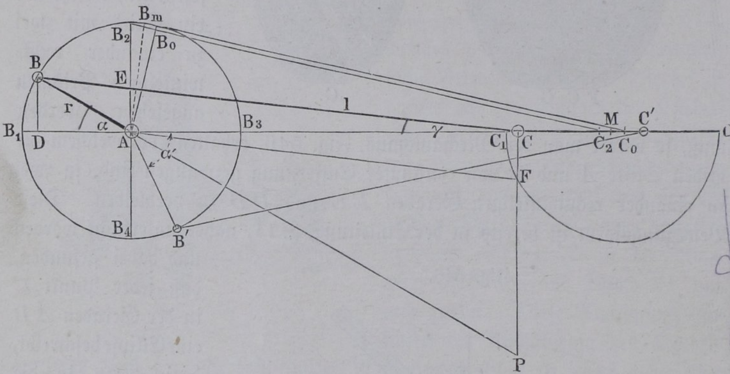
§. 139. Bewegungsverhältnisse der Kurbel. Um die Verhältnisse der Bewegung bei dem Kurbelgetriebe zu untersuchen, sei $AB = r$, Fig. 547, die Länge des Kurbelarms und $BC = l$ diejenige der Lenkerstange. Es möge vorausgesetzt werden, daß die Gerade $C_1 C_3$, in welcher der Kreuzkopf C geführt wird, durch die Axe A hindurchgehe, und soll im Folgenden der zwischen der Axe A und der Führung $C_1 C_3$ gelegene todte Punkt B_3 als innerer und B_1 als äußerer Todtpunkt bezeichnet werden. Für die Kurbel AB sei eine rechtsläufige Drehung im Sinne der Uhrzeigerbewegung, also in der Richtung $B_1 B_2 B_3 B_4$ vorausgesetzt, und möge eine halbe Drehung $B_1 B_2 B_3$, während welcher der Kreuzkopf von der Kurbelaxe sich entfernt, kurzweg als Hingang oder Vorwärtsgang, die halbe Drehung $B_3 B_4 B_1$,

Fig. 547.



während welcher der Kreuzkopf sich der Kurbelwelle nähert, als Hergang oder Rückgang bezeichnet werden. Der Drehungswinkel α der Kurbel für irgend eine Lage AB derselben soll von dem todten Punkte aus gezählt werden, von welchem die Kurbel ausgeht, also von B_1 für den Hingang und von B_3 für den Rückgang, desgleichen soll unter dem Wege s des Kreuzkopfes die Strecke verstanden werden, um welche derselbe beim Hingange von C_1 und beim Rückgange von C_3 sich entfernt hat. Auf die Gewichte der einzelnen Theile wie Kurbel, Lenkerstange ꝛc. soll vor der Hand nicht gerücksichtigt werden, vielmehr soll der Einfluß der Massen auf die Kurbelbewegung später besonders untersucht werden.

Wenn während des Hinganges die Kurbel AB sich um den Winkel $B_1 AB = \alpha$ gedreht hat, so findet man den Weg s des Kreuzkopfes $s = C_1 C$ durch die Beziehung:

$$r \cos \alpha + AC_1 + s = l \cos \gamma,$$

unter γ den Neigungswinkel der Schubstange gegen die Führungsgerade AC verstanden. Da $AC_1 = l - r$, so läßt sich obiger Ausdruck auch schreiben:

$$r \cos \alpha + l - r + s = l \cos \gamma,$$

oder

$$s = r(1 - \cos \alpha) - l(1 - \cos \gamma).$$

Es ist leicht zu ersehen, daß für den Rückgang, wenn die Kurbel den Winkel $B_3 A B' = \alpha'$ durchmessen hat, der Weg des Kreuzkopfes $s' = C_3 C'$ ebenso gefunden wird, aus

$$r \cos \alpha' + l \cos \gamma' + s' = r + l$$

zu

$$s' = r(1 - \cos \alpha') + l(1 - \cos \gamma').$$

Man kann daher allgemein

$$s = r(1 - \cos \alpha) \mp l(1 - \cos \gamma)$$

schreiben, worin das obere Zeichen dem Hingange, das untere dem Rückgange zukommt. Zur Bestimmung von γ hat man nach der Figur

$$r \sin \alpha = l \sin \gamma,$$

woraus

$$\sin \gamma = \frac{r}{l} \sin \alpha \text{ und } \cos \gamma = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \alpha}$$

folgt.

Da in den Ausführungen l immer beträchtlich größer ist als r, und z. B. $\frac{r}{l}$ selten größer als $1/5$ sein wird, so kann man mit genügender Annäherung

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \alpha} = 1 - \frac{r^2}{2l^2} \sin^2 \alpha$$

setzen, und erhält durch Einführung dieses Werthes

$$s = r(1 - \cos \alpha) \mp \frac{r^2}{2l} \sin^2 \alpha.$$

Selbstredend wird für $\alpha = 0$, also für die todten Punkte $s = 0$. Setzt man dagegen $\alpha = 90^0$, so erhält man

$$s = r \mp \frac{r^2}{2l} = r\left(1 \mp \frac{r}{2l}\right).$$

Während also einer Vierteldrehung entsprechend, der Weg des Kreuzkopfes beim Hingange um die Größe $MC_2 = \frac{r^2}{2l}$ kleiner ist als der halbe Hub r, so ist der Weg beim Rückgange um eben so viel größer als der halbe Hub, so daß der Kreuzkopf jedesmal dieselbe Stelle C_2 einnimmt, wenn die Kurbel die Punkte B_2 und B_4, d. h. den auf der Führung $C_1 C_3$ senkrechten Durchmesser passirt. Man erkennt hieraus, daß die Bewegung des Kreuzkopfes während des Hinganges eine andere ist, als während des Rückganges, und daß die Verschiedenheit um so größer ist, je größer das Verhältniß $\frac{r}{l}$ ist. So sind z. B. bei einem Verhältnisse $\frac{r}{l} = 1/5$ die beiden einer Vierteldrehung entsprechenden Wege für Hin- und Hergang beziehungsweise durch $0{,}9\,r$ und $1{,}1\,r$ gefunden. Für die Annahme einer unendlich langen Lenkerstange, also für die Schleifenkurbel ergiebt die gefundene Formel einfach $s = r\,(1 - \cos\alpha)$ für den Hingang sowohl wie für den Hergang; beide Bewegungen stimmen in diesem Falle überein.

Für die mittlere Stellung des Kreuzkopfes in M, also für $s = r$, findet man aus

$$r \cos\alpha \pm l = \pm\, l \cos\gamma = \pm \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2\alpha}$$

oder

$$r^2 \cos^2\alpha \pm 2\,l\,r \cos\alpha + l^2 = l^2 - r^2 + r^2 \cos^2\alpha$$

den Drehungswinkel α durch:

$$\cos\alpha = \mp \frac{r}{2\,l}.$$

Setzt man z. B. $\frac{r}{l} = 1/5$, so folgt hieraus $\alpha = 95^0\ 45'$ für den Hingang und $\alpha = 84^0\ 15'$ für den Rückgang.

Von einigem Interesse ist noch diejenige Kurbelstellung B_0, in welcher die Lenkerstange mit der Kurbelrichtung einen Winkel $\beta = 90^0$ bildet. Für diesen Fall hat man aus der Figur

$$tg\,\gamma = \mp \cotg\,\alpha_0 = \frac{r}{l},$$

z. B. für $\frac{r}{l} = 1/5$ ist $\alpha_0 = 101^0\ 20'$ für den Hingang und $78^0\ 40'$ für den Rückgang. Den Weg $C_1\,C_0$ bezw. $C_3\,C_0$, welchen der Kreuzkopf in dieser Kurbelstellung gemacht hat, findet man aus der allgemeinen Formel durch Einsetzung von α_0 und zwar unter Voraussetzung von $\frac{r}{l} = 1/5$ zu:

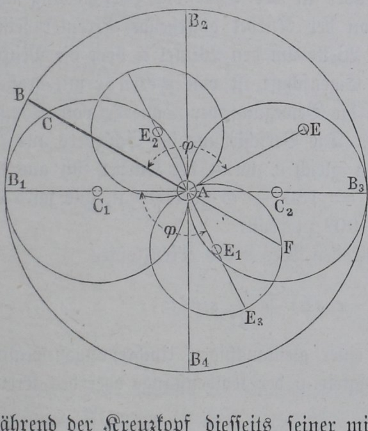
$$s = 1{,}10\,r \text{ für den Vorwärtsgang und}$$
$$s = 0{,}90\,r \text{ für den Rückwärtsgang.}$$

Es liegt daher beiläufig in diesem Falle der Punkt C_0 eben so weit hinter der Mitte M, wie der Punkt C_2, welcher einer Kurbeldrehung um 90^0 zugehört, vor dieser Mitte liegt. Bei einer unendlich langen Lenkerstange fallen die betreffenden Kurbelstellungen B_m und B_0 in der Mittelstellung B_2 und die Stellungen C_2 und C_0 in der Hubmitte M zusammen.

In sehr vielen Ausführungen der Praxis ist die Länge l der Lenkerstange im Vergleich zur Kurbellänge r so groß, daß man den kleinen Abweichungswinkel γ, dessen größter Werth durch $sin \gamma = \frac{r}{l}$ gegeben ist, vernachlässigen kann, insbesondere gilt dies für die Anordnung der Excenter zur Bewegung der Schieber von Dampfmaschinen, da die Excenter lediglich als Kurbeln zu betrachten sind. Man kann daher in solchen Fällen immer die Lenkstange als unendlich lang voraussetzen, und hat die Bewegung der gerade geführten Stange durch die einfachere Formel $s = r\ (1 - cos\,\alpha)$ ausgedrückt. Es ist nun ersichtlich, daß der Kurbelkreis selbst für jede beliebige Stellung AB der Kurbel diesen Weg direct in dem Abstande des todten Punktes von der Projection D der Kurbelwarze auf den Durchmesser $B_1 B_3$ ergiebt, da in jedem Falle $B_1 D = r\ (1 - cos\,\alpha)$ ist.

Es giebt aber auch noch ein anderes Mittel, in jeder Kurbelstellung den Weg des Kreuzkopfes graphisch darzustellen, und zwar als eine direct abzugreifende Länge, zu deren Construction man nicht erst das Loth BD zu ziehen hat. Denkt man sich nämlich in dem Kurbelkreise, Fig. 548, über der Kurbellänge in den Todtlagen AB_1 und AB_3 als Durchmesser die beiden Kreise C_1 und C_2 beschrieben, so erhält man für jede beliebige Stellung der Kurbel wie AB in der Sehne AC den Betrag, um welchen der Kreuzkopf aus seiner mittleren Lage verschoben ist, denn es ist $AC = AB_1\, cos\,\alpha = r\, cos\,\alpha$. Dabei gilt der Kreis C_1 für die Bewegung der Kurbel in dem Halbkreise $B_4 B_1 B_2$, d. h. während der Kreuzkopf diesseits seiner mittleren Lage sich bewegt, während der zweite Kreis C_2 für die andere Bewegungshälfte jenseits der Mittellage, oder für den Kurbelhalbkreis $B_2 B_3 B_4$ gültig ist. Stellt man sich nun vor, es sei, wie bei Dampfmaschinen mit der gewöhnlichen Schiebersteuerung immer der Fall ist, auf der Axe A der Kurbel ein Excenter, oder eine zweite Kurbel AE angebracht, welche von der Kurbel AB um einen Winkel $BAE = \varphi$ abweicht, so kann man auch für diese Kurbel den Weg des Kreuzkopfes oder der Schieberstange in ähnlicher Art leicht finden. Wollte man zu dem Ende auch zwei Kreise durch A zeichnen, deren Mittelpunkte auf $B_1 B_3$ zu beiden

Fig. 548.



Seiten von A liegen und deren Durchmesser gleich der Kurbellänge AE, d. h. gleich der Excentricität sind, so würde man den Weg des Schiebers für jede Kurbelstellung AB in derjenigen Sehne dieser Kreise finden, welche um den Winkel $BAE = \varphi$ von der Kurbelrichtung AB nach vorwärts abweicht. Um aber dieses jedesmalige Antragen des Winkels φ an die betreffende Kurbelrichtung AB zu umgehen, kann man auch die beiden dem Excenter entsprechenden Kreise um denselben Winkel φ nach der entgegengesetzten Richtung, also hier nach rückwärts gedreht denken, wodurch die Mittelpunkte E_1 und E_2 dieser Kreise auf einen Durchmesser $E_1 A E_2$ des Kurbelkreises zu liegen kommen, welcher mit der Schubrichtung $B_1 B_3$ den Winkel $B_1 A E_1 = \varphi$ bildet. Man erkennt dann sogleich, daß die in die Kurbelrichtung AB fallende Sehne AF des einen dieser Kreise direct die Verschiebung angiebt, um welche der von dem Excenter AE bewegte Schieber aus seiner mittleren Stellung gerückt ist, sobald die Kurbel in die Richtung AB getreten ist. Man ersieht auch aus der Figur, daß die Länge dieser Sehne durch $AF = AE_3 \cos FAE_3 = -e . \cos(\alpha + \varphi)$ gegeben ist, unter e die Größe der Excentricität $AE = AE_3$ des Excenters verstanden. Diese Größe drückt aber in der That die Verschiebung aus, welche der um den Winkel φ von der Kurbel abstehende Excenter seiner Stange nach einer Drehung der Welle um den Winkel α über die Mittellage hinaus ertheilt hat. Diese Eigenschaft ist von Zeuner mit großem Vortheile verwendet worden, um die Bewegung der Schieber von Dampfmaschinen graphisch darzustellen*). Die Verschiebung des Schiebers aus der Mitte ist natürlich ein Maximum gleich e, wenn die Kurbel sich aus der Todtlage um den Winkel $B_1 A E_2 = 180 - \varphi$ gedreht hat, und wird bei weiterer Drehung der Kurbel um 90^0 zu Null.

Aus der allgemeinen Formel für den Weg s des Kreuzkopfes

$$s = r\,(1 - \cos\alpha) \mp \frac{r^2}{2l} \sin^2\alpha$$

erhält man unter Voraussetzung einer gleichmäßigen Umdrehungsbewegung der Kurbelwelle A die Geschwindigkeit c der Kolbenstange oder des Kreuzkopfes, nach Theil I, §. 21:

$$c = \frac{\partial s}{\partial t},$$

oder da $\omega \partial t = \partial \alpha$, unter ω die constante Winkelgeschwindigkeit verstanden, so erhält man auch:

$$c = \omega \frac{\partial s}{\partial \alpha} = \omega\,(r \sin\alpha \mp \frac{r^2}{2l} 2 \sin\alpha \cos\alpha) = \omega r \left(\sin\alpha \mp \frac{r}{2l} \sin 2\alpha\right).$$

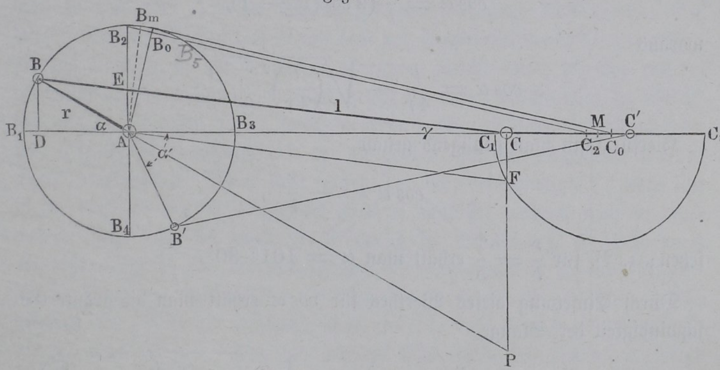
*) S. Die Schiebersteuerungen von Zeuner.

Da nun die constante Umfangsgeschwindigkeit v der Kurbelwarze sich durch $r\omega$ ausdrückt, so hat man das Umsetzungsverhältniß zwischen den Geschwindigkeiten des Kreuzkopfes und des Kurbelzapfens für den beliebigen Winkel α ausgedrückt durch

$$\nu = \frac{c}{v} = \sin\alpha \mp \frac{r}{2l} \sin 2\alpha.$$

Die Geschwindigkeit c wird zu Null für $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^0$, d. h. für die Todtlagen der Kurbel, wie es auch dem Wechsel der Kolbenbewegung in diesen Punkten entspricht. Für $\alpha = 90^0$, d. h. für die Kurbelstellungen in B_2 und in B_4, Fig. 549, dagegen erhält man $\frac{c}{v} = 1$, d. h. in den mittleren Kurbellagen, welche zu den Todtlagen rechtwinkelig stehen, hat der Kreuzkopf stets mit dem Kurbelzapfen gleiche Geschwindigkeit, wie groß auch das Verhältniß $\frac{r}{l}$ sein möge, und man erkennt leicht, daß dieses Gesetz auch noch für eine ungleichförmige Bewegung der Kurbelwelle seine Gültigkeit behalten muß.

Fig. 549.



Wollte man dagegen die Geschwindigkeit c für die mittlere Lage des Kreuzkopfes in M finden, so hätte man für α in die Formel den dieser Stellung zugehörigen Winkel einzusetzen, für welchen oben gefunden wurde

$$\cos\alpha = \mp \frac{r}{2l}, \text{ also } \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{r^2}{4l^2}}.$$

Man erhielte hierdurch:

$$\nu = \sin\alpha \mp \frac{r}{2l} \sin 2\alpha = \sin\alpha \left(1 \mp \frac{r}{l} \cos\alpha\right)$$
$$= \sqrt{1 - \frac{r^2}{4l^2}} \left(1 + \frac{r^2}{2l^2}\right),$$

was man unter Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\frac{r}{l}$ auch schreiben kann:

$$\nu = \frac{c}{v} = 1 + \frac{3}{8}\frac{r^2}{l^2};$$

beispielsweise ist für:

$$\frac{r}{l} = \frac{1}{5},\ \nu = 1{,}015.$$

Das Maximum der Kolbengeschwindigkeit c findet man aus:

$$\frac{\partial c}{\partial \alpha} = 0,$$

d. h. aus

$$\cos\alpha - \frac{r}{l}\cos 2\alpha = 0.$$

Man hat daher hierfür:

$$\cos\alpha = \frac{r}{l}(2\cos^2\alpha - 1),$$

woraus

$$\cos\alpha = \frac{l}{4r} - \sqrt{\left(\frac{l}{4r}\right)^2 + \frac{1}{2}}.$$

Hierfür kann man genügend genau

$$\cos\alpha = -\frac{r}{l}$$

setzen; z. B. für $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ erhält man $\alpha = 101^0\ 30'$.

Durch Einsetzung dieses Werthes für $\cos\alpha$ erhält man die größte Geschwindigkeit der Stange

$$c_{max} = v\left(\sin\alpha - \frac{r}{2l}\sin 2\alpha\right) = v\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2}\left(1 + \frac{r^2}{l^2}\right)$$

$$= v\left(1 + \frac{r^2}{2l^2}\right).$$

Für $\frac{r}{l} = 1/5$ folgt daher dieser Werth zu:

$$c_{max} = v\left(1 + \frac{1}{2}\frac{1}{25}\right) = 1{,}02\ v.$$

Den Durchschnittswerth für die Kolbengeschwindigkeit während einer Periode oder Umdrehung erhält man offenbar durch:

$$\frac{c}{v} = \frac{4r}{2\pi r} = 0{,}6366.$$

Man kann sich von der Größe der Stangengeschwindigkeit c auch noch durch ein graphisches Verfahren eine klare Vorstellung verschaffen. Zieht man nämlich in irgend einer Lage C des Kreuzkopfes eine Normale zu der Führungslinie $C_1 C_3$, so findet man im Durchschnittspunkte P dieser Normale mit der zugehörigen Kurbelrichtung das Momentancentrum oder den Pol, um welchen die Lenkerstange BC in dem betrachteten Augenblicke eine unendlich kleine Drehung vollführt. Da sich hierbei die Geschwindigkeiten c und v der Endpunkte C und B der Schubstange wie die Polstrahlen PC und PB verhalten, so hat man in jedem Falle:

$$c : v = PC : PB = FC : AB,$$

wenn die Gerade AF parallel zur Richtung der Lenkerstange durch die Axe A gelegt wird. Nimmt man daher etwa den Kurbelhalbmesser $AB = r$ als das Maß der Umfangsgeschwindigkeit v des Kurbelzapfens an, so erhält man in CF oder AE den Betrag der augenblicklichen Kolbengeschwindigkeit c. Da der Abschnitt AE auf dem zur Führungslinie $C_1 C_3$ senkrechten Radius liegt, d. h. auf derjenigen Geraden, welche durch die Axe mit der unendlich langen Schwinge parallel gelegt ist, durch welche man die Geradführung $C_1 C_3$ ersetzt denken kann, so erkennt man die Uebereinstimmung der hier gefundenen Beziehung mit der in §. 135 für das allgemeine Kurbelviereck aufgestellten. Man sieht ferner, daß die Geschwindigkeit c nicht nur in der Lage B_2 des Kurbelzapfens gleich v ausfällt, sondern noch in einer anderen Lage B_5, für welche die Richtung der Schubstange ebenfalls durch B_2 geht, während für alle Stellungen des Kurbelzapfens zwischen B_2 und B_5 die Stangengeschwindigkeit c größer sein muß als die der Kurbelwarze, insofern der betreffende Abschnitt AE für alle diese Punkte größer ausfällt als der Kurbelarm r. Für alle übrigen Stellungen der Kurbel innerhalb des Halbkreises $B_1 B_2 B_3$ wird ebenso c kleiner als v. Für den Rückgang der Kurbel gelten dieselben Betrachtungen.

Wenn man sich die hier angegebene Construction von $CF = c$ für jede mögliche Kurbelstellung ausgeführt denkt, so erhält man in dem Verlaufe der Punkte F eine stetige Curve $C_1 F C_3$, welche in jeder ihrer Ordinaten CF unmittelbar die Geschwindigkeiten der Kolbenstange in demjenigen Augenblicke ergiebt, in welchem der Kreuzkopf den Fußpunkt C der Ordinate passirt. Es ist aus dem Vorstehenden erkenntlich, daß für den Fall einer unendlich langen Lenkerstange diese Curve zu einem Halbkreise über dem Hube $C_1 C_3$ werden muß, und daß dieser Halbkreis die für endliche Länge der Schubstange geltende Curve F in zwei Punkten durchschneiden muß. In allen denjenigen

Fällen, wo die Länge l der Schubstange gegen den Kurbelarm nicht sehr gering ist, wird man annehmen dürfen, daß das Maximum der Kolbengeschwindigkeit derjenigen Kurbelstellung sehr nahe entspricht, für welche die Richtung der Schubstange den Kurbelkreis tangirt, d. h. der oben mit B_0 bezeichneten Stellung des Kurbelzapfens, für welchen

$$cotg\,\alpha = -\frac{r}{l}$$

gefunden wurde. Die Rechnung gab für diesen Winkel der maximalen Geschwindigkeit den angenäherten Werth

$$cos\,\alpha = -\frac{r}{l},$$

doch ist für diesen Winkel, welcher von 90^0 nur wenig abweicht, genügend genau der Cosinus gleich der Cotangente zu setzen, wie denn das Beispiel $\frac{r}{l} = {}^1/_5$ in dem einen Falle

$$arc\ cotg - \frac{r}{l} = 101^0\ 20'$$

und

$$arc\ cos - \frac{r}{l} = 101^0\ 30'$$

ergab.

Alle vorhergegangenen Betrachtungen gelten natürlich nur unter der ausdrücklichen Unterstellung, daß die Kurbel mit constanter Winkelgeschwindigkeit sich dreht, und es muß in dem Falle, daß diese Voraussetzung nicht zutrifft, die Geschwindigkeit c aus der veränderlichen Geschwindigkeit v durch Reduction mit dem Verhältnisse

$$\frac{c}{v} = \frac{AE}{AB}$$

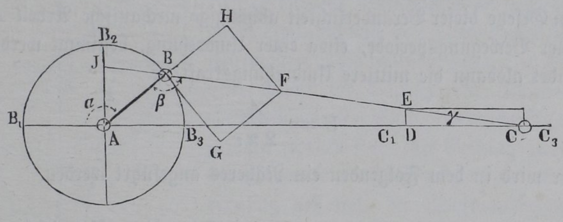
ermittelt werden, wofür in dem Folgenden einige Beispiele angeführt werden.

Mit der Umsetzung der Geschwindigkeit v der Kurbelwarze in diejenige c der Kolbenstange steht die Veränderlichkeit in engem Zusammenhange, in welcher die auf den Kolben wirkende Druck- oder Widerstandskraft Q sich nach dem Kurbelzapfen überträgt. Denkt man auf den Kreuzkopf C, Fig. 550, in einem beliebigen Augenblicke in der Richtung der Geradführung $C_1 C_3$ die Kolbenkraft $Q = CD$ ausgeübt, so zerlegt sich dieselbe in eine senkrecht zu der Führung wirkende und von dieser direct aufgenommenen Seitenkraft $ED = Q\ tang\,\gamma$, und in eine andere in die Schubstange fallende Componente

$$CE = \frac{Q}{cos\,\gamma},$$

wenn wieder γ den Neigungswinkel der Schubstange gegen die Geradführung bedeutet. Letztere Kraft CE wird auf die Kurbel AB vermöge der beiden Componenten nach radialer und tangentialer Richtung zwei Wirkungen äußern, derartig daß die radiale Componente $HB = FB \cos\beta$ eine Pressung der Axe A in ihr Lager verursacht und Reibung erzeugt, während die tangentiale Componente $GB = FB \sin\beta$ als Umfangskraft U eine Umdrehung der Kurbelwelle zu befördern oder zu verhindern bestrebt ist, je nachdem der Kolbendruck Q wie bei Dampfmaschinen die treibende oder wie bei Pumpwerken die widerstehende Kraft abgiebt. Auf alle Fälle wird von der Umfangskraft U während der Bewegung eine gewisse mechanische Arbeit verrichtet, welche, abgesehen von Reibungen, gleich

Fig. 550.



derjenigen sein muß, welche in derselben Zeit von der Kolbenkraft geleistet wird. Die Größe dieser Umfangskraft $GB = U$ bestimmt sich nach der Figur zu:

$$U = FB . \cos(\beta - 90^0) = \frac{Q}{\cos\gamma} \sin\beta.$$

Verlängert man auch hier die Schubstange CB bis zum Durchschnitte J mit dem zur Geradführung senkrechten Radius, so folgt aus dem Dreiecke AJB, daß

$$AJ = AB \frac{\sin\beta}{\cos\gamma} = r \frac{\sin\beta}{\cos\gamma}$$

ist, und man schließt daraus, daß der Abschnitt AJ das Maß für die Umfangskraft U geben muß, für den Fall, daß der Kurbelhalbmesser r als das Maß für die augenblickliche Kolbenkraft Q angesehen wird. Bei Voraussetzung einer constanten Kolbenkraft Q wird man daher die Umfangskraft durch dieselbe Construction finden, welche vorstehend zur Ermittelung der Geschwindigkeit c bei constanter Kurbelgeschwindigkeit v angegeben worden ist. Für den Fall einer veränderlichen Kolbenkraft muß hier in derselben Weise eine Reduction derselben nach dem Verhältnisse

$$\frac{U}{Q} = \frac{AJ}{r}$$

stattfinden, wie oben für die Geschwindigkeit c angedeutet wurde. Man kann daher die in Fig. 549 gefundene Geschwindigkeitscurve auch für die Veränderlichkeit der Umfangskraft U als maßgebend ansehen. Diese Uebereinstimmung zwischen den Gesetzen der Kraft und Geschwindigkeit läßt sich übrigens auch ohne Weiteres aus dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten erkennen, demzufolge jederzeit, auch für ungleichförmige Geschwindigkeiten und Kraftwirkungen, $Qc = Uv$ sein muß. Hiernach folgt auch ohne Weiteres, daß bei Voraussetzung einer constanten Kraft Q die mittlere oder durchschnittliche Umfangskraft

$$U = Q \frac{4r}{2\pi r} = 0{,}6366\ Q$$

ist. Für den Fall, daß die Kolbenkraft Q veränderlich ist, muß natürlich die von dem Gesetze dieser Veränderlichkeit abhängige mechanische Arbeit A während einer Bewegungsperiode, etwa einer Umdrehung, bestimmt werden, und man findet alsdann die mittlere Umdrehungskraft zu

$$U = \frac{A}{2\pi r}.$$

Hierüber wird in dem Folgenden ein Näheres angeführt werden.

§. 140. **Die oscillirende Kurbelschleife.** Die obigen Entwickelungen für die rotirende Schubkurbel gelten auch für die schwingende Kurbelschleife, wie sie bei den oscillirenden Dampfmaschinen zur Verwendung kommt, wovon man sich durch folgende Betrachtung überzeugt. Bezeichnet nämlich a den Abstand AC, Fig. 551, der Kurbelwelle A von der Schwingungsaxe C des Cylinders, so veranlaßt eine Drehung der Kurbel um den Winkel $B_1AB = \alpha$, vom äußeren Todtpunkte aus gerechnet, eine Verschiebung des Kolbens um

$$s = B_1C - BC = a + r - \sqrt{a^2 + 2ar\cos\alpha + r^2},$$

oder annähernd

$$s = a + r - a\left(1 + \frac{r\cos\alpha}{a} + \frac{r^2}{2a^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\,\frac{4r^2\cos^2\alpha}{2a^2}\right)$$

$$= r\,(1 - \cos\alpha) - \frac{r^2}{2a}(1 - \cos^2\alpha) = r\,(1 - \cos\alpha) - \frac{r^2}{2a}\sin^2\alpha.$$

In gleicher Art findet man für den Rückgang des Kolbens, wenn die Kurbel von dem inneren Todtpunkte B_3 aus sich um $B_3AB' = \alpha$ gedreht hat,

$$s = B'C - B_3C = \sqrt{a^2 - 2ar\cos\alpha + r^2} - (a - r)$$

oder annähernd