, indem man es etwa in dem Kranze eines auf der Kurbelwelle sitzenden Schwungrades oder Wasserrades befestigt.

Wird der Arenabstand  $AC$  des Gegengewichtes  $G$ , Fig. 743 (a. f. S.), mit  $b$  bezeichnet, so erhält man wie in §. 181 für den Gegengewichtsbalancier die zur Ausgleichung des Widerstandes erforderliche Größe des Gegengewichtes zu

$$G = \frac{r}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2} = \frac{r}{b} \left( G_0 + \frac{W_1 - W_2}{2} \right).$$

Für einen doppelten Krummzapfen mit zwei unter rechtem Winkel zu einander stehenden Kurbeln  $AB$  und  $AB_1$ , Fig. 744 (a. f. S.), kann man für jede Kurbel nach obiger Formel das Gegengewicht  $G_1$  bestimmen und die beiden in  $C$  und  $C_1$  wirkenden Gewichte zu ihrer Mittelkraft  $2G_1$  in der

Mitte  $D$  zwischen  $C$  und  $C_1$  vereinigt denken. Dieses Gewicht  $2G_1$  in  $D$  kann dann statisch durch ein im Abstände  $AE = b$  angebrachtes Gewicht

Fig. 743.

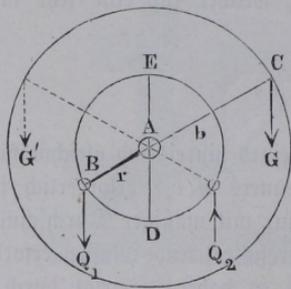
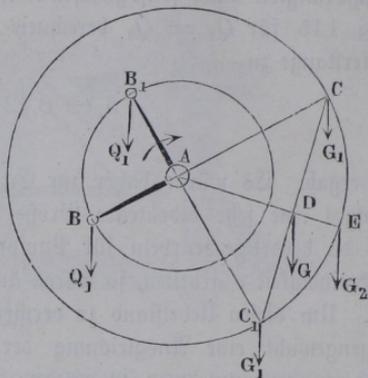


Fig. 744.



$$G = 2 G_1 \frac{AD}{AE} = 2 G_1 \sqrt{\frac{1}{2}} = G_1 \sqrt{2}$$

erfetzt werden, so daß man

$$G = \frac{r}{b} \sqrt{2} \left( G_0 + \frac{W_1 - W_2}{2} \right)$$

erhält.

§. 187. **Trägheitskraft des Gegengewichtes.** In dem vorhergehenden Paragraphen war nur von den statischen Wirkungen des Gegengewichtes gesprochen und man kann die Größe desselben nach den angegebenen Regeln bestimmen, so lange die statischen Wirkungen im Vordergrunde stehen, d. h. so lange die Geschwindigkeiten des betreffenden Getriebes nur mäßige sind, wie dies meist bei den Pumpwerken der Fall ist. Bei schnellen Rotationsbewegungen, wie sie bei den meisten Dampfmaschinen üblich sind, treten jedoch die Trägheitskräfte des Gegengewichtes und der schwingenden Massen in den Vordergrund, wogegen die Gewichte der letzteren im Vergleiche zu den wirkenden Kräften meist als unbeträchtlich außer Acht gelassen werden können. In solchen Fällen dienen daher die Gegengewichte nicht dazu, um die Gewichte der schwingenden Massen, sondern um deren lebendige Kräfte auszugleichen. In wie weit dies geschehen kann, ergibt sich aus den folgenden Betrachtungen.

Es ist bereits in §. 151 darauf aufmerksam gemacht worden, in welcher Weise die Trägheitskräfte der hin- und hergehenden Massen  $m_2$  bei dem Kurbelgetriebe zur Wirkung kommen, und es wurde daselbst gezeigt, daß der



meiden, bringt man daher ein Gegengewicht an der Kurbelwelle diametral der Kurbel an. Denkt man sich in dem Kurbelkreise der Kurbelwarze  $B$  diametral gegenüber in  $C$  ein Gegengewicht  $G$ , also von der Masse  $\frac{G}{g}$ , angebracht, so äußert dasselbe eine Centrifugalkraft

$$CK = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r},$$

dessen verticale Componente

$$CJ = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha$$

dem Beschleunigungsdrucke

$$M = \frac{m_2 v^2}{r} \cos \alpha$$

entgegengesetzt ist und mit ihm gleiche Größe hat, sobald  $\frac{G}{g} = m_2$  gemacht ist, d. h. sobald das Gegengewicht gleich dem Gewichte der schwingenden Masse  $m_2$  gewählt wird. Allerdings wird durch dieses Gegengewicht  $G$  die zu dem Stangenschube senkrecht Componente der Centrifugalkraft

$$CL = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \sin \alpha$$

neu eingeführt, welche wegen ihres Richtungswechsels die Kurbelaxe nach dieser zum Stangenschube senkrechten Richtung hin- und herziehen bestrebt ist. Bei liegenden Maschinen ist diese Componente meist unschädlich, insofern sie bei denselben direct durch das ausgedehnte Fundament aufgenommen wird, welches nach der verticalen Richtung viel größeren Widerstand auszuüben befähigt ist als im horizontalen Sinne. Bei stehenden Maschinen jedoch würde diese Componente

$$\frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \sin \alpha$$

wegen ihrer horizontalen Richtung für die Stabilität des hochgebauten Gestelles schädlicher sein, als selbst die durch die schwingende Masse  $m_2$  hervorgerufenen Massendrucke, welche hier wegen ihrer verticalen Richtung von dem Gestelle in günstiger Weise aufgenommen werden. Aus diesem Grunde pflegt man bei stehenden Maschinen von der Anwendung eines Gegengewichtes meistens ganz abzusehen. Auch bei liegenden Maschinen nimmt man das Gegengewicht  $G$  in der Regel kleiner als das Gewicht der schwingenden Massen  $m_2$  an, nach Radinger genügt für die gewöhnlichen Fälle eine Größe von  $G$  gleich 0,5 bis 0,8  $m_2 g$ . Setzt man allgemein  $G = v m_2 g$  voraus, wo  $v$  kleiner ist als Eins, so verbleibt eine Wirkung der Trägheitskräfte gleich der Differenz

$$m_2 \frac{v^2}{r} \cos \alpha - \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha = (1 - v) m_2 \frac{v^2}{r} \cos \alpha,$$

welche durch die Kurbelwelle aufgenommen werden muß, während senkrecht zur Schubrichtung nur die Componente

$$v m_2 \frac{v^2}{r} \sin \alpha$$

verbleibt. Bringt man das Gegengewicht anstatt im Kurbelkreise, in  $C'$  an einem größeren Halbmesser  $AC = b$  an, so hat man dasselbe, um die gleiche Centrifugalkraft zu erreichen, in einer Größe  $G'$  auszuführen, die sich durch

$$G' = \frac{r}{b} G$$

bestimmt.

In den vorstehenden Betrachtungen ist immer stillschweigend eine sehr große Länge der Kurbelstange vorausgesetzt. Da die letztere aber bei Dampfmaschinen nur eine geringe Länge  $l$  hat, so wird man zur näheren Bestimmung der Massendrucke aus §. 151 die genauere Formel

$$M = \left( \cos \alpha + \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \frac{m_2 v^2}{r}$$

zu Grunde zu legen haben, so daß bei einem Gegengewichte  $G = v m_2 g$  aus der Trägheit der Massen noch die Wirkungen übrig bleiben

$$W' = \left[ (1 - v \cos \alpha) + \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right] \frac{m_2 v^2}{r}$$

in der Richtung des Stangenschubes und

$$W'' = v \frac{m_2 v^2}{r} \sin \alpha$$

senkrecht zur Schubrichtung. Der Ausdruck für  $W'$  zeigt, daß es bei endlicher Länge  $l$  der Schubstange durch keinen Werth von  $v$  möglich ist, die Kraft  $W'$  in allen Stellungen der Kurbel zu Null zu machen. Wollte man überhaupt die schwingenden Massen vollständig ausgleichen, so gäbe es kein anderes Mittel, als daß man der Kurbel diametral gegenüber eine andere gleiche und gleich schwere Kurbel anbrächte, deren Warze an einer mit der Kurbelstange gleichen Lenkerstange parallel der Kolbenbewegung ein Gewicht hin- und herführte, welches so schwer wäre wie die Kolbenstange nebst Kolben und Kreuzkopf der eigentlichen Kurbel. Es bedarf kaum der Bemerkung, daß man eine derartig umständliche Construction in der Praxis nicht zur Anwendung bringt.

Anmerkung. Von der Ausgleichung der Massen bei doppelten zu einander rechtwinkligen Kurbeln wird bei den Locomotiven gehandelt werden.

§. 188. **Schwungräder.** Die Maschinen können sich entweder in einem gleichförmigen oder in einem ungleichförmigen Beharrungszustande befinden. Der gleichförmige Beharrungszustand einer Maschine kann nur bei einer stetigen, und insbesondere bei der stetig kreisförmigen Bewegung vorkommen, und zwar nur dann, wenn sowohl das Moment der Kraft als auch das der Last während der Bewegung unveränderlich ist. Es kommt daher auch dieser Bewegungszustand vorzüglich bei den Radmaschinen und zwar bei den Wasserrädern vor. Ein ungleichförmiger Beharrungszustand tritt dagegen bei allen Maschinen mit absetzender Bewegung ein, weil diese innerhalb kurzer Zeitabschnitte aus der Ruhe in Bewegung und aus der Bewegung in Ruhe übergehen, und daher bald verzögert, bald beschleunigt werden müssen. In diesem Bewegungszustande befinden sich alle Kolbenmaschinen, seien es Wasserfäulenmaschinen oder Dampfmaschinen, wegen der geradlinig absetzenden Bewegung des Treibkolbens. Ist die Kolbenkraft überdies noch variabel, wie z. B. bei den Expansionsdampfmaschinen, so fällt natürlich die Bewegung um so ungleichförmiger aus. Es hängt aber der Bewegungszustand nicht allein von der Kraft- oder Umtriebsmaschine, sondern ebenso gut auch von der Last- oder Arbeitsmaschine ab. Ist die Arbeitsverrichtung einer Maschine mit einer absetzenden, z. B. auf- und niedergehenden, Bewegung verbunden, so hat natürlich auch die ganze Maschine einen ungleichförmigen Beharrungszustand. Ein Pumpwerk oder ein gewöhnliches Sägegatter z. B. befindet sich, selbst wenn es durch ein Wasserrad in Bewegung gesetzt wird, aus diesem Grunde stets in einem ungleichförmigen Bewegungszustande. Auch dann, wenn die Arbeitsmaschine eine stetige Bewegung besitzt, ist der Beharrungszustand derselben ein ungleichförmiger, sobald das Lastmoment derselben veränderlich ist oder wohl gar intermittirend wirkt. In diesem Falle kann natürlich kein statisches Gleichgewicht zwischen der Kraft und Last stattfinden, sondern es muß bald die Kraft bald die Last überwiegen, und daher auch die Maschine bald beschleunigt bald verzögert umlaufen. Es kann deshalb bei den Poch-, Hammer- und Walzwerken nur von einem ungleichförmigen Bewegungszustande die Rede sein. Ein Walzwerk nimmt z. B. während des Walzens eine verzögerte Bewegung an, und wird dagegen wieder beschleunigt, sobald das Metall durch die Walzen gelaufen ist und diese leer umgehen.

Dem Vorstehenden gemäß lassen sich folgende Fälle, in welchen eine Maschine einen ungleichförmigen Bewegungszustand annimmt, angeben:

- 1) Die Kraftmaschine wirkt stets kreisförmig und die Lastmaschine oder der Arbeitsmechanismus hat eine absetzende Bewegung, und zwar meist in der geraden Linie (Radkunst).

- 2) Die Kraftmaschine wirkt absehend in der geraden Linie und die Arbeitsmaschine hat eine stetige Bewegung, und zwar meist im Kreise (Dampfgöpel).
- 3) Beide Maschinen bewegen sich stetig kreisförmig, es ist aber das Moment der Kraft oder Last, und zwar in der Regel das der letzteren, veränderlich (Radwalzwerk).
- 4) Sowohl die Kraft- als auch die Arbeitsmaschine bewegen sich absehend, und zwar in der Regel geradlinig absehend (Dampfkunst).

Auf welche Weise auch eine Maschine in Bewegung gesetzt werde und ihre Arbeit verrichten möge, immer ist doch zu verlangen, daß

- 1) diejenigen Mechanismen, welche eine stetige (Kreis-) Bewegung haben, möglichst gleichförmig umlaufen, und daß
- 2) diejenigen Mechanismen, welche sich absehend (geradlinig) bewegen, bei jedem Spiele allmählig und ohne Stöße aus der Ruhe in Bewegung und ebenso mit stetig abnehmender Geschwindigkeit aus der Bewegung in Ruhe übergehen.

Da eine rotirende Umtriebsmaschine nur bei einer gewissen Umdrehungsgeschwindigkeit vortheilhaft arbeitet, so würde sie folglich weniger leisten, wenn sie bald langsamer, bald schneller umliefe. Hätten wir es z. B. mit einem oberflächlichen Wasserrade zu thun, so würden sich hierbei manche Zellen nur wenig und andere übermäßig mit Wasser anfüllen, und sich daher auch zu zeitig ausgießen, wodurch dem Rade Arbeit entzogen werden würde. Ebenso ist es auch bei den rotirenden Arbeitsmaschinen; auch diese arbeiten nur bei einer gewissen Geschwindigkeit mit Vortheil, und verlieren daher an Leistung oder liefern wohl gar ein schlechtes Arbeitsproduct, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit in einem hohen Grade veränderlich ist. Nicht minder nöthig ist es ferner, daß eine auf- und nieder- oder hin- und hergehende Maschine, und zwar sowohl Kraft- als Arbeitsmaschine, bei jedem Spiele mit allmählig wachsender Geschwindigkeit aus der Ruhe in Bewegung und mit allmählig abnehmender Geschwindigkeit aus der Bewegung in Ruhe übergehe, außerdem aber keinen größeren Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen sei. Die mit plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen verbundenen Stöße verursachen nicht allein Verluste in der Leistung der Maschinen, sondern führen auch ein starkes Abnutzen und baldiges Zerstoren der Maschine herbei, und wenn die Geschwindigkeit der Maschine innerhalb eines Spieles großen Veränderungen unterworfen ist, so fallen auch die Nebenhindernisse, und insbesondere die hydraulischen Widerstände und andere Verluste, größer aus, als wenn sich die Geschwindigkeit von ihrem mittleren Werthe nicht sehr entfernt.

Das vorzüglichste Mittel zur Erzielung eines möglichst gleichförmigen Ganges besteht in der Vermehrung der Massen und zwar insbesondere der

rotirenden Masse. Da die Beschleunigung  $p = \frac{P}{M}$  einer Bewegung, direct wie die Kraft  $P$  und umgekehrt wie die Masse  $M$  wächst, so muß natürlich ein gewisser Ueberschuß an Kraft oder Last in einer gewissen Zeit einen um so größeren Geschwindigkeitszuwachs oder eine um so größere Geschwindigkeitsabnahme hervorbringen, je kleiner die Masse  $M$  der Maschine ist. Wäre die Masse einer Maschine sehr klein, so würde sie vielleicht gar keinen Beharrungszustand annehmen können; eine vielleicht nur mäßige Ueberwucht würde ihr schon in einer kurzen Zeit eine übermäßige Geschwindigkeit beibringen und ein mäßiger Ueberschuß des Lastmomentes über das Kraftmoment würde der Maschine vielleicht in wenigen Augenblicken ihre lebendige Kraft vollständig entziehen, d. h. sie ganz in Ruhe versetzen. Es ist also nöthig, daß eine Maschine eine gewisse Masse besitze, und daß dieselbe um so größer sei, je regelmäßiger und gleichförmiger sich dieselbe bewegen soll.

Schon die Theorie der Krummzapfenbewegung ergab, daß sich die Umdrehung eines Krummzapfens der Gleichförmigkeit um so mehr nähert, je größer die Massen und zumal die rotirenden Massen desselben sind.

In manchen Fällen besitzt eine Maschine schon an und für sich eine so große Masse oder ein so großes Trägheitsmoment, daß die Umdrehungsgeschwindigkeit derselben nur innerhalb enger Grenzen variiert, also der Grad der Ungleichförmigkeit (s. §. 145), wie erwünscht, nur sehr klein ist, in anderen Fällen ist es hingegen nöthig, die Umdrehungsmasse einer Maschine zu vergrößern, um die Ungleichförmigkeit derselben bis auf einen gewissen Grad herabzuziehen. Solche bloß zum Herabziehen der Ungleichförmigkeit des Bewegungszustandes einer Maschine dienenden rotirenden Massen erhalten die Form eines Rades und heißen deshalb Schwungräder. Schwungräder sind also sehr wichtige Theile der Maschinen mit ungleichförmigem Beharrungszustande, ohne welche diese Maschinen die ihnen zukommenden Arbeiten vielleicht gar nicht oder wenigstens sehr unvollkommen verrichten würden. Hohe und schnell umlaufende Wasserräder, sowie große Trommeln und Zahnräder, schnell umlaufende Mühl- und Schleifsteine zc. wirken natürlich ganz wie Schwungräder und vertreten daher auch sehr oft die Stelle derselben. So würden z. B. Sägemühlen, Pumpenwerke zc. zu ihrer regelmäßigen Arbeitsverrichtung ein Schwungrad nöthig haben, wenn sie nicht durch Wasserräder in Bewegung gesetzt würden, die durch ihre Trägheit ebenso wie die Schwungräder, trotz der hier vorkommenden großen Veränderlichkeit des Lastmomentes, die Geschwindigkeitsveränderungen in engen Grenzen erhalten.

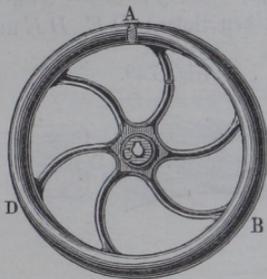
§. 189. Die Schwungräder sind in der Regel aus Gußeisen und bestehen:

- 1) aus dem Schwungringe oder der eigentlichen Schwungrmasse,
- 2) aus den Radarmen und

3) aus der Nabe oder dem Wellkranze, womit das Schwungrad auf der Welle festsetzt.

Ein kleines aus dem Ganzen gegossenes Schwungrad ist in Fig. 746 abgebildet. *ABD* ist der Schwungring, *C* die Radhülse oder Nabe und *BC*, *DC* zc. sind die Radarme. Man giebt diesen

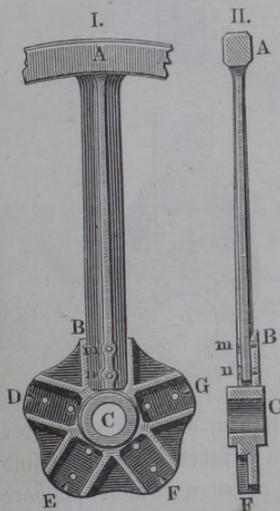
Fig. 746.



Rädern gern gekrümmte Arme, damit sich dieselben beim Erkalten nach dem Gusse nicht von dem Ringe lostrennen oder eine nachtheilige Spannung erhalten. Um den Luftwiderstand möglichst herabzuziehen, rundet man nicht allein die Arme, sondern auch den Kranz ab, oder giebt beiden Stücken elliptische Querschnitte. Größere Schwungräder gießt man, um die Nachtheile des ungleichen Erkalten nach dem Gusse zu umgehen, in zwei Stücken, nämlich

die Rosette getrennt von dem Schwungringe mit seinen Armen. In Fig. 747 ist ein Theil eines solchen Schwungrades, und zwar in der vorderen Ansicht (I) und im Querschnitte (II) abgebildet. *A* ist ein Stück des Schwungringes, *AB* ein Radarm und *BDEFG* die Rosette mit ihrem Auge *C*.

Fig. 747.



Es ist der Armkranz oder die Rosette zur Aufnahme von fünf Armenden eingerichtet, und die Befestigung dieser Theile mit der Rosette durch je zwei Schraubenbolzen *m*, *n* bewerkstelligt. Man kann aber auch den Wellkranz mit den Armen aus dem Ganzen machen und den Schwungring besonders gießen.

Große Schwungringe von 5 Meter Höhe werden fast immer aus mehreren Stücken zusammengesetzt. Man kann hierbei jede Felge oder jedes Ringstück mit einem Arme aus dem Ganzen gießen, oder man kann die Arme mit dem Wellkranze ein Ganzes bilden lassen, oder endlich, und dies ist besonders bei sehr hohen Rädern nöthig, auch die Radarme einzeln gießen und dieselben durch Bolzen, Splinte zc. sowohl mit dem Rad- als auch mit dem Wellkranze verbinden. Die Verbindung der Felgen

eines Schwungringes unter einander läßt sich durch Ueberplattung und mittelst Schraubenbolzen bewerkstelligen; man kann aber auch die Felgenenden stumpf an einander anstoßen, und auf dieselben schwalbenschwanzförmige Platten aus Schmiedeeisen aufbolzen, oder die zu diesem Zwecke hohlgegoßenen

Enden der Felgen mit Stücken aus Schmiedeeisen ausfüllen, und dieselben durch Splinte mit den Felgen fest verbinden. Eine Felgenverbindung der ersten Art zeigt Fig. 748. *A* und *B* sind übereinandergeplattete Felgenenden, *DD* und *EE* die durchgezogenen Schraubenbolzen und *FF* und *GG* die eingelegten Federn. Die zweite Verbindungsweise ist aus Fig. 749 zu ersehen; *A* und *B* sind die beiden stumpf zusammengestoßenen Felgenenden, *DD* und *EE* die eingelegten Platten mit den Bolzen *DE*, *DE* und

Fig. 748.

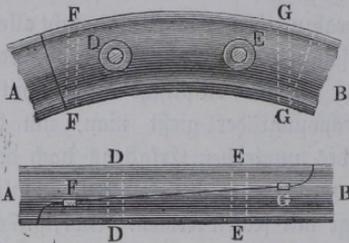


Fig. 749.

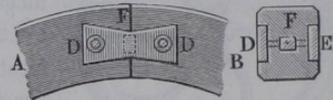


Fig. 750.

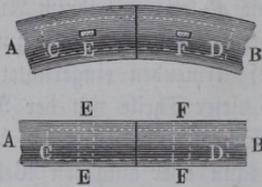


Fig. 751.

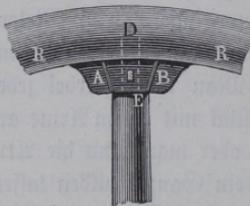
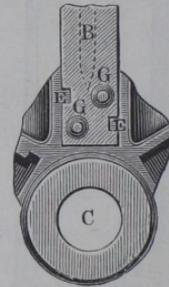
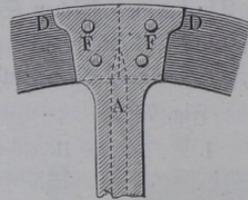


Fig. 752.



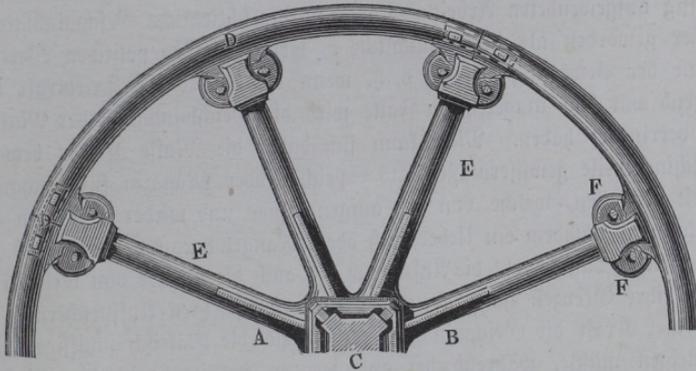
einer zwischenliegenden Feder *F*. In Fig. 750 ist noch die Verbindung der Kranzfelgen durch eingefeste Schienen vor Augen geführt; *A* und *B* sind die Felgenenden, *CD* ist die eingefeste Schiene, und von außen gar nicht sichtbare Schiene, *E* und *F* sind eingeschobene Keile, wodurch die Endflächen der Felgen fest an einander getrieben werden können.

Die Verbindung des Radkranzes mit den Armen erfolgt am einfachsten durch Schwalbenschwänze, in welche man die Armenden auslaufen läßt, und welche man in entsprechenden Ausschnitten am inneren Radumfang verkeilt.

Setzt man überdies noch einen radiallaufenden Splint *DE*, Fig. 751, ein, so wird die Verbindung des Schwalbenschwanzes *AB* mit dem Radkranze *R* noch besonders verstärkt. Statt der Schwalbenschwänze wendet man auch wohl bloße Nasen oder Vorsprünge an, wie z. B. aus der Fig. 752 zu ersehen ist, welche überdies noch die Verbindung der Arme mit dem Wellkranze zeigt. Es ist *AB* der abgebrochen gezeichnete Arm, und es sind *DD* die Nasen im Radkranze und *EE* in der Rosette, *FF* ... und *GG* ... Bolzen, wodurch die Armenden gegen ihre Lagerungsflächen gedrückt werden.

Die Verbindungsstellen der Radfelgen liegen entweder zwischen den Verbindungsstellen mit den Radarmen, oder sie fallen mit diesen zusammen. Die letztere Anordnung zeigt Fig. 753. Die Arme des hier abgebildeten Rades bilden mit dem auf der Welle *C* aufgefickten Wellkranze *AB* ein

Fig. 753.



Ganzen; und sind dagegen mit dem Radkranze durch Schwalbenschwänze *D* und Schraubenbolzen *FF* verbunden.

Wenn die Welle, worauf das Schwungrad sitzt, zur Ausgleichung der Gewichte ein Gegengewicht erfordert, so wird dieses mit dem Schwungrade verbunden, indem man an der dem Schwerpunkte des auszugleichenden Gewichtes gegenüber liegenden Stelle ein Stück Blei anbringt, wozu man gleich beim Gusse des Ringes eine Höhlung am inneren Umfange desselben aussparen kann.

**Wirkung der Schwungräder.** Die Wirkung von Schwungrädern §. 190. hat man sich folgenderart vorzustellen. Wenn in einer Maschine irgend welcher Art die von der treibenden Kraft in einem gewissen kleinen Zeittheile verrichtete mechanische Arbeit genau denselben Betrag hat, wie die gleichzeitige Arbeit aller nutzbaren und schädlichen Widerstände zusammen, so wird in dieser Zeit die Geschwindigkeit der Maschine unverändert bleiben. Ist

jedoch eine solche Gleichheit der elementaren Arbeiten von Kraft und Last nicht vorhanden, so stellt sich unter allen Umständen eine Aenderung in dem Gange der Maschine ein, und zwar nimmt dieselbe eine größere oder kleinere Geschwindigkeit an, je nachdem die treibende Kraft eine größere oder geringere Arbeit verrichtet als die Widerstände. Bezeichnet etwa  $A$  die Differenz dieser mechanischen Arbeiten während einer bestimmten Zeit, und ist  $M$  die gesammte auf einen Punkt reducirt gedachte Masse (s. Thl. I, §. 306) aller bewegten Theile der Maschine, so hat dieser Punkt seine zu Anfang der Zeit etwa mit  $v$  bezeichnete Geschwindigkeit zu Ende dieses Zeittheilchens in eine solche Geschwindigkeit  $v_1$  verändert, für welche die Gleichung gilt

$$A = M \frac{v_1^2 - v^2}{2},$$

d. h. der Zuwachs an lebendiger Kraft der Maschine ist gleich der überschüssig aufgewendeten Arbeit. Dabei ist die schließliche Geschwindigkeit  $v_1$  größer geworden als die anfängliche  $v$ , wenn  $A$  einen positiven Werth im Sinne der Bewegung gehabt, d. h. wenn die Arbeit der Triebkraft überwiegend war, im umgekehrten Falle wird die Geschwindigkeit der Maschine sich verringert haben. Man kann sich daher die Masse  $M$  der bewegten Maschinentheile gewissermaßen als Speicher oder Magazin für mechanische Arbeit vorstellen, welche von ihr aufgenommen und wieder abgegeben werden kann, je nachdem ein Ueberschuß oder Mangel daran vorhanden ist. Es ist natürlich, daß sowohl die Aufnahme als auch die Abgabe von mechanischer Arbeit ihre Grenzen hat, indem bei einer fortgesetzten Aufspeicherung von lebendiger Kraft die Geschwindigkeit sehr bald die praktisch zulässige Größe übersteigen müßte, während bei andauernder Arbeitsabgabe die Maschine schnell zur Ruhe kommen würde. Ein solcher Zustand fortwährender Beschleunigung findet immer nur während des sogenannten Anlaufes einer Maschine, d. h. zu Beginn ihrer Bewegung und zwar so lange statt, bis die zum normalen Betriebe erforderliche Geschwindigkeit erzeugt ist. Ebenso ist gegen Ende der Bewegung beim Abstellen der Maschine der sogenannte Auslauf als eine kurze Periode ununterbrochener Arbeitsabgabe von Seiten der bewegten Massen gekennzeichnet, welche Periode mit dem gänzlichen Stillstande der Maschine ihren Abschluß erreicht. Der zwischen dem Anlaufe und Auslaufe gelegene dem eigentlichen normalen Betriebe entsprechende Bewegungszustand der Maschine ist als der Beharrungszustand derselben aufzufassen, in welchem die Geschwindigkeit zwar gewissen Schwankungen unterworfen ist, die aus der Verschiedenheit von Kraft und Last in oben gedachter Weise entspringen, aber in diesem Zustande werden doch stets regelmäßige Perioden wiederkehren, innerhalb deren die Arbeit der Kraft gerade gleich derjenigen der Widerstände ist. Eine solche Periode ist z. B. bei den



$2\pi r$  des Kurbelkreises einer doppelwirkenden Dampfmaschine gemacht sein, so daß die Endpunkte  $A$  und  $C$  dem einen und die Mitte  $B$  dem anderen todtten Punkte entsprechen. Ferner sei die Curve  $AF'K'BL'C$  so gezeichnet, daß ihre Ordinaten die am Umfange des Kurbelzapfens von dem Dampfkolben ausgeübten tangentialen Umdrehungskräfte darstellen. Ist dann  $AD = CE$  der gleichfalls auf den Kurbelarm reducirte constante Widerstand  $P$  der Maschine, so stellt das Rechteck  $AE$  die Arbeit des Widerstandes für eine Umdrehung dar und die zwischen der Curve  $AK'BL'C$  und der Axe  $AC$  enthaltene Fläche repräsentirt die mechanische Arbeit des Dampfes für dieselbe Periode. Diese beiden Flächenräume haben für den Beharrungszustand der Maschine gleiche Größe. Nimmt man nun an, daß die Kurbel im todtten Punkte  $A$  eine Geschwindigkeit  $v_0$  habe, welche auf einer anderen Basis  $ac$  gleich  $ad'$  aufgetragen sein mag, so erkennt man, daß die Kurbel zunächst von dem Punkte  $A$  aus einer Verzögerung ausgesetzt ist, und zwar so lange, als die treibende Kraft oder die Ordinate der Curve  $U$  kleiner ist als der Widerstand  $AD = P$ . Die Geschwindigkeit  $v_0$  der Kurbel in  $A$  wird daher in  $F$  einen geringeren Werth  $v_2$  angenommen haben, welcher sich durch die Gleichung

$$A_1 = M \frac{v_0^2 - v_2^2}{2}$$

bestimmt, worin  $M$  die auf den Kurbelzapfen reducirten Massen aller bewegten Maschinenteile, und  $A_1$  die durch die Fläche  $ADF'$  dargestellte Mehrarbeit des Widerstandes bedeutet. Die in dem Punkte  $F$  erlangte Geschwindigkeit  $v_2 = ff'$  ist ein relatives Minimum, da im ferneren Verlaufe eine Beschleunigung eintritt, welche bis zum Punkte  $G$  andauert. Während der Bewegung von  $F$  bis  $G$  hat die durch die Fläche  $F'K'G'$  dargestellte Mehrarbeit  $A_2$  des Dampfes die Geschwindigkeit von  $v_2$  auf  $v_1$  gebracht, wofür man wieder hat

$$A_2 = M \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}.$$

Diese in  $G$  erlangte Geschwindigkeit  $v_1$  ist ein relatives Maximum, indem von jetzt an wieder eine Verzögerung eintritt. Diese dauert über den todtten Punkt  $B$  hinaus bis zu dem Punkte  $H$ , wo die Geschwindigkeit ein neues Minimum ( $v_2$ ) erlangt etc. Es ist leicht ersichtlich, daß die Geschwindigkeit der Kurbel in  $C$  wieder  $v_0$  wie in  $A$  geworden ist, da man für den Beharrungszustand die Bedingung hat

$$A_1 + A_3 + A_5 = A_2 + A_4,$$

d. h. die algebraische Summe aller nach einander auf Verzögerung und Beschleunigung verwendeten Arbeiten ist während einer Kurbelbrehung gleich Null. Da diese letztere Bedingung allgemein gilt, auch wenn man einen

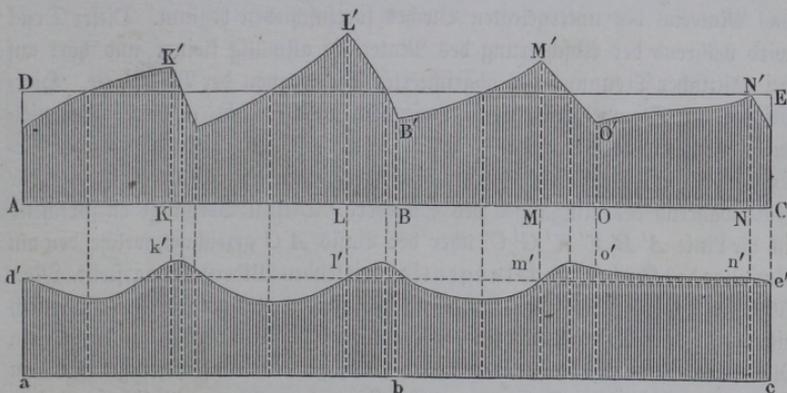
anderen als einen toten Punkt zum Ausgangspunkte wählt, so folgt, daß die Kurbel überhaupt in einem und demselben Punkte stets in dem gleichen Bewegungszustande sich befindet, d. h. die Periode der ungleichförmigen Bewegung ist eine ganze Umdrehung. Hinsichtlich der Curve  $d'f'k'g'$  ... für die Geschwindigkeiten erkennt man übrigens, daß der einem größten Werthe der Umdrehungskraft  $KK'$  zugehörige Punkt  $k'$  ein Wendepunkt sein muß, denn in demselben hat die beschleunigende Kraft  $p = \frac{P}{M}$  ihr Maximum, d. h.

es ist  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ ; und da allgemein  $p = \frac{\partial v}{\partial t}$  ist, so ist für die Geschwindigkeitscurve in  $k'$  die Bedingung für den Wendepunkt erfüllt

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0.$$

In derselben Weise ist in Fig. 755 über der Grundlinie  $AC = 2\pi r$  das Diagramm für den Umfangsdruck  $U$  in der Linie  $AK'L'B'M'O'N'C$

Fig. 755.

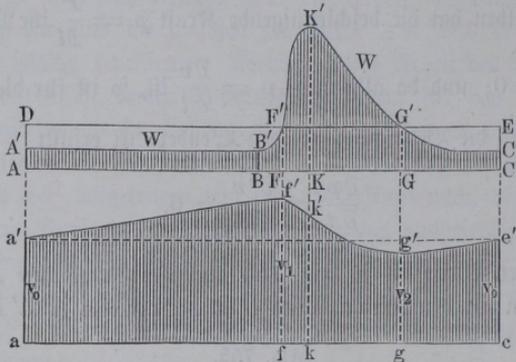


für den Hin- und Rückgang derjenigen zweicylindrigen Expansionsdampfmaschine gezeichnet, für welche in Figur 578 das Diagramm über dem Kolbenschube  $2r$  angegeben worden, und demgemäß in  $d'k'l'm'o'n'e'$  die Linie für die Geschwindigkeiten entworfen. Man erkennt daraus zur Genüge, wie eine derartige Zeichnung ein klares Bild nicht nur von der verhältnißmäßigen Größe der einzelnen Geschwindigkeitschwankungen, sondern auch von deren gegenseitiger Lage zu einander gewährt.

In ähnlicher Art hat man auch das Diagramm in anderen Fällen z. B. für solche Arbeitsmaschinen zu zeichnen, bei welchen der Widerstand plötzlich in großem Betrage auftritt. In Fig. 756 (a. f. S.) z. B. ist der Be-

wegungszustand eines Lochwerkes veranschaulicht. Hierbei wird der den Lochstempel tragende Schieber durch eine Kurbel oder einen Excenter langsam auf- und niedergeführt, und hat derselbe nur während eines Theiles seines Niedergehens einen beträchtlichen Widerstand zu überwinden, welcher seinen größten Werth in dem Augenblicke erreicht, in welchem der Stempel

Fig. 756.

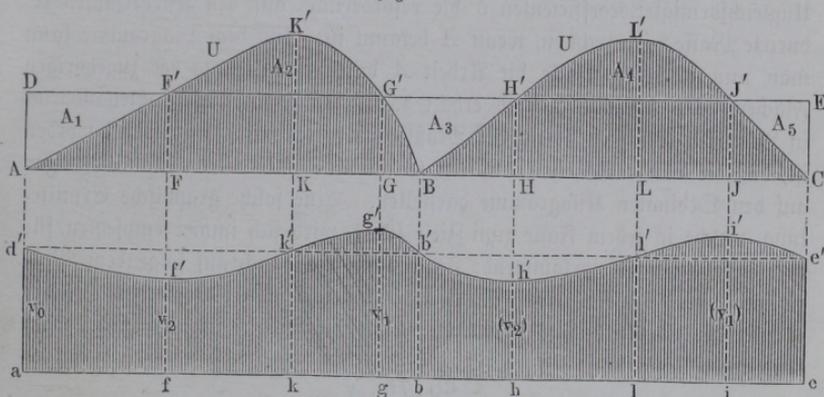


das Material des untergelegten Bleches fortzuschieben beginnt. Dieser Druck wird während der Abscheerung des Materials allmählig kleiner und hört auf bei gänzlicher Trennung des abgescheerten Stückes von der Blechplatte. Hierbei hat der Stempel seine tiefste Lage noch nicht erreicht, er bewegt sich vielmehr noch etwas durch das gestanzte Loch hindurch, während welcher Bewegung er nur die Nebenhindernisse zu überwinden hat. Letzteres ist auch der Fall während des Aufganges des Schiebers. Diesem Vorgange entsprechend ist die Linie  $A'B'F'K'G'C'$  über der Basis  $AC$  gezeichnet, welche den am Umfange des Kurbelzapfens tangential wirkenden Widerstand darstellt. Man sieht, wie dieser Widerstand während des ganzen Aufganges  $AB$  und noch ein Stück  $BF$  entsprechend einer Drehung 20 bis 30° verhältnißmäßig klein bleibt, um dann fast momentan von der Größe  $BB'$  auf diejenige  $KK'$  zu steigen, von welchem Betrage er allmählig und noch vor gänzlich beendetem Rückgange auf die ursprüngliche Größe der Nebenhindernisse  $AA' = CC'$  herabsinkt. Wird nun die Kurbelwelle durch eine constante Umdrehungskraft, z. B. den Druck an einem auf ihr angebrachten Zahnrade, bewegt, so ist, wenn diese Kraft durch  $AD = CE$  dargestellt ist, das Rechteck  $AE$  nunmehr die Arbeit der Betriebskraft während eines Stempelspielcs. Dieses Rechteck muß wiederum gleichen Inhalt mit der zwischen der Basis  $AB$  und der Linie  $W$  des Widerstandes enthaltenen Fläche haben, und es lassen sich die Schwankungen der Geschwindigkeit ebenso bestimmen wie in den vorhergehenden Fällen. In der Figur stellt  $aa' = ce'$  wieder die Geschwindigkeit  $v_0$  in dem unteren toten Punkte vor, und es gehört wieder die größte

Geschwindigkeit  $v_1$  dem Punkte  $F$  an, in welchem der Stempel schon einen gewissen Druck auf das untergelegte Blech ausübt. Die kleinste Geschwindigkeit  $v_2$  stellt sich in dem Punkte  $G$  ein, wo der gesammte Nutz- und Nebenwiderstand auf die Größe des umdrehenden Räder- oder Riemendruckes  $GG'$  herabgegangen ist. Daß hier die starke Steigerung des Widerstandes auch eine schnelle Verminderung der Geschwindigkeit auf der Strecke  $fg$  zur Folge haben muß, ist selbstredend.

**Grösse der Schwungmasse.** Nimmehr bietet die Berechnung der in §. 191. jedem einzelnen Falle erforderlichen Schwungmasse  $m$  keine Schwierigkeiten mehr dar. Wie man aus den vorstehenden Diagrammen, etwa dem in Fig. 757, für eine ein cylindrige Maschine angegebenen ersieht, ist die Schwan-

Fig. 757.



fung der Geschwindigkeit zwischen einem Minimalwerthe  $ff' = v_2$  und dem darauf folgenden Maximum  $gg' = v_1$  abhängig von der Größe der betreffenden Fläche  $F'K'G' = A_2$ . Ebenso bestimmt die unterhalb der Widerstandslinie  $DE$  gelegene Fläche  $G'H'B = A_3$  die Abnahme der Geschwindigkeit von  $gg' = v_1$  in  $hh' = (v_2)$  und die Fläche  $H'L'J' = A_4$  die Zunahme der Geschwindigkeit  $ii' = v_1$ . Endlich sind die beiden zusammenhängend zu denkenden Flächen

$$J'EC + ADF' = A_5 + A_1$$

wiederum maßgebend für die Abnahme der Geschwindigkeit von  $ii' = (v_1)$  auf  $ff' = v_2$ .

Bezeichnet man nun mit  $A$  das absolut größte dieser Flächenstücke  $A_1, A_2, A_3 \dots$ , so hat man für die beiden zugehörigen größten und kleinsten Werthe  $v_1$  und  $v_2$  der Geschwindigkeiten

angegeben sind, während in den §§. 145 bis 148 die Formel

$$\delta = k_1 \frac{Qr}{m_1 v^2}$$

zu Grunde gelegt ist, worin  $Q$  die constante Kolbenkraft bedeutet. Man findet aber aus  $k_1$  sehr leicht den hier in Frage kommenden Werth  $k$  aus dem Verhältnisse  $\frac{P}{Q}$ , welches bei constanter Kolbenkraft für die einfache, doppelte und dreifache Kurbel beziehungsweise durch

$$\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi} \text{ und } \frac{6}{\pi}$$

ausgedrückt ist, so daß man entsprechend den Werth

$$\frac{\pi}{2} k_1, \frac{\pi}{4} k_1 \text{ und } \frac{\pi}{6} k_1 \text{ als } k$$

zu betrachten und bei der Bestimmung von  $\alpha$  und  $\alpha_1$  zu Grunde zu legen hat.

Tabelle der Werthe  $\alpha$  und  $\alpha_1$   
zur Berechnung der Schwungräder für Dampfmaschinen  
ohne Expansion

$\frac{l}{r}$	Einfache Kurbel		Doppelte Kurbel		Dreifache Kurbel	
	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha$	$\alpha_1$
$\infty$	4647	423900	466	42500	133	12150
6	5494	501100	1290	117700	—	—
5	5683	518900	1577	143000	427	38900
4	5999	547300	1756	160300	—	—

mit Expansion  $l = 5r$

Expansion $\varepsilon$	2	3	4	5	6
$\alpha$	9174	9659	9989	10214	10383
$\alpha_1$	836900	881100	911300	931800	947200

Die gefundenen Ausdrücke für  $G$  geben das auf den Kurbelhalbmesser  $r$  reducirt zu denkende Gewicht der Schwungmasse, vorausgesetzt, daß man unter  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit am Kurbelzapfen versteht. Man findet übrigens durch dieselben Formeln und Coefficienten auch das an irgend welchen beliebigen Punkt, z. B. an den Umfang des Schwungrades reducirt Gewicht, wenn man unter  $v$  die Geschwindigkeit und unter  $r$  den Drehungshalbmesser dieses Punktes versteht, wie sich aus den Regeln für die Reduction der Massen ergibt.

Nach den Ermittlungen über das Kurbelgetriebe hat man unter  $G$  nicht nur das reducirt Gewicht von der rotirenden Masse  $m$ , sondern auch von der Hälfte der schwingenden Masse  $m_2$  zu verstehen (vergl. §. 148). Bei der Benutzung der nebenstehenden Tabelle und der Formeln für  $G$  hat man eine Annahme über die Größe des zulässigen Ungleichförmigkeitsgrades  $\delta$  zu machen, und man pflegt hierfür in der Praxis etwa folgende Werthe zuzulassen für

Hammer- und Hochwerke . . . . .	$\delta = 1/5$
Pumpen und Sägegatter . . . . .	$\delta = 1/20$ bis $1/30$
Mahlmühlen . . . . .	$\delta = 1/25$ bis $1/35$
Webstühle und Papiermaschinen . . . . .	$\delta = 1/30$ bis $1/40$
Spinnereien . . . . .	$\delta = 1/40$ bis $1/100$ .

Im Durchschnitte pflegt man bei der Construction von Dampfmaschinen nach Watt einen Ungleichförmigkeitscoefficienten von  $1/32$  anzunehmen.

Beispiel. Für eine doppeltwirkende Dampfmaschine mit zweifacher Expansion wurde §. 150 die Gleichung

$$\delta = 1,305 \frac{Pr}{m v^2}$$

entwickelt, folglich hat man daraus für einen Ungleichförmigkeitscoefficienten  $\delta = 1/30$  die reducirt Masse

$$m = 39,15 \frac{Pr}{v^2} = 39,15 \frac{N \cdot 75 \cdot 60}{2\pi \cdot n v^2} = 28053 \frac{N}{n v^2}.$$

Ist nun die Stärke der Maschine  $N = 30$  Pferdekraft, und macht dieselbe bei einem Kurbelhalbmesser  $r = 0,4$  Meter in der Minute  $n = 40$  Umdrehungen, so hat man

$$v = \frac{2\pi \cdot 0,4 \cdot 40}{60} = 1,675 \text{ Meter,}$$

folglich ist das auf den Kurbelzapfen reducirt Gewicht der Schwungmasse

$$G = mg = 28053 \frac{30 \cdot 9,81}{40 \cdot 1,675^2} = 73575 \text{ Kilogramm.}$$

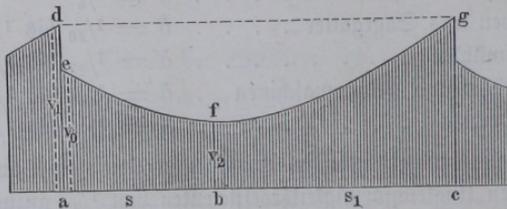
An einem Halbmesser  $r_1 = 2,4$  Meter des Schwungringes hätte man das erforderliche Gewicht

$$G_1 = G \left(\frac{0,4}{2,4}\right)^2 = \frac{73575}{36} = 2044 \text{ Kilogramm.}$$

§. 192. Das Gewicht des Schwungrades für Maschinen, welche, wie Hammer-, Bohr- und Walzwerke, plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen sind, läßt sich auf folgende Weise ausmitteln. Denken wir uns wieder sämtliche Kräfte und Massen auf denselben Punkt, z. B. bei einem Walzwerke auf den Umfang der Walzen, oder bei einem Hammerwerke auf den Punkt reducirt, in welchem der Hammer von den Wellenarmen ergriffen wird. Bezeichnen wir die constant wirkende Umdrehungskraft durch  $P$ , die in Abzügen zu bewegende Last, z. B. das Gewicht des Hammers, durch  $Q$ , ferner die stetig rotirende Masse durch  $M$  und die abwechselnd aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse durch  $M_1$ , und setzen wir wieder die Maximalgeschwindigkeit  $= v_1$  und die Minimalgeschwindigkeit  $= v_2$ .

Ein Spiel oder eine Periode der Bewegung der Maschine besteht hier aus drei Theilen. Zuerst wird die Last  $Q$  von der Maschine stoßweise ergriffen und es geht fast plötzlich die Maximalgeschwindigkeit  $v_1 = ad$ , Fig. 758,

Fig. 758.



des Angriffspunktes der Kraft in eine kleinere Geschwindigkeit  $v_0 = ae$  über, welche, wenn wir einen unelastischen Stoß voraussetzen, nach I, §. 359, durch die Formel

$$v_0 = \frac{M v_1}{M + M_1}$$

bestimmt wird.

In dem folgenden Theile der Periode, während welcher die Maschine die Last  $Q$  bewegt, also wirkliche Arbeit verrichtet, wird die Bewegung verzögert und es geht hierbei die Geschwindigkeit allmählig in ihr Minimum  $v_2 = bf$  über. Hieran schließt sich endlich der letzte Theil des ganzen Spieles, in welchem die Maschine ganz leer geht, also ihr Arbeitsvermögen nur auf die Beschleunigung der rotirenden Masse  $M$  verwendet, und die Geschwindigkeit wieder zu ihrem Maximalwerthe  $v_1 = cg = ad$  gelangt. Während des Stoßes, oder während des ersten Theiles der Periode ist der Weg der Maschine oder des Punktes, auf welchen wir die Kraft und Last sowie alle Massen reducirt annehmen, fast Null, in dem zweiten Theile der Periode hingegen durchläuft Kraft und Last einen gewissen Weg  $s = ab$  und im letzten Theile des Spieles legt die Kraft allein einen gewissen Weg  $s_1 = bc$

zurück. Deshalb gelten denn auch für die beiden letzten Bewegungszustände die bekannten Formeln

$$Ps = Qs - \frac{1}{2}(M + M_1)(v_0^2 - v_2^2)$$

und

$$Ps_1 = \frac{1}{2}M(v_1^2 - v_2^2).$$

Setzen wir in der letzten Formel, wie in §. 191,

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v \text{ und } v_1 - v_2 = \delta v,$$

bezeichnen wir also auch hier die mittlere Geschwindigkeit der Maschine durch  $v$  und den Grad der Ungleichförmigkeit derselben durch  $\delta$ , so erhalten wir folgende Grundformel:

$$Ps_1 = \delta Mv^2, \text{ oder } M = \frac{Ps_1}{\delta v^2},$$

aus der sich die einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade  $\delta$  entsprechende Umdrehungsmasse berechnen läßt.

Ist  $\mu$  das Verhältniß

$$\frac{s_1}{s + s_1} = \frac{Ps_1}{P(s + s_1)}$$

des Weges  $s_1$ , während dessen die Maschine leer geht, zum ganzen Wege  $s + s_1$  eines Spieles, oder das Verhältniß der Ueberwucht oder Arbeit während des beschleunigten Ganges zur Arbeit während eines ganzen Spieles, so kann man auch schreiben:

$$M = \frac{\mu P(s + s_1)}{\delta v^2} = \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{L}{nv^2},$$

wenn  $n$  die Anzahl der Spiele pro Minute und  $L$  die Leistung

$$\frac{n}{60} P(s + s_1)$$

der Maschine pro Secunde in Meterkilogrammen bezeichnet.

Da die Arbeit  $P(s + s_1)$  nicht allein auf die Ueberwindung der Last  $Q$ , sondern auch auf die Veränderung des Bewegungszustandes der Masse  $M_1$  verwendet wird, und da durch den Stoß selbst, nach I, §. 359, die Arbeit

$$\frac{1}{2}(v_1 - v_0)^2 \frac{MM_1}{M + M_1}$$

verloren geht, so ist zu setzen:

$$P(s + s_1) = Qs + \frac{1}{2}M_1v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{MM_1}{M + M_1} \cdot (v_1 - v_0)^2,$$

oder

$$\frac{n}{60} P(s + s_1) = \frac{n}{60} Qs + \frac{n}{60} \left( \frac{1}{2} M_1 v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M M_1}{M + M_1} (v_1 - v_0)^2 \right),$$

d. i.

$$L = L_1 + \frac{n}{60} \left( \frac{1}{2} M_1 v_2^2 + \frac{1}{2} \frac{M M_1}{M + M_1} (v_1 - v_0)^2 \right),$$

wofern  $L_1 = \frac{n}{60} Qs$  die Arbeit der Last  $Q$  pro Secunde bezeichnet.

Nun ist aber noch

$$v_0 = \frac{M v_1}{M + M_1},$$

ferner

$$v_1 = \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right) v,$$

sowie

$$v_2 = \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) v;$$

daher folgt hieraus

$$L = L_1 + \frac{n}{60} \cdot \frac{v^2}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2 M_1 + \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3} \right],$$

und die gesuchte Umdrehungsmaße

$$M = \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta} \left[ \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)^2 M_1 + \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3} \right],$$

oder einfacher, da  $\delta$  sehr klein gegen 1 gefordert werden muß:

$$M = \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta} \left( M_1 + \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3} \right).$$

Drückt man noch die Massen  $M$  und  $M_1$  durch die Gewichte  $G = gM$  und  $G_1 = gM_1$ , sowie die Leistung  $L_1$  in Pferdekraften aus, so erhält man für das Gewicht des Schwungringes die Formel

$$\begin{aligned} G &= 9,81 \cdot \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{75 L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta} \left( G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3} \right) \\ &= 44145 \cdot \frac{\mu L_1}{\delta n v^2} + \frac{\mu}{2\delta} \left( G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3} \right). \end{aligned}$$

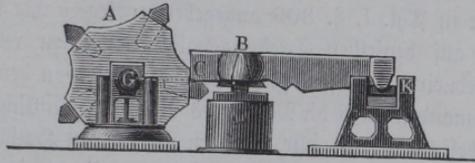
In der Regel ist  $G_1$  gegen  $G$  so klein, daß sich diese Gleichung in Beziehung auf  $G$  sehr bequem auf dem Wege der Näherung auflösen läßt.

Anmerkung. In den Artikeln „Hammerwerke, Pochwerke, Walzwerke u.“ wird dieser Gegenstand weiter verfolgt.

Beispiel. Ein Stirnhammer  $CK$  von 5000 Kilogramm Gewicht, Fig. 759, wird mittelst Hebedaumen durch eine mit 0,6 Meter Geschwindigkeit umlaufende

Welle  $AG$  pro Minute 90 mal und zwar so hoch aufgehoben, daß der Schwerpunkt desselben 0,3 Meter senkrecht steigt; wie groß ist das erforderliche Gewicht

Fig. 759.



der Umdrehungsmasse, wenn die Welle während des Anhebens denselben Weg zurücklegt, als während des Leergehens, wenn also  $\mu = \frac{1}{2}$  ist, und wenn der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta = 0,1$  gefordert wird?

Die effective Leistung dieser Maschine ist

$$L_1 = \frac{90}{60} 5000 \cdot 0,3 = 2250 \text{ Metertilogramm} = 30 \text{ Pferdekkräfte,}$$

da in jeder Minute der Hammer 90 mal auf 0,3 Meter Höhe gehoben wird. Man findet daher das auf den Angriffspunkt der Daumen reducirte Gewicht der rotirenden Masse nach der oben gefundenen Formel zu

$$\begin{aligned} G &= 44145 \cdot 0,5 \frac{30}{0,1 \cdot 90 \cdot 0,36} + \frac{0,5}{2 \cdot 0,1} \left( G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3} \right) \\ &= 204375 + 2,5 \left( G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3} \right). \end{aligned}$$

Ist nun das auf den Angriffspunkt des Daumens reducirte Gewicht des Hammers mit Helm  $G_1 = 3000$  Kilogramm, so hat man

$$G = 204375 + 2,5 \left[ 3000 + \left( \frac{3000}{G + 3000} \right)^3 G \right],$$

und man kann sehr genau

$$G = 204375 + 7500 = 211875 \text{ Kilogramm}$$

setzen, da das zweite Glied in der Parenthese, wenn man darin  $G = 211875$  einsetzt, nur

$$\left( \frac{3000}{214875} \right)^3 211875 = 0,6 \text{ Kilogramm}$$

gibt. Ist der mittlere Halbmesser des Schwungrades 5 mal so groß als der Hebelarm  $GC$  des Daumens, so wäre das Gewicht des Schwungringes zu

$$\frac{G}{5^2} = \frac{211875}{25} = 8475 \text{ Kilogramm}$$

anzunehmen.

**Vertheilung der Schwungmasse.** Die vorstehenden Regeln er- §. 193.  
geben die auf einen gewissen Punkt im Abstände  $r$  von der Drehaxe, dessen Geschwindigkeit  $v$  ist, reducirte Masse  $M$ , welche durch ihre Trägheit regulirend wirken soll. In Wirklichkeit bringt man nun die Schwungmasse in Form eines Rades auf der Axe an, und es muß daher dieses Schwungrad solche Abmessungen erhalten, daß seine auf den Halbmesser  $r$  reducirte Masse

jenem berechneten Werthe von  $M$  gleichkommt. Das Schwungrad besteht aus einem Ringe, dessen Gewicht mit  $R$  bezeichnet sei, aus einer Anzahl von Armen, deren Gesamtgewicht  $A$  sein möge, und aus der Nabe. Man hat daher nach den in Thl. I, S. 306 angegebenen Regeln die Massen der einzelnen Theile auf denselben Drehungshalbmesser  $r$  zu reduciren und die Summe der reducirten Massen gleich  $M$  zu setzen. Von den einzelnen so erhaltenen Summanden wird die Masse des Ringes wesentlich vorwiegen, weil das Gewicht desselben nicht nur, sondern auch dessen Halbmesser, also seine Geschwindigkeit, am bedeutendsten ist. Dagegen ist die in den Armen enthaltene Masse nur von mäßigem Betrage, während die Masse der Nabe wegen des geringen Abstandes von der Aze in allen Fällen vernachlässigt werden kann. Es sei in der folgenden Rechnung unter  $r_1$  der äußere, unter  $r_2$  der innere und unter  $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$  der mittlere Halbmesser des Schwungrades verstanden und möge dessen radiale Breite  $r_1 - r_2$  gleich  $b$  gesetzt werden. Bezeichnet dann  $R$  das Gewicht des Ringes, also  $\frac{R}{g}$  seine Masse, so ist sein Trägheitsmoment nach I, S. 313 durch

$$\frac{R}{g} \left( r^2 + \frac{b^2}{4} \right) = W'$$

gegeben, so daß die auf den Halbmesser  $r$  reducirte Masse des Ringes sich zu

$$M' = \frac{R}{g r^2} \left( r^2 + \frac{b^2}{4} \right) = \frac{R}{g} \left( 1 + \frac{b^2}{4 r^2} \right)$$

berechnet. Bezeichnet ferner  $A$  das Gewicht aller Arme, so hat man, wenn man die Arme als prismatische Stangen von rechteckigem Querschnitte und der Länge  $r_2$  betrachtet, das Trägheitsmoment derselben nach I, S. 311 gleich

$$W'' = \frac{1}{3} \frac{A}{g} r_2^2 = \frac{A}{3g} \left( r - \frac{b}{2} \right)^2,$$

daher die auf den Halbmesser  $r$  reducirte Masse der Arme zu

$$M'' = \frac{A}{3g} \left( 1 - \frac{b}{2r} \right)^2.$$

Man erhält daher

$$M = M' + M'' = \frac{R}{g} \left( 1 + \frac{b^2}{4 r^2} \right) + \frac{A}{3g} \left( 1 - \frac{b}{2r} \right)^2.$$

Da nun  $b$  nicht leicht über  $0,1 r$ , also  $\frac{b^2}{4 r^2}$  nicht über  $0,0025$  ausfällt und  $A$  ansehnlich kleiner ist als  $R$ , so kann man für die Ausführung genau genug  $Mg = G = R + \frac{1}{3} A$  setzen, d. h. man kann die Arme durch

den dritten Theil ihres Gewichtes, welches im mittleren Halbmesser des Ringes angebracht ist, ersetzt denken.

Bezeichnet ferner  $F$  den Querschnitt des Schwungrades und  $F_1 = vF$  denjenigen jedes der  $z$  Arme, so hat man, unter  $\gamma$  das specifische Gewicht des Gußeisens verstanden,  $R = 2\pi r F \gamma$  und sehr nahe  $A = zvFr\gamma$ , folglich:

$$G = (2\pi + \frac{1}{3}zv)Fr\gamma,$$

woraus man, wenn  $G = Mg$  gefunden wurde, den Kranzquerschnitt  $F$  durch

$$F = \frac{G}{(2\pi + \frac{1}{3}zv)r\gamma} = \frac{0,0000221}{1 + 0,053zv} \frac{G}{r} \text{ Quadratmeter findet.}$$

Die Anzahl der Radarme  $z$  variirt zwischen 4 und 8, das Querschnittsverhältniß  $v = \frac{F_1}{F}$  passend zwischen 0,25 und 0,5, und man pflegt die radiale Breite des Ringes gleich der einfachen bis zweifachen Dicke desselben zu machen.

Beispiel. Für das in §. 192 berechnete Schwungrad ergab sich eine auf den Angriffspunkt der Daumen reducirte Masse von 211875 Kilogramm. Wenn dieser Punkt einen Halbmesser von 0,6 Meter, der mittlere Kreis des Schwungringes dagegen einen solchen von  $r = 3$  Meter hat, so ergibt sich die auf diesen Halbmesser reducirte Masse zu

$$211875 \frac{0,6^2}{3^2} = 8475.$$

Nimmt man den Querschnitt von jedem der sechs Arme  $F_1 = \frac{1}{3}F$ , so ergibt sich

$$F = \frac{0,0000221}{1 + 0,053 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3}} \frac{8475}{3} = 0,0564 \text{ Quadratmeter.}$$

Wählt man das Verhältniß der Breite  $b$  zur Dicke  $d$  des Ringquerschnittes gleich 1,5, so folgt aus  $1,5d^2 = 0,0564$ :

$$d = 0,194 \text{ Meter und } b = 0,290 \text{ Meter.}$$

**Festigkeit der Schwungräder.** Da die lebendige Kraft des Schwungrades mit dem Gewichte  $G$  im einfachen, mit der Geschwindigkeit  $v$  oder dem Halbmesser  $r$  dagegen im quadratischen Verhältnisse zunimmt, so wird man mit einem um so kleineren Gewichte  $G$  des Schwungrades ausreichen, je größer die Geschwindigkeit  $v$  oder der Halbmesser  $r$  des Rades gewählt wird. Außerdem wird mit einem geringeren Schwungradgewichte auch die Lagerreaction und damit die durch das Schwungrad veranlaßte Zapfenreibung kleiner werden. Andererseits hat aber die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes ihre natürliche Grenze in der Festigkeit des letzteren, welche bei übermäßiger Geschwindigkeit durch die Centrifugalkraft des Radfranzes gefährdet wird. Aus diesem Grunde pflegt man die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes nicht gern über 30 bis 35 Meter pro Secunde anzunehmen. §. 194.

Man kann den höchstens zulässigen Werth dieser Geschwindigkeit allgemein in folgender Weise bestimmen.

Die Centrifugalkraft  $P$  eines Elementes  $AB$  des Schwungringes, Fig. 760, vom Halbmesser  $AC = r$  und dem Centriwinkel  $ACB = \alpha$  ist durch

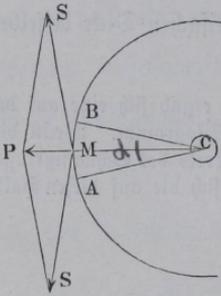
$$P = \frac{m v^2}{r} = \frac{F \alpha r \gamma v^2}{r g} = \frac{F \alpha \gamma v^2}{g}$$

gegeben, wenn

$$m = \frac{F \alpha r \gamma}{g}$$

die Masse des Elementes  $AB$  ist. Diese Kraft  $P$  läßt sich in zwei tangential an  $A$  und  $B$  gerichtete Spannungen  $S$  zerlegen, für welche man hat

Fig. 760.



$$S = \frac{P}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$$

oder, da für einen kleinen Winkel  $\sin \alpha = \alpha$  zu setzen ist,

$$S = \frac{P}{\alpha} = \frac{F \gamma v^2}{g}$$

Setzt man hierin  $S = Fk$ , unter  $k$  die höchstens zulässige Materialspannung für Gußeisen verstanden, so folgt aus  $Fk = \frac{F \gamma v^2}{g}$  die Spannung

$$k = \frac{\gamma v^2}{g} = \frac{7200}{9,81} v^2 = 734 v^2 \text{ Kilogramm pro Quadratmeter.}$$

Die größtmögliche Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades erhält man daher zu

$$v = \sqrt{\frac{gk}{\gamma}} = 0,037 \sqrt{k}$$

ganz unabhängig von den Radimensionen. Nimmt man für Gußeisen  $k = 3$  Kilogramm pro Quadratmillimeter, also 3000000 für einen Quadratmeter und  $\gamma = 7200$  Kilogramm an, so erhält man

$$v = \sqrt{9,81 \frac{3000000}{7200}} = 63,5 \text{ Meter}$$

als die bei dieser Spannung höchstens zulässige Umfangsgeschwindigkeit.

Obige Formel gilt nur für einen aus einem Stücke gegossenen Schwungring; ist derselbe jedoch aus einzelnen Felgen zusammengesetzt, so muß auch noch die Festigkeit der Verbindungsstücke geprüft werden, welche ebenfalls der Spannung  $S = \frac{F \gamma v^2}{g}$  ausgesetzt sind. Bezeichnet daher  $F_1$  den Quer-

schnitt eines Verbindungstheils und  $k_1$  die für das Material desselben zugelassene Spannung, so hat man

$$F_1 k_1 = \frac{F \gamma v^2}{g}, \text{ also } F_1 = \frac{v^2 \gamma}{g k_1} F$$

zu machen. Um die Verbindungsstücke nicht übermäßig stark machen zu müssen, verwendet man zu denselben immer Schmiedeeisen, und wenn man für dieses Material  $k_1 = 10$  Kilogramm annimmt, so erhält man

$$F_1 = \frac{7200 F v^2}{9,81 \cdot 10000000} = 0,0000734 F v^2.$$

Für eine Maximalgeschwindigkeit z. B. von  $v = 30$  Metern folgt hieraus

$$F_1 = 0,066 F.$$

Derselben Kraft müssen natürlich auch die Splinte und Bolzen der Verbindungstheile widerstehen.

Die vorstehende Rechnung nimmt auf den Einfluß der Arme keine Rücksicht, sondern betrachtet nur den Ring an sich, als einen durch die Centrifugalkraft auf Zerreißen in ähnlicher Art wie ein Mühlstein beanspruchten Körper. Die Arme üben aber auf die Anstrengung des Materials einen wesentlichen Einfluß aus. Eine genauere Untersuchung der Spannungen, welche durch die Centrifugalkräfte des Schwungringes in demselben hervorgerufen werden, findet man in Grasshof, die Festigkeitslehre. Hier werden die einzelnen, zwischen zwei Armen befindlichen Segmenttheile wie Träger oder Balken behandelt, welche an ihren Enden, wo sie sich an die Arme anschließen, als fest eingeklemmt anzusehen sind, und durch die auf ihre Länge vertheilten Centrifugalkräfte der Massentheile auf ihre Biegefestigkeit in Anspruch genommen werden. Aus dieser Untersuchung folgt, wie in dem Thl. I, §. 242, angeführten analogen Falle eines beiderseits eingeklemmten gleichmäßig belasteten Balkens, daß das größte Spannungsmoment an den Befestigungsstellen, bei dem Schwungringe also in den durch die Arme geführten Querschnitten auftritt. Für ein sechsarmiges Schwungrad, bei welchem Ring und Arme aus Gußeisen bestehen, findet sich bei einem Verhältnisse des Armquerschnittes  $F_1$  zu dem Ringquerschnitte  $F$  von  $\frac{F_1}{F} = \frac{1}{3}$  und bei einer radialen Kranzbreite  $b = \frac{1}{7} r$  die maximale Faserspannung im inneren Umkreise des Ringes in der Ebene eines Armes zu

$$k = 0,1088 v^2,$$

wenn  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit in Metern per Secunde und  $k$  die Spannung in Kilogrammen per Quadratcentimeter bedeutet. Vorstehend war ohne Berücksichtigung der Arme die Materialspannung zu  $k = 734 v^2$  Kilogramm per Quadratmeter, also nur zu

$$\frac{0,0734}{0,1088} = 0,675$$

derjenigen Spannung berechnet worden, welche mit Berücksichtigung der Arme sich einstellt. (S. auch die Arbeit von D. Krüger, Zeitschr. deutsch. Ingen. 1872, S. 97.)

Da die lebendige Kraft, mit welcher das Schwungrad den Gang der Maschine regulirt, mittelst der Nadarme auf die Welle und die übrigen Maschinenteile übertragen wird, so werden hierdurch auch in den Armen gewisse Spannungen hervorgerufen. Diese Spannungen sind stetigen Aenderungen in ihrer Größe und Richtung unterworfen, denn da das Schwungrad während jeder Periode abwechselnd von der Welle aus getrieben wird und auf die Welle treibend zurückwirkt, so werden die Arme abwechselnd nach der einen und der anderen Seite gebogen. Sei mit  $\alpha$  der Winkel bezeichnet, um welchen das Schwungrad sich dreht, während seine Maximalgeschwindigkeit  $v_1$  in die Minimalgeschwindigkeit  $v_2$  übergeht, und ist wieder unter  $r$  der mittlere Halbmesser des Schwungringes und unter  $M$  die auf diesen Halbmesser reducirte Masse des Schwungrades verstanden, so ist die während dieser Drehung um  $\alpha$  von dem Schwungringe durch die Arme übertragene mechanische Arbeit durch

$$L = M \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = M \delta v^2$$

gegeben. Da diese Arbeit auf einem Wege des Schwungringes  $s = r\alpha$  verrichtet wird, so kann man die mittlere Kraft  $P$ , mit welcher der Kranz auf die Arme einwirkt, zu

$$P = \frac{L}{s} = \frac{M \delta v^2}{r \alpha}$$

setzen. Ist nun  $z$  die Anzahl,  $h$  die Dicke und  $b = mh$  die in der Richtung der Axe gemessene Breite der Arme, so hat man, wenn man die Arme als einerseits an der Nabe befestigte Balken von der Länge  $r$  betrachtet, welche durch eine Kraft am Kranze gebogen werden, für dieselben

$$\frac{P}{z} r = \frac{b h^2}{6} k = \frac{m h^3}{6} k.$$

Da nun nach obiger Gleichung

$$P r = \frac{M \delta v^2}{\alpha}$$

sich ergibt, so folgt:

$$\frac{M \delta v^2}{z \alpha} = \frac{m h^3}{6} k,$$

oder

$$h = \sqrt[3]{\frac{6 M \delta v^2}{z m \alpha k}}.$$

Führt man die Leistung  $N$  der Maschine in Pferdekraften ein und ist  $n$  die Anzahl der Umdrehungen per Minute, so kann man, unter  $\mu$  die oben angegebene Verhältnißzahl verstanden,

$$M \delta v^2 = \mu \frac{N \cdot 60 \cdot 75}{n}$$

einführen und erhält die Armdicke

$$h = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 60 \cdot 75 \cdot \mu N}{z m \alpha n k}} = 30 \sqrt[3]{\frac{\mu N}{z m \alpha n k}}$$

Dem Kraftmomente

$$Pr = \frac{M \delta v^2}{\alpha} = 60 \cdot 75 \frac{\mu N}{n \alpha}$$

muß auch die Schwungradwelle durch ihre Torsionsfestigkeit widerstehen, und man hat daher, wenn man nach §. 14 die Formel für den Durchmesser der schmiedeeisernen Welle  $d = 1,02 \sqrt[3]{Pr}$  anwendet, hier

$$d = 1,02 \sqrt[3]{4500 \frac{\mu N}{n \alpha}} = 16,84 \sqrt[3]{\frac{\mu N}{n \alpha}}$$

zu setzen.

Anmerkung. Wenn die Schwungräder wie bei Hammerwerken plötzlichen Stoßwirkungen ausgesetzt sind, so hat man die Stärke der Arme mit Rücksicht darauf zu bestimmen, daß dieselben vermöge der elastischen Durchbiegung, welche ihnen bei plötzlich festgehaltener Ase durch das Beharrungsvermögen des Schwungringes ertheilt wird, ein genügend großes Arbeitsquantum aufnehmen können, indem die Arme in diesem Falle gewissermaßen wie Blattfedern wirken (s. Thl. I, §. 287). Eine genaue Berechnung dieses Falles findet sich ebenfalls in Grasshof's Festigkeitslehre, S. 285.

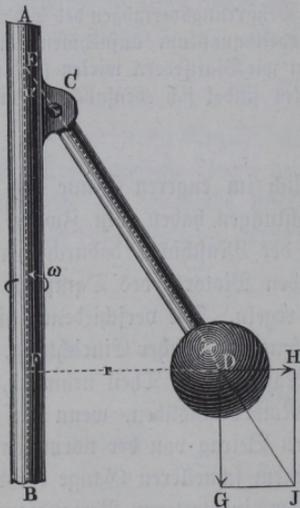
**Die Regulatoren.** Die für gewöhnlich im engeren Sinne mit dem §. 195. Namen der Regulatoren bezeichneten Vorrichtungen haben zum Zwecke, eine möglichste Gleichmäßigkeit in dem Gange der Maschinen dadurch hervorzubringen, daß sie den Zufluß des treibenden Motors, des Dampfes oder Wassers, zur Kraftmaschine nach Bedürfniß regeln. Die verschiedenen hierzu konstruirten Apparate sind fast ohne Ausnahme von solcher Einrichtung, daß sie, an der Bewegung der zu regulirenden Kraftmaschine Theil nehmend, erst dann einen Einfluß auf den Zufluß des Motors ausüben, wenn die Geschwindigkeit der Maschine um einen gewissen Betrag von der normalen abgewichen ist, und zwar derart, daß sie bei einem schnelleren Gange der Maschine eine Verminderung, und im Falle einer eingetretenen Verlangsamung der Maschine eine Vergrößerung der Triebkraft veranlassen. Mit einer solchen Wirkungsweise ist offenbar eine gewisse principielle Unvollkommenheit verbunden, insofern diese Regulatoren der Natur der Sache nach Aenderun-

gen der Geschwindigkeit nicht verhüten, sondern nur, nachdem sie bereits eingetreten sind, solche möglichst beschränken können. Daher wird man niemals durch einen derartigen Regulator eine vollkommene Gleichförmigkeit der Bewegung erreichen, sondern es wird immer noch eine gewisse Ungleichförmigkeit der Bewegung zurückbleiben und die Wirkung des Regulators wird um so besser genannt werden müssen, je geringer die Geschwindigkeitschwankungen sind, welche er noch zuläßt. Man hat zur Vermeidung dieser Unvollkommenheit allerdings auch solche Vorrichtungen vorgeschlagen, welche nicht erst durch die Geschwindigkeitsveränderung selbst, sondern durch die Ursache derselben, d. h. also durch die Veränderung des Widerstandes zur Wirkung gelangen, doch haben derartige Anordnungen, zu denen insbesondere der im Folgenden beschriebene Poncelet'sche Regulator zu rechnen ist, eine größere Anwendung nicht erlangt.

Für Dampfmaschinen und Wasserräder am gebräuchlichsten sind die Centrifugalregulatoren, so genannt, weil sie auf der Wirkung des Centrifugalpendels beruhen, welches zuerst von Watt bei seinen Dampfmaschinen zur Regulirung der Geschwindigkeit benutzt worden ist.

Ein Centrifugalpendel besteht aus einem mit einer rotirenden, in der Regel verticalen Ase  $AB$ , Fig. 761, verbundenen Pendel  $CD$ , welches um seinen

Fig. 761.



Aufhängepunkt  $C$  schwingen kann, während es gleichzeitig gezwungen ist, an der Drehung der Ase  $AB$  Theil zu nehmen. Durch diese Drehung wird in dem Gewichte  $G$  des Pendels eine horizontale Centrifugalkraft  $DH$  hervorgerufen, welche zusammen mit dem Eigengewichte  $G$  des Pendels eine Mittelkraft  $DJ$  giebt. Für den Zustand des Gleichgewichtes muß diese Mittelkraft gleich und entgegengesetzt sein der von dem Aufhängepunkte  $C$  auf das Pendel ausgeübten Reaction, d. h. die Mittelkraft  $R$  muß durch den Aufhängepunkt  $C$  gerichtet sein.

Um diese Bedingung rechnerisch festzustellen, sei das Gewicht der Kugel mit  $G$ , der Aßenabstand ihres Schwerpunktes  $DF$  mit  $r$ , der Winkel, welchen der

Pendelarm mit der Ase bildet,  $FED$  mit  $\alpha$  und die Winkelgeschwindigkeit der Ase mit  $\omega$  bezeichnet; alsdann ist die Centrifugalkraft durch

$$P = M\omega^2 r = \frac{G}{g} \omega^2 r$$

gegeben. Die Bedingung des Gleichgewichtes lautet daher

$$\text{tang } \alpha = \frac{P}{G} = \frac{\omega^2 r}{g},$$

oder

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r \cotg \alpha}} = \sqrt{\frac{g}{h}},$$

wenn die Projection des Pendelarmes auf die Ase  $EF = r \cotg \alpha$  gleich  $h$  gesetzt wird. Bezeichnet man noch mit  $t$  die Zeit einer Umdrehung der Ase in Secunden, so daß also  $\omega = \frac{2\pi}{t}$  ist, so erhält man aus

$$\frac{2\pi}{t} = \sqrt{\frac{g}{r \cotg \alpha}}$$

auch

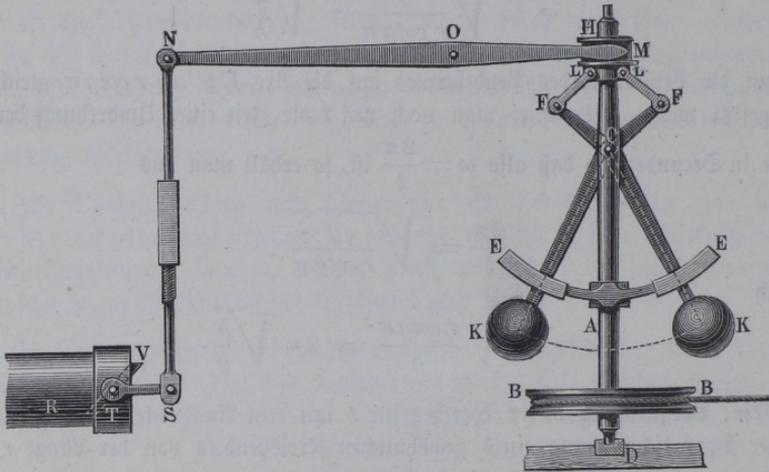
$$t = 2\pi \sqrt{\frac{r \cotg \alpha}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Eine Vergleichung dieses Werthes für  $t$  mit dem Ausdrucke für die Zeit einer Doppelschwingung eines gewöhnlichen Kreispendels von der Länge  $r$ , wofür Thl. I, §. 347  $t = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$  gefunden wurde, zeigt, daß die Umdrehungszeit des Centrifugalpendels übereinstimmt mit der Schwingungsdauer eines Kreispendels, dessen Länge gleich der Projection des Centrifugalpendels auf die Ase ist. Von dem Gewichte und der Centrifugalkraft des Armes  $CD$  ist hier wie dort abgesehen worden. Man erkennt aus der vorstehenden Ermittlung, daß mit steigender Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Ase der Neigungswinkel  $\alpha$  des Pendelarmes gegen die Ase sich vergrößern und das Pendelgewicht sich erheben wird, daß der Arm aber niemals bis zur horizontalen Stellung sich erheben kann, welche er erst bei einer unendlich großen Winkelgeschwindigkeit erreichen würde. Denkt man sich daher das gedachte Centrifugalpendel mit der zu regulirenden Maschine so in Verbindung gebracht, daß die Ase  $AB$ , von der Maschine durch Räder oder Riemen bewegt, an deren Geschwindigkeitsveränderungen directen Antheil nimmt, so ist leicht ersichtlich, daß der Pendelarm bei einer gewissen Geschwindigkeit der Maschine in einer ganz bestimmten Stellung im Gleichgewichte verharret, während jede Geschwindigkeitszunahme ein Steigen und jede Geschwindigkeitsabnahme ein Sinken des Pendels zur Folge haben muß. Wenn man daher diese durch die Geschwindigkeitsänderungen der Maschine

veranlaßten Bewegungen des Armes dazu benutzt, das betreffende Ventil oder sonstige Organ, welches den Dampf resp. das Wasser zur Kraftmaschine zuläßt, entsprechend zu verstellen, so ist hierdurch die Möglichkeit der beabsichtigten Regulirung gegeben.

In welcher Art dieser Zweck erreicht wird, ist aus Fig. 762 zu ersehen. Hier wird die Regulatorspindel *A* mittelst der Schnurscheibe *B*, welche

Fig. 762.

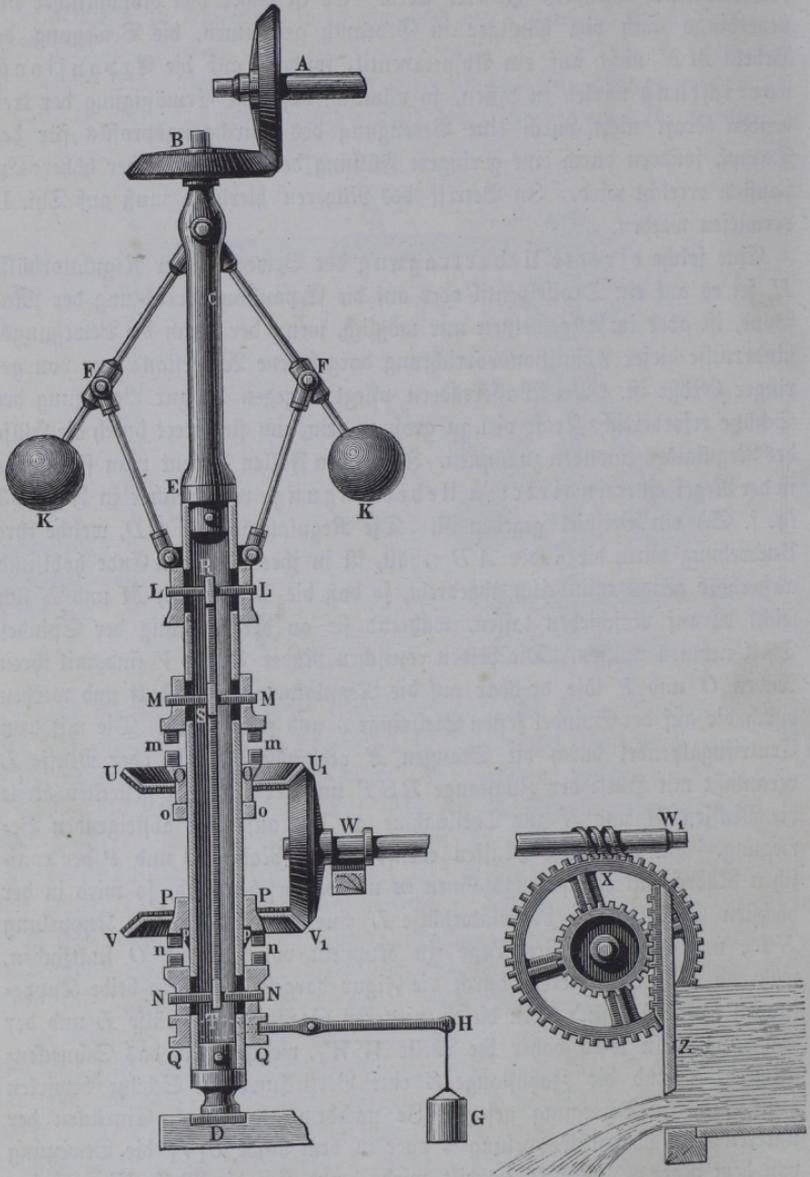


durch die zu regulirende Maschine angetrieben wird, in stetige Umdrehung versetzt. Um einseitige Drucke zu vermeiden, ist die Spindel mit zwei gleichen diametral gegenüberstehenden Pendelarmen *CK* versehen, welche durch die beiden drehbar angelenkten Stangen *LF* eine auf der Regulatorspindel verschiebliche Hülse *H* zwingen, bei einer Erhebung oder Senkung der Pendelarme gleichfalls in gewissem Grade auf der Achse zu gleiten. Wenn man daher diese Hülse *H* mit einer Halsnuth versieht, in welche die Gabel *M* des Hebels *MON* eingreift, so wird eine Verschiebung der Hülse *H* auf der Regulatorspindel eine entsprechende Bewegung des um *O* schwingenden Hebels *MN* zur Folge haben. Die Uebertragung dieser Bewegung auf das den Zufluß des Motors beherrschende Ventil *v.* kann nun in sehr verschiedener Art geschehen, z. B. kann bei Dampfmaschinen, wenn *R* das den Dampf zur Maschine führende Rohr vorstellt, die Bewegung des Punktes *N* durch die Stange *NS* auf den Hebel *TS* übertragen werden, durch dessen Bewegung das Abschluß- oder Drosselventil *V* entsprechend gedreht wird, um dem Dampfe je nach Erforderniß mehr oder minder freien Durchgangsquerschnitt zu gestatten. Diese, namentlich in früherer Zeit vielfach angewendete Einrichtung ist indessen keine empfehlenswerthe, da durch die Widerstände des

Drosselventils die Spannung des Dampfes nur herabgezogen, also sein Arbeitsvermögen theilweise ertödtet wird. Es ist daher viel ökonomischer und neuerdings auch viel häufiger in Gebrauch gekommen, die Bewegung des Hebels  $MN$  nicht auf ein Absperrventil, sondern auf die Expansionsvorrichtung wirken zu lassen, so nämlich, daß eine Ermäßigung der treibenden Kraft nicht durch eine Verengung des Durchgangsprofils für den Dampf, sondern durch eine geringere Füllung des Cylinders oder höhere Expansion erreicht wird. In Betreff des Näheren hierüber muß auf Thl. II verwiesen werden.

Eine solche directe Uebertragung der Bewegung der Regulatorhülse  $H$ , sei es auf ein Drosselventil oder auf die Expansionsvorrichtung der Maschine, ist aber im Allgemeinen nur möglich, wenn der durch die Bewegungshindernisse dieser Admissionsvorrichtung dargebotene Widerstand nur von geringer Größe ist. Bei Wasserrädern pflegt dagegen die zur Bewegung der Schütze erforderliche Kraft viel zu groß zu sein, um sie direct durch die Hülse des Regulators ausüben zu können. In solchen Fällen bedient man sich daher in der Regel einer indirecten Uebertragung, von welcher in Fig. 763 (a. f. S.) ein Beispiel gegeben ist. Die Regulatorspindel  $CD$ , welche ihre Umbrehung durch die Räder  $AB$  erhält, ist in ihrem unteren Ende hohl und außerhalb genau cylindrisch abgedreht, so daß die Muffen  $L$ ,  $M$  und  $N$  sich leicht darauf verschieben lassen, während sie an der Drehung der Spindel Theil nehmen müssen. Die beiden conischen Räder  $U$  und  $V$  sind mit ihren Raben  $O$  und  $P$  lose drehbar auf die Regulatorspindel gesteckt und werden durch die auf der Spindel festen Stellringe  $o$  und  $p$  getragen. Die mit dem Centrifugalpendel durch die Stangen  $F$  verbundene Hülse oder Muffe  $L$  veranlaßt mit Hülfe der Zugstange  $RST$  und der durch sie gesteckten Keile die Muffen  $M$  und  $N$  zur Theilnahme an der auf- und absteigenden Bewegung. Da nun diese Muffen ebenso wie die Raben  $O$  und  $P$  der conischen Räder mit Kuppelungszähnen  $m$  und  $n$  versehen sind, so wird in der höchsten Stellung der Regulatorhülse  $L$  eine Verbindung der Kuppelung  $NP$ , und in der tiefsten Lage ein Kuppeln von  $M$  mit  $O$  stattfinden, während in der mittleren, durch die Figur dargestellten Lage beide Kuppelungen ausgerückt sind. In dieser mittleren Stellung der Hülse  $L$  und der Schwunghülsen wird daher die Welle  $WW_1$ , welche durch das Schneckengetriebe  $X$  und die Zahnstange  $Z$  eine Verstellung der Schütze bewirken kann, nicht in Bewegung gesetzt. Je nachdem aber durch Einrücken der unteren oder oberen Kuppelung  $n$  oder  $m$  dem Rade  $U_1V_1$  die Bewegung von dem Rade  $V$  oder  $U$  ertheilt wird, dreht sich die Welle  $W$  nach der einen oder anderen Richtung um, und vermindert oder vergrößert die Durchflußöffnung für das dem Wasserrade zufließende Aufschlagwasser. Zur Erleichterung der Bewegung pflegt man die schwere Schütze durch ein Gegen-

Fig. 763.



gewicht abzubalanciren, ebenso soll das Gewicht *G* die Stange *RT* und die Muffen *LMN* ausgleichen. Vermöge dieser Anordnung ist der beträchtliche

Widerstand, welchen die Schütze ihrer Bewegung entgegensetzt, nicht durch die Schwungkraft der Kugeln  $K$  zu überwinden, sondern es kann die ganze von dem Triebwerke durch  $A$  und  $B$  auf die Regulatorspindel übertragene Kraft dazu verwendet werden. Es ist übrigens nicht nöthig, den Betrieb der Welle  $W$  gerade in dieser Weise durch die Regulatorspindel zu bewirken, man kann ebenso die Räder  $U$  und  $V$  auf eine besondere von dem Wasserrade stetig bewegte Ase setzen, und die Kuppelung des einen oder anderen Rades durch die Regulatorhülse vornehmen. Derartige indirecte Uebertragungen können in sehr verschiedener Weise ausgeführt werden. Man wendet die indirecte Uebertragung, wie schon erwähnt, an, wenn der Widerstand in dem sogenannten Stellzeuge, d. h. in dem Getriebe zur Bewegung des Admissionsorgans ein erheblicher ist, insbesondere also bei Wasserrädern, während man bei einem geringeren Widerstande im Stellzeuge, wie er bei Dampfmaschinen meist nur auftritt, der directen Uebertragung den Vorzug giebt. Wenn die von den Pendelarmen bewegte Regulatorhülse kein Eigengewicht hätte und der Bewegung derselben kein Widerstand sich entgegensetzte, so würde in einer gewissen Lage des Pendels, welche nach dem vorhergehenden Paragraphen durch die Bedingung gekennzeichnet ist,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}},$$

die geringste Veränderung der Geschwindigkeit  $\omega$  ein Steigen oder Sinken der Hülse zur Folge haben müssen. Da jene Voraussetzungen nicht erfüllt sind, da die Hülse ein gewisses Gewicht hat, welches man, wie sich aus dem Folgenden ergibt, oft absichtlich durch künstliche Belastung erhöht, und da der Bewegung des Muffes immer ein gewisser Widerstand des Stellzeuges entgegentritt, so wird das Verhalten des Regulators hierdurch beeinflusst werden, und soll dasselbe im Folgenden untersucht werden.

Es sei, Fig. 764 (a. f. S.), mit  $G$  das Gewicht einer Schwungkugel  $D$ , und das Gewicht der Hülse  $EE_1$  nebst deren etwaiger Belastung mit  $2Q$  bezeichnet. Ferner sei  $l = CD$  die Armlänge des Pendels, und  $CF$  mit  $l_1$ , sowie  $FE$  mit  $l_2$  bezeichnet, und es mögen  $c$  und  $e$  die Abstände der Aufhängepunkte  $C$  und  $E$  von der Ase  $AB$  bedeuten. Von den Gewichten und Centrifugalkräften der Stangen  $CD$  und  $EF$  soll vor der Hand abgesehen werden, ebenso wie von den Zapfenverbindungen in den Gelenkverbindungen  $C$ ,  $E$  und  $F$ .

Denkt man sich das Pendel wieder in irgend einer Gleichgewichtslage  $CD$ , in welcher der Arm mit der verticalen Ase den Winkel  $BAD = \alpha$  bildet, und ist für diese Stellung die Hülseflange  $EF$  unter dem Winkel  $FEL = \beta$  gegen die Verticale geneigt, so hat man für diese Lage die Momenten-

Summe aller Kräfte in Bezug auf den festen Aufhängepunkt  $C$  gleich Null zu setzen. Denkt man sich zu dem Ende das Gewicht  $Q = LE$  in die Stangenkraft

$$S = NE = \frac{Q}{\cos \beta}$$

und in die Horizontalkraft

$$H = LN = Q \tan \beta$$

zerlegt, so hat man für das Gleichgewicht nur  $S$  zu berücksichtigen, da die horizontale Zugkraft  $H$  von der Hülse direct aufgenommen wird, an welcher auf der anderen Seite in  $E_1$  eine entgegengesetzte gleiche Kraft  $-H$  wirksam ist. Man hat daher, unter  $C$  die Centrifugalkraft der Kugel in  $D$  verstanden, für das Gleichgewicht nach der Figur

$$Ca = Gb + Sf,$$

oder

$$\frac{G}{g} \omega^2 r l \cos \alpha = G l \sin \alpha + \frac{Q}{\cos \beta} l_1 \sin (\alpha + \beta),$$

woraus

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta)$$

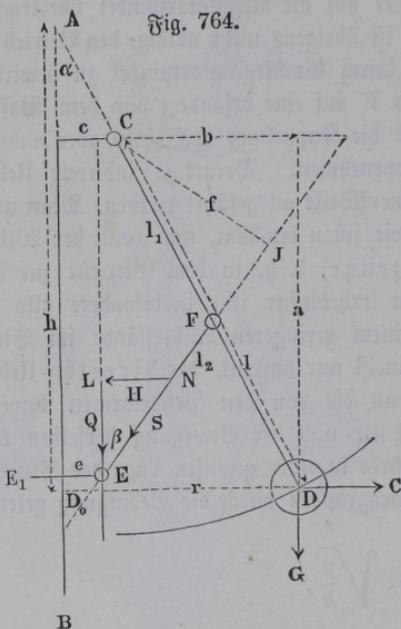
folgt. In der Regel wählt man die Verhältnisse so, daß die Pendelarme  $CF$  und die Hülfsstangen  $FE$  mit der Ase  $AB$  gleiche Winkel  $\alpha = \beta$  einschließen, indem man  $l_1 = l_2$  und  $c = e$  macht, und nennt eine solche Aufhängung eine rhombische. Für diesen Fall geht obige Gleichung über in

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right),$$

oder wenn wieder  $r \cot \alpha = AD_0 = h$  gesetzt wird:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right)}.$$

Man ersieht hieraus, wie eine Belastung der Hülse durch  $2Q$  eine Vergrößerung der Geschwindigkeit  $\omega$  erforderlich macht. Für  $Q = 0$  geht diese Gleichung in die des einfachen Centrifugalpendels  $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$  über.



Anmerkung. In der vorstehenden Untersuchung ist von den Gewichten der Stangen abgesehen, da dieselben immer nur einen unbeträchtlichen Einfluß ausüben. Will man indessen diese Gewichte berücksichtigen, so kann dies in folgender Art geschehen. Es werde unter Beibehaltung der Bezeichnungen  $l$  für die Armlänge,  $l_1$  den Abstand des Gelenkes  $F$  vom Aufhängepunkte  $C$  und  $l_2$  für die Länge  $EF$  der Hülsenstangen, ferner mit  $f_1$  der Querschnitt einer Pendelstange und mit  $f_2$  derjenige einer Hülsenstange bezeichnet. Man hat dann das Gewicht eines Pendelarmes  $CD$   $f_1 l \gamma$  zur Hälfte in dem Mittelpunkte  $D$  der Kugel vertical abwärts wirkend anzunehmen, da dieses Gewicht im Schwerpunkte des Armes, also im Abstände  $\frac{l}{2}$  vom Aufhängepunkt  $C$  wirkend, in Bezug auf den letzteren ein Moment

$$f_1 l \gamma \frac{l}{2} \sin \alpha$$

hat. Ebenso hat man das Gewicht jeder Hülsenstange  $f_2 l_2 \gamma$  zur Hälfte in  $E$ , als Vergrößerung der halben Hülsenbelastung  $Q$  zu denken, während die andere Hälfte  $\frac{f_2 l_2 \gamma}{2}$  in dem Scharniere  $F$  vertical abwärts wirkt, daher mit einem Momente  $\frac{1}{2} f_2 l_2 \gamma l_1 \sin \alpha$  den Pendelarm abwärts zu drehen strebt.

Außerdem werden in den Stangen auch Centrifugalkräfte wirksam werden, welche auf Erheben der Pendelarme wirken. Die Größe der in einer solchen Stange hervorgerufenen Centrifugalkraft ist nach I, §. 332 durch  $m \omega^2 r$  ausgedrückt, wenn  $m$  ihre Masse und  $r$  den Abstand ihres Schwerpunktes von der Drehaxe bezeichnet. Diese letzteren Abstände sind für den Pendelarm

$$r_1 = c + \frac{l}{2} \sin \alpha$$

und für die Hülsenstange

$$r_2 = e + \frac{l_2}{2} \sin \beta,$$

daher hat man diese Centrifugalkräfte entsprechend gleich

$$P_1 = f_1 l \gamma \frac{\omega^2}{g} \left( c + \frac{l}{2} \sin \alpha \right)$$

für einen Arm, und

$$P_2 = f_2 l_2 \gamma \frac{\omega^2}{g} \left( c + \frac{l_2}{2} \sin \beta \right)$$

für eine Hülsenstange. Die Angriffspunkte für diese Centrifugalkräfte fallen jedoch nicht mit den Schwerpunkten zusammen, sondern bestimmen sich wie folgt. Bezeichnet man mit  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  die Abstände der Schwerpunkte des Armes und der Hülsenstange, in deren Richtungen gemessen, von der Axe, ist also

$$\lambda_1 = \frac{r_1}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \alpha} + \frac{l}{2}$$

und

$$\lambda_2 = \frac{r_2}{\sin \beta} = \frac{e}{\sin \beta} + \frac{l_2}{2},$$

so hat man die Abstände der gesuchten Angriffspunkte von der Axe ebenfalls auf den Stangenrichtungen gemessen nach Thl. I, §. 332 zu

$$s_1 = \lambda_1 + \frac{l^2}{12 \lambda_1}$$

für die Centrifugalkraft  $P_1$  des Armes, und

$$s_2 = \lambda_2 + \frac{l_2^2}{12 \lambda_2}$$

für die Centrifugalkraft  $P_2$  der Hülfsstange. Bei der weiteren Rechnung hat man nun die Kraft  $P_1$  mit ihrem verticalen Abstände  $p_1$  vom Aufhängepunkte  $C$ , also mit  $p_1 = s_1 \cos \alpha - c \cotg \alpha$  zu multipliciren, um das Moment  $P_1 p_1$  zu erhalten, mit welchem die Centrifugalkraft des Armes auf das Pendel einwirkt. Die Centrifugalkraft  $P_2$  der Hülfsstange indessen hat man in zwei Componenten zerlegt zu denken, welche in  $F$  und  $E$  angreifen. Da der Abstand des Angriffspunktes der Centrifugalkraft von dem Punkte  $E$  durch

$$s_2 - \frac{e}{\sin \beta'}$$

und von dem Punkte  $F$  durch

$$l_2 + \frac{e}{\sin \beta} - s_2$$

gegeben ist, so erhält man vermöge dieses Verhältnisses die in  $F$  wirkende Centrifugalkraftcomponente der Hülfsstange zu:

$$P_2 \cdot \frac{s_2 - \frac{e}{\sin \beta}}{l_2 + \frac{e}{\sin \beta} - s_2} = \frac{s_2 \sin \beta - e}{(l_2 - s_2) \sin \beta + e'}$$

welche Kraft an einem Hebelsarme  $l_1 \cos \alpha$  auf den Pendelarm wirkt. Die in  $E$  wirkende andere Componente der Centrifugalkraft wird durch die gleich große entgegengesetzte Kraft aufgehoben, welche von der Hülfsstange der anderen Seite auf die Hülse ausgeübt wird.

§. 196. **Empfindlichkeit der Regulatoren.** Denkt man sich den Regulator in einer bestimmten Stellung, für welche  $h$  und  $\alpha$  gewisse Werthe haben, so wird bei einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , welche der obigen Gleichung genügt, der Regulator im Gleichgewichte sein, und zwar so, daß die Kugeln weder eine Tendenz zum Steigen noch zum Fallen haben, indem das Moment der Centrifugalkraft von  $G$  gerade den Momenten der Gewichte  $G$  und  $Q$  gleich ist. Erst wenn die Geschwindigkeit  $\omega$  der Aze sich verändert, so wird dem Pendel ein Bestreben zum Steigen oder Fallen mitgetheilt werden, je nachdem  $\omega$  größer oder kleiner wird. Eine wirkliche Bewegung der Kugeln kann aber deshalb nicht sofort eintreten, weil die Reibungen in dem Regulator und dem Stellzeuge, sowie der Widerstand, welcher sich der Bewegung der Admissionsvorrichtung entgegensetzt, ebenfalls überwunden werden müssen. Soll daher ein Anheben des Regulators eintreten, so muß die Winkelgeschwindigkeit desselben von dem normalen Betrage  $\omega$  erst bis zu einer gewissen Größe  $\omega'$  gesteigert werden, während aus demselben Grunde ein Abfallen der Kugeln erst eintreten kann, nachdem die Geschwindigkeit  $\omega$  auf einen gewissen kleineren Betrag  $\omega''$  herabgegangen ist. Wie groß diese Veränderungen von  $\omega$ , d. h. also die Differenzen  $\omega' - \omega$  und  $\omega - \omega''$

sind, hängt von der Größe der gedachten schädlichen Widerstände im Stellzeuge und dem Pendel selbst ab. Es mögen alle diese Widerstände auf die Hülse  $EE_1$  reducirt gedacht, daselbst den Betrag  $2W$  haben, so daß also beim Anheben das Gewicht der Hülse mit  $2Q + 2W$  und beim Abfallen dasselbe mit  $2Q - 2W$  in Rechnung gebracht werden muß, da dieser Widerstand  $2W$  wie alle schädlichen Widerstände der angestrebten Bewegung immer entgegengesetzt ist. Unter dieser Voraussetzung bestimmen sich die betreffenden Geschwindigkeiten  $\omega'$  und  $\omega''$  aus der gefundenen Gleichung durch Einführung von  $Q + W$  und  $Q - W$  anstatt  $Q$ , denn man hat sich auch den Widerstand  $2W$  wie das Hülsegewicht  $2Q$  zu gleichen Theilen auf die beiderseitigen Hülsestangen vertheilt zu denken. Man hat demnach für eine rhombische Aufhängung:

$$\omega'^2 = \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q + W}{G} \right)$$

und

$$\omega''^2 = \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q - W}{G} \right).$$

In irgend welcher Lage des Regulators, deren normale Geschwindigkeit  $\omega$  ist, kann also die Geschwindigkeit der Axe um den Betrag  $\omega' - \omega$  zunehmen, oder um denjenigen  $\omega - \omega''$  unter die normale Geschwindigkeit heruntersinken, ohne daß der Regulator in Bewegung geräth. Diese beiden Geschwindigkeiten  $\omega'$  und  $\omega''$  sind von der normalen Geschwindigkeit  $\omega$  übrigens nicht um genau gleiche Beträge verschieden, wie man sich leicht folgendermaßen überzeugt. Man hat nach dem Vorstehenden:

$$\begin{aligned} \omega'^2 - \omega^2 &= \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q + W}{G} \right) - \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right) \\ &= \frac{g}{h} \frac{2l_1}{l} \frac{W}{G} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \omega^2 - \omega''^2 &= \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right) - \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q - W}{G} \right) \\ &= \frac{g}{h} \frac{2l_1}{l} \frac{W}{G} \end{aligned}$$

daher unter der Voraussetzung, daß  $W$  für das Anheben und Abfallen denselben Werth hat,

$$\omega'^2 - \omega^2 = \omega^2 - \omega''^2,$$

oder

$$2\omega^2 = \omega'^2 + \omega''^2.$$

Setzt man nun etwa

$$\omega' = \omega + \Delta, \text{ und } \omega'' = \omega - \Delta,$$

so hat man auch

$$\omega^2 + 2\omega\Delta_1 + \Delta_1^2 - \omega^2 = \omega^2 - \omega^2 + 2\omega\Delta_{II} - \Delta_{II}^2$$

oder

$$\Delta_1^2 + \Delta_{II}^2 = 2\omega(\Delta_{II} - \Delta_1).$$

Da die linke Seite dieser Gleichung immer positiv ist, so folgt daraus

$$\Delta_{II} > \Delta_1,$$

d. h. die untere Geschwindigkeit des Regulators  $\omega'$  beim Abfallen weicht von der normalen Geschwindigkeit  $\omega$  um einen größeren Betrag ab, als die obere Geschwindigkeit  $\omega'$  beim Anheben. Da indessen die Größen  $\Delta$  immer nur einem kleinen Bruchtheile von  $\omega$  (etwa 0,02) entsprechen, so kann man genügend

$$\Delta_1 = \Delta_{II}, \text{ also } \omega = \frac{\omega' + \omega''}{2}$$

setzen, d. h. man nimmt die mittlere Geschwindigkeit in jeder Lage des Regulators gleich dessen normaler, d. h. als diejenige an, welche dem Gleichgewichtszustande entspricht, sobald von den schädlichen Widerständen abgesehen wird.

Innerhalb dieser beiden Geschwindigkeiten  $\omega'$  und  $\omega''$  verhält sich der Regulator somit unempfindlich gegen Geschwindigkeitsänderungen und man bezeichnet das Verhältniß  $\frac{\omega' - \omega''}{\omega} = \varepsilon$  als das Maß dieser relativen Unempfindlichkeit mit dem Namen des Unempfindlichkeitsgrades\*).

Um zu einem Ausdrucke für diesen Werth  $\varepsilon$  zu gelangen, setze man

$$\frac{\omega' - \omega}{\omega} = 1/2 \varepsilon \text{ und } \omega' + \omega = 2\omega,$$

so erhält man das Product

$$\frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega^2} = \varepsilon.$$

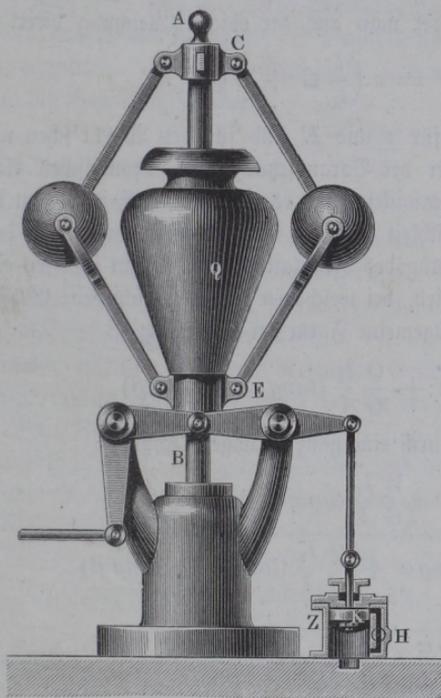
Setzt man auf der linken Seite die oben gefundenen Werthe für den Zähler und Nenner ein, so folgt

$$\varepsilon = \frac{\frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q+W}{G} \right) - \frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right)}{\frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right)} = \frac{l}{2l_1} \frac{W}{G+Q}.$$

\*) Zuweilen wird auch der Werth  $\frac{\omega' - \omega}{\omega}$  als Unempfindlichkeitsgrad bezeichnet, s. z. B. Pröhl, Civil-Ingen., Bd. 18.

Die Unempfindlichkeit des Regulators wächst daher im directen Verhältnisse mit  $W$ ; ein festeres Anziehen z. B. der Stopfbüchse, durch welche die Ventilstange des Absperrventils geht, erhöht die Unempfindlichkeit. Außerdem erkennt man aus dieser Formel den Einfluß der Hülsenbelastung  $2Q$  auf die Empfindlichkeit des Regulators. Die Anwendung schwerer Belastungen der Hülse ist zuerst bei dem Porter'schen Regulator, Figur 765,

Fig. 765.



geschehen und neuerdings sehr beliebt geworden. Bei der Aufhängungsart des Porter'schen Regulators, wo die Kugeln in den Angriffspunkten der Hülsenstangen befindlich sind, hat man  $l = l_1$  und daher

$$\varepsilon = \frac{W}{\frac{1}{2} G + Q}$$

Wählt man z. B. die Hülsenbelastung  $2Q = 3G$ , so erhält man

$$\varepsilon = \frac{W}{2G'}$$

während ohne Hülsenbeschwerung der Unempfindlichkeitsgrad

$$\varepsilon = \frac{2W}{G'}$$

also viermal so groß ausfallen würde. Daß die Geschwindigkeit des Regula-

tors in Folge der Belastung  $2Q$  größer wird, als ohne diese, ist schon oben bemerkt worden, man hätte z. B. bei dem vorausgesetzten Verhältnisse  $2Q = 3G$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h} \left( 1 + \frac{2l_1}{l} \frac{Q}{G} \right)} = \sqrt{\frac{g}{h} \left( 1 + 2 \frac{3}{2} \right)} = 2 \sqrt{\frac{g}{h}}$$

also genau doppelt so groß, wie ohne Belastung der Hülse.

Aus der gefundenen Formel

$$\varepsilon = \frac{W}{\frac{l}{2l_1} G + Q}$$

folgt, daß der Unempfindlichkeitsgrad des Regulators im directen Verhältnisse zu der Anhebungslast  $2W$  des Stellzeuges steht. Je geringer diese Anhebungslast  $2W$  ist, desto empfindlicher wird der Regulator sein. Man spricht wohl auch von der Energie des Regulators und versteht darunter diejenige Kraft  $E$ , welche von dem Regulator in dem Augenblicke auf die Hülse ausgeübt wird, in welchem die Geschwindigkeit der Spindel von dem normalen Werthe  $\omega$  auf  $\omega'$  gestiegen, oder auf  $\omega''$  gesunken ist, also in Folge einer Geschwindigkeitsveränderung von  $\omega' - \omega = \omega - \omega''$ . Die Größe dieser Energie  $E = 2W$  findet man aus der obigen Gleichung direct zu

$$E = 2W = \varepsilon \left( \frac{l}{l_1} G + 2Q \right).$$

Die vorstehenden Formeln für  $\varepsilon$  und  $E$  sind für den Watt'schen und Porter'schen Regulator unter der Voraussetzung einer rhombischen Aufhängung, d. h. für  $\alpha = \beta$  entwickelt, und es zeigt sich, daß in diesem besonderen Falle die Unempfindlichkeit und die Energie unabhängig von dem Winkel  $\alpha$ , d. h. von der Stellung des Regulators sind. Wenn indessen eine andere Aufhängung gewählt wird, bei welcher  $\alpha$  und  $\beta$  verschiedene Größen haben, so muß man auf die allgemeine Form der Gleichung

$$\omega^2 \frac{r}{g} = \text{tang } \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\text{tang } \alpha + \text{tang } \beta)$$

zurückgehen, und findet dann durch eine ganz analoge Rechnung:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega^2} = \frac{\frac{W l_1}{G l} (\text{tang } \alpha + \text{tang } \beta)}{\text{tang } \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\text{tang } \alpha + \text{tang } \beta)} \\ &= \frac{W}{G \frac{l}{l_1} \frac{\text{tang } \alpha}{\text{tang } \alpha + \text{tang } \beta} + Q}. \end{aligned}$$

Man erkennt hieraus, daß die Empfindlichkeit  $\varepsilon$  und die Energie  $2W$  von der Stellung des Regulators abhängig, daher für verschiedenen Ausschlagswinkel  $\alpha$  verschieden sind. Um diese Werthe für einen beliebigen Ausschlagswinkel  $\alpha$  zu ermitteln, hätte man aus den Größen  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $c$  und  $e$  den zugehörigen Werth von  $\beta$  trigonometrisch zu ermitteln, wozu man die Gleichung aus Fig. 764 benutzen kann:

$$c + l_1 \sin \alpha = e + l_2 \sin \beta.$$

Die Ausführung dieser Rechnung und Einsetzung des Werthes von  $\text{tang } \beta$  führt indeß auf weitläufige Formeln, und daher wird man in der Praxis bequemer zum Ziele kommen, wenn man den Regulator in verschiedenen Stellungen, d. h. unter Annahme verschiedener Ausschlagswinkel  $\alpha$  aufzeichnet,

und die zugehörigen Winkel  $\beta$  aus der Zeichnung entnimmt. Den kleinsten Ausschlagwinkel  $\alpha$  pflegt man dabei nicht unter  $15$  oder  $20^\circ$  zu nehmen, und wählt den größten etwa zu  $40$  bis  $45^\circ$ . Die Länge der Pendelarme und Hülsenstangen ist dabei so zu treffen, daß die Hülse bei dem angenommenen Spiele der Arme die zum vollständigen Abschluß der Admissionsvorrichtung erforderliche Verschiebung erhält. Aus der Länge der Arme ergibt sich dann weiter die Winkelgeschwindigkeit nach der Formel für  $\omega$ , und somit kann man auch das Umsetzungsverhältniß für die Näderverbindung ermitteln, welche die Bewegung der Regulatorspindel von der Maschinenwelle aus vermittelt. Die Umdrehungszahl  $n$  der Regulatorspindel ist aus  $\omega$  durch die Beziehung gegeben:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}.$$

Die Empfindlichkeit eines Regulators für Dampfmaschinen darf nicht zu groß sein, d. h. der Unempfindlichkeitscoefficient darf nicht unter einen gewissen Werth herabsinken. Dieser geringste Werth, welchen  $\varepsilon$  mindestens noch haben muß, ist nämlich, wie leicht ersichtlich ist, durch die Größe  $\delta$  des Ungleichförmigkeitsgrades der Maschine von vornherein festgestellt. Wäre der Regulator nämlich innerhalb derjenigen Geschwindigkeitsveränderungen empfindlich, welche von der Maschine zufolge der Kurbelbewegung und des angewandten Schwungrades unzertrennlich sind, so würde der Regulator bei jedem Kolbenspiele in Bewegung gerathen und in Folge dessen ein unruhiger zuckender Gang sich ergeben. Es ist übrigens auch leicht zu erkennen, daß eine Einwirkung des Regulators auf das Drosselventil bei Expansionsmaschinen nur so lange von Einfluß sein kann, als die Dampfeinströmung noch nicht durch den Expansionschieber unterbrochen ist.

**Astasie.** Aus der im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Formel §. 197. für die Geschwindigkeit eines Centrifugalregulators

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} \sqrt{\tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta)}$$

erkennt man, daß die normale Geschwindigkeit  $\omega$ , bei welcher, abgesehen von allen Nebenhindernissen, das Pendel im Gleichgewichte ist, außer von dem Arenabstande  $r$  der Kugeln, wesentlich von dem Winkel  $\alpha$  und damit  $\beta$ , d. h. von dem Ausschlage der Arme, abhängig ist. Ist etwa unter  $\alpha_1$  der größte und unter  $\alpha_2$  der kleinste Ausschlagwinkel verstanden, so wird der höchsten Gleichgewichtslage eine gewisse Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  entsprechen, welche von derjenigen  $\omega_2$ , die der tiefsten Lage zukommt, verschieden ist. In irgend einer zwischen den Grenzlagen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  gelegenen Stellung, in welcher der Ausschlagwinkel mit  $\alpha$  bezeichnet sein mag, wird ebenso eine

Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  zum Gleichgewichte erforderlich sein, welche im Allgemeinen zwischen den Grenzgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  gelegen ist. Wenn daher die Regulatorspindel irgend eine zwischen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  liegende Geschwindigkeit  $\omega$  angenommen hat, so wird dieser Geschwindigkeit eine ganz bestimmte Stellung der Pendelarme als Gleichgewichtslage entsprechen. Von dieser Eigenschaft des Regulators, für jede innerhalb  $\omega_1$  und  $\omega_2$  gelegene Geschwindigkeit eine Ruhelage zu finden, nennt man denselben einen statischen. Stellt man sich dagegen vor, daß vermöge der Anordnung des Regulators die den verschiedenen Ausschlagswinkeln  $\alpha$  entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten sämmtlich von ein und derselben Größe  $\omega$  wären, so würde der Regulator auch in allen verschiedenen Lagen bei dieser Geschwindigkeit, aber auch nur bei dieser, im Gleichgewichte sein können, bei einer Aenderung der Geschwindigkeit gäbe es keine Lage, in welcher er zur Ruhe gelangte. Einen solchen Regulator nennt man einen astatischen.

Denkt man sich zur Erläuterung des Gesagten als einfachsten Fall denjenigen des einfachen Centrifugalpendels mit Aufhängung des Armes  $CD$  in der Ase  $AB$ , Fig. 766, für welches in §. 195 gefunden wurde  $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ .

Die Größe  $h = CE$ , oder die Projection des Pendelarmes  $CD = l$  auf die Ase, hat hier bei einem Ausschlagswinkel  $\alpha = 0$  die Größe  $h = l$  und nimmt bis zu Null ab, wenn  $\alpha$  auf  $90^\circ$  steigt. Die letztere Stellung würde daher erst bei einer unendlich großen Geschwindigkeit eintreten können, während für  $\omega = 0$  das Pendel vertical herabhängt. Die Geschwindigkeiten  $\omega_1$  in der Stellung  $CD_1$  und  $\omega_2$  in derjenigen  $CD_2$  verhalten sich

$$\omega_1 : \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{h_1}} : \sqrt{\frac{1}{h_2}}.$$

Man erkennt daraus, daß das Centrifugalpendel einen statischen Regulator ergibt. Ein solcher wird zwar bei steigender Geschwindigkeit die Hülse erheben und das Stellzeug bewegen, er wird aber nicht im Stande sein, in der eingenommenen höheren Lage  $CD_1$  dieselbe Geschwindigkeit der Maschine wieder herzustellen, mit welcher sich dieselbe in der tiefsten Pendelstellung  $CD_2$  bewegte. Mit der statischen Eigenschaft des Regulators wird daher eine gewisse Ungleichförmigkeit der Maschine verbunden sein, welche um so größer ist, je mehr der Regulator von einem astatischen verschieden ist, d. h. je größer die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  der Grenzlagen ausfällt. Man spricht auch bei einem Regulator von dem Grade seiner Ungleichförmigkeit und versteht darunter ebenso wie bei Kurbelgetrieben und Schwungrädern den kleinen Bruch

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega}.$$

Wollte man sich die Aufgabe stellen, dieses Pendel zu einem astatischen zu machen, so hätte man den Mittelpunkt der Kugel so zu führen, daß  $h$  für alle Lagen der Kugel constant wäre. Unter  $h$  ist dabei die Axenprojection

Fig. 766.

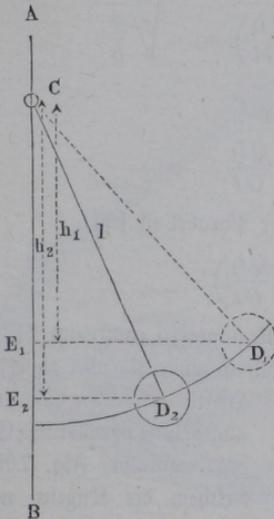
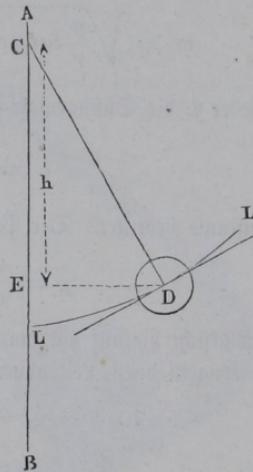


Fig. 767.



des Pendelarmes zwischen der Kugelmittle und der Spindel  $AB$  zu verstehen. Denkt man sich nun die Kugel, anstatt an dem festen Punkte  $C$  hängend, auf einer gewissen Leitcurve  $LL$ , Fig. 767, geführt, so wird die Wirkung des früheren festen Aufhängepunktes  $C$  nunmehr durch die in  $D$  zur Curve normale Reaction  $DC$  ersetzt. Es gilt daher dieselbe Rechnung, wie sie in §. 195 für das Centrifugalpendel angeführt wurde, und man hat wie dort die

Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ , wenn  $h = CE$  die Subnormale der

Leitcurve  $L$  bedeutet. Soll nun  $\omega$  für alle Stellungen der Kugel constant sein, so muß es auch die Subnormale  $CE$  sein, woraus sich ergibt, daß die

Leitcurve  $L$  eine Parabel zur Axc  $AB$  und dem Parameter  $\frac{2g}{\omega^2}$  sein muß,

da der Parameter gleich der doppelten Subnormale ist. Umgekehrt ist für eine parabolische Leitbahn zum Parameter  $p$  die erforderliche Winkel-

geschwindigkeit der Spindel  $\omega = \sqrt{\frac{2g}{p}}$ .

Die Parabel ist für den Watt'schen und Porter'schen Regulator nur so lange die astatische Curve, als der Winkel  $\beta$ , welchen die Hülsenstangen

mit der Aze bilden, fortwährend gleich Null ist, denn für diesen Fall geht die allgemeine Gleichung des vorigen Paragraphen

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta)$$

über in

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r} \tan \alpha \left(1 + \frac{Q l_1}{G l}\right)} = c \sqrt{\frac{g}{h}},$$

wenn wieder  $h$  die Subnormale und

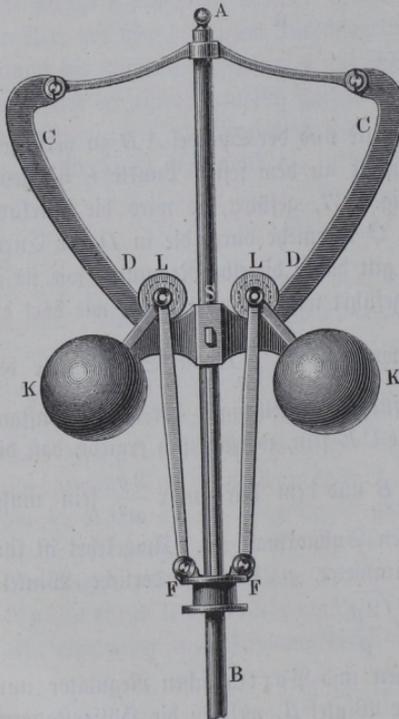
$$c = \sqrt{1 + \frac{Q l_1}{G l}}$$

eine Constante bedeutet. Der Parameter der Parabel ist jetzt

$$p = \frac{2g}{\omega^2} \left(1 + \frac{Q l_1}{G l}\right).$$

Mit Rücksicht hierauf hat man astatische Regulatoren construirt, bei denen man die Kugeln durch Leitbahnen zwingt, sich in einer Parabel zu bewegen.

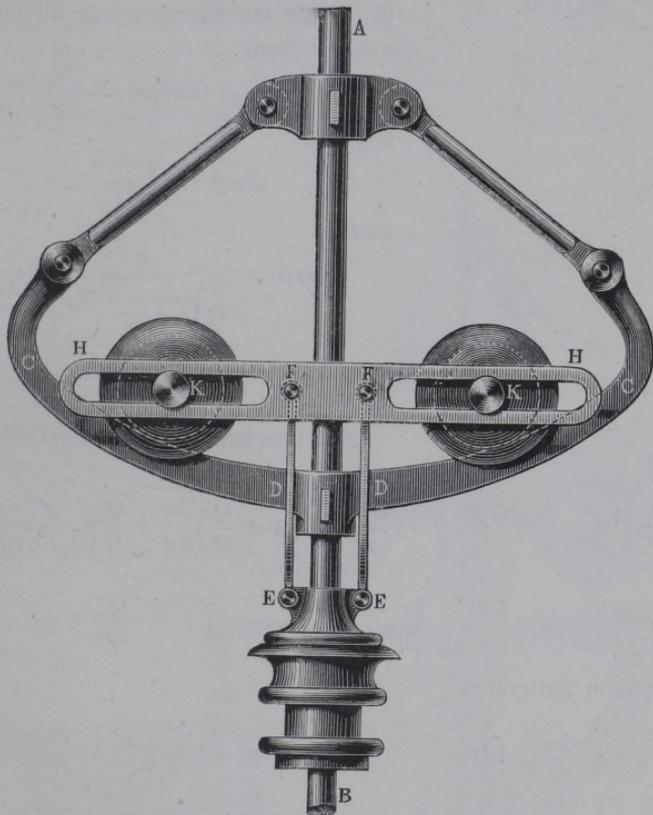
Fig. 768.



Hierher gehört der von Franke angegebene parabolische Centrifugalregulator, Fig. 768, bei welchem die Kugeln mittelst Stangen an Rollen  $L$  hängen, welche auf den mit der Aze  $AB$  fest verbundenen Leitbahnen  $CD$  geführt sind. Die Gestalt dieser Leitbahnen ist dabei nach einer Aequidistanten derjenigen Parabel zu bestimmen, in welcher die Schwerpunkte der Kugeln sich bewegen sollen. Die Hülsenstangen  $LF$  sind hierbei an die Zapfen der Rollen  $L$  angehängt, und es ergibt sich daher nach dem Obigen, daß dieser Regulator nicht genau astatisch ist, weil die Hülsenstangen der Aze nicht parallel bleiben. Auch verursacht die excentrische Wirkung der Centrifugalkraft der Kugeln hier

eine Vergrößerung der schädlichen Widerstände an den Laufrollen *L*. Besser ist daher die Construction von Garnett, Fig. 769, bei welcher die Hülse *E* durch die Stangen *EF* mit einer horizontalen Schleife *H* auf jeder Seite versehen ist, in deren Schlitzen die vorstehenden Zapfen *K* der Kugeln ge-

Fig. 769.



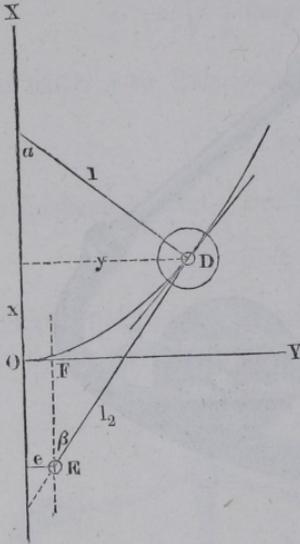
führt sind. Die Leitbahnen *CD* sind auch hier in dem Abstände des Rollenhalbmessers äquidistant zu der betreffenden Parabel anzuordnen. Doch haben auch diese Regulatoren sich wenig Anwendung verschaffen können, hauptsächlich wegen der Uebelstände, mit denen die astatischen Regulatoren überhaupt behaftet sind (siehe weiter unten).

Wollte man die allgemeine astatische Curve ermitteln, d. h. diejenige, auf welcher die Kugelmittelpunkte geführt werden müßten, wenn die Hülfsstangen *DE*, Fig. 770 (a. f. S.), wegen ihrer endlichen Länge mit der Axe den veränderlichen Winkel  $DEF = \beta$  bilden, so hätte man auf die allgemeine Gleichung des §. 195

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta)$$

zurückzugehen. Setzt man hierin  $l_1 = l$  für den Fall, daß die Hülsenstangen in den Kugelmitteln angreifen, und nimmt man die Regulatoraxe als X-Axe und den tiefsten Punkt O der betreffenden Curve als Coordinatenanfang an, so ist

Fig. 770.



nach der Figur:

$$r = y, \quad \tan \alpha = \frac{\partial x}{\partial y}$$

und

$$\sin \beta = \frac{y - e}{l_2},$$

daher

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{y - e}{l_2 \sqrt{1 - \frac{(y - e)^2}{l_2^2}}} \\ &= \frac{y - e}{\sqrt{l_2^2 - (y - e)^2}}. \end{aligned}$$

Setzt man diese Werthe in obige Gleichung ein, so erhält man:

$$\frac{\omega^2}{g} y = \left(1 + \frac{Q}{G}\right) \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{Q}{G} \frac{y - e}{\sqrt{l_2^2 - (y - e)^2}}$$

oder

$$\frac{\omega^2}{g} y \partial y - \frac{Q}{G} \frac{(y - e) \partial y}{\sqrt{l_2^2 - (y - e)^2}} = \left(1 + \frac{Q}{G}\right) \partial x,$$

woraus durch Integration

$$\frac{\omega^2 y^2}{g} + \frac{Q}{G} \sqrt{l_2^2 - (y - e)^2} = \left(1 + \frac{Q}{G}\right) x + Const$$

folgt.

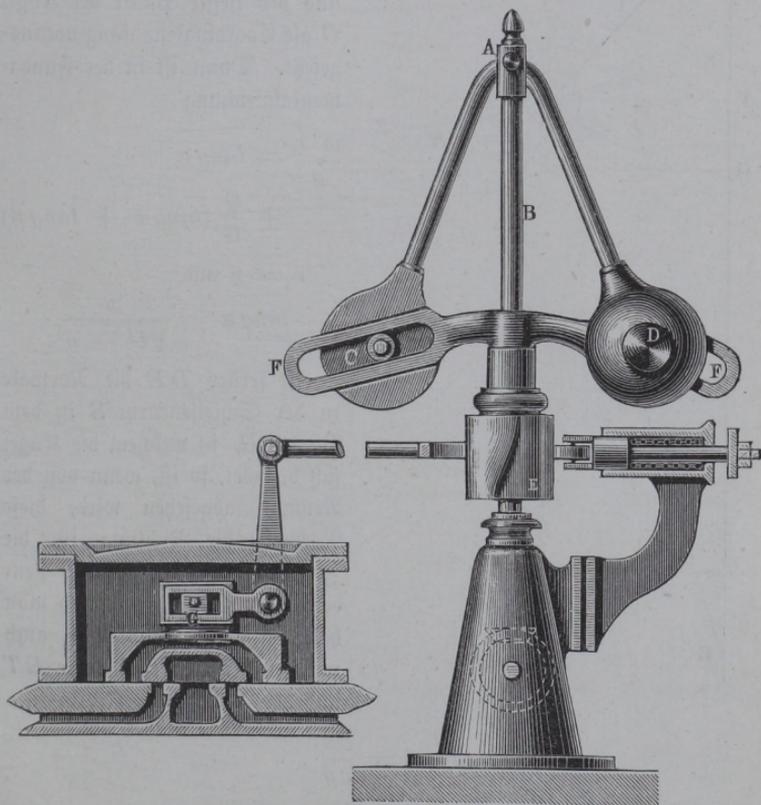
Die Constante bestimmt sich mit Rücksicht darauf, daß für  $x = 0$  auch  $y = 0$  ist, zu  $Const = \frac{Q}{G} \sqrt{l_2^2 - e^2}$ .

§. 198. Bei den hier besprochenen Einrichtungen erreicht man die Aftasie des Regulators dadurch, daß man die Pendelaufhängung der Kugel durch die Führung der letzteren auf einer Curvenschiene ersetzt, welche so gestaltet ist, daß die Richtung ihrer Reaction gegen die Kugel in jeder Stellung derselben unter einem solchen Winkel  $\alpha$  gegen die Axe geneigt ist, daß der Gleichung

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta)$$

durch eine constante Geschwindigkeit  $\omega$  genügt wird. Aus dieser Gleichung ersieht sich nun, daß man diese Bedingung auch bei einer Pendelaufhängung der Kugel wie bei dem Watt'schen Regulator erfüllen kann, wenn man dem Winkel  $\beta$ , unter welchem die Zugkraft der Hülse gegen die Aze geneigt ist, in jeder Lage die jener Gleichung entsprechende Größe giebt. Man darf dann die Hülse nicht mehr durch Lenker mit den Kugeln verbinden, sondern man hat eine Curvenschleife von geeigneter Form anzuwenden, an deren auf- und absteigender Bewegung die Hülse Theil nimmt. Ein solcher Regulator ist von Werner ausgeführt\*) und durch Fig. 771 veranschaulicht. Hier-

Fig. 771.

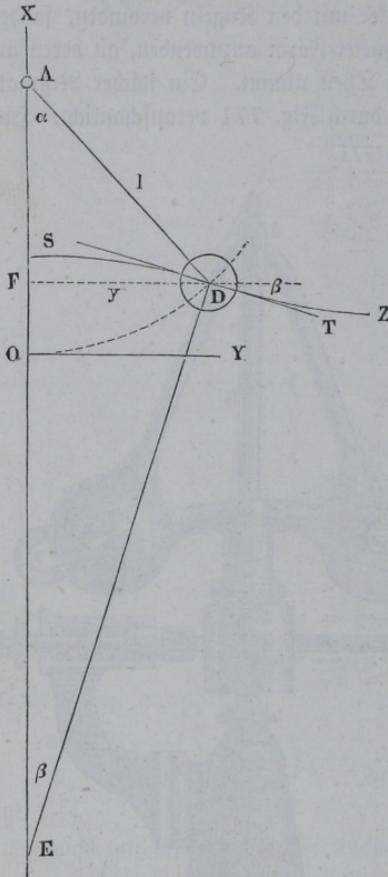


bei sind die Pendelarmlen  $AD$  central an der Aze  $AB$  aufgehängt und die Kugeln geschlitzt, um eine Curvenschleife  $FF$  durch sich treten zu lassen, in deren Schlitzen jede Kugel mit einer innerlich angebrachten Rolle  $C$  sich führt.

\*) S. Zeitschr. deutsch. Ingen. 1868, S. 489.

Direct mit dieser auf der Aze verschiebbaren Schleife  $F$  ist die Hülse  $E$  verbunden, welche als ein conoidischer Körper ausgebildet ist, der durch seine Höhenlage die längere oder kürzere Dauer der Eröffnung des Expansionsventils  $G$ , und damit den Füllungsgrad der Dampfmaschine regelt (siehe hierüber Theil II, Dampfmaschinen).

Fig. 772.



Um die Gestalt dieser Curve zu bestimmen, sei Fig. 772 die Aze des Regulators als  $X$ -Aze und der tiefste Punkt der Kugel  $O$  als Koordinatenanfang vorausgesetzt. Dann ist in der Fundamentalgleichung

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \operatorname{tang} \alpha + \frac{Q}{G} (\operatorname{tang} \alpha + \operatorname{tang} \beta)$$

$$r = y \text{ und}$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{y}{\sqrt{l^2 - y^2}}.$$

Ist ferner  $DE$  die Normale zu der Schleifencurve  $S$  in dem Punkte  $D$ , in welchem die Kugel sich befindet, so ist, wenn von der Reibung abgesehen wird, diese Normale die Richtung für die Zugkraft der Hülse auf das Pendel, daher  $OED = \beta$ , und man hat, da dieser Winkel  $\beta$  auch zwischen der Curventangente  $DT$  und der  $Y$ -Aze wiederkehrt:

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{\partial x}{\partial y}.$$

Mit diesen Werthen geht die Grundgleichung über in:

$$\frac{\omega^2 y}{g} = \frac{y}{\sqrt{l^2 - y^2}} \left( 1 + \frac{Q}{G} \right) + \frac{Q}{G} \frac{\partial x}{\partial y},$$

oder

$$\frac{\omega^2}{g} y \partial y - \left( 1 + \frac{Q}{G} \right) \frac{y \partial y}{\sqrt{l^2 - y^2}} = \frac{Q}{G} \partial x,$$

woraus durch Integration

$$\frac{\omega^2}{2g} y^2 + \left(1 + \frac{Q}{G}\right) \sqrt{l^2 - y^2} = \frac{Q}{G} x + \text{Const folgt.}$$

Es ist leicht zu erkennen, daß  $x$  in der Aze ein Maximum, und in einem anderen Punkte  $Z$  ein Minimum wird, und daß zwischen beiden Stellen ein Wendepunkt liegt.

Was die Anwendbarkeit der astatischen Regulatoren überhaupt anbelangt, so ist von Reuleaux zuerst\*) darauf aufmerksam gemacht worden, daß dieselben nur für directe Uebertragung geeignet sein können, d. h. für solche Anordnung des Stellzeuges, bei welcher die Hülsenverschiebung direct zur Verstellung der Admissionsvorrichtung verwendet wird. Denkt man sich nämlich einen astatischen Regulator mit einer indirect wirkenden Uebertragungsvorrichtung verbunden, derart also, daß die auf- oder absteigende Bewegung der Hülse durch Einschaltung eines Wendetriebs eine selbständig rotirende Welle zum Schließen oder Oeffnen der Admissionsvorrichtung veranlaßt, so muß daraus ein sehr unruhiger Gang der Maschine resultiren. Wenn nämlich die Maschine ihre normalmäßige Geschwindigkeit  $\omega$ , bei welcher der Regulator seine mittlere Stellung inne hat, also das Wendetriebe ausgerückt hält, vergrößert, so wird, sobald die Geschwindigkeit den durch die Reibungswiderstände bedingten Betrag  $\omega'$  erlangt hat, der Regulator steigen und das untere Wechselrad einrücken, worauf durch ein theilweises Verschließen der Admissionsklappe die Geschwindigkeit der Maschine ermäßigt wird. Der Regulator hält nun aber das Wendetriebe auch noch eingerückt, wenn die Geschwindigkeit auf den normalen Betrag  $\omega$  zurückgeführt ist, da er vermöge seiner Astatie bei dieser Geschwindigkeit in jeder Stellung im Gleichgewichte verharrt. Es findet daher auch dann noch ein weiteres Schließen des Dampfventils statt, welches so lange andauert, bis die Geschwindigkeit auf den Betrag  $\omega''$  herabgesunken ist. Erst in diesem Augenblicke fängt der Regulator an zu sinken und wird so lange abfallen, bis das obere Wechselrad eingerückt ist, worauf derselbe Vorgang sich in der entgegengesetzten Art wiederholt. Der Regulator wird daher in fortwährendem Schwingen verbleiben, auch wenn die Ungleichförmigkeit des Arbeitswiderstandes einen Grund hierzu nicht abgiebt. Ist der bei einer indirecten Uebertragung angewendete Regulator dagegen statisch, so wird er zwar bei Eintritt der Geschwindigkeit  $\omega'$  ebenfalls steigen und das Wechseltriebe einrücken, da er aber in der höheren Stellung sich nur bei einer größeren Geschwindigkeit erhalten kann, als  $\omega$  ist, so wird er diese Stellung schon wieder zu verlassen streben, sobald die Geschwindigkeit sich dem normalmäßigen Betrage  $\omega$  wieder nähert und ein

\*) Zeitschr. deutsch. Ingen. 1869, S. 165.

Einrücken des oberen Wechslrades wird im Allgemeinen erst eintreten, wenn durch überwiegende Arbeitswiderstände die Geschwindigkeit unter den Werth  $\omega''$  herabsinken sollte.

Hieraus folgt, daß die astatischen Regulatoren nur für directe Uebertragung brauchbar sein können. Aber auch in diesem Falle hat sich bei der Anwendung astatischer Regulatoren vielfach ein unruhiger Gang der Maschine als Uebelstand gezeigt. Die Ursache hiervon ist hauptsächlich in der Wirkung der Massen der den Regulator zusammensetzenden Theile zu suchen. Wenn nämlich die normale Geschwindigkeit  $\omega$  der Maschine einer Aenderung ausgesetzt ist, so wird die Hülse in Bewegung gerathen, sobald die Geschwindigkeit den von den schädlichen Widerständen abhängigen Betrag  $\omega'$  oder  $\omega''$  erreicht hat. Mit Eintritt dieser Bewegung der Hülse ist aber das Gleichgewicht der auf den Regulator wirkenden Kräfte nicht hergestellt, insbesondere deswegen nicht, weil die Reibungswiderstände der Ruhe, durch welche  $\omega'$  und  $\omega''$  bestimmt werden, einen größeren Betrag zu haben pflegen, als diejenigen der Bewegung. Die Hülse und die mit ihr verbundenen Theile sind in Folge dessen bei der auf- oder absteigenden Bewegung einer gewissen Beschleunigung ausgesetzt, derzufolge sie, auch nachdem die Normalgeschwindigkeit wieder hergestellt ist, nicht zum Stillstande gelangen, sondern sich unter dem Einflusse der aufgenommenen lebendigen Kraft noch weiter bewegen. Dadurch wird die Geschwindigkeit der Maschine ferner in demselben Sinne verändert. Nachdem diese lebendige Kraft gänzlich aufgebraucht ist, wird daher sofort eine Rückwärtsbewegung der Hülse eintreten, und es müssen hierdurch Schwingungen in dem Spiele des Regulators entstehen, welche als Ursache des so häufig beobachteten unruhigen Ganges der Maschine anzusehen sind. Auch die statischen Regulatoren zeigen dieses Verhalten, wenn auch in geringerem Grade, und zwar um so weniger, je statischer sie sind.

Man hat sich vielfach bemüht, diesem Mangel der Regulatoren dadurch zu begegnen, daß man selbige mit einem sogenannten Katarakte versehen hat, d. h. mit einem künstlichen Widerstande, welcher der beschleunigten Bewegung der Hülse entgegentritt. Meistens besteht dieser Katarakt aus einem Kolben *K*, Fig. 773, welcher in einem beiderseits geschlossenen Cylinder *Z* verschiebbar ist und an der Bewegung der Hülse direct oder indirect Theil zu nehmen gezwungen ist. Hierbei wird die in dem Cylinder enthaltene Flüssigkeit oder Luft durch ein Rohr, welches die Räume zu beiden Seiten des Kolbens verbindet, verdrängt, wobei der durch die Stellung des Hahnes *H* beliebig zu regulirende Widerstand der Flüssigkeit eine besänftigende Wirkung auf das zu schnelle Ausschlagen des Regulators ausübt, ohne einem langsam erfolgenden Ausschlage ein wesentliches Hinderniß entgegenzusetzen. Als hemmende Flüssigkeit pflegt man bei solchen Katarakten Wasser, Del oder Glycerin, noch besser aber Luft zu verwenden, und man bildet öfter das mit der Hülse

verbundene Gegengewicht  $Q$  direct zu einem Hohlcyliner aus, dessen Kolben auf der Regulatoraxe befestigt ist\*).

Um die schädliche Kolbenreibung der gewöhnlichen Katarakte, welche die

Fig. 773.

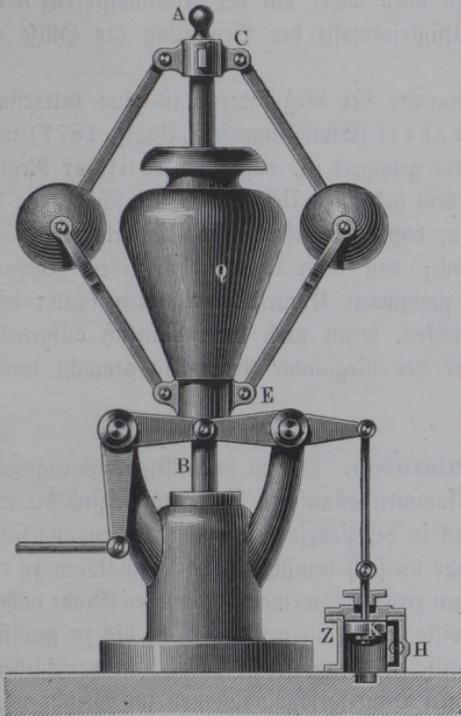
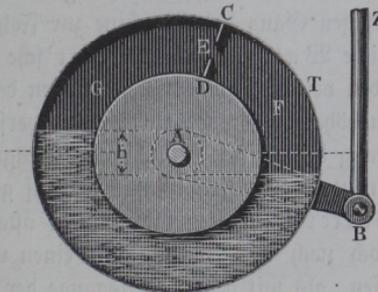


Fig. 774.



Empfindlichkeit des Regulators vermindert, zu umgehen, ist ein eigenthümlicher Katarakt von Buß\*\*) angegeben, bei welchem unter Einwirkung eines Luftquantums das Gewicht einer gewissen Wassermenge die überstürzende Wirkung des Regulators hemmt. Dieser Apparat besteht aus einer ringförmigen Trommel  $T$ , Fig. 774, welche um ihre Axe  $A$  drehbar, mit Hilfe des Hebels  $AB$  und einer Zugstange  $Z$  so mit der Hülse des Regulators in Verbindung steht, daß eine auf- oder absteigende Bewegung der Hülse eine Oscillation der Trommel  $T$  nach der einen oder anderen Richtung hervorruft. Die Trommel  $T$  ist zur Hälfte mit einer Flüssigkeit gefüllt, und der darüber befindliche Luftraum durch eine Scheidewand  $CD$  durchsetzt, welche durch eine kleine Oeffnung  $E$  die Luft zu beiden Seiten in Verbindung erhält. Es ist daraus klar, wie bei einer langsamen Bewegung der Trommel das Niveau der Flüssig-

\*) Zeitschr. deutsch. Ingen. 1874, S. 138, Katarakt von Werner.

\*\*) Siehe Civil-Ingenieur 1872, S. 25.

feit in beiden Abtheilungen nur wenig verschieden sein wird, da hierbei die Luft genügend schnell durch die Oeffnung  $E$  aus einer Abtheilung in die andere strömen kann. Bei einer schnellen Bewegung der Trommel aber wird das Niveau der Flüssigkeit in der einen Abtheilung  $F$  tiefer stehen als in der anderen  $G$ , und es wird daher ein der Niveaudifferenz  $h$  entsprechendes Gewicht einer Flüssigkeitsmasse der Bewegung der Hülse entgegenwirken.

Ueber die Wirkung der Katarakte bei Regulatoren ist eine interessante Untersuchung von Wischnegradski (Civil-Ingenieur, Jahrg. 1877) nachzulesen, aus welcher das Resultat gefolgert ist, daß ein astatischer Regulator durch keinen Katarakt von dem gedachten Uebelstande der schädlichen Beweglichkeit befreit werden kann, daher die astatischen Regulatoren an sich als unbrauchbar anzusehen sind; daß man dagegen für jeden gegebenen statischen Regulator einen geeigneten Katarakt bestimmen kann, durch welchen jene schädliche Beweglichkeit, wenn auch nicht gänzlich aufgehoben, so doch beschränkt und daher der Regulator brauchbar gemacht werden kann.

§. 199. Pseudoastatische Regulatoren. Die im vorstehenden Paragraphen erwähnten Uebelstände der vollkommen astatischen Regulatoren sind die Veranlassung gewesen, daß dieselben in der Praxis nur wenig Anwendung finden konnten. Man hat sich vielmehr vielfach bemüht, solche Regulatoren zu construiren, welche sich den astatischen zwar bis zu einem bestimmten Grade nähern, dabei aber doch noch eine gewisse Stabilität besitzen, d. h. bis zu gewissem Grade die Eigenschaft der statischen Regulatoren haben, in verschiedenen Hülfsstellungen bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten im Gleichgewichte zu sein. Es wurde schon im Vorstehenden angeführt, daß gerade vermöge dieser Eigenschaft die statischen Regulatoren weniger dem sogenannten Springen ausgesetzt sind, welches durch die Trägheitswirkung der Massen entsteht und einen sehr unregelmäßigen Gang der Maschine zur Folge hat. Andererseits konnte der ursprüngliche Watt'sche und Porter'sche Regulator aber nicht genügen, da die den verschiedenen Kugelstellungen desselben entsprechenden Geschwindigkeiten in höherem Grade von einander verschieden sind, als dies mit der guten Wirkung der meisten Maschinen verträglich ist. Die Bestrebungen sind daher in neuerer Zeit hauptsächlich darauf gerichtet gewesen, den Watt'schen oder Porter'schen Regulator einem astatischen möglichst zu nähern, ihm aber doch noch mit Rücksicht auf einen ruhigen Gang so viel Stabilität zu belassen, als mit dem Arbeitsgange der zu betreibenden Maschinen verträglich ist. Derartige angenähert astatische Regulatoren pflegt man meist unter der Bezeichnung der pseudoastatischen Regulatoren zusammenzufassen.

Wie groß die Verschiedenheit der Winkelgeschwindigkeiten des Watt'schen und Porter'schen Regulators in den beiden äußersten Pendelstellungen ist, lehrt die allgemeine Gleichung des §. 195:

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (\tan \alpha + \tan \beta).$$

Für rhombische Aufhängung, d. h. für  $\alpha = \beta$ , geht diese Gleichung über in

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \alpha \left( 1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l} \right)$$

oder

$$\omega = C \sqrt{\frac{g}{r \cot \alpha}} = C \sqrt{\frac{g}{h}},$$

wenn die für eine bestimmte Ausführung constante Größe

$$C = \sqrt{1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}}$$

mit  $C$  bezeichnet wird, und man unter  $h$  wieder die Projection des Pendelarmes zwischen Axe und Kugelmittle auf die Axe versteht. Diese Projection  $AE$ , Fig. 775, drückt sich aus durch

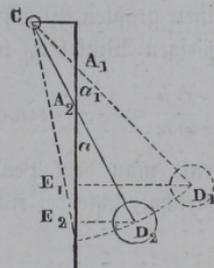
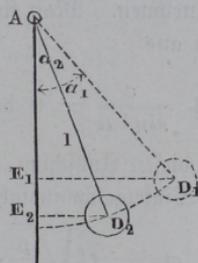
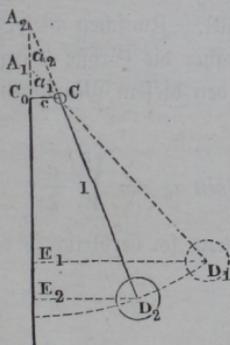
$$h = l \cos \alpha + c \cot \alpha,$$

wenn wieder  $\alpha$  den Ausschlagswinkel des Pendelarmes von der Länge  $CD = l$  und  $c = CC_0$  die Excentricität des Aufhängepunktes bezeichnet.

Fig. 775.

Fig. 776.

Fig. 777.



Die beiden den äußersten Ausschlagswinkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  entsprechenden äußersten Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  verhalten sich daher zu einander

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{l \cos \alpha_2 + c \cot \alpha_2}{l \cos \alpha_1 + c \cot \alpha_1}}.$$

Nimmt man z. B. für einen Watt'schen Regulator passend  $\alpha_1 = 40^\circ$  und  $\alpha_2 = 20^\circ$  an, so erhält man, wenn  $c = 0,1l$  gewählt wird, das Geschwindigkeitsverhältniß

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos 20^\circ + 0,1 \cotg 20^\circ}{\cos 40^\circ + 0,1 \cotg 40^\circ}} = 1,17,$$

welches Verhältniß für fast alle Maschinen zu große Geschwindigkeitsdifferenzen ergibt.

Aus der Figur erkennt man, wie bei der Bewegung des Pendelarmes  $CD$  die Axenprojection  $AE$  an beiden Seiten bei  $A$  und  $E$  einer gleichzeitigen Veränderung in demselben Sinne ausgesetzt ist. Man kann die Veränderung auf der einen Seite bei  $A$  dadurch aufheben, daß man  $c = 0$  macht, d. h. das Pendel central in der Axe aufhängt, Fig. 776 (a. v. S.), aber es bleibt dann immer noch die Veränderung am unteren Ende, und man behält immer noch für das Verhältniß der Grenzgeschwindigkeiten den Werth

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{l \cos \alpha_2}{l \cos \alpha_1}} = \sqrt{\frac{\cos 20^\circ}{\cos 40^\circ}} = 1,11,$$

welcher Betrag ebenfalls noch zu groß ist.

Nimmt man  $c$  noch kleiner als Null an, d. h. legt man den Aufhängepunkt auf die entgegengesetzte Seite der Axe, Fig. 777 (a. v. S.), so hat man die Höhe

$$h = l \cos \alpha - c \cotg \alpha$$

zu setzen, und man ersieht hieraus, daß  $h$  zu Null wird nicht nur für  $\alpha = 90^\circ$ , sondern auch für  $l \cos \alpha = c \cotg \alpha$ , oder für  $\sin \alpha = \frac{c}{l}$ , d. h. wenn die Kugelmittle  $D$  in die Axe  $AB$  hineinfällt. Zwischen dieser und der horizontalen Stellung des Pendelarmes muß daher die Größe  $h$  irgendwo einen größten Werth annehmen. Man findet den diesem Maximum  $h_0$  zugehörigen Winkel  $\alpha_0$  leicht aus

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -l \sin \alpha + \frac{c}{\sin^2 \alpha} = 0 \text{ durch } \sin \alpha_0 = \sqrt[3]{\frac{c}{l}}.$$

Denkt man dem Pendel diesen Ausschlag gegeben, so verbleibt es dabei im Gleichgewichte bei einer Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_0 = C \sqrt{\frac{g}{h_0}}.$$

Da nun die Größe  $h$  zu beiden Seiten dieser Stellung kleiner ist, so gehört auch zu jeder anderen Stellung eine größere Geschwindigkeit der Axe zur Erhaltung des Gleichgewichtes. Wird daher der Ausschlag  $\alpha_0$  vergrößert, so verhält sich das Pendel ähnlich wie diejenigen der Fig. 775 und 776, d. h.

es kann das Pendel in jeder höheren Lage nur bei einer entsprechend größeren Geschwindigkeit im Gleichgewichte sein. Steigt also die Geschwindigkeit von jenem minimalen Werthe  $\omega_0$  auf einen Werth  $\omega$ , so giebt es für diese größere Geschwindigkeit  $\omega$  immer einen bestimmten Winkel  $\alpha$ , welcher größer ist als  $\alpha_0$ , für welchen Gleichgewicht stattfindet.

Anders ist das Verhalten, wenn die Geschwindigkeit  $\omega$  unter jenen Werth  $\omega_0$  herabsinkt. Wenn hierbei durch die verminderte Centrifugalkraft der Pendelarm sich senkt, so giebt es keinen Ort für das Pendel, wo dasselbe bei der verminderten Geschwindigkeit im Gleichgewichte sein kann, da jeder tieferen Lage ein kleineres  $h$  als  $h_0$ , folglich eine größere Geschwindigkeit als  $\omega_0$  zukommt. Die Kugel wird daher bei der geringsten Geschwindigkeitsverminderung aus der Lage  $\alpha_0$  vollständig bis zur Aze herabfallen. Das Pendel befindet sich somit in jeder Stellung zwischen der Aze und jenem Ausschlagswinkel  $\alpha_0$ , welcher dem größten Werthe von  $h$  entspricht, in einem Zustande des labilen Gleichgewichtes, indem für jede solche Lage die geringste Verminderung der daselbst gerade erforderlichen Geschwindigkeit  $\omega$  ein gänzliches Abfallen hervorbringt, während andererseits, wie leicht ersichtlich ist, die geringste Vergrößerung von  $\omega$  ein Steigen des Pendels über den Winkel  $\alpha_0$  hinaus bis zu einer Lage hervorruft, bei welcher die größere Geschwindigkeit der verminderten Höhe  $h$  entspricht. Die Pendellagen, deren Ausschlagswinkel größer sind als  $\alpha_0$ , entsprechen daher dem Zustande des stabilen Gleichgewichtes.

Aus der vorstehenden Darstellung ist ersichtlich, daß man, wenn man von der hier angenommenen Aufhängung des Regulators mit gekreuzten Stangen (d. h.  $c < 0$ ) Gebrauch machen will, die sämtlichen in das Gebiet des labilen Gleichgewichtes fallenden Lagen von vornherein als ungeeignet verwerfen muß, und daß man daher jenen besagten Winkel  $\alpha_0$ , welchem ein Maximum von  $h$  angehört, als den kleinsten Ausschlagswinkel  $\alpha_2$  des Regulators anzusehen hat. In dieser Weise ist die Construction des pseudoastatischen Regulators von Rley sowie von Wiebe und Werner angegeben worden. Die Regeln für diese Aufhängungsart ergeben sich nach dem Vorhergehenden nun von selbst. Ist nämlich durch constructive Rücksichten der kleinste Winkel  $\alpha_2$  des Pendels festgestellt, so bestimmt man zunächst das Verhältniß der Längen  $\frac{c}{l}$  durch die gefundene Gleichung, welche dem Maximum von  $h$  für den Winkel  $\alpha_2$  entspricht, also aus

$$\sin^3 \alpha_2 = \frac{c}{l},$$

und findet nun die Länge  $l$  und damit  $c$  durch die allgemeine Gleichgewichtsbedingung des rhombischen Regulators:

$$\omega_2 = \sqrt{1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}} \sqrt{\frac{g}{h}} = \sqrt{1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}} \sqrt{\frac{g}{l \left( \cos \alpha_2 - \frac{c}{l} \cotg \alpha_2 \right)}}$$

worin  $\omega_2$  die kleinste Winkelgeschwindigkeit der Regulatorspindel ist. Nimmt man auch noch den durch das erforderliche Spiel der Hülse bedingten größten Ausschlagswinkel  $\alpha_1$  des Regulators an, so findet man die der höchsten Stellung  $\alpha_1$  entsprechende größte Geschwindigkeit aus

$$\omega_1 = \sqrt{1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}} \sqrt{\frac{g}{l \left( \cos \alpha_1 - \frac{c}{l} \cotg \alpha_1 \right)}}$$

folglich das Verhältniß der äußersten Geschwindigkeiten zu

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos \alpha_2 - \frac{c}{l} \cotg \alpha_2}{\cos \alpha_1 - \frac{c}{l} \cotg \alpha_1}}$$

Nimmt man z. B. mit Rehy\*) die äußersten Winkel zu

$$\alpha_2 = 25^\circ \text{ und } \alpha_1 = 45^\circ$$

an, so wird

$$\frac{c}{l} = \sin^3 25^\circ = 0,075$$

und

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos 25^\circ - 0,075 \cotg 25^\circ}{\cos 45^\circ - 0,075 \cotg 45^\circ}} = \sqrt{\frac{0,745}{0,632}} = 1,085,$$

so daß die größte Geschwindigkeit noch um 8,5 Procent die kleinste übertrifft, eine Größe, welche für viele Fälle genügend klein ist. Für mittlere Stellungen liegen natürlich die Geschwindigkeiten zwischen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Soll der Regulator in der niedrigsten Stellung 100 Umdrehungen pro Minute machen, so ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_2 = \frac{100}{60} 2\pi = 10,472 \text{ Meter,}$$

und daher folgt die Länge  $l$  der Pendelarme, wenn man für einen Porterschen Regulator  $Q = \frac{3}{2} G$  und  $l_1 = l$  annimmt, aus

$$\omega_2 = 10,472 = \sqrt{\left(1 + \frac{3}{2}\right) \frac{9,81}{l \left( \cos 25^\circ - 0,075 \cotg 25^\circ \right)}} = \sqrt{\frac{52,67}{l}}$$

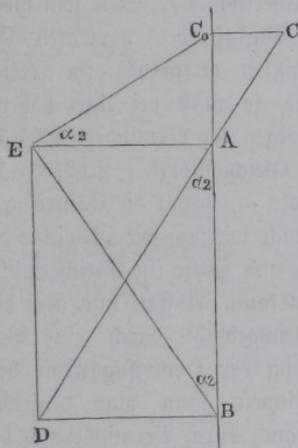
zu  $l = 0,480$  Meter und  $c = 0,075 l = 0,036$  Meter.

\*) Civil-Ingenieur, 1858, S. 197.

Die größte Geschwindigkeit ist in diesem Falle entsprechend  $\omega_1 = 1,085 \cdot 10,472 = 11,362$  Meter durch  $n_1 = 108,5$  Umdrehungen gegeben.

Anmerkung. Zur graphischen Bestimmung der Pendellänge  $l$  und der Excentricität  $c$  des Aufhängepunktes giebt Werner (siehe Zeitschr. deutsch. Ingen. 1865, S. 277) folgende Construction an. Man trage auf der Aye das Stük  $AB$ , Fig. 778, gleich der Höhe  $h$  an, welche der der untersten Lage des Regulators entsprechenden Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2$  nach

Fig. 778.



der Formel  $\omega = C \sqrt{\frac{g}{h}}$  zugehört, und ziehe  $AD$  unter dem kleinsten Ausschlagswinkel  $\alpha_2$  der Arme gegen die Aye. Vervollständigt man hierzu das Rechteck  $ABDE$  und errichtet auf der Diagonale  $BE$  in  $E$  ein Loth, so schneidet dasselbe die Aye in dem Punkte  $C_0$ , welcher senkrecht zur Aye auf den Pendelarm  $AD$  projectirt, in  $CD$  die Armlänge  $l$  und in  $C_0C$  die Excentricität  $c$  ergibt. Die Richtigkeit ergibt sich wie folgt. Man hat

$$AB = h = l \cos \alpha - c \cotg \alpha$$

und auch

$$h = BE \cos \alpha_2 = B C_0 \cos^2 \alpha_2 \\ \Rightarrow CD \cos^3 \alpha_2 = l \cos^3 \alpha,$$

folglich erhält man durch Gleichsetzung:

$$l \cos \alpha - c \cotg \alpha = l \cos^3 \alpha$$

oder

$$l(1 - \cos^2 \alpha) = \frac{c}{\sin \alpha}, \text{ also auch } \sin^3 \alpha = \frac{c}{l}$$

wie oben.

Die zuweilen in Lehrbüchern enthaltene Regel, wonach man

$$c = l \frac{\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1}{\cotg \alpha_2 - \cotg \alpha_1},$$

d. h. also

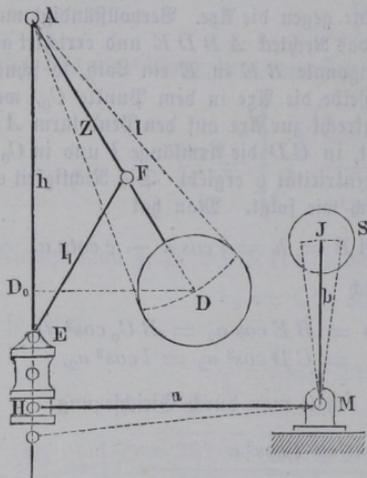
$$l \cos \alpha_2 - c \cotg \alpha_2 = l \cos \alpha_1 - c \cotg \alpha_1$$

machen sollte, gründet sich darauf, daß für die beiden äußersten Stellungen der Pendelarme deren Ayeprojectionen  $h$ , also auch die Geschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  gleich sein sollen. Eine solche Anordnung kann keinen brauchbaren Regulator liefern, da zwischen diese beiden äußersten Stellungen mit gleich großer Projection  $h$  diejenige Pendellage hineinfallen muß, für welche  $h$  ein Maximum wird. In Folge hiervon wird der zwischen dieser letztgedachten und der untersten Lage des Pendels gelegene Theil des Regulatorspiels dem Gebiete des labilen Gleichgewichtszustandes angehören. Die Erfahrung hat auch gezeigt, daß die nach dieser Regel konstruirten Regulatoren dem sogenannten Springen ganz besonders ausgesetzt waren. Sie müssen der Theorie zufolge diese übele

Eigenschaft in noch höherem Maße besitzen, als die vollkommen astatischen Regulatoren.

Man kann den gewöhnlichen Watt'schen Regulator auch in anderer Weise, ohne die Arme kreuzen zu müssen, nahezu astatisch machen, dadurch nämlich, daß man die Belastung  $2Q$  der Hülse mit dem Ausschlage des Pendels veränderlich macht. Eine derartige Anordnung ist von Großmann angegeben. Denkt man sich einen gewöhnlichen Watt'schen Regulator mit centraler Aufhängung in seiner mittleren Stellung  $AD$ , Fig. 779, in welcher die

Fig. 779.



Ärenprojection  $AD_0 = h$  sein möge, unter Einfluß der normalen Geschwindigkeit  $\omega$  gerade im Gleichgewichte, so muß bei einer höheren Lage, wegen der verminderten Größe  $h$ , die Geschwindigkeit größer ausfallen als  $\omega$ , damit die Centrifugalkraft nach wie vor die Gewichte der Kugeln und Hülse im Gleichgewichte erhalten kann. Anstatt nun aber dieses Gleichgewicht durch eine Vergrößerung der Centrifugalkraft hervorzubringen, kann man denselben Zweck auch durch Verminderung der Belastung  $Q$  erreichen. Ebenso kann man beim Sinken des Regulators das Gleichgewicht erhalten, ohne die Geschwindigkeit jetzt der größer ge-

wordenen Höhe  $h$  entsprechend zu vermindern, wenn man nunmehr für eine gesteigerte Belastung der Hülse  $Q$  Sorge trägt. Dies zu bewirken, unterwirft Großmann die Hülse  $E$  der Einwirkung eines Winkelhebels  $MHJ$ , welcher, um den festen Punkt  $M$  drehbar, bei  $J$  ein Gewicht  $S$  trägt und bei  $H$  mittelst einer Gabel auf die Hülse  $E$  einwirkt. In der mittleren Lage des Regulators steht der Hebelarm  $MH$  horizontal und  $MJ$  vertical, so daß in dieser Stellung eine Wirkung des Gewichtes  $S$  auf die Hülse  $E$  nicht stattfindet, während bei einer Bewegung der Hülse nach oben oder unten ein Druck des Gewichtes  $S$  auf die Hülse ebenfalls nach oben oder nach unten erfolgt. Bezeichnet  $e$  die Verschiebung der Hülse  $E$  aus ihrer mittleren Stellung, so nimmt der Hebel  $MH$  eine Neigung gegen den Horizont an, welche man bei hinreichender Länge des Hebelarmes  $MH = a$  durch  $\varphi = \frac{e}{a}$  ausdrücken kann. Dieselbe Neigung  $\varphi$  hat der Hebelarm  $MJ = b$  gegen die Verticale, so daß das Moment des Gewichtes  $S$  durch

$$Sb\varphi = S \frac{b}{a} e$$

gegeben ist. Bezeichnet nun  $2K$  die Wirkung des Gewichtes  $S$  auf die Hülse, so erhält man aus

$$2Ka = S \frac{b}{a} e$$

für  $K$  die Größe

$$K = S \frac{b}{2a^2} e.$$

Bei der Erhebung oder Senkung der Hülse um  $e$  hat zufolge der rhombischen Aufhängung der Punkt  $F$  sich um  $\frac{e}{2}$ , folglich der Kugelmittelpunkt um  $\frac{l}{l_1} \frac{e}{2}$  in verticaler Richtung gehoben oder gesenkt, also die Axenprojection sich um diese Größe verringert oder vergrößert. Für die Gleichheit der Winkelgeschwindigkeiten in der mittleren und in dieser neuen Lage hat man daher nach der allgemeinen Gleichung

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{1}{h} \left( 1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l} \right) = \frac{1}{h \pm \frac{2l_1}{l} e} \left( 1 + \frac{Q \pm K}{G} \frac{2l_1}{l} \right).$$

Hieraus folgt

$$\frac{l}{2l_1} e \left( 1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l} \right) = h \frac{K}{G} \frac{2l_1}{l} = h \frac{S}{G} \frac{b}{2a^2} e \frac{2l_1}{l}.$$

Folglich hat man die Gleichung

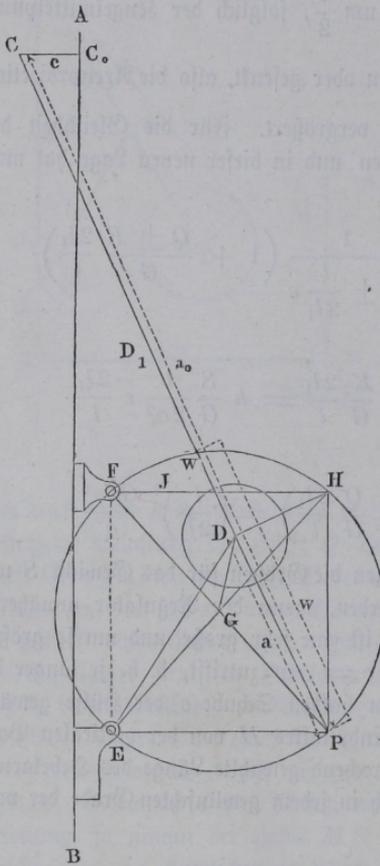
$$S \frac{b}{2a^2} = \frac{G}{h} \left( \frac{l}{2l_1} \right)^2 \left( 1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l} \right) = \left( \frac{l}{2l_1} \right)^2 \frac{G \omega^2}{g}.$$

Dieser Gleichung entsprechend müssen die Größen für das Gewicht  $S$  und die Hebelarme  $a$  und  $b$  gewählt werden, wenn der Regulator annähernd astatisch sein soll. Die Annäherung ist eine sehr große und um so größer, je mehr die gemachte Voraussetzung  $e = a\varphi$  zutrifft, d. h. je länger der Hebel  $MH = a$  im Vergleiche zum halben Schube  $e$  der Hülse gewählt wird, je weniger also der Weg des Endpunktes  $H$  von der verticalen Bahn der Hülse abweicht. Durch die entsprechend gewählte Länge des Hebelarmes  $MH$  hat man es in seiner Hand, sich in jedem gewünschten Grade der vollkommenen Astatie zu nähern.

**Pröll's Regulator.** Der im vorhergehenden Paragraphen besprochene §. 200. pseudoastatische Regulator mit gekreuzten Pendelarmen (Fig. 777), wie er von Kley angegeben ist, hat sich in der Praxis durch seine befriedigende

Wirkung bewährt, besonders wenn bei demselben durch eine Belastung der Hülse, wie bei dem Porter'schen Regulator, die Energie verstärkt wird. Nur ist mit der Kreuzung der Arme eine große Höhe der Construction und damit eine gewisse Unbequemlichkeit bei der Ausführung verbunden. Diesem Uebelstande zu begegnen, hat man sich bemüht, dem Regulator eine solche Anordnung zu geben, vermöge deren jene Constructionshöhe beträchtlich vermindert wird, ohne die Wirksamkeit des Regulators im Wesentlichen zu ändern. Diesem Bestreben verdankt vorzugsweise der neuerdings von Pröll construirte Regulator seine Entstehung, bei dessen Beschreibung im Folgenden wesentlich der von dem Erfinder selbst angegebene Entwicklungsgang\*) fest-

Fig. 780.



gehalten werden möge. Denkt man sich einen pseudoastatischen Regulator mit gekreuzten Pendelarmen  $CD$ , Fig. 780, bei welchem die Kugeln in den Charnierpunkten  $D$  zwischen den Armen  $CD$  und den Hülfsstangen  $ED$  angebracht sind, so kann man die Bewegung einer Hülfsstange  $ED$  in jedem Augenblicke als eine unendlich kleine Drehung um den Pol oder das Momentancentrum ansehen. Der Pol wird für eine gewisse, etwa die mittlere Lage  $CDE$  bekanntlich in dem Durchschnitte  $P$  der Armrichtung  $CD$  und der Horizontalen durch  $E$  gefunden, da diese Linien senkrecht zu den Bahnelementen der Punkte  $D$  und  $E$  stehen. Die Hülfsstange  $DE$  und die mit ihr fest verbunden zu denkende Kugel wird durch die Führung der beiden Punkte  $D$  in einem Kreisbogen um  $C$  und  $E$  in einer Verticalen in bestimmter Art zwangsläufig geführt, welcher Zwangsläufigkeit zufolge auch jeder andere

\*) S. Civil-Ingenieur, Jahrg. 1872, S. 185 und Zeitschr. deutsch. Ingen. 1873, S. 65.

mit  $ED$  fest verbundene Punkt in einer ganz bestimmten Bahn sich bewegen muß. Da nun die Bewegung eines starren Systems in einer Ebene vollkommen bestimmt ist durch die Bahnen von irgend zweien seiner Punkte, so leuchtet ein, daß man dieselbe Bewegung der Hülsenstange und der mit ihr verbundenen Kugel  $D$  erhalten muß, wenn man anstatt des Punktes  $D$  irgend welchen anderen Punkt  $G$  der Hülsenstange in derjenigen Bahn führt, in welcher er sich bei dem zu Grunde gelegten Regulator  $CDE$  bewegt. Wenn dies geschieht, so kann die Führung des Punktes  $D$  entbehrt, d. h. es können die Pendelarme  $CD$  weggelassen werden. Um nun irgend einen Punkt, z. B.  $G$ , so zu führen, wie er vermöge der Pendelaufhängung des Regulators sich bewegen würde, muß man die Bahn dieses Punktes kennen. Diese Bahn des Punktes  $G$  steht bekanntlich auf dem Polstrahle  $PG$  senkrecht und man kann daher eine unendlich kleine Bewegung in der auf  $PG$  in  $G$  senkrechten Richtung durch eine kleine Drehung ersetzt denken, welche um einen auf dem Polstrahle  $PG$  liegenden Mittelpunkt geschieht. Diese Drehung wird mit der Bahn, in welcher  $G$  nach dem Vorstehenden wirklich geführt werden soll, am nächsten übereinstimmen, wenn der Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes von  $G$  als Centrum für die gedachte Drehung angenommen wird. Denkt man daher den Krümmungsmittelpunkt der Bahn von  $G$  in dem betrachteten Augenblicke, d. h. für die Mittelstellung des Regulators in  $F$  gefunden, so kann man dem Punkte  $G$  der Hülsenstange für diese Stellung genau die erforderte Bewegung durch eine Lenkschiene  $FG$  ertheilen, welche in  $F$  mit der Axe  $AB$  und in  $G$  mit der Hülsenstange durch Scharniere verbunden ist. Hierdurch ist dann die Anwendung der Pendelarme  $CD$  ersetzt. Allerdings wird die Uebereinstimmung der kreisförmigen Bewegung des Punktes  $G$  um den Aufhängepunkt  $F$  streng nur in einem Augenblicke mit der dem Punkte  $G$  vermöge der Aufhängung in  $C$  ertheilten Bewegung übereinstimmen, da aber der Krümmungskreis einer Curve in geringem Abstände von dem Berührungspunkte zu beiden Seiten nur sehr wenig von dieser Curve abweicht, so wird man die hier angegebene Construction bei den geringen Ausschlagswinkeln der Regulatoren nach beiden Seiten ihrer mittleren Lage mit genügender Annäherung anwenden können. Aus der Figur erkennt man ohne Weiteres, daß es nur auf die geeignete Wahl des geführten Punktes  $G$  resp. des Krümmungsmittelpunktes  $F$  ankommt, um die Constructionshöhe des Regulators möglichst zu verringern.

Es handelt sich daher nur noch darum, in einfacher Art den Krümmungsmittelpunkt  $F$  für die Bahn irgend eines Punktes  $G$  mit Sicherheit zu ermitteln. Hierzu giebt der in der Einleitung §. 16 besprochene Wendekreis ein ebenso einfaches wie sicheres Mittel ab. Denkt man sich diesen Wendekreis, welcher bekanntlich durch den Pol  $P$  geht, durch  $PWF$  gegeben, so ist aus §. 17 Einleitung bekannt, daß irgend ein Polstrahl nach einem

bewegten Systempunkte wie  $PD$  von dem Wendekreis in  $W$  in einem Polabstande  $PW = w$  geschnitten wird, für welchen man hat:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{a} \pm \frac{1}{a_0},$$

wenn  $a$  den Polabstand  $PD$  des Systempunktes und  $a_0 = PC$  den Polabstand des Krümmungsmittelpunktes der Bahn von  $D$  bedeutet. Da nun für die Bahn des Punktes  $D$  der Krümmungsmittelpunkt im Aufhängepunkte  $C$  gegeben ist, also  $a = PD$  und  $a_0 = PC$  bekannt sind, so findet man aus jener Gleichung

$$\frac{1}{PW} = \frac{1}{PD} - \frac{1}{PC}$$

den Abstand  $PW$ , in welchem der Wendekreis den Polstrahl  $PC$  schneidet. Man kann nach §. 17, Einleitung, zu dem Ende auch  $PD$  gleich  $DD_1$  antragen, dann wird der gesuchte Punkt  $W$  in dem vierten  $C$  zugeordneten harmonischen Punkte zu  $P, D_1$  und  $C$  gefunden.

Da ferner der Krümmungsmittelpunkt für die Bahn des Punktes  $E$  in der Unendlichkeit liegt, so hat man hierfür

$$\frac{1}{a_0} = \frac{1}{\infty} = 0, \quad a = PE, \quad \text{daher} \quad \frac{1}{w} = \frac{1}{PE},$$

d. h. der Wendekreis geht durch den Punkt  $E$ , wie dies ja auch mit der bekannten Eigenschaft des Wendekreises übereinstimmt, wonach alle Punkte desselben Inflexionspunkte ihrer Bahnen beschreiben. Hat man daher in dem vorliegenden Falle den Punkt  $W$  bestimmt, so findet man in dem durch diesen Punkt  $W$ , den Pol  $P$  und den Punkt  $E$  gelegten Kreise den Wendekreis. Mit Hülfe des letzteren ist es nun leicht, für irgend einen anderen mit der Stange  $ED$  fest verbundenen Punkt  $G$  den Krümmungsmittelpunkt  $F$  seiner Bahn, oder umgekehrt, für einen als Krümmungsmittelpunkt angenommenen Punkt  $F$  den zugehörigen Systempunkt  $G$  zu bestimmen. Bei dem Regulator von Pröll ist als Krümmungsmittelpunkt ein Punkt  $F$  des Wendekreises, und zwar derjenige gewählt, welcher von der Axe  $AB$  denselben Abstand hat wie der Punkt  $E$ , so daß  $EF \parallel AB$  ist. Der hierzu gehörige Systempunkt liegt dann offenbar in der Mitte  $G$  des Polstrahles  $PF$ , d. h. in dem Mittelpunkte des Wendekreises, indem für diesen Fall

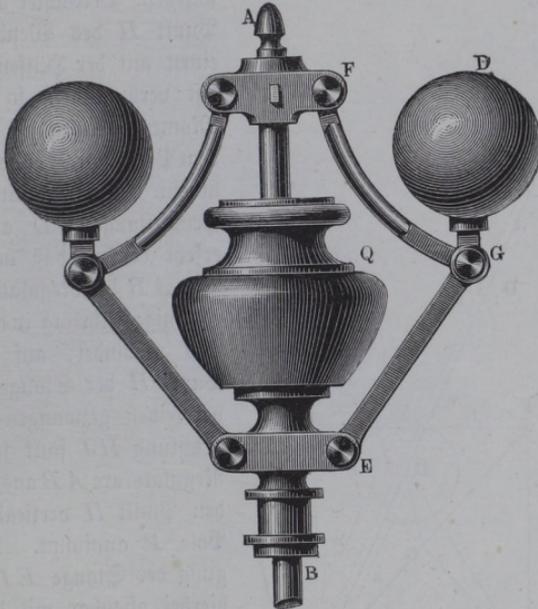
$$a_0 = d, \quad a = \frac{d}{2} \quad \text{und} \quad w = d,$$

folglich die Gleichung

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a_0} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{\frac{d}{2}} - \frac{1}{d}$$

erfüllt ist. Dementsprechend ist bei dem betreffenden Regulator in *F* an die Regulatorspindel eine Lenkstange *FG* angeschlossen, welche in *G* eine bei *E* mit der Hülse verbundene Stange ergreift, deren entsprechend gebogenes Ende *GD* zur Aufnahme der Kugel vorgesehen ist. Dieser Regulator ist in Fig. 781 dargestellt. Durch die gewählte Construction ist die Höhe der Axc

Fig. 781.



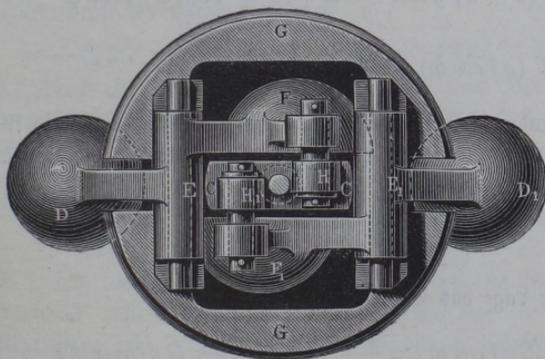
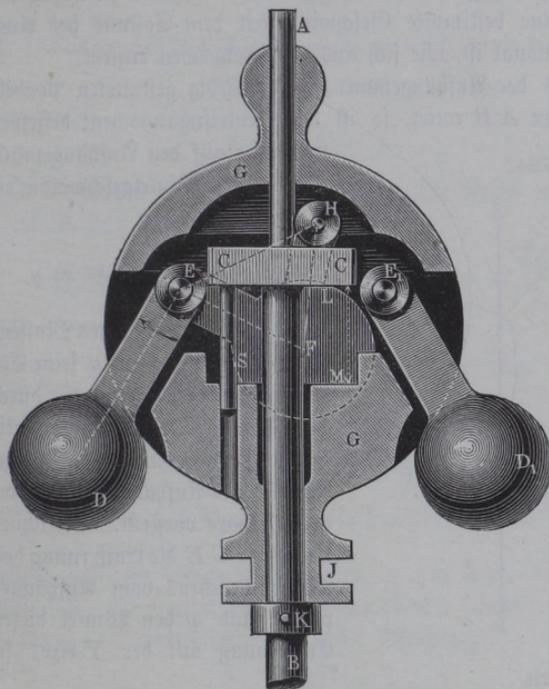
auf etwa die Hälfte von derjenigen des Kley'schen Regulators herabgezogen, so daß dadurch die Sicherheit der Lagerung wesentlich gewinnt; die Kreuzung der Pendelarme und damit die unangenehme Verwindung der Gelenke durch den Einfluß der Trägheitskräfte der Kugeln fällt fort. Außerdem gestattet diese Construction die Anbringung schwerer Kugeln auf den freien Armenden und die Unterbringung eines schweren Belastungsgewichtes *Q* für die Hülse, wodurch die Energie des Regulators eine große, also die Unempfindlichkeit desselben klein wird.

**Der Cosinus-Regulator.** Anstatt die Aufhängung der Gewichte mittelst der gekreuzten Pendelarme *CD* des Kley'schen Regulators, Fig. 777, durch die kreisbogenförmige Führung des Punktes *G* mittelst der Lenkschienen *FG* des Pröll'schen Regulators zu ersetzen, kann man auch einen in dem Wendekreise *FWP*, Fig. 782 (a. f. S.), gelegenen Punkt *H* in der ihm zu-



hat, welche die Pendel zum größten Theile umhüllt. Durch einen mit dem Ansätze *C* fest verbundenen cylindrischen Stift *S*, welcher in eine passende Bohrung des unteren Theiles der Hülse eintritt, wird letztere durch die rotir-  
 vnde Aze mitgenommen, ohne an der verticalen Verschiebung auf der Aze  
 behindert zu sein.

Fig. 783.



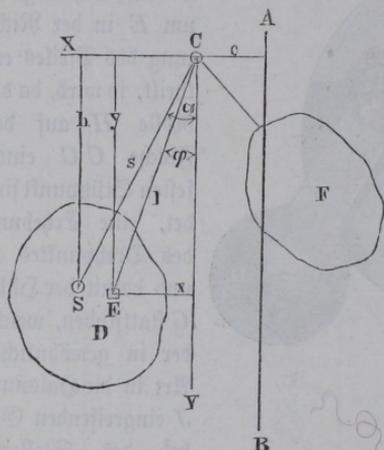
Denkt man sich bei der Drehung des ganzen Systems dem Pendel *DFE* durch die Centrifugalkraft der Massen *D* und *F* eine Schwingung um *E* in der Richtung des Pfeiles ertheilt, so wird, da die Rolle *H* auf der Fläche *CC* einen festen Stützpunkt findet, eine Erhebung des Drehpunktes *E* und damit der Hülse *G* stattfinden, welche der in gewöhnlicher Art in die Halsnuth *J* eingreifenden Gabel des Stellzeuges mitgetheilt wird. Während die kugelförmigen Gewichte *D* der beiderseits angeordneten Pendel in einer Azebene liegen, sind die Gewichte *F* von gedrückter Form neben die Aze verlegt und haben die Winkelhebel *DEF* daher die dazu geeignete gekröpfte Gestalt erhalten müssen, welche

aus dem Grundrisse der Figur ersichtlich ist. Die Hubhöhe  $LM$  der Hülse ist unterhalb durch den Stellingring  $K$ , oberhalb durch den Ansatz  $CC$  begrenzt.

Die Bezeichnung Cosinus-Regulator ist für den besprochenen Apparat aus dem Grunde gewählt, weil das angewandte Pendel vermöge seiner Anordnung die Eigenschaft hat, daß das Centrifugalmoment desselben in Bezug auf den Drehpunkt für eine bestimmte Geschwindigkeit dem Cosinus des Ausschlagswinkels proportional ist, wie sich aus dem Folgenden ergibt.

Ist  $C$  in Fig. 784 der Aufhängepunkt eines beliebig gestalteten Pendels  $D$ , welches um die Aze  $AB$  rotirt, so ist das Centrifugalmoment desselben in Bezug auf den Aufhängepunkt  $C$  bei einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gegeben durch:

Fig. 784.



$$M = \frac{\omega^2}{g} \Sigma q (c + x) y,$$

wenn  $q$  das Gewicht eines Massentheilchens  $E$  ist,  $x$  und  $y$  seine Coordinaten in Bezug auf ein durch  $C$  gelegtes Axenkreuz mit verticaler  $Y$ -Axe bedeuten, und  $c$  den Abstand des Aufhängepunktes von der Drehaxe vorstellt. Bezeichnet noch  $l = CE$  die Entfernung des Massentheilchens vom Aufhängepunkte und  $\varphi$  den Winkel dieser Entfernung mit der  $Y$ -Axe, so

kann man auch schreiben

$$\begin{aligned} M &= \frac{\omega^2}{g} \Sigma q (c + x) y = \frac{\omega^2}{g} \Sigma q (c + l \sin \varphi) l \cos \varphi \\ &= \frac{\omega^2}{g} \left[ c \Sigma (q l \cos \varphi) + \Sigma \left( q \frac{l^2}{2} \sin 2 \varphi \right) \right]. \end{aligned}$$

Würde man ein Pendel herstellen, für welches in jeder Stellung, also für jeden Ausschlagswinkel  $\alpha$ , welchen der Abstand  $CS = s$  des Schwerpunktes mit der Drehaxe bildet, die Beziehung stattfindet

$$\Sigma \left( \frac{q l^2}{2} \sin 2 \varphi \right) = 0,$$

so würde auch in jeder Lage das Centrifugalkraftmoment

$$M = \frac{\omega^2 c}{g} \Sigma q l \cos \varphi = \frac{\omega^2 c}{g} G h = \frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha$$

sein, wenn  $G$  das Gewicht des Pendels und  $h$  den verticalen Abstand seines Schwerpunktes  $S$  unter dem Aufhängepunkte  $C$  bedeutet. Dieser Werth von  $M$  ist dann für jeden Winkel  $\alpha$  dem Cosinus desselben proportional. Es ist nun leicht zu erkennen, daß jene Bedingung

$$\Sigma \frac{ql^2}{2} \sin 2\varphi = 0$$

für jedes  $\alpha$  erfüllt sein muß, wenn man für eine einzige beliebige Lage

$$\Sigma (qy^2) - \Sigma (qx^2) = 0$$

und

$$\Sigma (qxy) = 0$$

hat. Denn sind diese beiden Gleichungen für irgend einen Ausschlagswinkel  $\alpha$  erfüllt, und schreibt man sie

$$\frac{1}{2} \Sigma ql^2 \cos^2 \varphi - \frac{1}{2} \Sigma ql^2 \sin^2 \varphi = \Sigma \frac{ql^2}{2} \cos 2\varphi = 0$$

und

$$\Sigma ql^2 \sin \varphi \cos \varphi = \Sigma \frac{ql^2}{2} \sin 2\varphi = 0,$$

so ist auch, wenn  $\delta$  irgend einen Winkel bedeutet, um welchen das Pendel aus seiner Lage ausschlägt, die Gleichung

$$\Sigma \frac{ql^2}{2} \sin (2\varphi + 2\delta) = \Sigma \frac{ql^2}{2} \sin 2\varphi \cos 2\delta + \Sigma \frac{ql^2}{2} \cos 2\varphi \sin 2\delta = 0$$

erfüllt, weil die beiden Summanden in dem letzten Ausdrucke einzeln gleich Null sind. Da nun  $\delta$  jeden beliebigen Winkel bedeutet, so ist auch für jeden beliebigen Ausschlagswinkel  $\alpha$  die Gleichung

$$\Sigma \frac{ql^2}{2} \sin 2\varphi = 0$$

erfüllt, wenn für irgend eine Lage

$$\Sigma (qy^2) - \Sigma (qx^2) = 0 \text{ und } \Sigma (qxy) = 0$$

ist. Denkt man sich nun, für ein Pendel  $D$  seien diese letzteren Bedingungengleichungen nicht zutreffend, vielmehr sei für dasselbe

$$\Sigma (qy^2) - \Sigma (qx^2) = +A \text{ und } \Sigma (qxy) = +B,$$

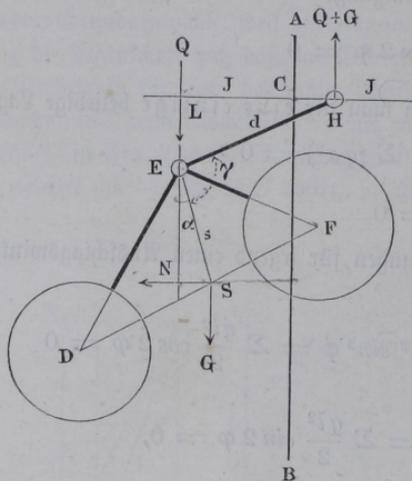
so läßt sich ein anderes Gewicht  $F$  mit ihm verbunden denken, für welches

$$\Sigma (qy^2) - \Sigma (qx^2) = -A \text{ und } \Sigma (qxy) = -B$$

ist, so daß jene vorausgesetzte Bedingung jedenfalls für die Verbindung von  $D$  und  $F$  erfüllt ist. Aus diesem Grunde sind die Pendel des Cosinus-Regulators mit je zwei Gewichten  $D$  und  $F$  belastet. Sei nun  $DEF$ , Fig. 785 (a. f. S.), ein solches um  $E$  drehbares Cosinuspindel, dessen Ge-

wicht  $G$  in dem Schwerpunkte  $S$  wirksam ist, und bezeichne man den Ausschlagswinkel von  $ES$  gegen die Verticale mit  $\alpha$  und den Winkel  $SEH$  mit

Fig. 785.



$\gamma$ , wo  $H$  den Mittelpunkt der besagten horizontal geführten Rolle bedeutet. Man hat dann bei einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Axe das Moment der Centrifugalkraft in Bezug auf  $E$  nach dem Obigen

$$M = \frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha.$$

Dieser Centrifugalkraft entgegen wirkt das Gewicht  $G$  des Pendels im Schwerpunkte  $S$  und das in dem Drehpunkte  $E$  des Pendels vertical abwärts wirkende Gewicht  $Q$  der halben Hülse. Da das Pendel mit dem Punkte  $H$  sich auf die feste Leitbahn  $JJ$  stützt, so reagirt dieselbe in  $H$  mit

der Kraft  $G + Q$  vertical aufwärts. Man hat daher für das Gleichgewicht der Kräfte in Bezug auf den Punkt  $E$  die Momentengleichung:

$$\frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha = G \cdot SN + (G + Q) \cdot HL,$$

oder, wenn die Länge  $EH$  mit  $d$  bezeichnet wird:

$$\frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha = G s \sin \alpha + (G + Q) d \sin (\gamma - \alpha).$$

Daraus folgt:

$$\frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha = G s \sin \alpha + (G + Q) d \sin \gamma \cos \alpha - (G + Q) d \cos \gamma \sin \alpha,$$

oder

$$\frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha = (G + Q) d \sin \gamma \cos \alpha + [G s - (G + Q) d \cos \gamma] \sin \alpha.$$

Für eine solche Wahl des Winkels  $\gamma$ , für welche

$$G s = (G + Q) d \cos \gamma,$$

d. h. wenn

$$\cos \gamma = \frac{G}{G + Q} \frac{s}{d}$$

ist, hat man daher:

$$\omega^2 = \frac{g}{c} \frac{G + Q}{G} \frac{d \sin \gamma}{s}$$

Da in dieser Gleichung der Ausschlagswinkel  $\alpha$  gar nicht enthalten ist, so folgt hieraus, daß das Cosinuspéndel unter der gemachten Voraussetzung

$$\cos \gamma = \frac{G}{G + Q} \frac{s}{d}$$

in jeder beliebigen Lage bei derselben Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{c} \frac{G + Q}{G} \frac{d \sin \gamma}{s}}$$

im Gleichgewichte ist, der Regulator in diesem Falle daher die Eigenschaft der vollkommenen Aftasie besitzt. Will man demselben eine gewisse Stabilität belassen, so hat man nur dem Winkel  $\gamma$  einen etwas abweichenden Werth von jenem der Aftasie entsprechenden zu geben. Dies zu ermöglichen, ist bei dem Cosinus-Regulator die Anordnung so getroffen, daß man den Abstand  $HL$  der Rolle  $H$  von der Drehaxe innerhalb gewisser enger Grenzen verändern kann. Es ist z. B. bei dem Gruson'schen Regulator  $Q = 3G$  und  $d = 1,5s$  gemacht, demnach berechnet sich für vollkommene Aftasie der Winkel  $\gamma$  durch

$$\cos \gamma = \frac{G}{G + Q} \frac{s}{d} = \frac{1}{6} \text{ zu } \gamma = 80^\circ 24'$$

Für einen größeren Werth von  $\gamma$  ist der Regulator stabil. Nimmt man z. B.  $\gamma = 90^\circ$ , so erhält man aus

$$\frac{\omega^2 c}{g} G s \cos \alpha = (G + Q) d \cos \alpha + G s \sin \alpha,$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{c} \sqrt{\frac{G + Q}{G} \frac{d}{s} + \tan \alpha}}$$

Dieser Werth von  $\omega$  nimmt zu, wenn man  $\alpha$  von Null aus, wofür der Schwerpunkt  $S$  des Péndels vertical unter dem Aufhängepunkte  $E$  liegt, zunehmen läßt, und er nimmt ab, wenn man  $\alpha$  negativ macht, d. h. also das Péndel ist stabil für die unteren beiden Quadranten. Unter Annahme der oben angegebenen Verhältnisse  $Q = 3G$  und  $d = 1,5s$  wird z. B.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{c} \sqrt{6 + \tan \alpha}}$$

Dieser Ausdruck liefert für

$$\alpha = \begin{array}{cccccc} -20^\circ & -10^\circ & 0^\circ & +10^\circ & +20^\circ \\ \sqrt{6 + \tan \alpha} = & 2,3741 & 2,4131 & 2,4495 & 2,4852 & 2,5226 \end{array}$$

daher das Verhältniß der zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten  $\omega$ :

96,9      98,5      100      101,5      103,0

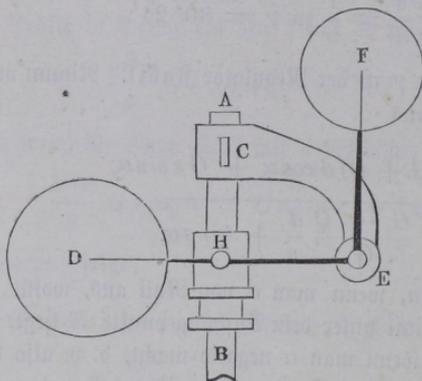
Die Geschwindigkeiten  $\omega$  schwanken also dann bei einem Ausschlage von je  $20^\circ$  nach links und rechts von der verticalen Lage um etwa 3 Procent, der Ungleichförmigkeitsgrad beträgt daher

$$\eta = \frac{103,0 - 96,9}{100} = 0,061.$$

Wählte man den Winkel  $\gamma$  zwischen  $80^\circ 24'$  und  $90^\circ$ , so würde die Stabilität des Regulators geringer. Die Energie dieses Regulators ist eine verhältnißmäßig große, oder die Unempfindlichkeit ist gering, insofern das Gewicht der Hülse sowie der Pendel, d. h. also hier das Gewicht der Hauptbestandtheile des Regulators zur Erzeugung der Energie mitwirkt, wie man sich in der in §. 196 angegebenen Art leicht überzeugt.

Der in neuerer Zeit gleichfalls vielfach mit Erfolg in Anwendung gekommene Regulator von Buß\*) trägt auf der Ase zwei Pendel, von denen jedes ebenfalls mit zwei Gewichten  $D$  und  $F$  versehen ist, nur haben diese Pendel hier die in Fig. 786 dargestellte Lage und ihre Aufhängepunkte  $E$  sind mit der Ase  $AB$  fest verbunden. Man kann diesen Regulator gewisser-

Fig. 786.



maßen als eine Umkehrung des Cosinus-Regulators ansehen, zu welcher man gelangt, wenn man bei dem letzteren allen Theilen eine zusätzliche Bewegung ertheilt denkt, welche der verticalen Verschiebung der Hülse in jedem Augenblicke gleich und entgegengesetzt ist. Dadurch wird der Aufhängepunkt  $E$  des Pendels zu einem fest mit der Ase verbundenen, und der auf der horizontalen Leitbahn verschiebbliche Punkt  $H$  erhält zu dieser Verschiebung

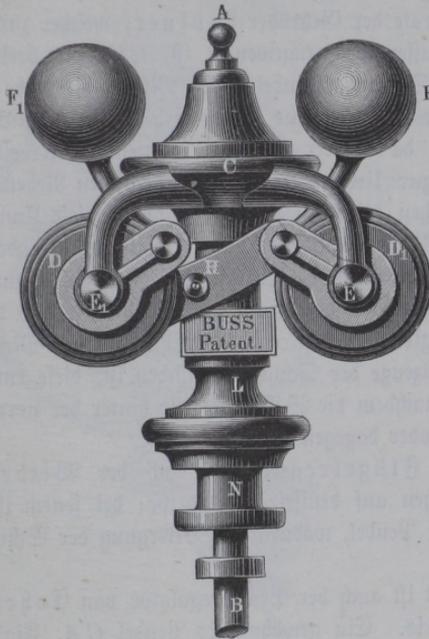
noch eine solche in verticaler Richtung, welche er der Hülse mittheilt.

Nach diesen Bemerkungen wird die Einrichtung und Wirkungsweise des Buß'schen Regulators, Fig. 787, verständlich sein. Es möge nur bemerkt werden, daß der vierzinkige Pendelträger  $CE$ , welcher auf der Ase  $AB$  befestigt mit dieser rotirt, in je zwei seiner Augen  $E$  und  $E_1$  ein Pendel mit den Gewichten  $D$  und  $F$ , bezw.  $D_1$  und  $F_1$  trägt. Jeder der horizontalen

\*) Civil-Ingenieur, 1872, S. 1.

Arme *ED*, von welchen in der Figur nur der vordere sichtbar ist, greift mit dem Zapfen *H* die auf der Aze verschiebbare Hülse *L* an, so zwar, daß die-

Fig. 787.



ser Zapfen *H* auch einer geringen Horizontalverschiebung gegen die Hülse fähig ist. Die letztere wirkt in gewöhnlicher Weise vermittelst der Halsnuth *N* auf die Gabel des Stellzeuges.

**Differentialregulatoren.** Eine besondere Art von Regulatoren sind die §. 202. sogenannten Differentialregulatoren, welche ebenfalls wie die Centrifugalregulatoren erst durch eine bereits eingetretene Aenderung der Geschwindigkeit zur Wirksamkeit gebracht werden. Im Allgemeinen sind diese Regulatoren von solcher Einrichtung, daß zwei Azen angeordnet sind, von denen die eine direct von der zu regulirenden Maschine umgedreht wird, während die andere eine möglichst gleichmäßige Umdrehung, etwa durch ein Uhrwerk oder in sonstiger Art, empfängt. Ein zwischen diesen beiden Azen eingeschaltetes Differentialgetriebe, welches mit dem Stellzeuge verbunden ist, nimmt nun in dem Falle keine Bewegung an, in welchem die beiden Azen gleiche Geschwindigkeit haben. Wenn aber die Maschine und damit die von derselben direct getriebene Aze schneller oder langsamer sich bewegt als die gleichförmig

umlaufende Aze, so nimmt das Differentialgetriebe eine der Differenz zwischen jenen beiden Geschwindigkeiten entsprechende Bewegung an, vermöge deren es durch das Stellzeug den Zufluß des Motors zur Maschine in geeigneter Weise regelt. Einige Beispiele werden diese Wirkung verdeutlichen.

Bei dem Apparate der Gebrüder Laufner, welcher zur Regulirung der Schütze eines Wasserrades angewendet ist, trägt die verlängerte Aze des Wasserrades eine Schraubenspindel, deren Mutter die Nabe eines besonderen kleinen Wasserrades bildet. Das letztere erhält eine möglichst constante Wasserausschlagung, und da es leer umläuft, so dient die Arbeit des Ausschlagwassers lediglich zur Ueberwindung der schädlichen Nebenhindernisse. So lange dieses Rädchen mit dem Hauptrade gleich viele Umdrehungen macht, wird eine Verschiebung der Mutter auf der Schraubenspindel nicht eintreten. Eine solche Verschiebung findet aber statt, sobald das Hauptwasserrad seine normale Geschwindigkeit ändert, und nun wird diese aus der Differenz der beiden Geschwindigkeiten resultirende Verschiebung der Mutter, welche letztere mit dem Stellzeuge der Schütze verbunden ist, diese entsprechend öffnen oder schließen, je nachdem die Wasserradwelle hinter der normalen Geschwindigkeit zurückblieb oder dagegen voreilte.

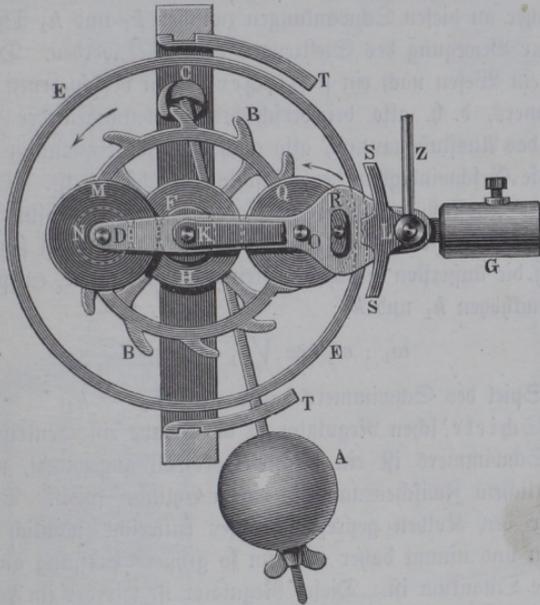
Der Hid'sche Flügelregulator und der Wiede'sche Pendelregulator beruhen auf demselben Principe; bei jenem ist es ein Flügelrad, bei diesem ein Pendel, wodurch die Bewegung der Schraubenmutter regulirt wird.

Sehr interessant ist auch der Pendelregulator von Cohen, David und Siam\*) in Paris. Ein gewöhnliches Pendel  $CA$ , Fig. 788, ist durch eine Cylinderhemmung (siehe §. 173)  $C$  mit einem Steigrade  $BB$  in Verbindung gebracht, so daß das letztere eine gleichmäßige Umdrehung erhält. An dieser Drehung im Sinne des Pfeiles nimmt auch das innerlich verzahnte Rad  $EE$  Theil (die Verzahnung ist hier wie bei den übrigen Rädern in der Figur weggelassen), da das Steigrad  $B$  mit dem Rade  $E$  durch eine Spiralfeder in Verbindung gebracht ist. Lose um die Aze  $K$  des Steigrades drehbar sind ferner die beiden Rädchen  $F$  und  $H$ , sowie die Hebel  $KL$  und  $DO$  angebracht, von welchen letzteren der Hebel  $KL$  mit der Zugstange  $Z$  für die Admissionsklappe verbunden ist. Der Hebel  $DO$  dagegen trägt auf dem Zapfen  $D$  die beiden Zahnräder  $M$  und  $N$ , welche bezw. mit  $F$  und  $H$  im Eingriffe sind, und auf dem Zapfen  $O$  das Rad  $Q$ , welches gleichzeitig in  $H$  und den inneren Zahnkranz  $E$  eingreift. Diese Räderverbindung bildet sonach ein sogenanntes Epicykel-Vorgelege. Wird nun dem Rade  $F$  von der Maschine eine Umdrehung ertheilt, so nehmen auch die Räder  $M, N, H$  und  $Q$  Drehungen um ihre Azen an. So lange hierdurch das Rad  $Q$  bei nor-

\*) Polytechnisches Centralblatt 1851.

maler Maschinengeschwindigkeit genau dieselbe Umfangsgeschwindigkeit erhält, welche das mit dem Steigrade *B* verbundene innerlich verzahnte Rad *E* hat, in welches *Q* eingreift, wird der Hebel *DO* einer Drehung um die Ase *K*

Fig. 788.



nicht ausgesetzt sein. Bei einer Zunahme oder Abnahme der Geschwindigkeit der Maschine und des Rades *Q* indessen wird das letztere in dem Zahnkranze *E* abwärts- oder emporsteigen, und die dadurch veranlaßte schwingende Bewegung des Hebels *DO* wird dem Stellhebel *KL* mittelst eines auf ihm befindlichen Bolzens *R* mitgetheilt. *G* ist hierbei ein Gegengewicht und die Anstoßknaggen *T*, gegen welche die Nasen *S* des Stellhebels treffen, dienen für die Schwingungen des letzteren zur Subbegrenzung.

**Hydraulische und pneumatische Regulatoren.** Man hat auch §. 203. mehrfach hydraulische und pneumatische Regulatoren vorgeschlagen und zur Anwendung gebracht. Der hydraulische Regulator besteht im Wesentlichen aus einer kleinen Pumpe, welche, durch die zu regulirende Maschine bewegt, Wasser in ein Reservoir fördert, aus welchem das Wasser durch eine Oeffnung am Boden der Pumpe wieder ausfließt. Bei der normalen Geschwindigkeit der Maschine wird der Wasserspiegel in dem Reservoir in bestimmter Höhe *h* über der Ausflußmündung stehen, so daß das unter dieser

Druckhöhe ausfließende Wasser gerade gleich dem von der Pumpe neu hinzugeförderten ist. Es ist daher klar, daß bei vermehrter Geschwindigkeit also entsprechend größerem Förderquantum der Pumpe der Wasserspiegel sich auf eine größere Höhe  $h_1$  erhebt, während er bei abnehmender Geschwindigkeit auf die kleinere Höhe  $h_2$  sinkt. Ein in dem Reservoir angebrachter Schwimmer wird daher an diesen Schwankungen zwischen  $h_1$  und  $h_2$  Theil nehmen, und kann zur Bewegung des Stellzeuges verwendet werden. Dieser Regulator ist seinem Wesen nach ein statischer, da in verschiedenen Höhenlagen des Schwimmers, d. h. also bei verschiedenen Stellungen der Admissionsvorrichtung, das Ausflußquantum, also auch das Förderquantum der Pumpe und somit die Geschwindigkeit der Maschine verschieden ist. Da man bei gleichbleibender Ausflußöffnung das Wasserquantum der Ausflußgeschwindigkeit, also der Quadratwurzel aus der Druckhöhe proportional setzen kann, so verhalten sich die äußersten Geschwindigkeiten der Maschine, entsprechend den extremen Druckhöhen  $h_1$  und  $h_2$ :

$$\omega_1 : \omega_2 = \sqrt{h_1} : \sqrt{h_2},$$

und ist das Spiel des Schwimmers dafür gleich  $h_1 - h_2$ .

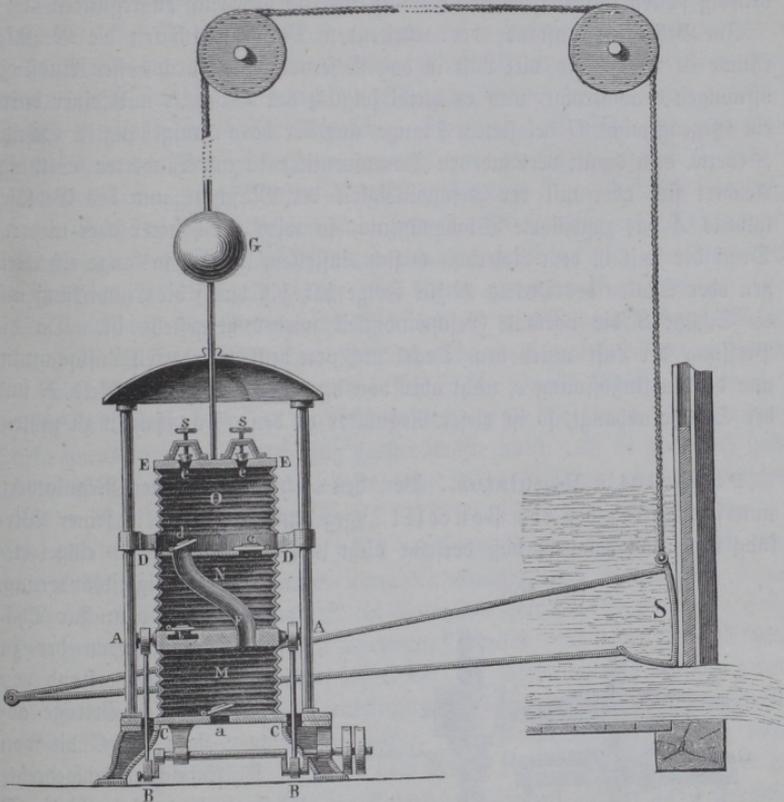
Bei dem Schiele'schen Regulator ist die Pumpe eine Centrifugalpumpe, anstatt des Schwimmers ist ein belasteter Kolben angewandt, welcher mit geringem seitlichem Zwischenraume in einem Cylinder spielt. Das von der Pumpe unter den Kolben gepresste Wasser entweicht nämlich durch den Zwischenraum und nimmt daher eine um so größere Pressung an, je größer das geförderte Quantum ist. Dieser Regulator ist wie der im Folgenden zu betrachtende pneumatische Regulator zu den astatischen zu rechnen, da der von dem Wasser gegen den Kolben ausgeübte Druck unabhängig von dem Kolbenstande ist.

Häufiger wird in der neueren Zeit der pneumatische oder Luftregulator von Molinié zum Reguliren des Ganges der Dampfmaschinen und vorzüglich der Wasserräder angewendet. Dieser Regulator besteht in der Hauptsache aus einem doppelwirkenden Blasebalge und ist wie folgt eingerichtet, Fig. 789.

$A$  ist ein Kolben, welcher mittelst der Krummzapfen  $B$  und der Kurbelstangen  $AB$  von der arbeitenden Maschine auf- und niederbewegt wird; er bildet die Trennung der beiden Gebläseräume  $M$  und  $N$ , welche von dem festliegenden Boden  $C$  und Deckel  $D$  und von den in regelmäßige Falten gelegten Ledermänteln begrenzt werden. Ueber dem festliegenden Deckel  $D$  steht noch ein drittes Luftreservoir mit einem beweglichen Deckel  $E$ , in welchem eine Stange fest sitzt, an welche der den Zufluß des Motors regulirende Apparat sich anschließt. Die beiden unteren Räume  $M$  und  $N$  sind durch die Saugventile  $a$  und  $b$  mit der äußeren Luft, und durch die Blaseventile

*c* und *d* mit dem oberen Lufttraume *O* in Verbindung gesetzt. Beim Aufgange des Kolbens *A* tritt die äußere Luft durch *a* in den sich allmählig vergrößernden Raum *M*, und die innere Luft durch das Ventil *c* aus dem sich

Fig. 789.



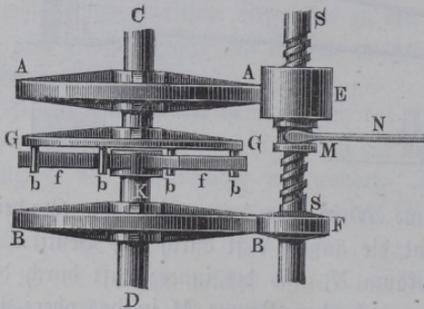
allmählig zusammenziehenden Raume *N* in das dritte Reservoir *O*; beim Niedergange dieses Kolbens strömt die äußere Luft durch das Ventil *b* in den sich allmählig ausdehnenden Raum *N*, und die innere Luft durch das Ventil *d* aus dem immer niedriger werdenden Raume *M* in das obere Reservoir, während die Ventile *a* und *c* in Folge des Luftdruckes von innen verschlossen bleiben. Damit die äußere Luft durch das Ventil *b* ohne Hinderniß von unten in den Raum *N* strömen könne, ist die Einmündung des Canals, welcher die Luft von außen nach innen führt und von *b* im Innern bedeckt wird, in dem Umfange des Kolbens *A* angebracht, und damit die Luft aus *M* ungestört durch *N* hindurch nach *O* strömen könne, sind diese Räume durch einen Schlauch *F* mit einander in Verbindung gesetzt, dessen Aus-

mündung das Ventil *d* bedeckt. Die Luft, welche aus den Gebläseräumen *M* und *N* auf solche Weise in das Reservoir *O* gedrückt wird, strömt aus diesem wieder durch die Mündungen *e, e* im beweglichen Deckel *E* in die freie Luft. Durch conische Ventile, welche sich mittelst der Schrauben *s, s* beliebig stellen lassen, ist dieser Ausfluß nach Erforderniß zu reguliren.

Im Beharrungszustande der arbeitenden Maschine schicken die Gebläseräume *M* und *N* so viel Luft in das Reservoir, als durch dessen Ausflußöffnungen *e* ausströmt, und es bleibt folglich der Deckel *E* mit seiner durch ein Gegengewicht *G* belasteten Stange und der daran aufgehängten Schütze *S* (bezw. dem damit verbundenen Dampfventile) in unveränderter Stellung. Ändert sich aber mit der Geschwindigkeit der Maschine und des Gebläsefolbens *A* das zugeführte Windquantum, so wird ein höherer oder niederer Druck der Luft in dem Reservoir *O* sich einstellen, welcher so lange ein Steigen oder Sinken des Deckels *E* zur Folge hat, bis durch die Einwirkung auf die Schütze *S* die normale Geschwindigkeit wieder hergestellt ist. Da die Pressung der Luft unter dem Deckel nur von dem geförderten Luftquantum und der Ausflußöffnung *e*, nicht aber von dem Standorte des Deckels *E* und der Schütze abhängt, so ist dieser Regulator zu den *a s t a t i s c h e n* zu zählen.

§. 204. **Poncelet's Regulator.** Von den bisher besprochenen Regulatoren unterscheidet sich der von Poncelet angegebene, Fig. 790, in seiner Wirkung wesentlich dadurch, daß derselbe nicht in Folge einer bereits eingetretenen Geschwindigkeitsänderung,

Fig. 790.



sondern schon dann zur Thätigkeit gelangt, wenn der zu überwindende Widerstand von seinem normalen Betrage abweicht. Hier ist *C* die von der Kraftmaschine umgedrehte Welle und an der Welle *D* der Nutwiderstand der Arbeitsmaschinen wirksam. Durch eine flexible Kuppelung *G* sind beide Wellen mit einander ver-

bunden, so nämlich, daß die auf der Kraftwelle *C* befestigte Scheibe *G* mittelst der hervorragenden Stifte *b* gegen Stahlfedern *f* drückt, welche der auf der Lastwelle *D* angebrachte Muff *K* trägt. Unter normalen Verhältnissen haben die Federn eine dem übertragenen Drucke entsprechende Durchbiegung angenommen, und beide Wellen drehen sich mit gleicher Geschwindigkeit um. Wenn indessen die Größe des zu übertragenden Widerstandes steigt, so wird die Durchbiegung der Federn *f* eine größere werden, d. h. die Triebwelle *C*

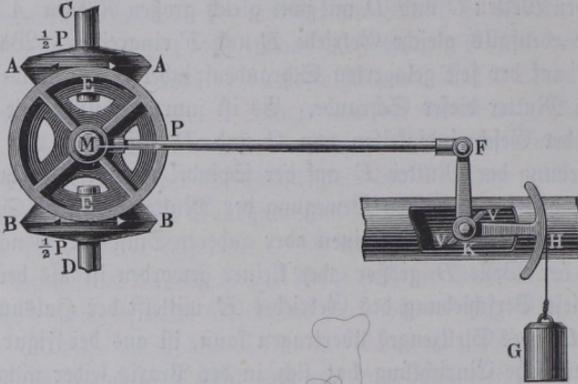
eilt der getriebenen *D* ein wenig vor, während umgekehrt bei einer Abnahme des Widerstandes die Federn sich strecken und die Lastwelle *D* in gewissem Grade der Triebwelle *C* vorangehen wird. Diese durch Veränderung des Widerstandes veranlaßte relative Bewegung der beiden Wellen gegen einander wird nun dadurch zur Bewegung des Stellzeuges wirksam gemacht, daß die beiden Wellen *C* und *D* mit zwei gleich großen Rädern *A* und *B* in zwei andere ebenfalls gleiche Getriebe *E* und *F* eingreifen. Während das Triebrad *F* auf der fest gelagerten Schraubenspindel *S* sitzt, bildet das Getriebe *E* die Mutter dieser Schraube. Es ist nun ersichtlich, wie eine Verschiedenheit der Geschwindigkeiten von *C* und *D*, also auch von *E* und *F* eine Verschiebung der Mutter *E* auf der Spindel *S* zur Folge haben muß, deren Größe von der relativen Bewegung der Mutter gegen die Spindel abhängt, und deren Richtung den einen oder anderen Sinn hat, je nachdem der Widerstand der Welle *D* größer oder kleiner geworden ist als der normale. Wie man diese Verschiebung des Getriebes *E* mittelst der Halsnuth *M* auf den Hebel *MN* des Stellzeuges übertragen kann, ist aus der Figur ersichtlich.

Diese sinnreiche Einrichtung hat sich in der Praxis leider nicht bewährt. Abgesehen davon, daß eine elastische Kuppelung wie die hier zur Verwendung gekommene für die Uebertragung großer Kräfte meist nicht in genügend haltbarer Weise auszuführen sein dürfte, leidet dieser Regulator an dem Mangel, daß er nur bei Veränderung des Widerstandes, nicht aber bei Veränderung der Triebkraft reguliren kann. Denkt man sich etwa die Maschine im Zustande des normalen Ganges, und werde durch irgend einen Umstand die Betriebskraft an Intensität geringer, so nimmt in Folge des geringeren auf die Federn wirkenden Druckes auch deren Durchbiegung ab, und das Stellzeug wird daher auf die Admissionsvorrichtung gerade ebenso wirken, wie wenn die Durchbiegung in Folge eines geringer gewordenen Widerstandes vermindert worden wäre. Der Motorzufluß wird also durch das Stellzeug beschränkt, während doch gerade das Gegentheil wegen der geringer gewordenen Intensität der Triebkraft eintreten müßte. Bei Veränderungen der letzteren wirkt also dieser Regulator nur schädlich, indem er die daraus hervorgehenden Unregelmäßigkeiten vergrößert.

Zu dieser Art von Regulatoren, welche durch eine Veränderung der übertragenen Druckkraft in Wirksamkeit kommen, kann auch der Siemens'sche Regulator gerechnet werden. Bei demselben wird die Welle *D*, Fig. 791 (a. f. S.), von der zu regulirenden Maschine in Bewegung gesetzt, und durch das auf ihr befestigte conische Rad *B* mit Hilfe des Zwischenrades *E* das ebenso große Rad *A* mit seiner Axe *C* nach entgegengesetzter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit umgedreht. Auf der Axe *C* ist ein conisches Pendel mit recht großen Schwungkugeln angebracht, welches insbesondere durch die Trägheit seiner bewegten Massen zu wirken hat. Stellt man sich nämlich die

Maschine im normalen Bewegungszustande vor, so ist durch das Rad *B* auf dasjenige *E* und von diesem auf das Rad *A* ein Druck zu übertragen, welcher die Reibungswiderstände der Welle *C* mit dem conischen Pendel gerade

Fig. 791.



zu überwinden vermag. Wird dieser Druck mit  $\frac{1}{2} P$  bezeichnet, so resultirt aus den beiden nach gleicher Richtung wirkenden Kräften eine Mittelkraft  $P$ , welche durch die Reaction des Lagers von  $M$  aufgenommen werden muß. Nun ist der Zapfen  $M$  nicht durch ein festes Lager geführt, sondern in dem Auge einer Stange  $MF$ , welche mittelst des Winkelhebels  $FKH$  durch ein Gegengewicht  $G$  gerade mit jener Kraft  $P$  gezogen wird. Für den betrachteten normalen Gang der Maschine ist daher das Gleichgewicht hergestellt. Denkt man sich aber, daß die Welle  $D$  aus irgend welchem Grunde, sei es wegen zunehmender Triebkraft oder wegen abnehmenden Widerstandes ihre Bewegung zu beschleunigen bestrebt ist, so wird, da auch die Kugeln des Pendels an dieser Beschleunigung Theil nehmen, durch die Räder  $B$  und  $E$  sowie  $E$  und  $A$  ein größerer Druck als vorher übertragen werden. In Folge hiervon wird nun der Zapfendruck in  $M$  die Zugkraft  $P$  des Gegengewichtes überwiegen, so daß ein Anheben von  $G$  und durch die Drosselklappe  $V$  eine Beschränkung des Dampfzutrittes veranlaßt wird. Wenn andererseits die Welle  $D$  ihren Gang zu verzögern bestrebt ist, so wird durch die in den Kugeln des Pendels angesammelte lebendige Kraft ein Voreilen des Rades  $A$  gegen den Umfang von  $E$  stattfinden, in Folge dessen die Ase  $M$  im Sinne des ziehenden Gewichtes  $G$  sich verschiebt und die Durchgangsöffnung für den Motor vergrößert. Dieser Regulator wirkt daher ebenfalls wie der Poncelet'sche, noch bevor eine Veränderung der Geschwindigkeit eingetreten ist, nämlich schon dann, wenn die Ursache einer solchen, d. h. eine Störung im Gleichgewichte der wirkenden Kräfte, sich einstellt.

Anmerkung. Die Theorie der Regulatoren im engeren Sinne behandelt ausführlich Poncelet in seinem Cours de mécanique appliquée (deutsch von Sch n u s e). Ueber die Schwunghügelregulatoren sind in verschiedenen technischen Zeitschriften viele einzelne Artikel erschienen, so namentlich im Civil-Ingenieur, in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, im Bulletin de la Société d'encouragement etc., im Bulletin de la Société de Mulhouse, in Engineering u. a. m. Siehe auch Kadinger, Die Regulatoren, Bericht über die Pariser Weltausstellung 1867, sowie Padelletti. Regolatori A Forza Centrifuga. Der Pendelregulator von Cohen u. findet sich im polytechnischen Centralblatte von 1851 beschrieben und der pneumatische Regulator von Molinié in Armengaud's Traité des moteurs hydrauliques et à vapeurs.

Ueber Bremsen s. u. a. den Artikel „Brems“ in Hülße's Allgemeiner Maschinenencyklopädie. Betreffend die Bremsen für Eisenbahnfahrzeuge finden sich zahlreiche Mittheilungen in Heusinger's Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, in der Wochenschrift „Die Eisenbahn“ und in anderen technischen Journalen. Hierüber ist auch nachzulesen Rühlmann, Allgemeine Maschinenlehre, Bd. III.

---

## A n h a n g.

### Graphische Statik der Maschinengetriebe.

---

Mit der Abänderung der Bewegung, welche durch irgend ein Maschinengetriebe bewirkt wird, ist auch jederzeit eine Veränderung oder Umsezung der einwirkenden Kräfte verbunden. Würden bei der Bewegung der einzelnen Maschinentheile an und auf einander keine schädlichen Widerstände oder Nebenhindernisse auftreten, so könnte man in jedem Falle die Veränderung der Kraft einfach nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten ermitteln. Denkt man sich nämlich irgend eine Maschine in dem Beharrungszustande, für welchen die Bewegung entweder eine durchaus gleichmäßige ist, oder doch derselbe Zustand in regelmäßigen Perioden wiederkehrt, so kann man für diesen Zustand die algebraische Summe der mechanischen Arbeiten aller einwirkenden Kräfte gleich Null setzen. Die Untersuchung ist hierdurch auf diejenige des Gleichgewichtes zurückgeführt, insofern der Beharrungszustand durch das Gleichgewicht in der Bewegung gekennzeichnet ist.

Bezeichnet man daher einen zu überwindenden nutzbaren Widerstand mit  $Q$  und ist  $q$  der Weg, auf welchem dieser Widerstand in derselben Zeit überwunden wird, in welcher die wirkende Triebkraft  $P$  die Strecke  $p$  zurücklegt, so hat man unter Vernachlässigung aller Nebenhindernisse aus  $Qq = Pp$  die theoretisch erforderliche Triebkraft

$$P_0 = Q \frac{q}{p}.$$

Da nun aber jede relative Bewegung zweier materiellen Körper gegen einander mit gewissen Widerständen der Reibung verbunden ist, so wird auch bei jedem Maschinengetriebe neben der Arbeit  $Qq$  zur Bewältigung des Nutzwiderstandes noch eine bestimmte Arbeitsgröße zur Ueberwindung der schädlichen Widerstände erforderlich sein, welche mit  $Ww$  bezeichnet werden kann,

wenn  $w$  den Weg bedeutet, auf welchem der schädliche Widerstand  $W$  wirksam ist. Mit Rücksicht auf die Nebenhindernisse lautet daher die allgemeine Gleichung  $Qq + Ww = Pp$ , woraus die wirkliche Kraft

$$P = \frac{Qq + Ww}{p}$$

folgt. Da die schädlichen Widerstände in allen Fällen der angestrebten Bewegung entgegen, hier also in demselben Sinne wie die Last  $Q$  wirken, so ist auch die wirklich erforderliche Kraft  $P$  immer größer, als die theoretische

$P_0$ , oder das Verhältniß  $\eta = \frac{P_0}{P}$  ist in allen Fällen kleiner als Eins. Man

bezeichnet dieses Verhältniß  $\eta = \frac{P_0}{P}$  mit dem Namen des Nutzeffectes oder Wirkungsgrades des Maschinengetriebes, insofern  $\eta$  denjenigen Theil der angewendeten Betriebskraft  $P$  angiebt, welcher zur Ueberwindung des eigentlichen Nutzwiderstandes dient.

Bei solchen Maschinen, bei denen, wie z. B. bei den Hebevorrichtungen, der nutzbare Widerstand  $Q$  auf die Maschine auch eine active Wirkung zu äußern vermag, indem er, sich selbst überlassend, die Maschine in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen strebt, spricht man auch wohl von einem Wirkungsgrade für den Rückgang und versteht darunter das Verhältniß ( $\eta$ ) =  $\frac{(P)}{P_0}$  zwischen der durch die Wirkung von  $Q$  am Angriffspunkte von  $P$  thatsächlich erzeugten Kraft ( $P$ ) zu der theoretischen  $P_0$ . Es ist leicht ersichtlich, daß auch ( $\eta$ ) stets kleiner als Eins sein muß, wobei aber bemerkt werden darf, daß ( $\eta$ ) auch negative Werthe annehmen kann, in welchem Falle die Last  $Q$  eine rückgängige Bewegung nur annimmt, wenn sie dabei durch eine mit ihr in demselben Sinne wirkende Kraft ( $P$ ) unterstützt wird. Ein negativer Werth von ( $\eta$ ) ist daher ein Kennzeichen für die Eigenschaft der selbstthätigen Sperrung gegen das Rückwärtsgehen eines Getriebes, ein derartiger Fall wurde bereits in §. 127 gelegentlich der Schrauben behandelt.

Aus dem Vorstehenden läßt sich die Wichtigkeit ersehen, welche die Kenntniß des Wirkungsgrades einer Maschine für die Anwendung hat, indem mit einem möglichst hohen Wirkungsgrade  $\eta$  nicht nur die in den einzelnen Organen auftretenden Spannungen und daher der erforderliche Materialaufwand möglichst klein werden, sondern damit auch eine günstige Verwendung der mechanischen Arbeit verbunden ist. Wie man die schädlichen Widerstände der Reibung zc. zu bestimmen hat, ist in Thl. I im Allgemeinen und in Thl. II und III, 1 an einzelnen Fällen gezeigt worden, und wird eine solche Bestimmung auch in den folgenden Abschnitten noch vielfach nöthig sein. Bei sehr zusammen-

gesetzten Maschinen kann man dabei in vielen Fällen die meistens weitläufigen Rechnungen durch Anwendung eines allgemeinen Gesetzes wesentlich vereinfachen. Denkt man sich nämlich eine zusammengesetzte Maschine in ihre einzelnen einfachen Getriebe (siehe Einleitung, S. 30) zerlegt, z. B. eine Krahnwinde in die lose und feste Rolle, die Seiltrommel, die einzelnen Räder vorgelege und in die Kurbel, und bezeichnet mit  $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots$  die Wirkungsgradcoefficienten dieser einzelnen Getriebe, so ist der Wirkungsgrad der ganzen Maschine durch  $\eta = \eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots$  gefunden. Man überzeugt sich sogleich von der Nichtigkeit dieses Gesetzes, wenn man bedenkt, daß die zur Ueberwindung eines Nutzwiderstandes  $Q$  am ersten Getriebe anzubringende Triebkraft  $P_1$  für das folgende Getriebe unverändert als Nutzwiderstand anzusehen ist.

Dennoch ist die Durchführung der Rechnung, in welcher sämtliche Reibungswiderstände berücksichtigt werden sollen, in den meisten Fällen eine so weitläufige, daß man sich häufig mit einer angenäherten, oft nur schätzungsweise Effectsermittlung begnügt. Man setze z. B. den denkbar einfachsten Fall einer festen Leitrolle für ein Seil mit nicht parallelen Seilenden voraus, so hat man, um nur die Zapfenreibung zu berechnen, zur Bestimmung des Zapfendruckes eine unbequeme Wurzelgröße von der Form

$$\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

in die Rechnung einzuführen, und eine ähnliche Betrachtung gilt für die Wellenzapfen an Rädervorgelegen *u.*

Die großen Erleichterungen, welche die Methoden der graphischen Statik bei der Bestimmung der Kräfte in ruhenden Systemen gegenüber dem rechnerischen Verfahren gewähren, legen daher den Gedanken nahe, auch den Wirkungsgrad der Maschinen zeichnerisch zu ermitteln. Bei näherer Betrachtung findet sich denn in der That, daß auch zur Bestimmung des Wirkungsgrades die graphischen Methoden eine ebenso einfache wie allgemeine Anwendung zulassen und einen Grad der Genauigkeit gewähren, wie er praktisch überhaupt zu erlangen und für die Anwendung in fast allen Fällen genügend ist. Da in den folgenden Abschnitten sich vielfache Gelegenheit zur Anwendung dieser graphischen Methode ergeben wird, so möge dieselbe in kurzen Abrissen\*) hier angeführt werden.

Bei jedem Maschinengetriebe ist ein bestimmtes Glied festgehalten (siehe Einleitung, S. 30), welches etwa als Gestell die beweglichen anderen Glieder in gewissen Punkten oder Flächen unterstützt. In jeder solchen Stützfläche werden zwischen dem stützenden und dem gestützten Theile zwei gleiche und

\*) Näheres siehe: Zur graphischen Statik der Maschinengetriebe von Herrmann.

entgegengesetzte Reaktionskräfte hervorgerufen, und man kann daher den stützenden Theil vollkommen durch diejenigen Reactionen ersetzen, welche derselbe auf die gestützten Glieder ausübt. Wenn dies geschieht, so hat man es für das betreffende Getriebe nur mit einem Systeme von Kräften, nämlich mit diesen Reactionen und den äußeren Kräften zu thun, welches System im Gleichgewichte sein muß. Die graphische Untersuchung dieses Gleichgewichtes ist dann nach den dafür bekannten Regeln in jedem Falle ohne Schwierigkeit zu ermöglichen, und es kommt nur auf die richtige Bestimmung der gedachten Reactionen an.

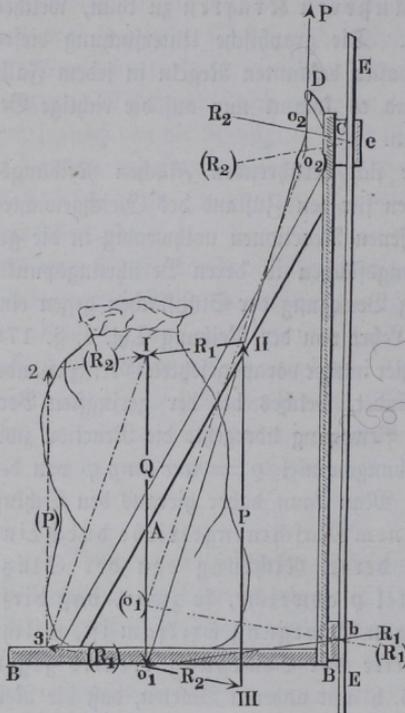
Wären bei der Bewegung zweier sich berührenden Flächen Reibungswiderstände nicht vorhanden, so müßten für den Zustand des Gleichgewichtes die zwischen den Flächen hervorgerufenen Reactionen nothwendig in die gemeinschaftliche Normale der Berührungsflächen in deren Berührungspunkte fallen, weil jede abweichende Richtung Bewegung der Stützflächen gegen einander hervorrufen würde. Aus der Lehre von der Reibung Thl. I, §. 176 ist aber bekannt, daß in demjenigen hier immer vorausgesetzten Grenzzustande, wo gerade noch Gleichgewicht stattfindet, welches bei der geringsten Vergrößerung der bewegenden Kraft in Bewegung übergeht, die Reaction zwischen den Stützflächen um den Reibungswinkel  $\varrho = \text{arc tang } \varphi$  von der Normale der Stützflächen abweicht. Man kann daher hieraus den Schluß ziehen, daß jede Stützfläche in einem Maschinengetriebe durch eine Reaction ersetzt werden kann, deren Richtung von der Stütznormale um den Reibungswinkel  $\varrho$  abweicht, so zwar, daß diese Reaction in dem Sinne derjenigen Bewegung wirksam ist, welche der stützende Theil beim Eintritte der Bewegung relativ gegen den gestützten Körper erfährt, d. h. mit anderen Worten, daß die Reibung der angestrebten Bewegung des gestützten Gliedes entgegen wirkt.

Dieses Gesetz gilt nicht nur für die gleitende Bewegung zweier ebenen Flächen an einander, sondern, wie die folgenden Betrachtungen zeigen werden, für alle Arten von Reibungswiderständen, wie Zapfen-, Zahn-, Seil- und Kettenreibungen. In dem Vorstehenden ist von einem Berührungspunkte der Stützflächen gesprochen, und es kann diese Bezeichnung beibehalten werden, denn wenn die Körper sich auch immer mit gewissen meßbaren Flächenstücken berühren, so kann man sich doch stets denjenigen Punkt dieser Flächenstücke als Angriffspunkt der Reaction vorstellen, in welchem die Berührungsfläche von der Mittelkraft der Elementarreactionen aller Flächentheile getroffen wird.

Die Anwendung des obigen Satzes ist am deutlichsten aus einigen Beispielen zu ersehen. Es sei  $BC$ , Fig. 792 (a. f. S.), ein Fahrstuhl für Mahlmühlen, auf welchem die Last  $A$  steht, die durch ein bei  $D$  angreifendes Zugseil gehoben werden soll. Die verticale Führung des Stuhles wird

dabei durch die Schienen *E* bewirkt, gegen welche die Rücklehne sich mit den Führungsnageln *B* und *C* lehnt. Nimmt man die Reactionen  $R_1$  und  $R_2$  der Schienen in den Mitten *b* und *c* der Führungsplatten unter dem

Fig. 792.



Reibungswinkel  $\varphi$  gegen die Horizontale gerichtet an, so müssen die beiden Kräfte  $Q$  und  $P$  zusammen mit  $R_1$  und  $R_2$  im Gleichgewichte sein. Dies ist nur möglich, wenn die Mittelkraft zweier Kräfte  $Q$  und  $R_1$  gleich und in derselben Geraden entgegengesetzt ist der Mittelkraft der beiden anderen  $P$  und  $R_2$ . Diese Mittelkräfte müssen zu dem Ende in die Verbindungslinie  $o_1 o_2$  der betreffenden Schnittpunkte von  $Q$  und  $R_1$ , sowie von  $P$  und  $R_2$  hineinfallen. Daher ergibt sich zur Ermittlung der Aufzugskraft  $P$  für eine gewisse Last  $Q$  ohne Weiteres die Construction. Man macht  $Io_1 = Q$ , zieht  $III$  parallel mit  $R_1$  und durch  $o_1$  eine Parallele mit  $R_2$ , welche von der durch  $II$  gezogenen Verticalen das Stück  $III II = P$  abschneidet.

Will man die Kraft ( $P$ ) finden, welche die sinkende Last  $Q$  an dem Seile  $D$  ausübt, so hat man nur die Reactionen ( $R_1$ ) und ( $R_2$ ) entsprechend um den Reibungswinkel  $\varphi$  nach den entgegengesetzten Seiten der Horizontalen abweichend anzunehmen, und findet mit Hülfe der Verbindungslinie ( $o_1$ ) ( $o_2$ ) und der damit parallel gezogenen Mittelkraft  $II III$  in derselben Weise in  $3 2$  die Kraft ( $P$ ), welche man durch Bremsen zu vernichten hat, um ein gleichmäßiges Sinken des Stuhles zu bewirken. Da hierbei  $P_0 = Q$  ist, so findet man leicht

$$\eta = \frac{P_0}{P} \quad \text{und} \quad (\eta) = \frac{(P)}{P_0}.$$

Aus der Figur 3. B. erhält man mit einem Reibungscoefficienten

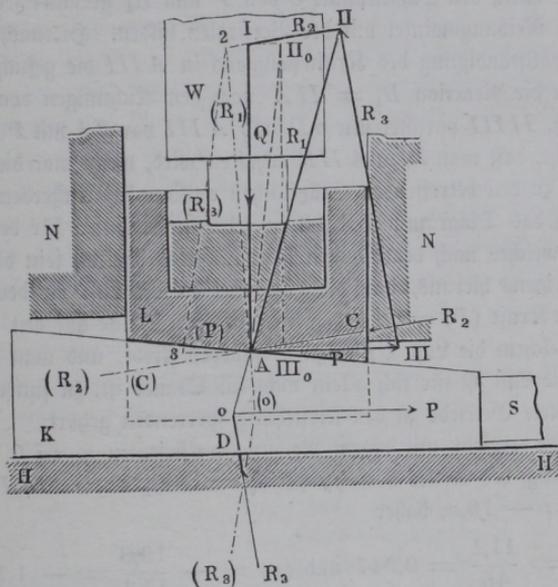
$$\varphi = \text{tang } \varphi = 0,16$$

für  $Q = 100$ ,  $P = 108,8$  und  $(P) = 89,5$ , daher

$$\eta = \frac{P_0}{P} = 0,919 \text{ und } (\eta) = \frac{(P)}{P_0} = 0,895^*.$$

Ein anderes Beispiel ist durch die Stellvorrichtung mit Keil für ein Spurnlager, Fig. 793, gegeben. Hierdurch soll die stehende Welle  $W$  mit ihrem Spurnapfe  $L$  durch einen unter dem letzteren angebrachten Keil  $K$  gehoben

Fig. 793.



werden, welcher auf der Grundplatte  $H$  durch einen horizontalen Zug  $P$  der Schraubenspindel  $S$  bewegt wird. Setzt man voraus, daß die Mittelkraft aller elementaren Reactionen, mit welchen die obere Fläche des Keils  $K$  gegen den Spurnapf  $L$  drückt, in demselben Punkte  $A$  wirke, durch welchen die verticale Belastung  $Q = IA$  hindurchgeht, so hat man die Richtung dieser Reaction  $R_1$  in  $AII$  so anzunehmen, daß sie mit der Normale  $AII_0$  zur Keilfläche den Reibungswinkel  $\varphi = II_0 AII$  bildet. Die beiden Kräfte  $Q$  und  $R_1$  können nur im Gleichgewichte sein, wenn zu ihnen noch eine dritte Kraft tritt, welche durch den Durchschnittspunkt  $A$  hindurchgeht. Eine solche dritte Kraft ist durch die Reaction  $R_2$  gegeben, mit welcher der Spurnapfen  $N$  auf den in ihm verschieblichen Spurnapf  $L$  wirkt. Zieht man daher durch  $A$  die Gerade  $AC$  unter dem Reibungswinkel  $\varphi$  gegen die Horizont-

\*) Die hier und in dem Folgenden angeführten numerischen Werthe sind den in größerem Maßstabe entworfenen Zeichnungen entnommen.

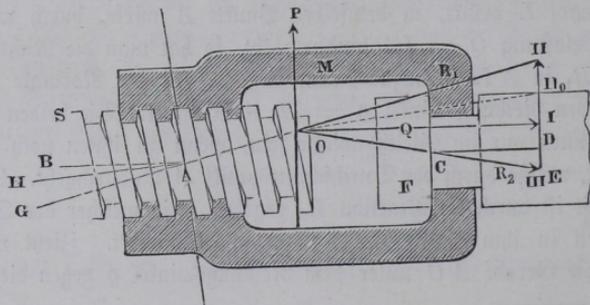
tale, so stellt die Linie  $CA$  die Richtung und Lage der betreffenden seitlichen Reaction  $R_2$  dar, deren Größe man wieder durch das Kräftepolygon  $IAII$  in  $III = R_2$  erhält. Um weiter die gesuchte Zugkraft  $P$  für den Keil zu erhalten, hat man nur zu bedenken, daß der Keil im Gleichgewichte gehalten werden muß durch die Kraft  $P$ , die Reaction  $R_1 = IIA$  und die von der Grundplatte  $H$  von unten gegen den Keil geäußerte Reaction  $R_3$ . Letztere muß daher durch den Schnittpunkt  $o$  von  $P$  und  $R_1$  gerichtet sein und selbstredend den Reibungswinkel mit der Verticalen bilden. Hiernach erhält man durch Vervollständigung des Kräftepolygons in  $AIII$  die gesuchte Kraft  $P$ , wenn man die Reaction  $R_1 = IIA$  nach den Richtungen von  $R_3$  und  $P$  zerlegt, d. h.  $IIII$  parallel mit  $oD$  und  $AIII$  parallel mit  $P$  zieht. Man erkennt leicht, daß man  $P_0$  in  $AIII_0$  erhalten wird, wenn man die Reactionen  $R$  normal zu den betreffenden Stützflächen annimmt. Außerdem ist in der Figur noch das Diagramm  $IA23$  in gebrochenen Linien für den Rückgang gezeichnet, welches nach dem Obigen ohne Weiteres deutlich sein dürfte. Man erkennt übrigens hieraus, daß die zum Senken der Last an dem Keile anzubringende Kraft  $(P) = A3$  hier in demselben Sinne auf den Keil wirken muß, in welchem die Last  $Q$  ihn zu verschieben strebt, und man folgert daraus, daß die Last  $Q$  für sich allein nicht im Stande ist, zu sinken, oder daß das betrachtete Getriebe zu den selbstthätig sperrenden gehört.

Die Figur ergibt mit einem Reibungscoefficienten  $\varphi = 0,16$  und bei einer Neigung des Keiles von  $1/9$  für  $Q = 100$ ,  $P = 45$ ,  $P_0 = 11,1$  und  $(P) = -19,8$ , daher

$$\eta = \frac{11,1}{45} = 0,247 \text{ und } (\eta) = -\frac{19,8}{11,1} = -1,78.$$

In ähnlicher Art sind auch die Reibungswiderstände an Schrauben in Betracht zu ziehen. Es sei  $AB$ , Fig. 794, eine Schraubenspindel, deren

Fig. 794.

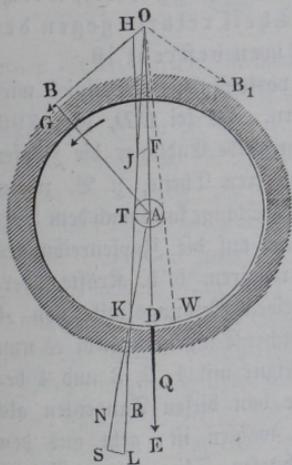


Mutter  $M$  in der Halsnuth  $C$  des festen Bolzens  $FD$  ihre Führung findet. Es handelt sich darum, diejenige Umdrehungskraft  $P$  der Mutter zu finden,

welche an einem Arme gleich dem mittleren Halbmesser der Schraubengewinde angebracht werden muß, um einen Zug  $Q$  an der Schraubenspindel zu erzeugen. Sieht man hierbei von der Umfangsreibung in der Mutter und dem Halsringe bei  $C$  ab, welche durch die einseitige Wirkung von  $P$  hervorgerufen wird und als Zapfenreibung zu bestimmen ist (siehe unten), und denkt man sich die sämmtlichen elementaren Reactionen der Mutter in  $A$  und des Ringes in  $C$  in einem Arenabstande gleich dem mittleren Gewindehalbmesser concentrirt, so findet man die Reaction auf die Mutter  $R_1$  in  $AG$  und  $R_2$  in  $CE$ , so daß  $GAH = ECD = \varphi$  ist, wenn  $AH$  die Normale zu der mittleren Schraubenslinie in  $A$  vorstellt. Diese beiden Reactionen schneiden sich in  $O$ , daher ist eine durch  $O$  gehende Kraft  $P$  anzubringen, deren Größe man in  $III I = P$  erhält, wenn man  $Q = IO$  macht und durch  $I$  eine Parallele  $II III$  mit der Kraftrichtung  $P$  zieht. Ohne Reibungen würde man  $P_0 = III_0$  erhalten, wenn  $O II_0$  parallel mit der Normale  $HA$  gezogen würde. Für den Rückgang würde auch hier  $(\eta)$  negativ werden. Die Construction bleibt im Wesentlichen dieselbe, wenn der Bolzen  $FD$  ebenfalls mit Gewinden (linken) versehen wäre, wie dies bei der Eisenbahnwagenkupplung, Fig. 515, der Fall ist.

Die Zapfenreibung ist mit Hilfe des Reibungswinkels ebenfalls leicht zu bestimmen. Es sei  $A$ , Fig. 795, der Mittelpunkt eines cylindrischen Zapfens, welcher mit einem Drucke  $DE = Q$  in sein Lager gepreßt werde. Ohne Reibung würde das Lager mit einer Kraft  $ED$  normal zur Berührungsfäche in  $D$ , d. h. in centraler Richtung auf den Zapfen reagieren, wegen der Zapfenreibung muß jedoch die Reaction seitlich am Mittelpunkte vorbeigehen. Sei nämlich etwa  $BG = OH$  die am Hebelarme  $AB$  anzubringende Umkehrkraft  $P$ , welche gerade genügend ist, um eine Drehung des Zapfens zu veranlassen, so setzt sich dieselbe mit  $Q = DE = OF$  zu einer Mittelkraft  $OJ = KL$  zusammen, und diese Mittelkraft  $KL$  muß von der gleichen und entgegengesetzten Reaction  $LK$  des Lagers aufgehoben werden. Zerlegt man  $LK$  nach der tangentialen und radialen Richtung in  $LS$  und  $SK$ , so er-

Fig. 795.

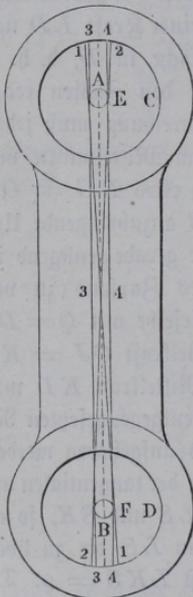


hält man in  $SK = N$  den Normaldruck in  $K$  und in  $LS$  die zu überwindende Reibung  $F = \varphi N = N \tan \varphi$ , d. h. es ist  $LKS = \varphi$ . Die Richtung der Lagerreaction  $R = LK$  geht daher an dem Mittelpunkte

$A$  in einem Abstände  $AT = KA \sin \varrho = \varphi r$  vorüber, wenn  $r$  den Zapfenhalbmesser bedeutet und wenn man  $\sin \varrho = \tan \varrho = \varphi$  setzt. Man erkennt leicht, daß eine in der Richtung  $OB_1$  wirkende Kraft, welche eine Drehung nach der entgegengesetzten Richtung anstrebt, eine Reaction des Lagers in der Richtung  $WO$  erzeugt, welche ebenfalls denselben Abstand  $\varphi r$  von der Zapfenmitte haben muß.

Denkt man sich die Kraft  $P = BG$  unter Beibehaltung ihres Abstandes  $AB$  von der Ase rings um die letztere gedreht, so wird in allen Lagen dieselbe Betrachtung angestellt werden können, immer wird die Reaction des Lagers in dem Abstände  $\varphi r$  an der Zapfenmitte  $A$  vorbeigehen, d. h. die Lagerreaction wird in allen Fällen einen zu  $A$  concentrischen Kreis vom Halbmesser  $\varphi r$  berühren. Nennt man diesen Kreis nach Analogie der Bezeichnung des Reibungswinkels den Reibungskreis des Zapfens, so folgt aus der vorstehenden Betrachtung der Satz, daß die Reaction zwischen einem Zapfen und seinem Lager nur in einer an den Reibungskreis des Zapfens tangentialen Richtung stattfinden kann. In welchem Sinne man diese Reaction anzunehmen habe, wird in jedem einzelnen Falle ebenso wie bei der gleitenden Reibung unzweifelhaft sich ergeben, wenn man nur das allgemeine Gesetz im Auge behält, wonach die Reaction jedes der beiden Theile auf den anderen so gerichtet

Fig. 796.

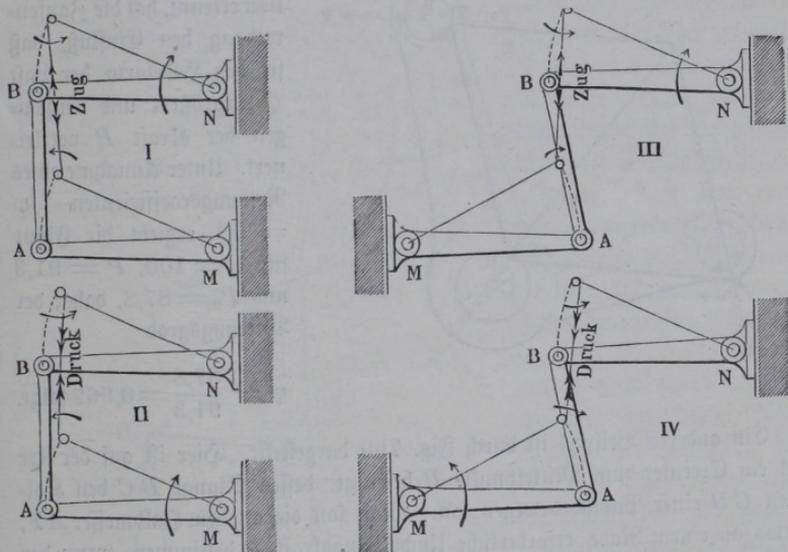


anzunehmen ist, daß diese Reaction im Sinne derjenigen Bewegung wirkt, welche der betreffende Theil relativ gegen den anderen anzunehmen bestrebt ist.

Ein sehr häufig vorkommendes Beispiel wird das Gesagte erläutern. Es sei  $CD$ , Fig. 796, eine Lenkstange, deren beide Endlager die Zapfen  $A$  und  $B$  zweier anderen Theile, z. B. zweier Hebel, umfassen. Diese Stange kann nach dem Vorstehenden mit Rücksicht auf die Zapfenreibungen nur in Richtungen reagiren, d. h. Kräfte übertragen, welche die beiden Reibungskreise von  $A$  und  $B$  tangiren. Solcher Tangenten giebt es nun vier, welche in der Figur mit 1, 2, 3 und 4 bezeichnet sind. Welche von diesen Tangenten als Reactionsrichtung zu wählen ist, geht aus den in Figur 797 gezeichneten Skizzen von Getrieben (Kurbelvierecken oder Gegenlenkern) hervor, welche entsprechend mit  $I$ ,  $II$ ,  $III$  und  $IV$  bezeichnet sind. Zur Verdeutlichung dieser Figur sei nur bemerkt, daß durch die größeren Pfeile bei

$M$  und  $N$  angedeutet sein soll, von welchem der beiden Hebel  $MA$  und  $NB$  und in welchem Sinne die Bewegung ausgehen soll, während die kleinen Pfeile bei  $A$  und  $B$  die relative Verdrehung des Stangenkopfes gegen das zugehörige Hebelende versinnlichen. Sieht man sich dann noch in den ein-

Fig. 797.

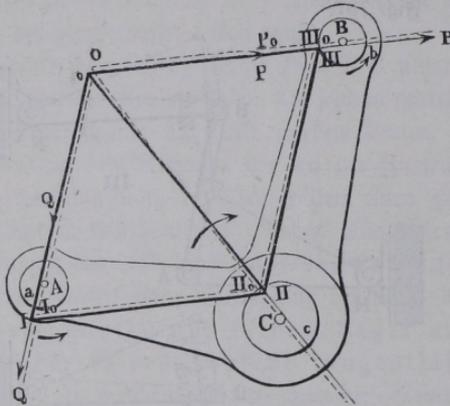


zelnen Fällen darüber Rechenschaft, ob die Stange  $AB$  durch Zug- oder Druckkräfte in Anspruch genommen wird, wie dies ebenfalls durch Pfeile angedeutet ist, so ist über die Wahl der betreffenden Reactionsrichtung kein Zweifel übrig, da die Kraft in der Stange so wirken muß, daß sie deren relative Verdrehung gegen die Hebelenden zu veranlassen bestrebt ist. Es bedarf nur der Erwähnung, daß bei entgegengesetzter Richtung der Drehung von  $M$  resp.  $N$  die Reactionsrichtungen zwischen  $A$  und  $B$  sich nicht ändern, indem in solchem Falle zwar die Richtungen der relativen Verdrehungen bei  $A$  und  $B$  ebenfalls die entgegengesetzten werden, aber gleichzeitig die Stangenkräfte ihren Sinn umkehren.

Als einfachstes Beispiel zur Bestimmung der Zapfenreibung sei die Bruchschwinde  $ACB$ , Fig. 798 (a. f. S.), gewählt. Wirkt an dem Zapfen  $A$  in der Richtung  $OA$  eine Last  $Q$ , und soll dieselbe durch eine an  $B$  in der Richtung  $OB$  ziehende Kraft  $P$  überwunden werden, so hätte man, wenn keine Zapfenreibungen vorhanden wären, einfach den Schnittpunkt  $O$  mit der Zapfenmitte  $C$  zu verbinden, und erhielte, wenn  $OI_0 = Q$  gemacht würde, durch das Parallelogramm  $OI_0II_0III_0$  in  $OIII_0$  die erforderliche Kraft  $P_0$  und in  $OII_0$  den Zapfendruck in  $C$ .

Wegen der Zapfenreibungen hat man indessen die Kräfte nicht durch die Zapfenmitten, sondern tangential an die Reibungskreise zu legen, und man erhält daher, wenn wieder  $oI = Q$  gemacht wird, in  $oIII$  die wirklich erforderliche Kraft  $P$ . Wie

Fig. 798.



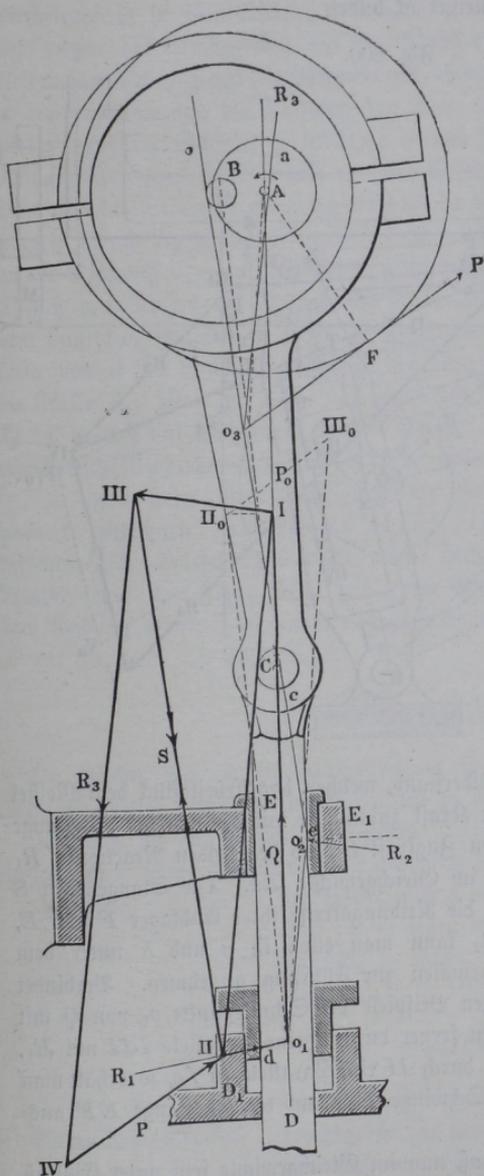
man aus dieser Construction erkennt, hat die Zapfenreibung den Einfluß, daß sie den Hebelarm der Last  $Q$  vergrößert und denjenigen der Kraft  $P$  verkleinert. Unter Annahme eines Reibungscoefficienten  $\varphi = 0,1$  ergibt die Figur für  $Q = 100$ ,  $P = 91,3$  und  $P_0 = 87,8$ , daher der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{87,8}{91,3} = 0,962 \text{ folgt.}$$

Ein anderes Beispiel ist durch Fig. 799 dargestellt. Hier ist auf der Axe  $A$  ein Excenter zum Mittelpunkte  $B$  befestigt, dessen Stange  $BC$  den Kolben  $CD$  einer Pumpe bewegen soll. Man soll die an dem Halbmesser  $AF$ , etwa an einem Rade, erforderliche Umdrehungskraft  $P$  bestimmen, wenn der Widerstand  $Q = o_1 I$  gegeben ist, welchen der Pumpenkolben der Bewegung der Stange  $CD$  entgegensetzt. Der Widerstand  $Q$  wirkt hierbei in der Axe  $DC$  der Kolbenstange, während die Excenterstange  $BC$  nur in der Richtung der Tangente  $bc$  an die beiden Reibungskreise Kräfte übertragen kann. Diese Stangenkraft  $S$  und der Widerstand  $Q$  können allein nicht im Gleichgewichte sein, hierzu müssen vielmehr noch die Reactionen  $R_1$  der Stopfbüchse und  $R_2$  der Führung  $E$  wirksam werden, welche Reactionen in  $d$  bzw. in  $e$  concentriert gedacht werden mögen. Zum Gleichgewichte dieser vier Kräfte  $Q$ ,  $S$ ,  $R_1$  und  $R_2$  ist wiederum nöthig, daß die Mittelkraft von  $Q$  und  $R_1$  derjenigen von  $S$  und  $R_2$  gleich und in derselben Geraden entgegengesetzt ist. Diese Mittelkraft ist daher durch die Verbindungslinie  $o_1 o_2$  der entsprechenden Durchschnittspunkte ihrer Lage und Richtung nach gegeben. Zieht man somit durch  $I$  eine Parallele zu  $o_1 o_2$ , so ist  $III$  diese Mittelkraft aus  $Q$  und der Stopfbüchsenreaction  $II o_1 = R_1$ . Eine Zerlegung der Mittelkraft  $III$  nach den Richtungen von  $S$  und  $R_2$  liefert in  $IIII$  die von der Führung in  $e$  ausgeübte Reaction  $R_2$  und in  $IIII = S$  die Stangenkraft des Excenters. Diese in der Richtung  $bc$  ausgeübte Kraft  $S$  schneidet sich mit der Betriebskraft  $P$  in  $o_3$  und daher muß durch diesen Schnittpunkt  $o_3$  auch

die von dem Lager der Welle *A* ausgeübte Reaction  $R_3$  hindurchgehen, dieselbe folglich die Richtung der Tangente  $o_3 a$  an den Reibungskreis von *A* haben. Zieht man daher durch *III* eine Parallele zu  $ao_3$  und durch *II* eine Parallele zu *P*, so erhält man in *IV* die gesuchte Triebkraft *P* in *F* und es ist durch *III* die von dem Lagerdeckel ausgeübte Reaction auf die Welle *A* gegeben. Setzt man den Reibungswinkel gleich Null, nimmt also die Reactionen  $R_1$  und  $R_2$  normal zu der Führung und die Richtungen von *S* und  $R_3$  central an, so erhält man durch das punkirt gezeichnete Diagramm *I*  $o_1$  *II*  $o_2$  *III* die theoretische Triebkraft  $P_0$ . Die Figur ergibt mit einem Reibungscoefficienten für die Führung  $\varphi = 0,16$  und für die Zapfen  $\varphi_1 = 0,1$  für  $Q = 100$ ,  $P = 36,2$  und  $P_0 = 22,8$ , daher der Wirkungsgrad

Fig. 799.



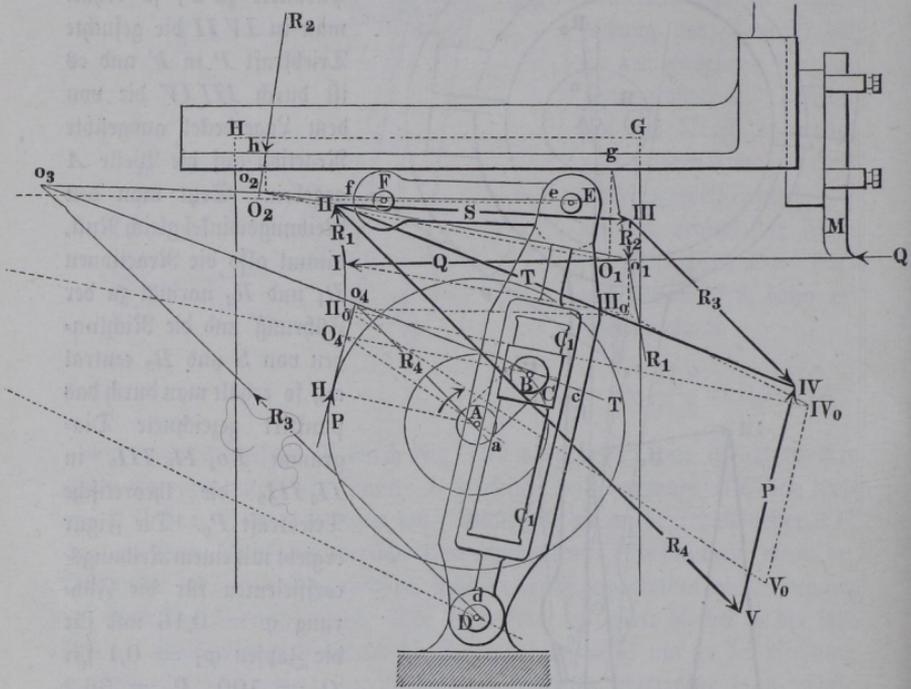
folgt. Es ist übrigens klar, daß der Werth von  $\eta$  von der zu Grunde gelegten Stellung der excentrischen Scheibe abhängt und mit dieser Stellung veränderlich ist.

$$\eta = \frac{22,8}{36,2} = 0,630$$

In Fig. 800 (a. f. S.) ist noch das früher (§. 140,

Fig. 552) betrachtete Getriebe der schwingenden Kurbelschleife dargestellt, und dabei vorausgesetzt, daß die Schleife  $ED$  mittelst der Schubstange  $EF$  einen Schlitten  $HG$  hin- und herbewegt, dessen vorderer Kopf den Support für den Hobelmeißel  $M$  bildet.

Fig. 800.



Ist hierbei  $Q = o_1 I$  der Widerstand, welchen das Arbeitsstück dem Meißel  $M$  entgegensezt, so muß diese Kraft zusammen mit der von der Zugstange auf den Schlitten übertragenen Zugkraft  $S$  und den beiden Reactionen  $R_1$  und  $R_2$  des Führungsgestelles im Gleichgewichte sein. Die Stangenkraft  $S$  wirkt in der Tangente  $fe$  an die Reibungskreise ihrer Endlager  $F$  und  $E$ , und die Reactionen  $R_1$  und  $R_2$  kann man etwa in  $g$  und  $h$  unter dem Reibungswinkel gegen die Normalen zur Führung annehmen. Verbindet man daher wie in dem vorigen Beispiele die Schnittpunkte  $o_1$  von  $Q$  mit  $R_1$  und  $o_2$  von  $S$  mit  $R_2$ , zieht ferner durch  $I$  eine Parallele  $III$  mit  $R_1$ , durch  $o_1$  eine solche zu  $R_2$  und durch  $II$  eine Parallele zu  $fe$ , so erhält man in  $IIIII = S$  die von der Schwinge  $ED$  auf die Zugstange  $EF$  auszuübende Kraft.

Die Schwinge  $ED$  selbst muß nun im Gleichgewichte sein unter Einfluß der von der Stange  $EF$  in der Richtung  $ef$  ausgeübten Kraft  $S$ , der von

dem Kurbelzapfen  $B$  auf sie übertragenen Kraft  $T$  und der Reaction  $R_3$  des Stützagers von  $D$ . Die von dem Kurbelzapfen  $B$  durch das Gleitstück  $C$  auf die Schleife  $C_1 C_1$  übertragene Kraft muß wegen der Drehung des Kurbelzapfens in dem Gleitstücke tangential an den Reibungskreis von  $B$  und wegen der Verschiebung des Gleitstückes  $C$  in dem Schlitze unter dem Reibungswinkel  $\varrho$  gegen die Normale zur Schleife gerichtet sein, daher man in der Tangente  $o_3 c$  die Richtung der Kraft  $T$  erhält. Zieht man daher wieder vom Durchschnitte  $o_3$  zwischen  $S$  und  $T$  die Tangente  $o_3 d$  an den Reibungskreis von  $D$ , so erhält man die Richtung der Reaction  $R_3$ . Wenn man also die Stangenkraft  $S = IIII$  im Kräftepolygon nach den Richtungen  $T$  und  $R_3$  zerlegt, so giebt  $IIIV = T$  die von dem Kurbelzapfen in der Richtung  $o_3 c$  auf die Schleife auszuübende Kraft. Da diese Kraft  $T$  sich mit der an der Kurbelwelle  $A$  in  $H$  wirkenden Betriebskraft  $P$  in dem Punkte  $o_4$  schneidet, so liefert die Tangente  $o_4 a$  von  $o_4$  an den Reibungskreis von  $A$  die Richtung und Lage der Reaction  $R_4$  des Kurbellagers auf die Welle  $A$ . Man hat daher nur die Kraft  $T = IIIV$  durch das Dreieck  $IIIVV$  nach den Richtungen von  $P$  und  $R_4$  zu zerlegen, um in  $VIV$  die erforderliche Umdrehungskraft  $P$  in  $H$  zu erhalten.

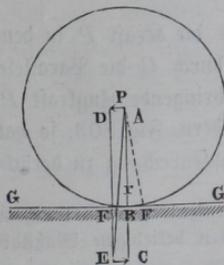
Wie man unter Vernachlässigung der Reibungswiderstände durch das punktiert gezeichnete Kräftepolygon  $o_1 III_0 III_0 IV_0 V_0$  in  $V_0 IV_0 = P_0$  die theoretische Betriebskraft erhält, dürfte nach dem Vorstehenden von selbst deutlich sein. Die Figur liefert mit einem Reibungscoefficienten der gleitenden Reibung  $\varphi = 0,16$  und der Zapfenreibung  $\varphi_1 = 0,1$  für  $Q = 100$ ,  $P = 84,1$ ,  $P_0 = 66,6$ , daher

$$\eta = \frac{66,6}{84,1} = 0,792.$$

In gleicher Art ist die Zapfenreibung in allen Fällen mit Hülfe des Reibungskreises graphisch zum Ausdrucke zu bringen.

Kommen in einem Maschinengetriebe rollende Reibungen vor, so lassen sich dieselben ebenfalls leicht graphisch berücksichtigen. Ist, Fig. 801, der Mittelpunkt  $A$  einer Walze durch die Belastung  $AC = Q$  gegen die horizontale Bahnfläche  $GG$  gedrückt, so gehört zum Fortwälzen dieser Walze nach Thl. I, §. 197, eine Kraft

Fig. 801.



$$AD = P = f \frac{Q}{r},$$

worin  $r$  den Walzenhalbmesser und  $f$  eine Erfahrungsgröße ist, welche man für gewöhnliche Fälle für Eisen und hartes Holz zu  $0,018$  annehmen kann, vorausgesetzt, daß  $r$  in Zollen ausgedrückt

ist. Nimmt man  $r$  in Millimetern, so würde  $f = 0,018 \cdot 26,15 = 0,5$  Millimeter zu setzen sein.

Die Mittelkraft von  $Q = AC$  und  $P = AD$  ist durch  $AE$  gegeben, und man muß daher schließen, daß in dem mehrerwähnten Grenzzustande zwischen Gleichgewicht und Bewegung die feste Rollbahn mit einer in die Richtung  $EA$  hineinfallenden Reaction auf die Walze wirken kann, und eine Bewegung so lange nicht eintritt, so lange die Resultirende aller äußeren Kräfte von der Normale  $AC$  um eine geringere Größe abweicht, als der Winkel  $CAE$  beträgt. Diesen Winkel  $\gamma$  zu bestimmen, hat man

$$\text{tang } \gamma = \frac{CE}{AC} = \frac{P}{Q} = \frac{f}{r}.$$

Hieraus folgt daher sofort, daß man zur Zeichnung des Winkels  $\gamma$  nur nöthig hat, von dem Punkte  $B$  aus, in welchem die Bahn von der Druckrichtung von  $Q$  geschnitten wird, das Stück

$$BF = f = 0,018 \text{ Zoll} = 0,5 \text{ Millimeter}^*)$$

anzutragen, um in der von  $F$  aus nach dem Mittelpunkte  $A$  gezogenen Geraden die Richtung für die Reaction der Rollbahn zu finden.

Ist z. B. eine Last  $Q$  auf untergelegten Walzen  $A$ , Fig. 802, fortzurollen, so ziehe man durch die Mitte  $A$  die Normale  $AB$  zur Bahn  $GG$ , mache  $FB = f = 0,5$  Millimeter, und man erhält in  $FAE$  die Richtung der

Fig. 802.

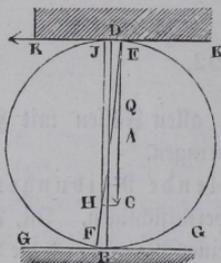
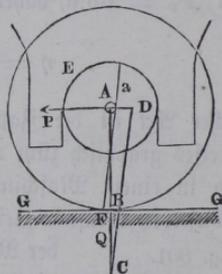


Fig. 803.



Reaction  $R$  der Bahn  $G$ . Diese Richtung schneidet die Kraft  $P$  in dem Punkte  $E$ , macht man daher  $EC = Q$  und zieht durch  $C$  die Parallele  $CH$  mit  $P$ , so erhält man in  $CH$  die an  $KK$  anzubringende Zugkraft  $P$ .

Ruht die Last  $Q$  nicht auf Walzen, sondern auf Rädern, Fig. 803, so hat man außer der wälzenden Reibung bei  $B$  auch die Zapfenreibung zu berücksichtigen.

\*) Diese Größe ist natürlich nach demselben Maßstabe anzutragen, in welchem  $r$  gezeichnet ist; für die Kräfte dagegen kann man einen beliebigen Maßstab wählen.

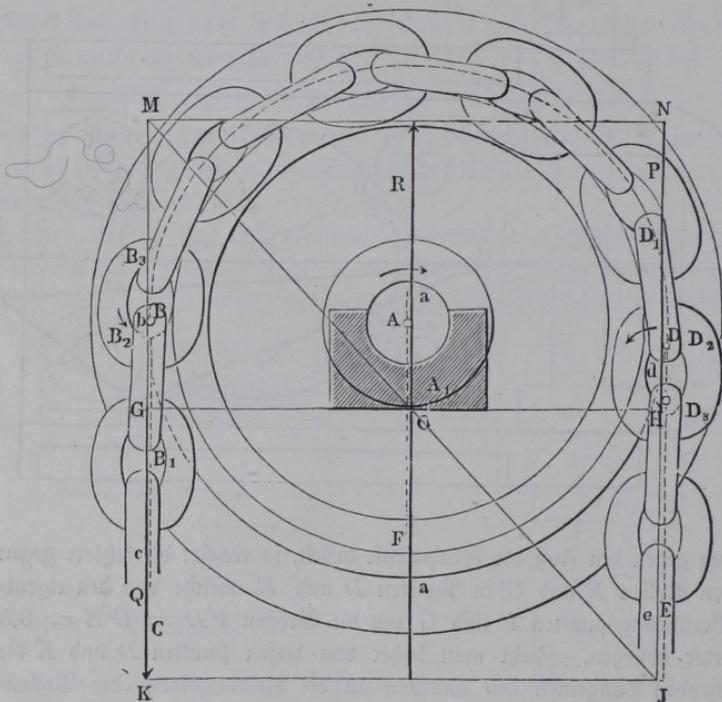


Kraft  $III$  nach den Richtungen von  $R_1$  und  $R_2$ , so erhält man die Reactionen der Säule gegen die Rollen in  $IIII = R_1$  und  $IIII = R_2$ . Die Figur giebt für  $Q = 100$ ,  $P = 8,7$ . Von einem Wirkungsgrade oder Nutzeffecte kann bei dieser Einrichtung nicht wohl gesprochen werden, da hierbei die nützliche Arbeit gleich Null ist, und die ganze Wirkung der Kraft lediglich in der Ueberwindung der schädlichen Widerstände besteht.

Die Kettenreibung beim Aufwickeln auf Rollen und Abwickeln von denselben ist lediglich als Zapfenreibung aufzufassen, und wie diese zu bestimmen.

Ist bei einer Kettenrolle zur Ase  $A$ , Fig. 805, das auflaufende oder gezogene Kettenstück mit  $BC$  und das ziehende oder ablaufende Kettenstück mit

Fig. 805.



$DE$  bezeichnet, so ist leicht zu erkennen, daß relative Bewegungen der in einander gehängten Kettenlieder gegen einander nur an dem Auflaufspunkte  $B$  und dem Ablaufspunkte  $D$  auftreten können. In den gerade ausgespannten Kettenstücken ebensowohl wie in dem fest auf der Rolle liegenden Kettenstücke  $BD$  finden relative Bewegungen der sich berührenden Glieder gegen einander nicht statt, daher daselbst auch keine Reibungen auftreten. Bei  $B$

hingegen veranlaßt das Umbiegen und bei  $D$  das Geradestrecken der Ketten Drehungen der betreffenden Glieder gegen einander, mit denen Zapfenreibung verbunden ist. Als Zapfendurchmesser ist dabei die Stärke  $d$  des Ketten eisens anzunehmen. Denkt man sich daher bei  $B$  und  $D$  die entsprechenden Reibungskreise von dem Durchmesser  $\varphi d$  gezeichnet, so gilt auch hier die Bemerkung, daß das Glied  $BB_1$  auf dasjenige  $B_2B_3$  nur tangential an den Reibungskreis von  $B$  eine Kraft übertragen kann, und die gleiche Betrachtung gilt hinsichtlich der Glieder  $D_2D_3$  und  $DD_1$  am Ablaufspunkte. Aus den durch die kleinen Pfeile angedeuteten relativen Drehungen von  $BB_1$  gegen  $B_2B_3$  und von  $D_2D_3$  gegen  $DD_1$  erkennt man sogleich, daß bei  $B$  die nach außen, bei  $D$  die nach innen liegende Tangente des Reibungskreises die Reactionsrichtung abgibt. Während daher durch die Kettenreibung der Lastarm  $AB$  um den Betrag  $\varphi \frac{d}{2}$  vergrößert wird, tritt an dem Ablaufspunkte  $D$  eine Verkleinerung des Kraftarmes  $AD$  um denselben Betrag ein. Nimmt man noch bei der Rolle in Fig. 805 mit parallelen Kettenrichtungen die Lagerreaction in der hierzu parallelen Tangente  $aa$  des Reibungskreises von  $A$  an, so bestimmt sich leicht die zu  $Q$  erforderliche Kraft  $P$ . Macht man nämlich  $GK = Q$ , sowie  $GH$  und  $KJ$  normal zu  $GK$ , zieht ferner die Diagonale  $JOM$ , so hat man

$$GM = GK \frac{GO}{HO} = Q \frac{r + \alpha + \varkappa}{r - \alpha - \varkappa},$$

wenn  $\alpha$  und  $\varkappa$  die Halbmesser der Reibungskreise des Zapfens und des Ketteneisens bedeuten.

In ganz derselben Weise hat man auch den Einfluß der Seilsteifigkeit zu bestimmen. Auch hier wird durch die Steifigkeit der Hebelarm des sich aufwickelnden Seiles um eine gewisse Größe  $\sigma$  vergrößert, der Hebelarm des sich abwickelnden Seiles um dieselbe Größe  $\sigma$  verringert. Es handelt sich nur um die graphische Bestimmung dieser Größe  $\sigma$ . Hierzu kann die meistens gebrauchte Formel von Eitelwein, Thl. I, S. 202, dienen, wonach der Steifigkeitswiderstand eines sich einerseits aufwickelnden, andererseits abwickelnden Seiles von der Stärke  $d$  bei einem Rollenhalbmesser  $r$  in Metern bestimmt ist durch

$$S = 18,6 \frac{d^2}{r} Q.$$

Den Widerstand zum bloßen Aufwickeln oder Abwickeln hat man daher

$$\frac{1}{2} S = 9,3 \frac{d^2}{r} Q,$$

oder, wenn  $d$  und  $r$  in Millimetern gegeben sind:

$$\frac{1}{2} S = 0,0093 \frac{d^2}{r} Q.$$

Bezeichnet nun  $\sigma$  die diesem Widerstande entsprechende Vergrößerung oder Verringerung des Hebelarmes  $r$ , so hat man zu setzen

$$\frac{1}{2} S r = Q \sigma,$$

woraus

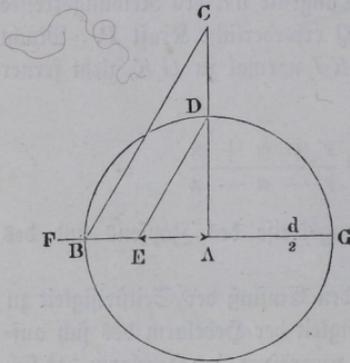
$$\sigma = \frac{S r}{2 Q} = 0,0093 d^2$$

folgt. Um diesen Ausdruck zu construiren, schreibe man ihn

$$\sigma = 0,0093 \cdot 4 \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 0,0372 \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{26} \left(\frac{d}{2}\right)^2,$$

wonach die Construction sich wie folgt ergibt. Man mache, wenn  $B D G$ , Fig. 806, den Querschnitt des Seiles vom Durchmesser  $d$  vorstellt,  $A C$

Fig. 806.



$= 26$  Millimeter, ziehe  $CB$  und hierzu durch  $D$  die Parallele  $DE$ , welche in  $AE = \sigma$  die gefuchte durch die Seilsteifigkeit an jeder Seite veranlasste Veränderung des Hebelarmes  $r$  giebt. Man hat nämlich nach der Construction

$$A E : A D = A B : A C,$$

oder

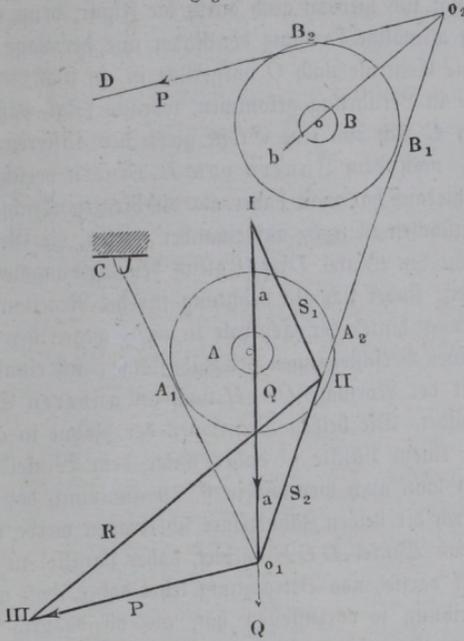
$$A E = \frac{1}{26} \left(\frac{d}{2}\right)^2,$$

wie verlangt wird.

Als ein Beispiel für die Bestimmung der Seil- oder Kettenreibung sei die Anordnung Fig. 807 gewählt. Die Last  $Q = I o_1$  hängt hierbei an einer losen Rolle  $A$ , und es soll die Erhebung durch eine an dem Seilstücke  $D$  wirkende Kraft geschehen, deren Größe zu ermitteln ist. Die Last  $Q$  wirkt tangential an den Reibungskreis von  $A$  in der Richtung  $aa$ . In dieser Richtung liegt auch der Durchschnitt  $o_1$  der beiden Seile  $CA_1$  und  $A_2 B_1$ , da sonst kein Gleichgewicht möglich wäre. Zur Bestimmung der Zugrichtungen der Seile hat man den Halbmesser bei einem Aufwickeln, also bei  $A_1$  und  $B_1$ , um  $\sigma$  größer und an den Ablaufstellen  $A_2$  und  $B_2$  um  $\sigma$  kleiner anzunehmen, als den Rollenhalbmesser  $r$  (bis Mitte Seil gerechnet). Macht man nun  $I o_1 = Q$  und zieht  $III$  parallel zu  $CA_1$ , so erhält man in  $III$  die Spannung  $S_1$  des Seiles  $A_1 C$  und in  $II o_1$  diejenige  $S_2$  in  $A_2 B_1$ . Die letztere Spannung zerlegt sich dann wieder nach den Richtungen  $DB_2$  des Zugseiles und der Lagerreaction  $o_2 b$

des Zapfens  $B$ , so daß das Kräftepolygon in  $o_1 III$  die erforderliche Zugkraft  $P$  ergiebt, während  $II III$  den Druck  $R$  anzeigt, mit welchem der Zapfen  $B$  der Rolle in das Lager gepreßt wird.

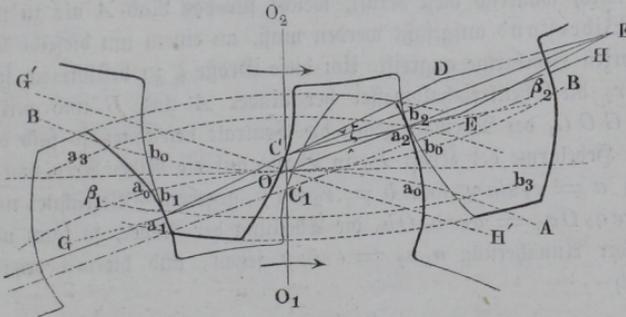
Fig. 807.



Der Widerstand der Zahnreibung ist mit Hilfe des Reibungswinkels ebenfalls leicht zu bestimmen. Es seien  $A$  und  $B$ , Fig. 808, die Teilkreise zweier im Eingriffe stehenden Zahnräder, von welchen  $A$  das treibende sein möge. Es seien in irgend einem Augenblicke zwei Paare von Zähnen mit den Punkten  $a_1 b_1$  und  $a_2 b_2$  in Berührung, so ist aus der Lehre von der Verzahnung bekannt, daß die Normalen zu den Zahnflächen in deren Berührungspunkten

durch den Berührungspunkt  $O$  der Teilkreise gehen. Nimmt man etwa evolventenförmige Zähne an, so fallen diese beiden Normalen in eine einzige zu-

Fig. 808.



sammen, welche (§. 73) passend einen Winkel von  $75^\circ$  mit der Centrale  $O_1 O_2$  bildet. Nach dem in §. 79 über die Zahnreibung Gesagten findet nun bei dem Eingriffe zweier Zähne vor der Centrallinie, wie in  $a_1 b_1$ , eine relative

Verschiebung der Zahnfläche von  $A$  auf der von  $B$  in der Richtung nach dem Innern von  $B$  hin statt, während die Verschiebung der Zahnfläche von  $A$  auf der von  $B$  hinter der Centrale, wie in  $a_2 b_2$ , aus dem Rade  $B$  heraus gerichtet ist. Man überzeugt sich hiervon auch durch die Figur, denn wenn der Berührungspunkt durch allmälige Drehung der Räder aus der Lage  $a_1 b_1$  auf der Drucklinie bis in die Centrale nach  $O$  vorgerückt ist, so sind die beiden Punkte  $a_0$  und  $b_0$  in  $O$  in Berührung gekommen, woraus folgt, daß der Zahn von  $A$  auf dem von  $B$  sich um eine Größe gleich der Differenz der Curvenstücke  $b_1 b_0 - a_1 a_0$  nach dem Innern von  $B$  hinein verschoben haben muß. Mit Rücksicht hierauf hat man daher als die Reactionsrichtung, in welcher die beiden Zahnflächen in  $a_1 b_1$  auf einander wirken, die Gerade  $a_1 D$  anzunehmen, wenn man den Winkel  $D a_1 O$  gleich dem Reibungswinkel  $\varrho$  macht. In derselben Weise findet sich als Richtung für die Reaction der Zahnflächen bei der Berührung hinter der Centrale in  $a_2 b_2$  wegen der hier nach außen gerichteten relativen Verschiebungen der Zahnflächen auf einander die Gerade  $CE$ , welche mit der Normale  $O a_2 H$  nach der anderen Seite den Winkel  $H a_2 E = \varrho$  bildet. Die beiden Reactionen der Zähne in  $a_1 b_1$  und  $a_2 b_2$  schneiden sich in einem Punkte  $C$  daher unter dem Winkel  $2\varrho = DCE$ , und geben, wenn man auch hier wie in §. 79 annimmt, daß die Kraft zu gleichen Theilen durch die beiden Zahnepaare übertragen werde, eine Mittelkraft, welche in  $CF$  den Winkel  $DCE$  halbirt, daher parallel zu der Normale  $GH$  ausfällt. Die vorstehende Betrachtung lehrt daher, daß man sich den Einfluß der Zahnreibung so vorzustellen hat, als ob dadurch die theoretisch in der Richtung der Normale  $a_1 O a_2$  wirkende Kraft parallel zu dieser Richtung in die Linie  $CF$  verlegt werde, so daß dadurch, ähnlich wie bei der Zapfen-, Seil- und Kettenreibung auch der Fall ist, der Hebelarm für die das Rad  $B$  antreibende Kraft um eine gewisse Größe  $\xi$  verringert wird, während diese Kraft, welche für das Rad  $A$  als zu überwindender Widerstand aufgefaßt werden muß, an einem um dieselbe Größe  $\xi$  vergrößerten Hebelarme angreift. Um diese Größe  $\xi$  zu bestimmen, seien mit  $r_1$  und  $r_2$  die Theilkreishalbmesser der Räder  $A$  und  $B$  und mit  $\gamma$  der Winkel  $GOO_1$  der Normale gegen die Centrale bezeichnet, so sind die theoretischen Hebelarme der Kraft  $P_0$  in Bezug auf die beiden Axen von  $A$  und  $B$  durch  $a = r_1 \sin \gamma$  und  $b = r_2 \sin \gamma$  gegeben. Bezeichnet nun noch  $t = \text{arc } a_0 O a_0 = \text{arc } b_0 O b_0$  die Theilung der Räder, so kann man mit genügender Annäherung  $a_1 a_2 = t \sin \gamma$  setzen, und hiermit erhält man schließlich

$$\xi = a_1 O \tan \varrho = \frac{a_1 a_2}{2} \tan \varrho = \frac{t}{2} \sin \gamma \tan \varrho,$$

oder wenn man auch hier  $\sin \gamma = \sin 75^\circ = 0,966$  gleich Eins setzt, so wird genügend genau

$$\xi = \frac{t}{2} \operatorname{tang} \varphi = \varphi \frac{t}{2}.$$

Dieser Werth, welcher der Einfachheit wegen für Evolventenzähne entwickelt worden ist, kann auch für anders geformte Zähne beibehalten werden, da die Zahnreibung nur unwesentlich von der Zahnform beeinflusst wird. Dieser Werth  $\xi = \varphi \frac{t}{2}$  läßt sich leicht construiren; man kann denselben als den Reibungshalbmesser eines Zapfens ansehen, dessen Durchmesser gleich der Theilung der Zahnräder ist. Die Uebertragung der Kraft zwischen den Zähnen hat man dann tangential an den mit diesem Halbmesser um den Berührungspunkt der Theilkreise beschriebenen Reibungskreis anzunehmen.

Anmerkung. Es läßt sich zeigen, daß die hier gefundene Bestimmung der Zahnreibung zu demselben Resultate führt, wie die in §. 79 entwickelten Formeln, denen gemäß die Zahnreibung bei einem zu überwindenden Widerstande  $Q$  durch

$$F = Q \varphi \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$$

gefunden wurde, wenn  $z_1$  und  $z_2$  die Zähnezahlen der Räder  $A$  und  $B$  bezeichnen. Sei nämlich zur Umdrehung des Rades  $B$  theoretisch, d. h. ohne Berücksichtigung von Zahnreibung in der Richtung  $GO$ , also am Hebelarme  $b = r_2 \sin \gamma$  eine Kraft  $Q$  aufzuwenden, so würde in der Richtung  $CF$ , also am Hebelarm  $b - \zeta$  eine Kraft  $Q \frac{b}{b - \zeta}$  erforderlich sein. Denkt man nun diesen in  $CF$  wirkenden Widerstand, welcher von der Axe von  $A$  einen Abstand gleich  $a + \zeta$  hat, durch eine in dem Punkte  $O$  des Rades  $A$  in der Richtung  $GO$ , also am Hebelarme  $a = r_1 \sin \gamma$  wirkende Kraft ersetzt, so erhält man dieselbe zu

$$P = \frac{a + \zeta}{a} Q \frac{b}{b - \zeta} = Q \frac{b}{a} \frac{a + \zeta}{b - \zeta}.$$

Setzt man nun

$$r_1 = \frac{z_1 t}{2\pi} \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{z_2 t}{2\pi},$$

daher

$$a = r_1 \sin \gamma = \frac{z_1 t}{2\pi} \sin \gamma \quad \text{und} \quad b = \frac{z_2 t}{2\pi} \sin \gamma, \quad \text{sowie} \quad \zeta = \varphi \frac{t}{2} \sin \gamma,$$

wie oben gefunden wurde, so erhält man:

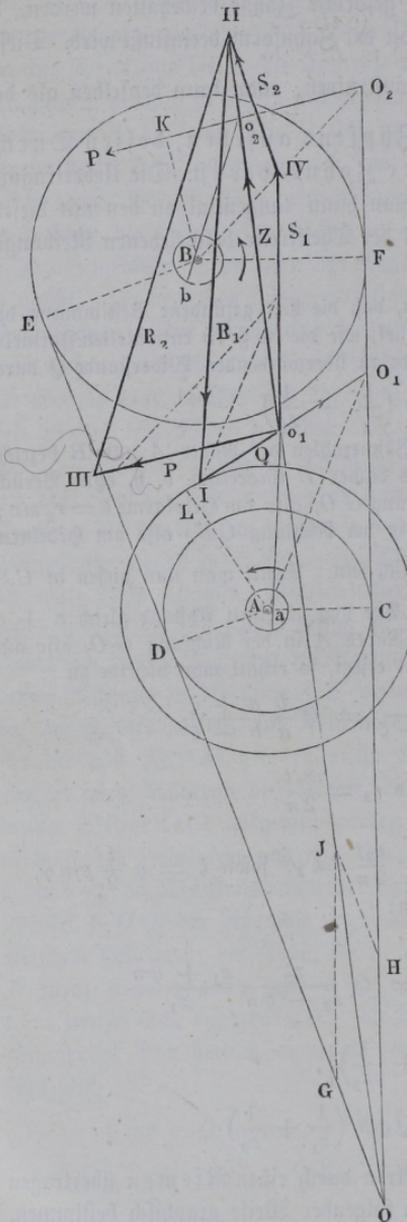
$$\begin{aligned} P &= Q \frac{z_2}{z_1} \frac{\frac{z_1 t}{2\pi} + \varphi \frac{t}{2}}{\frac{z_2 t}{2\pi} - \varphi \frac{t}{2}} = Q \frac{z_2}{z_2 - \varphi \pi} \frac{z_1 + \varphi \pi}{z_1} \\ &= Q \left[ 1 + \varphi \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right], \end{aligned}$$

daher die Reibung  $F = P - Q = Q \varphi \pi \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$ .

Wenn die Bewegung zwischen zwei Axen durch einen Riemen übertragen wird, so lassen sich die Widerstände in folgender Weise graphisch bestimmen.

Es sei an der Ase *A*, Fig. 809, am Hebelarme *AL* ein Widerstand *Q* zu überwinden, und es soll vorausgesetzt werden, daß der Betrieb von der Welle *B* aus durch die Riemscheiben *EF* und *DC* geschehe; es handelt sich um die Ermittlung der an der Ase *B* in der Richtung *KP* anzubringenden Betriebskraft *P*. Bezeichnet man mit *S*<sub>1</sub> die Spannung in dem ziehenden Riemenende *CF* und mit *S*<sub>2</sub> diejenige in *ED*, so ist aus dem Früheren bekannt, daß für den Riemenbetrieb die Beziehung gilt

Fig. 809.



unter  $\gamma$  den umspannten Bogen *DAC* der kleineren Scheibe und unter *E* die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems verstanden. Wenn man die Größe  $e^{\gamma}$  berechnet oder einer dazu dienenden Tabelle entnommen hat, so kann man auf den beiden Riemenrichtungen *OC* und *OD* vom Schnittpunkte *O* aus nach einem beliebigen Maßstabe zwei Stücke *OH* und *OG* in dem Verhältnisse  $e^{\gamma}$  antragen, und erhält dann in der Diagonale *OJ* des zugehörigen Parallelogramms die Richtung und Lage für die Resultante der von dem Riemen ausgeübten Zugkräfte. Diese Richtung schneidet sich mit *Q* in *o*<sub>1</sub>, folglich liefert die Tangente *o*<sub>1</sub>*a* die Richtung der Lagerreaction *R*<sub>1</sub> in *A*. Macht man daher *I**o*<sub>1</sub> = *Q* und zieht durch *I* eine Parallele zu *ao*<sub>1</sub>, so erhält man in *o*<sub>1</sub>*II* die Größe des resultirenden Riemenzuges *Z*, welche Kraft, nach den Richtungen der Riemen

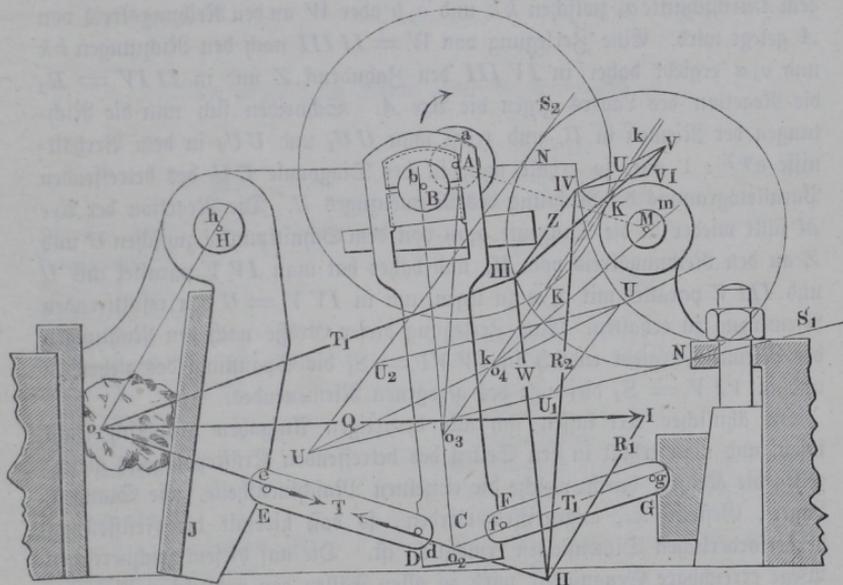
$$S_1 = S_2 e^{\gamma},$$

unter  $\gamma$  den umspannten Bogen *DAC* der kleineren Scheibe und unter *E* die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems verstanden. Wenn man die Größe  $e^{\gamma}$  berechnet oder einer dazu dienenden Tabelle entnommen hat, so kann man auf den beiden Riemenrichtungen *OC* und *OD* vom Schnittpunkte *O* aus nach einem beliebigen Maßstabe zwei Stücke *OH* und *OG* in dem Verhältnisse  $e^{\gamma}$  antragen, und erhält dann in der Diagonale *OJ* des zugehörigen Parallelogramms die Richtung und Lage für die Resultante der von dem Riemen ausgeübten Zugkräfte. Diese Richtung schneidet sich mit *Q* in *o*<sub>1</sub>, folglich liefert die Tangente *o*<sub>1</sub>*a* die Richtung der Lagerreaction *R*<sub>1</sub> in *A*. Macht man daher *I**o*<sub>1</sub> = *Q* und zieht durch *I* eine Parallele zu *ao*<sub>1</sub>, so erhält man in *o*<sub>1</sub>*II* die Größe des resultirenden Riemenzuges *Z*, welche Kraft, nach den Richtungen der Riemen

$CF$  und  $DE$  zerlegt, in  $o_1 IV = S_1$  und in  $IV II = S_2$  die beiden Riemen Spannungen liefert. Um endlich  $P$  zu bestimmen, hat man wieder die Reaction  $R_2$  des Lagers von  $B$  in der Tangente  $o_2 b$  anzunehmen, welche vom Schnittpunkte  $o_2$  zwischen  $Z$  und  $P$  an den Reibungskreis von  $B$  gezogen ist, und nun den Riemenzug  $Z$  nach dieser Richtung  $o_2 b$  und derjenigen von  $P$  zu zerlegen. Man erhält dann in  $o_1 III$  die in der Richtung  $KP$  an der Axe  $B$  erforderliche Betriebskraft.

Zu näherer Erläuterung des Vorstehenden möge schließlich noch als Beispiel eine Untersuchung der in Fig. 810 dargestellten Steinbrechmaschine folgen, wie selbige zum Zerkleinern von Erzen u. häufig zur Verwendung kommt. Hierbei wird das zu zertrümmernde Material  $W$  durch die um  $H$

Fig. 810.



drehbare Klappe  $HJ$  zerdrückt, welche mit Hilfe des Kniehebels  $EDFG$  durch die Kurbelstange  $BC$  der Kurbel  $AB$  bewegt wird. Wenn die Drehung der Kurbelwelle  $A$  durch die Zahnräder  $AK$  und  $MK$  vermittelt der Riemscheibe  $NN$  bewirkt werden soll, so findet man in folgender Art den von dem Riemen auszuübenden Zug für einen Widerstand  $Q = o_1 I$ , den das Material dem Zerstückwerden entgegensetzt. Bei einer Aufwärtsbewegung der Kurbelstange  $CB$  können die beiden Knieschenkel  $DE$  und  $FG$  nur in den Tangenten  $de$  und  $fg$  an die betreffenden Reibungskreise mit den Kräften  $T$  und  $T_1$  reagiren. Durch den Schnittpunkt  $o_1$  zwischen

den auf die Klappe wirkenden Kräften  $Q$  und  $T$  muß daher die Reaction des Zapfenlagers von  $H$  gehen, deren Richtung man in der Tangente  $o_1 h$  des Reibungskreises von  $H$  findet. Zieht man daher durch  $I$  eine Parallele zu  $o_1 h$ , so ergibt sich in  $IIo_1$  die Strebenkraft  $T$  des Schenkels  $DE$ . Diese Kraft schneidet sich mit  $T_1$  in  $o_2$ , daher muß die Kurbelstange  $CB$  einen Zug  $W$  in der Richtung  $o_2 b$  ausüben, dessen Größe man in  $IIIII = W$  erhält, wenn man  $IIo_1$  nach den Richtungen  $fg$  von  $T_1$  und  $o_2 b$  zerlegt. Ist  $KK$  die theoretische Druckrichtung der Zähne bei  $K$ , und zieht man in dem Abstände  $\xi = \varphi \frac{t}{2}$  zu dieser Linie die parallele Gerade  $kk$ ,

so ist hierin die wirkliche Druckrichtung für den Zahndruck  $Z$  gegeben, man hat daher die Reaction von  $A$  in der Tangente  $o_3 a$  anzunehmen, welche von dem Durchschnitte  $o_3$  zwischen  $kk$  und  $o_2 b$  oder  $W$  an den Reibungskreis von  $A$  gelegt wird. Eine Zerlegung von  $W = IIIII$  nach den Richtungen  $kk$  und  $o_3 a$  ergibt daher in  $IVIII$  den Zahndruck  $Z$  und in  $IIIV = R_2$  die Reaction des Lagers gegen die Ase  $A$ . Schneiden sich nun die Richtungen der Riemen in  $U$ , und trägt man  $UU_1$  und  $UU_2$  in dem Verhältnisse  $e^{\varphi\gamma} : 1$  auf, so erhält man in der Diagonale  $UU$  des betreffenden Parallelogramms die Richtung des Riemenzuges  $U$ . Die Reaction der Ase  $M$  fällt wieder in die Tangente  $o_4 m$  von dem Schnittpunkte zwischen  $U$  und  $Z$  an den Reibungskreis von  $M$ , und daher hat man  $IVV$  parallel mit  $U$  und  $IIIIV$  parallel mit  $o_4 m$  zu legen, um in  $IVV = U$  den resultirenden Riemenzug zu erhalten. Eine Zerlegung dieser Größe nach den Richtungen des Riemen ergiebt endlich in  $IVVI = S_1$  die Spannung des ziehenden und in  $VIIV = S_2$  diejenige des gezogenen Riemenendes.

In ähnlicher Art lassen sich alle derartigen Aufgaben graphisch leicht lösen, und man erhält in den Seiten des betreffenden Kräftepolygons gleichzeitig die Kräfte, durch welche die einzelnen Maschinentheile, wie Stangen, Lager, Gestelle zc., angegriffen werden, so daß hiermit die Feststellung der erforderlichen Dimensionen ermöglicht ist. Die auf diesem zeichnerischen Wege erreichbare Genauigkeit wird in allen Fällen den praktischen Anforderungen genügen, sobald man den Maßstab für das Diagramm nicht zu klein wählt.

## Alphabetisches Sachregister.

Die angeführten Ziffern geben die Seitenzahl an.

### A.

Abfallen, 1010.  
Abnutzung, 88.  
Abstützen, 564.  
Abwickelbarkeit, 62.  
Abzug, 880.  
Accumulator, 530, 911, 913.  
Aequidistante, 1018.  
Angewelle, 179.  
Anheben, 1010.  
Anker, 539.  
Ankerhemmung, 898.  
Anlauf, 710.  
Anspannung, verschärzte, 297.  
Antiparallelfurbel, 673.  
Arbeitsmaschinen, 1, 619.  
Armirt Wellen, 130.  
Astasie der Regulatoren, 1015.  
Aufwindbewegung, 246.  
Aufwindedraht, 842.  
Aufzug, 874, 911.  
Ausgleichungswagen, 968.  
Auslauf, 710.  
Ausrückgabel, 869.  
Ausrückkupplung, 160.  
Ausrückvorrichtung, 846.  
Ausstreichen, 390.  
Auszugsfchnecke, 260.

Aren, 79, 111.  
Aren, conjugirte, 60.  
Aroide, 61, 207, 329, 404.

### B.

Backenbremse, 917.  
Baggermaschine, 165, 441, 769.  
Balancier, 738.  
Bandbremse, 917, 929.  
Baumwollstrecke, 896.  
Befestigungsschrauben, 612, 619, 625.  
Beharrungszustand, 710, 982.  
Beschleunigung, 28, 35.  
Beschleunigungscentrum, 30, 32, 36, 46, 790.  
Beschleunigungsdruck, 750.  
Bewegung, allgemeine, 58.  
Bewegung, einfache, 6.  
Bewegung, relative, 62.  
Bewegung, schraubenförmige, 59.  
Bewegung, Zusammenfetzung derselben, 7.  
Biegfame Fortpflanzungsmittel, 561.  
Biegfame Kuppelung, 136, 141.  
Biegung der Tragagen, 113, 122.  
Blockhalter, 457.  
Blockwagen, 461, 847.  
Bocklager, 185, 188.

Bodenstein, 197.  
 Bohrfnarre, 888.  
 Bohrlöcher, 561.  
 Bohrmaschinen, 921.  
 Bohrwerk, 247.  
 Bramahschloß, 882.  
 Bréguet und Schlüssel, 848.  
 Breithalter, 833.  
 Bremsbaden, 917.  
 Bremsen, 915.  
 Bremsring, 935.  
 Bremscheiben, 916.  
 Brillenage, 511.  
 Brodirmaschine, 550.  
 Bronze, 176.  
 Bruchschwinge, 532, 1063.  
 Brückenwage, 555.  
 Buchanan'sches Ruderrad, 580.  
 Buchdruckerpresse, 257.  
 Büchsenführung, 451.  
 Bündelseile, 581.  
 Buffer, 805.  
 Fuß'scher Regulator, 1044.

## C.

Cadiat'sche Ringschütze, 555.  
 Carabinerhaken, 593.  
 Centesimalwage, 555.  
 Centralaxe, 61.  
 Centrifugalregulatoren, 1002.  
 Centrifugaltrockenmaschine, 262.  
 Chronometrische Apparate, 940.  
 Chubb'schloß, 882.  
 Compression, 745.  
 Conchoidenlenker, 479.  
 Conische Räder, 224, 410.  
 Conische Schnecke, 261.  
 Conische Trommeln, 320.  
 Conjugirte Axen, 60.  
 Contremuttern, 630.  
 Copping Platte, 842.  
 Cosinusregulator, 1037.  
 Coulissen, 455.  
 Curvenflächen, 797.  
 Curvengetriebe, 797.  
 Curvencheiben 806.  
 Curvencheiben, ebene, 811.  
 Curvencheiben, cylindrische, 829.

Curvenstienen, 840.  
 Cycloidenverzahnung, 339.  
 Cylindergöpel, 244.  
 Cylinderhemmung, 904.

## D.

Dampfpumpe, 678.  
 Daumen, 801.  
 Daumenwelle, 125.  
 Decimalwage, 555.  
 Demoloir, 817, 819.  
 Differentialbewegung, 637.  
 Differentialbremse, 933.  
 Differentialgetriebe, 66, 243.  
 Differentialräder, 237, 243.  
 Differentialregulator, 1045.  
 Differentialschraube, 634.  
 Doppelsteigradhemmung, 907.  
 Draht, 568.  
 Drahtbremse, 930.  
 Drahtseil, 574, 582.  
 Drahtseilbetrieb, 292.  
 Drehaxe, augenblickliche, 15, 53.  
 Dreharenfläche, 418.  
 Drehbank, 452, 458, 619, 857.  
 Drehbanksfutter, 814.  
 Drehkörperpaar, 67.  
 Drehling, 347.  
 Drehpunkt, augenblicklicher, 15.  
 Drehung, 7, 9, 48, 52.  
 Drehungspaar, 13.  
 Dreieckscenter, 826.  
 Drosselventil, 1004.  
 Druckstrebe, 539.  
 Druckwerk, 619.  
 Dualismus, 18.  
 Duplexhemmung, 907.  
 Durchsenkung der Drahtseile, 295.

## E.

Eingängige Schraube, 613.  
 Eingriffbogen, 339.  
 Eingrifffläche, 413.  
 Eingrifflinie, 337.  
 Eingriffswinkel, 339.  
 Eintheilige Kuppelung, 137.