

Drittes Capitel.

Die Stangen und Führungen.

Stangen. Während die in den vorhergehenden beiden Capiteln betrach= §. 91.
teten Maschinentheile zur Vermittelung rotirender Bewegungen dienen,
werden die im Folgenden zu besprechenden Organe zur Aufnahme und Ueber=
tragung geradliniger Verschiebungen angewendet, dieselben entsprechen daher
dem in der Einleitung, §. 28, angeführten Prismenpaar. Man hat die zur
Vermittelung geradliniger Bewegungen verwendbaren Maschinentheile in
starre, d. h. solche, welche sowohl Zug= als Druckkräfte aufzunehmen vermögen,
und in biegsame oder solche zu unterscheiden, welcher ihrer Natur nach nur
ziehenden Kräften widerstehen können. Die erstere Gattung kann man
schlechtweg als Stangen bezeichnen, zu den letzteren gehören vornehmlich
die Seile, Ketten und sonstigen lediglich als Zugkraftorgane verwend=
baren Maschinenelemente, welche im nächsten Capitel besonders behandelt
werden sollen.

Die Stangen finden die häufigste Anwendung als sogenannte Kolben=
stangen bei Dampfmaschinen und Pumpen, indem sie bei ersteren die Be=
wegung von den Dampfkolben empfangen, bei letzteren dieselbe den Pumpen=
kolben mittheilen. Doch kommen auch sonst vielfache Anwendungen zu
anderen Zwecken vor, z. B. dienen stab= oder stangenförmige Körper, um
bei Ruthstößmaschinen und Stanzwerken dem Werkzeuge die für den Arbeits=
proceß erforderliche hin= und hergehende Bewegung zu ertheilen. Hierher
gehören denn auch viele Maschinentheile von Arbeitsmaschinen, welche, wie
die Supporttschieber an Drehbänken und die Tischplatten von Hobelmaschinen,
eine geradlinig hin= und hergehende Bewegung empfangen, ohne daß sie
gerade eine stangenförmige Gestalt hätten.

Nach dem in der Einleitung, §. 28, über Elementenpaare Gesagten wird man eine Stange derartig mit anderen Gliedern in Verbindung bringen müssen, daß sie an jeder anderen Bewegung als einer geradlinigen Verschiebung in der Bewegungsrichtung verhindert wird. Als einfachstes Mittel ergibt sich hierzu die Bildung der Stange in Gestalt eines Vollprismas und die Umschließung derselben durch ein genau passendes Hohlprisma. Diese sehr häufig zur Anwendung kommende Anordnung ist indessen nicht die einzig mögliche, sondern man kann die zwangsläufige Bewegung einer Stange auch durch verschiedene andere Mittel erreichen, wie aus dem Späteren sich ergeben wird.

Faßt man zunächst die erwähnte Geradföhrung vermöge einer prismatischen Stangenform ins Auge, so ist die Wahl der Querschnittsform für die Stange vorläufig an keine Bedingung geknüpft, und es finden sich auch in den Ausführungen sehr verschiedene Querschnittsformen in Anwendung. Indessen pflegt man allen denjenigen Stangen, welche, wie dies bei den Dampfmaschinen und sehr vielen Pumpen der Fall ist, ein luft- und wasserdichtes Eintreten der Kolbenstange in einen abgeschlossenen Raum (Cylinder) erfordern, ausnahmslos die cylindrische Form zu geben, weil von allen möglichen Querschnittsformen gerade die kreisförmige die Erreichung einer guten und dauerhaften Dichtföhrung am leichtesten erreichen läßt. Es muß zu den allerseeltensten Ausnahmen gerechnet werden, wenn man bei gewissen Dampfmaschinen (trunk-engines) für die hohle Kolbenstange einen elliptischen Querschnitt vorgeschlagen hat.

Diese Kolbenstangen macht man fast immer massiv und aus dem widerstandsfähigsten Materiale, Feinkorn-eisen oder Stahl, um den Querschnitt und damit die Reibung in der dichtenden Stopfbüchse, bei Dampfmaschinen auch um die Abkühlungsfläche auf den möglich kleinsten Werth herabzuziehen. Nur wenn man aus bestimmten Gründen sich veranlaßt sieht, die Kolbenstangen hohl zu machen, wie bei gewissen oben erwähnten Dampfmaschinen, bei hydraulischen Hebevorrichtungen und auch bei Schachtpumpen mit Wasserföhrung durch die Kolbenstange, ist die Verwendung von Gußeisen meist nicht zu umgehen.

Die vorstehenden Bemerkungen in Betreff des Querschnitts und Materials gelten natürlich nur für Kolbenstangen, soweit sie durch Stopfbüchsen geföhrt werden müssen, da wo letzteres nicht der Fall ist, werden dagegen andere Formen und Materialien vielfach verwendet. So bildet man lange Schachtgestänge häufig aus Holz und von rechteckigem Querschnitte, während die an oben genannten Arbeitsmaschinen vorkommenden Schieber zc. meist in Gußeisen ausgeföhrt werden, welches viel leichter als ein anderes Material die Anhäufung großer Massen in dem betreffenden Arbeitsorgane gestattet, von welcher Anhäufung bei derartigen Maschinen die gute Arbeitsthätigkeit

meistens in hohem Grade abhängig ist. Auch wird man in den letzteren Fällen nur selten die cylindrische Form für den zu führenden Theil wählen, weil hierbei eine Drehung desselben immer erst noch durch besondere Mittel ausgeschlossen werden muß; man zieht daher winkelförmige oder gerippte Profile der führenden Theile wegen der größeren dabei erreichbaren Sicherheit der Führung in der Regel vor. Daß übrigens die cylindrischen Kolbenstangen außer ihrer geradlinigen Verschiebung auch eine Drehung um ihre Ase annehmen könnten, ist in der Regel durch ihre Verbindung mit den anderweiten Gliedern der Maschine von vornherein ausgeschlossen.

Die Stärken der Kolbenstangen bestimmen sich nach den Regeln der absoluten oder der rückwirkenden Festigkeit, je nachdem sie lediglich auf Zug in Anspruch genommen werden, wie bei den sogenannten Saug- und Hubpumpen, oder wie bei Dampfmaschinen abwechselnd ziehend und drückend wirken. In letzterem Falle hat man die für Zerknicken, s. Thl. I, §. 273, geltenden Formeln anzuwenden. Das eine Ende der Kolbenstange wird man hierbei wegen der Führung durch die Stopfbüchse und den Kolben als unwandelbar befestigt, d. h. als eingeklemmt annehmen können, während das andere Ende gezwungen ist, in der Richtungslinie der Kraft zu verbleiben. Je nachdem die Führung dieses anderen Endes ebenfalls durch Prismen, oder, wie aus dem Späteren folgt, durch Hebelanordnungen geschieht, wird man für dieses andere Ende ebenfalls eine unwandelbare Befestigung, wie Fig. 321 darstellt, oder nach Fig. 322 die Möglichkeit einer Neigung gegen

Fig. 321.

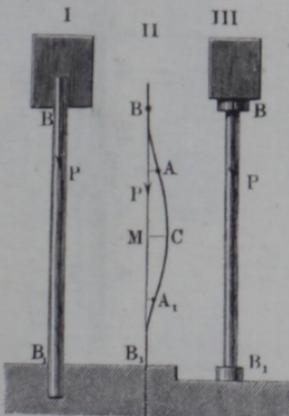
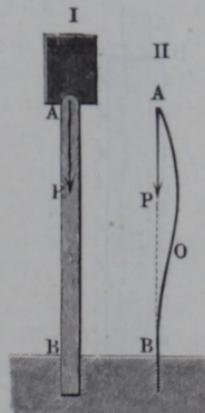


Fig. 322.



die gerade Ase anzunehmen haben. Demgemäß wird, unter d den Durchmesser und l die freie Länge der Kolbenstange verstanden, den in Thl. I, §. 273 unter III und IV angeführten Fällen entsprechend entweder die Formel

$$\text{III. } P = 4 \pi^2 \frac{WE}{l^2} = 4 \pi^2 \frac{\pi d^4 E}{64 l^2} = \frac{\pi^3 d^4 E}{16 l^2} = 1,835 \frac{E}{l^2} d^4$$

oder diejenige

$$\text{IV. } P = 2 \pi^2 \frac{WE}{l^2} = \frac{\pi^3 d^4 E}{32 l^2} = 0,967 \frac{E}{l^2} d^4$$

zur Bestimmung von d anzuwenden sein (vergl. Beispiel zu Thl. I, §. 273).

§. 92. Kuppelungen. Die Gestänge für Pumpen sind häufig von solcher Länge, daß sie nicht wohl aus einem Stück hergestellt werden können, in welchem Falle man sich zur Verkuppelung der einzelnen Stücke der sogenannten Stangenschlösser bedient, deren Form wesentlich von dem Querschnitte und dem Materiale der Gestänge abhängig ist. Man macht diese Gestänge sehr häufig, soweit sie außerhalb der Stopfbüchsen befindlich sind, von Holz, indem man ihnen einen rechtwinkligen und zwar bei verticaler Lage einen quadratischen, bei horizontaler Lage wegen des Eigengewichts einen mehr hohen als breiten Querschnitt giebt. Die Verbindung zweier solchen Stangenstücke geschieht in der Regel mit Hilfe hölzerner oder schmiedeeiserner Schienen oder Laschen, welche auf gegenüberstehende Flächen der Stangen gelegt und mit den letzteren sowie unter sich durch Schraubenbolzen oder übergezogene Ringe fest verbunden werden. Fig. 323 stellt ein derartiges hölzernes Stangenschloß vor, bei welchem auf die beiden, stumpf zusammen-

Fig. 323.

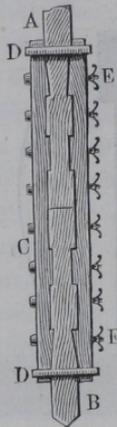
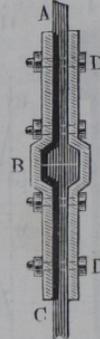


Fig. 324.



Fig. 325.



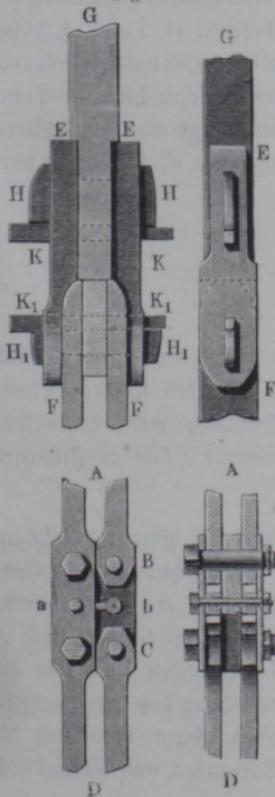
stoßenden Stangenenden A und B beiderseits die etwa $1\frac{1}{2}$ bis 2 Meter langen Laschen C aufgekämmt sind, worauf die feste Verbindung aller Theile

durch zwei Ringe *D* und acht Schrauben *E* bewirkt wird. Die Uebertragung der Kraft geschieht hier hauptsächlich durch die Klämme, welche genügenden Widerstand gegen Abscheeren äußern müssen.

Ein anderes Gestängschloß mit vier Laschen, welches bei der Wasserpumpenmaschine in Huelgoat vorkommt, zeigt Fig. 324. Die Stangenenden *AC* und *BD* sind hier schräg gegeneinander gestoßen und durch Schrauben mittelst vier schmiedeeiserner Laschen fest verbunden. Da hier die Bolzenköpfe den Zug oder Druck zwischen den Stangen zu übertragen haben, so ist bei dieser Construction besonders darauf zu achten, daß die Löcher in den Stangen und Laschen von den Bolzen genau ausgefüllt werden.

Bei eisernen Gestängen, sofern solche einen rechteckigen oder überhaupt geradlinig begrenzten Querschnitt haben, wendet man zur Verbindung ebenfalls Laschen und Schraubenbolzen an. Man versieht dabei wohl die Stangenenden nach Fig. 325 mit angestauchten Verstärkungen *B*, über welche die Laschen entsprechend gekröpft werden, um wie bei dem Schlosse, Fig. 323, die Uebertragung der Kraft den Bolzen *D* abzunehmen und durch die Verstärkungen zu vermitteln. Ein nach Art der Ketten von Hängebrücken aus vier Stangen zusammengesetztes und ebenfalls in Huelgoat angewendetes Gestänge zeigt Fig. 326. Hier sind je zwei Stangenpaare *A* und *D* durch Bolzen *B* und *C* mit Hilfe von drei Laschen vereinigt und die Laschen eines Stangenpaares mit denen des anderen durch das Quergelenk *ab* verbunden. Dieselbe Abbildung zeigt auch die Verbindung des Gestänges mit dem Gestängkopfe *G* durch zwei Laschen *EF* mit Hilfe der beiden hakenförmigen Schließkeile *HH₁* und der Treibkeile *K* und *K₁*.

Fig. 326.



Gestänge von cylindrischer Form werden meist mit Hilfe der über die beiden Enden *A* und *B*, Fig. 327 (a. f. S.), geschobenen, von beiden Seiten conisch ausgebohrten Hülse *D* und der hindurchgehenden Keile *C* verbunden. Zuweilen wird auch die eine Stange *B*, Fig. 328 (a. f. S.), mit einer angeschweißten Hülse versehen, in deren Bohrung das passende Ende *A* der anderen Stange durch den Keil *C* fest eingetrieben wird; letztere Einrichtung ist zwar nicht so

bequem auszuführen als die in Fig. 327 angegebene, hat vor dieser aber den Vortheil, nur eines einzigen Keils zu bedürfen. Bei allen derartigen Keilverbindungen hat der Keil vermöge seiner

Fig. 327.

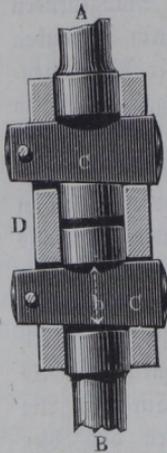
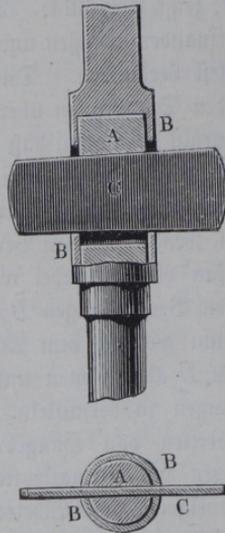


Fig. 328.



Absteerungsfestigkeit der zu übertragenden Kraft zu widerstehen, und man hat daher, da der Keil in zwei Schnittflächen von der Breite b und der mittleren Höhe h abgeseert werden würde, unter der Voraussetzung gleicher Festigkeit im Keile wie im Gestänge:

$$2bhk_{,,,} = \frac{\pi d^2}{4} k_1,$$

worin k_1 die zulässige absolute Spannung in der Stange und $k_{,,,}$ die erlaubte Schubspannung des Keils bedeutet (s. Thl. I, §. 260). Wegen der durch das Keilloch veranlaßten Verschwächung der Stangenenden pflegt man die letzteren

durch Anstauchen von dem Durchmesser d auf denjenigen d_1 so weit zu verstärken, wie es aus der Gleichung

$$\frac{\pi d_1^2}{4} - bd_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

folgt.

Die hier besprochene Keilverbindung, Fig. 328, pflegt man auch ziemlich allgemein für die Befestigung der Kolbenstangen mit den Kolben, Quershäuptern zc. anzuwenden, wobei man nur der Kolbenstange meist eine conische Endigung giebt, welche genau in die conisch gebohrte Hülse eingeschliffen wird.

Aus Fig. 329 ist noch die Art ersichtlich, in welcher ein hölzernes Gestänge an die Kolbenstange angeschlossen werden kann. Es ist hier an das Ende C des Gestänges mit Hülfe der Laschen d und Keile a, b eine eiserne Stange B angeschlossen, welche am freien Ende mit der Kolbenstange A vermittelst der Hülse D und anderer Keile a, b verbunden ist. Für die Keile empfiehlt sich in allen diesen Fällen die Verwendung des vorzüglichsten Stahls, und hat man bei allen Gestängschlössern wegen der durch die abseizende Bewegung erzeugten Vibrationen die Schrauben und Keile durch

Vorsteckstifte oder sonstige Mittel an einem unbeabsichtigten Losgehen zu hindern.

Der Hub der Kolbenstangen ist in fast allen Fällen klein genug, um eine Kuppelung auf den durch die Stopfbüchsen geführten Strecken vermeiden zu können, und nur zuweilen macht sich bei großer Hubhöhe eine Aus-

Fig. 329.

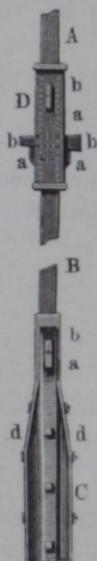
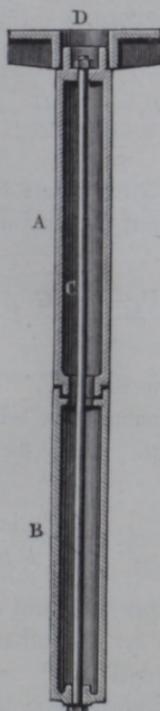


Fig. 330.



führung der Stange aus zwei Stücken nöthig, z. B. bei hydraulischen Hebevorrichtungen. Die Verbindung muß dann natürlich eine solche sein, daß an der Vereinigungsstelle die genaue cylindrische Form erhalten bleibt. Fig. 330 stellt die Verbindungsweise vor, die u. A. bei dem Kolben der hydraulischen Hebevorrichtung zur Anwendung gebracht worden ist, welche auf den Weltausstellungen zu Paris und Wien zur Beförderung der Besucher auf das Dach der Rotunde gedient hat. Der ca. 10 Meter lange die Plattform *D* tragende He-

eisernen Röhren *A* und *B*, welche durch den im Innern befindlichen schmiedeeisernen Bolzen *C* fest zusammengehalten werden. Derartige Vorkommnisse gehören indeß zu den Ausnahmefällen.

Hubverlust. In Folge der Elasticität der Gestänge werden dieselben §. 93. bei der absehbenden Wirkung von Zug- und Druckkräften abwechselnd entsprechenden Ausdehnungen und Verkürzungen unterworfen, als deren Resultat ein gewisser Verlust an Hubhöhe eintritt, wie sich aus Folgendem ergibt. Sei ein verticales Gestänge von dem Querschnitte *F* angenommen, dessen Länge, wenn es weder einer Zugspannung noch einer Druckspannung ausgesetzt ist, mit *l* und dessen Eigengewicht mit *G* bezeichnet werde. Nehme man ferner die bewegende Kraft am oberen und den zu überwindenden

Widerstand am unteren Ende des Gestänges als wirksam an, und bedeute P_1 den Widerstand, welchen der Pumpkolben dem Aufgange, und P_2 denjenigen Widerstand, welchen derselbe dem Niedergange entgegensezt. Wirkt nun die bewegende Kraft nach oben, so wird, ehe der Widerstand folgt, das Gestänge eine Ausdehnung annehmen müssen, in Folge des Zuges P_1 sowohl wie in Folge des Eigengewichtes G . Diese Verlängerung bestimmt sich, unter E den Elasticitätsmodul der Stange verstanden, nach den bekannten Gesetzen der absoluten Elasticität (Thl. I, §. 213) zu

$$\lambda_1 = \frac{P_1 + \frac{1}{2} G}{FE} l.$$

Ebenso wird beim Beginn des Niederganges der widerstehende Kolben erst dann durch das Gestänge fortgedrückt werden, nachdem dessen ursprüngliche Länge l um die Größe

$$\lambda_2 = \frac{P_2 - \frac{1}{2} G}{FE} l$$

durch Zusammendrücken verkürzt worden ist.

Es ist sogleich klar, daß die Summe dieser beiden Längenänderungen, d. h. also die Differenz derjenigen Längen, welche die Stange im gezogenen und im gedrückten Zustande hat, also

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{P_1 + P_2}{FE} l$$

den Hubverlust bedeutet, um welchen bei jedem einfachen Spiel der Widerstand weniger bewegt wird, als der Angriffspunkt der Kraft. Es muß nämlich bei jedem Bewegungswechsel, z. B. in der tiefsten Lage des Gestänges dasselbe vor beginnender Aufwärtsbewegung sich nicht nur wie eine zusammengedrückte Feder zunächst um die vorherige Compression λ_2 wieder ausdehnen, sondern es wird zu dieser Größe eine weitere Verlängerung um λ_1 hinzutreten müssen. Man erkennt übrigens aus dem obigen Ausdrucke, daß die Größe des Eigengewichtes G auf diesen Hubverlust ohne Einfluß ist.

Wenn auch der hier ermittelte Hubverlust bei den gewöhnlichen Kolbenstangen der Dampfmaschinen und Pumpen wegen deren geringer Länge außer Betracht bleiben darf, so kann derselbe doch bei sehr langen Gestängen aus sehr dehnbarem Materiale wie Holz wesentliche Beträge annehmen, und man sieht z. B., daß eine Bewegung des Widerstandes überhaupt nicht mehr möglich ist, wenn der Weg s des Kraftangriffspunktes nicht größer ist als $\lambda = \frac{P_1 + P_2}{FE} l$. Man kann den Hubverlust bei gegebener Länge l

und gegebenen Widerständen P_1 resp. P_2 dadurch entsprechend herabziehen, daß man den Querschnitt F thunlichst groß macht.

Daß übrigens mit diesem Hubverluste ein Verlust an mechanischer Arbeit nicht verbunden ist, geht daraus hervor, daß, wenn die Ausdehnungen und Zusammendrückungen nur genügend weit innerhalb der Elasticitätsgrenze gelegen sind, das zum Ausdehnen oder Zusammendrücken der Stange bei einem Bewegungswechsel aufzuwendende Arbeitsquantum bei dem folgenden Wechsel durch die elastische Zusammenziehung resp. Wiederausstreckung der Stange vollkommen wieder zur Wirkung gebracht wird. Diese letztere Bemerkung gilt aber nicht hinsichtlich derjenigen Längenänderungen, welchen das Gestänge in Folge einer gewissen Nachgiebigkeit in den Gestängeschlössern ausgesetzt ist. Wenn in den letzteren unter Einfluß der wechselnden Kräfte kleine Verschiebungen eintreten, so sind dabei jederzeit entsprechende Reibungswiderstände zu überwinden. Die Größe dieser Reibungen sowie der Verschiebungen läßt sich natürlich allgemein gar nicht bestimmen, da diese Werthe wesentlich von der Art der Ausführung abhängen; nur soviel läßt sich sagen, daß der Reibungswiderstand in irgend einem Verbindungsstücke bei der Aufwärtsbewegung höchstens den Werth $P_1 + G'$ und bei der Abwärtsbewegung höchstens denjenigen $P_2 - G'$ annehmen kann, wenn G' das Gewicht des unter der Verbindungsstelle hängenden Gestängtheils bedeutet, denn wenn die Reibung größer ist als diese Werthe, so wird sie eben darum nicht überwunden. Man sieht daraus, wie wesentlich es ist, die Laschen der Schlösser so fest anzuziehen, daß die erzeugte Reibung jenen Werth übersteigt, und daß ein sorgfältiges Einpassen der Bolzen, Rämme u. bei allfälligem Gleiten den Betrag desselben und damit den Arbeitsverlust wesentlich zu vermindern vermag.

Beispiel. Wenn ein schmiedeeisernes Gestänge von 300 Meter Länge abwechselnd einen Druck und Zug von $P_1 = P_2 = 24000$ Kilogramm ausüben muß, und man giebt ihm 60 Quadratcentimeter Querschnitt, so beträgt der Hubverlust

$$\lambda = \frac{2 \cdot 24000}{6000 \cdot 19700} 300 = 0,122 \text{ Meter.}$$

Hat dasselbe Gestänge nur in der einen Richtung, etwa ziehend den Widerstand von 24000 Kilogramm zu überwinden, so beträgt auch der Hubverlust nur die Hälfte oder 61 Millimeter.

Büchsenführung. Damit die hin- und hergehende Bewegung einer §. 94. Stange genau in ihrer Ase erfolge, muß man dieselbe durch gewisse Vorkehrungen an jeder seitlichen Abweichung von der geraden Bahn verhindern. Die hierzu dienenden Einrichtungen heißen Geradführungen. Bis zu gewissem Grade wird dieser Zweck schon durch die Stopfbüchsen erfüllt, welche angewandt werden, um die Kolbenstangen luft- und wasserdicht aus

den betreffenden Cylindern heraustreten zu lassen. Eine solche Stopfbüchse für Kolbenstangen zeigt Fig. 331. Die genau cylindrisch abgedrehte Stange *A*

Fig. 331.

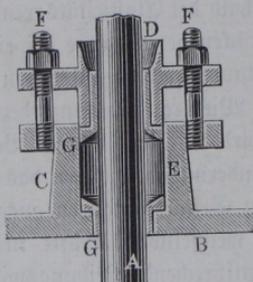
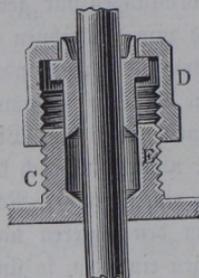


Fig. 332.



tritt durch die passende Oeffnung des Cylinderdeckels *B* hindurch, welcher mit einem gleichfalls cylindrisch ausgebohrten Halse *C* versehen ist. In diesen ist von oben eine die Kolbenstange umgebende Hülse oder Brille *D* eingefest, welche den Zweck hat, das in die Kammer *E* eingelegte Dichtungsmaterial, Hanf, Gummi u. s. w., fest gegen den Umfang der Kolbenstange und die innere Wandung der Kammer *E* zu pressen, um Dampf oder Wasser am Austritte zu verhindern. Zur Erzeugung des geeigneten mäßigen Druckes sind zwei oder mehr Schrauben *F* angeordnet. Zur Verminderung der Reibung sind die Brille und die Oeffnung im Cylinderdeckel wohl mit Büchsen *G* aus Lagermetall ausgefüttert. Für dünnere Stangen wendet man oft auch eine in Fig. 332 angegebene Construction an, wobei der Hals *C* äußerlich mit Schraubengewinde versehen ist, zu welchem die Hülse *D* innerlich das passende Muttergewinde trägt, derart daß durch Umdrehung der Hülse das Dichtungsmaterial in *E* angepreßt wird. Wäre eine Kolbenstange ein absolut starrer Körper, so möchte eine solche Stopfbüchse zur Geradföhrung genügen. Wegen der Elasticität wird aber die Kolbenstange, wenn sie am hervorragenden Ende von seitlich wirkenden Kräften angegriffen wird, einer Biegung ausgesetzt sein. Um dieses und die dadurch erzeugten Reibungswiderstände in der Stopfbüchse sowie ein etwaiges Abbrechen der Stange zu verhindern, ist im Allgemeinen eine nochmalige Föhrung erforderlich, welche das gedachte hervorragende Ende der Stange zwingt, in der geraden Bewegungsrichtung zu verbleiben, und welche die auftretenden Seitenkräfte aufnimmt. Nur in gewissen Fällen, wenn die Verschiebung der Stange nur gering ist, pflegt man sich mit der Föhrung in einer einzigen Büchse zu begnügen, welche dann aber entsprechend lang zu machen ist. Die sogenannte Spitzdocke oder der Keitstock der Drehbank, Fig. 333, zeigt diese Einrichtung. Der mit der Körnerspitze *A* versehene

hohle stählerne Reitnagel *B* führt sich in der cylindrisch gebohrten Hölhlung des Reitstockes *C*, in welchem er mittelst der Schraubenspindel *D* durch das Handrad *E* eine entsprechende Verstellung erhalten kann. Die Druckschraube

Fig. 333.

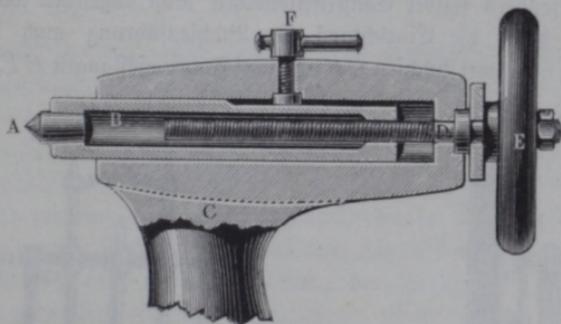
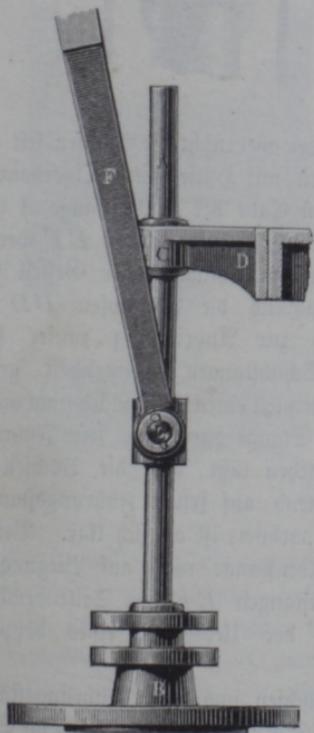


Fig. 334.



F dient dabei nicht nur zum Feststellen des Reitnagels in bestimmter Stellung, sondern auch zur Verhinderung einer Drehung desselben, indem zu dem Zwecke die Schraube *F* im Innern des Reitstockes in eine kleine Längsnuth eintritt, welche in die Oberfläche des Reitnagels eingefräst ist.

Um das freie Ende von Kolbenstangen zu führen, giebt es verschiedene Mittel; eins der einfachsten besteht darin, daß man die Kolbenstange *A*, Fig. 334, außerhalb des Cylinders nochmals durch eine Büchse *C* treten läßt, welche durch einen mit dem Gestelle der Maschine fest verbundenen Bock *CD* getragen wird. Läßt man nun die Uebertragung der Kraft von oder nach der Kolbenstange zwischen dieser Führungsbüchse *C* und der Stopfbüchse *B* durch eine an dem Bolzen *E* angreifende gabelartig geformte Schubstange *F* stattfinden, so hat man eine Einrichtung, wie sie bei leichteren Dampfmaschinen und Pumpen häufig angetroffen wird. Der Seiten-

druck, welchen die gedachte Schubstange *F* bei geneigter Lage gegen die Kolbenstange ausübt, wirkt hierbei allerdings auf Biegung der letzteren, ein Nachtheil, welcher diese Einrichtung bei stärkeren Maschinen als eine empfehlenswerthe nicht erscheinen läßt, abgesehen davon, daß die gabelförmige Lenkerstange als besonders solider Constructionstheil nicht angesehen werden kann.

Man hat daher die Einrichtung der Büchsenführung auch dahin abgeändert, daß man zwei Büchsen *CC* und zwei Führungsstangen *EF*, Fig. 335,

Fig. 336.

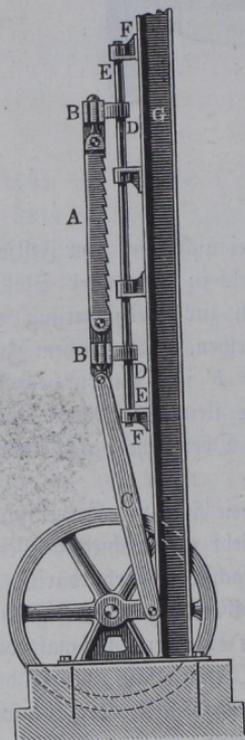
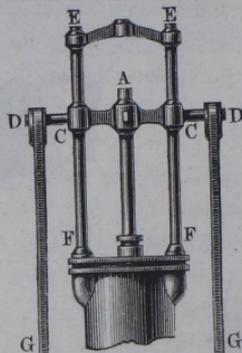


Fig. 335.



anwendet, dabei aber nicht die Büchsen fest anbringt, sondern mit Hülfe eines Querhauptes *DD* mit dem Ende der Kolbenstange *A* verbindet. Die Führungsstangen *EF* werden dabei fest mit dem Cylinder oder Gestell verschraubt, während die Endzapfen *DD* des Querhauptes zur Anbringung zweier stets parallelen Schubstangen Gelegenheit geben. Daß es principiell einen Unterschied nicht macht, ob man die Stange durch eine feste Führung, Fig. 334, gehen läßt, oder die Büchsen beweglich gleitend auf festen Führungsstangen, Fig. 335, anordnet, ist an sich klar. Bei der

letztergedachten Construction wird die Kolbenstange nicht auf Biegung beansprucht, vielmehr haben die festen Leitstangen *EF* den Seitendruck der Schubstangen aufzunehmen, doch bleibt der Uebelstand eines doppelten Angriffs für die Schubstangen.

Eine Gerabführung mit beweglichen Büchsen und festen Führungsstangen findet sich u. A. bei den Sägegattern in Schneidemühlen. Der die Sägeblätter *A*, Fig. 336, aufnehmende viereckige Rahmen oder das Gatter *BB*

erhält bei seiner durch die Schubstange *C* bewirkten schnellen Auf- und Abbewegung die Führung in verticaler Ebene durch vier an den Ecken des Rahmens festgeschraubte Führungsbüchsen *D* von Metall oder Pockholz, welche auf zwei parallelen cylindrischen Führungsstangen *E* gleiten, die mit ihren Haltern *F* an den Pfosten *G* befestigt sind.

Prismenführung. Bei größeren zu übertragenden Kräften, wie z. B. §. 95. bei stärkeren Dampfmaschinen, pflegt man den zur Führung dienenden festen Leitstangen fast immer eine prismatische Form zu geben, wobei dann die beweglichen Büchsen in Gleitstücke sich verwandeln, welche auf diesen Prismen mit entsprechenden ebenen Gleitflächen sich führen. Diese ebenen Berührungsflächen sind zur Aufnahme größerer Drucke offenbar besser geeignet, als die Höhlungen cylindrischer Büchsen, und man hat es durch entsprechende Größe der Gleitflächen ganz in seiner Gewalt, den specifischen Flächenruck und damit den Verschleiß beliebig herabzuziehen. Man versteht auch hierbei das zu führende Ende der Kolbenstange *A*, Fig. 337, mit einem Querkhaupte

Fig. 337.

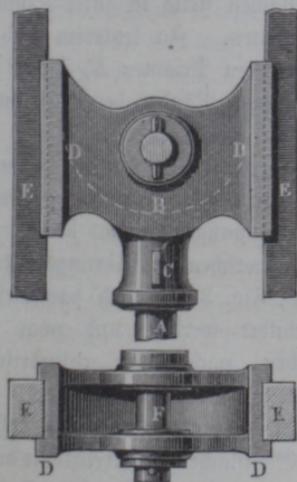


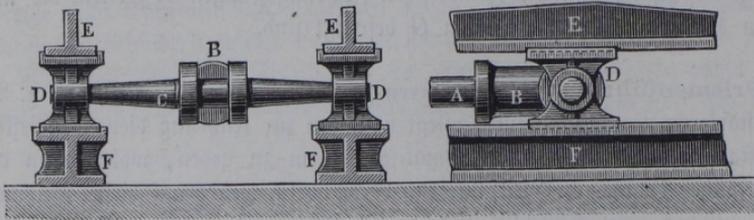
Fig. 338.



oder Kreuzkopfe *B*, welcher durch den Keil *C* auf der Kolbenstange befestigt und mit zwei angegossenen Gleitbacken *D* versehen ist, welche zwischen den beiden parallelen Führungsschienen oder Coulißsen *E* sich führen. Der Kreuzkopf ist in der Mitte gabelförmig und zur Aufnahme eines Querbolzens *F* geeignet gemacht, an welchem letzteren das Auge der Schubstange angreift. Die Gleit-

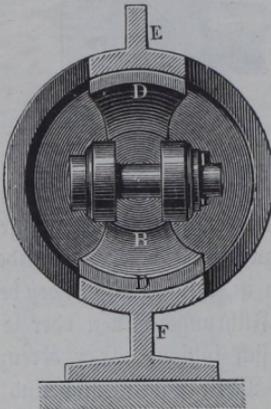
backen *D* umfassen, wie aus der Figur ersichtlich, mit ihren Rändern die Leitbahnen nur theilweise, doch erkennt man leicht, daß die Anordnung genügt, um die Kolbenstange an Seitenbewegungen zu verhindern. Den Führungsschienen *E* giebt man auch wohl anstatt des rechteckigen einen fünfseitigen Querschnitt, Fig. 338, um dadurch eine stets sichere Führung zu erhalten, daß man besonders eingesezte Gleitstücke *D* durch Keile oder Schrauben nachstellbar macht. Bei kräftigen Maschinen endlich ist es üblich,

den Kreuzkopf *B* mit einer längeren Quersaxe oder Traversen *C*, Fig. 339, zu versehen, welche in der Mitte zum Angriffe der Schubstange dient, Fig. 339.



während auf ihre Endzapfen beiderseits Gleitschuhe *D* gesteckt sind, von denen jeder zwischen zwei gußeisernen Coulißen sich führt. Bei dieser Anordnung wird der von der Schubstange ausgeübte Seitendruck in sehr solider Weise von zwei Schienen aufgenommen. Daß man auch hier stellbare Gleitplättchen anwenden kann, ist ebenso selbstverständlich, wie die Nothwendigkeit, die Gleitflächen stetig in guter Schmierung zu halten. Zu letzterem Behufe sind die unteren Prismen *F*, Fig. 339, und die oberen Ränder der Gleitschuhe *D* mit Vertiefungen versehen.

Fig. 340.



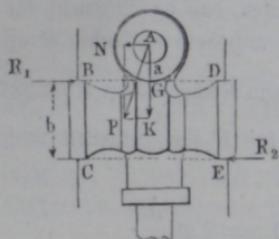
In neuerer Zeit ist im Dampfmaschinenbau die Anwendung sogenannter Hohlfußgestelle sehr beliebt geworden, bei welchen die Führungsschienen *E* und *F*, Fig. 340, durch das Gestell selbst gebildet werden, und zwar mit Gleitflächen nach einer cylindrischen Hohlform. Diese Anordnung, bei welcher die Coulißen durch Ausbohren und die Gleitflächen am Kreuzkopfe durch Abdrehen dargestellt werden, gewährt die

Vorthelle einer erleichterten Ausführbarkeit und größeren Genauigkeit.

Eine besondere Beachtung verdient noch bei dem Kreuzkopfe die relative Lage des Zapfenmittels *A*, Fig. 341, gegen die Gleitflächen *BC* oder *DE*, und die Länge *b* der letzteren. Bezeichnet *P* die auf den Zapfen *A* in schräger Richtung ausgeübte Kraft der Schubstange, und seien deren beide Componenten nach der Richtung der Kolbenstange und normal darauf, bezüglich durch *K* und *N* ausgedrückt, so erzeugt die Componente *N* in dem Falle nur einen Druck in dem einen Gleitschuhe *BC*, wenn die Richtung

von N durch die Flächen der Gleitstücke hindurch geht. Wenn indessen die Richtung von N diese Flächen nicht trifft, vielmehr außerhalb derselben

Fig. 341.



im Abstände $a = AG$ liegt, so werden durch N in den Punkten B und E Reactionen der Führungsprismen R_1 und R_2 hervorgerufen, welche sich nach den Gleichgewichtsbedingungen einfach ergeben zu:

$$R_1 = N \frac{a+b}{b} = N \left(1 + \frac{a}{b} \right)$$

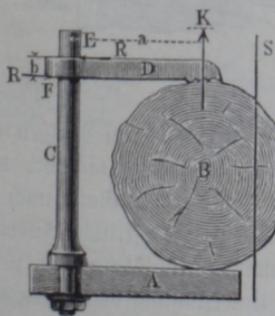
und

$$R_2 = N \frac{a}{b}.$$

Da diese Reactionen Reibungen erzeugen, so erkennt man sogleich, daß die Construction eine fehlerhafte ist, so lange a einen positiven Werth hat, d. h. so lange der Zapfen A außerhalb des Rechtecks $BDEC$ gelegen ist. Man wird daher den Zapfen A höchstens bis in die Linie BD hinauslegen dürfen, wenn man nicht unnöthige Reibungswiderstände erzeugen will. Zur gleichmäßigeren Vertheilung des Druckes N auf die ganze Gleitfläche BC pflegt man den Zapfen, wenn möglich, mitten zwischen die äußeren Kantenebenen BD und CE zu verlegen. Reibung findet dann nur an dem einen Prisma und zwar in dem durch N direct erzeugten Betrage φN statt, während jeder positive Werth von a diesen Reibungswiderstand auf $\varphi N \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \right)$, also um $2 \frac{a}{b} \varphi N$ vergrößert.

Es ist bemerkenswerth, daß bei einer großen Ausladung a und geringen Führungslänge b unter Umständen die Möglichkeit der Verschiebung überhaupt aufhören kann, wenn nämlich dabei der erzeugte Reibungswiderstand an den Prismen den Werth der Componente K übersteigt. Man macht von diesem Verhalten in der Praxis sogar einen umfangreichen Gebrauch,

Fig. 342.



z. B. in Schneidemühlen zum Festspannen der Sägeblöcke durch sogenannte Blockhalter oder Sergeanten, bei welchen eine kurze Büchsenführung durch Selbstsperrung den beabsichtigten Zweck erreichen läßt. Ein solcher Blockhalter besteht aus einem einfachen schmiedeeisernen Kloben D , Fig. 342, welcher mittelst seines cylindrischen Auges EF auf einen festen Ständer C gesteckt ist, so daß das freie Ende des Klobens mit seinen Zähnen den auf der Tischplatte A liegenden

Sägeblock B festhält. Gesezt, es wirke auf den Block B , etwa durch die Säge S eine nach oben gerichtete Kraft K , so werden durch dieselbe bei E und F Klemmungen oder Reactionen R zwischen dem Auge des Klobens und dem Ständer C von solcher Größe hervorgerufen, daß das Momente Rb dieses Kräftepaars gleich dem Momente Ka der aufwärts wirkenden Kraft ist. Man hat daher $R = P \frac{a}{b}$, und da bei einem Nachgeben der Klammer Reibung im Betrage φR sowohl bei E wie bei F sich einstellen muß, so hat man für diesen Fall des Gleitens:

$$K = 2 \varphi R = 2 \varphi K \frac{a}{b}, \text{ d. h. } 1 = 2 \varphi \frac{a}{b}.$$

So lange daher die rechte Seite $2 \varphi \frac{a}{b}$ größer ist als 1, wird der Reibungswiderstand auch einen höheren Betrag haben, als die Kraft K , wie groß dieselbe auch immer sein möge, und die Bedingung des Festklemmens ist erfüllt. Man hat es daher immer in seiner Gewalt, durch eine geringe Höhe b der Hülse den Werth $2 \varphi \frac{a}{b}$ größer als die Einheit, d. h. $\frac{b}{2a} < \varphi$ zu machen. Wäre der Reibungscoefficient $\varphi = 0,1$, so würde schon ein Festklemmen eintreten müssen, sobald die Länge a der Klammer die fünf-fache Höhe b des Führungsauges beträgt. Man erkennt hieraus den wichtigen Einfluß der Länge von Führungsplatten bei excentrisch wirkender Kraft.

Prismenführungen finden außerdem eine umfangreiche Anwendung bei vielen Werkzeugmaschinen zur Bearbeitung von Metall und Holz, wie z. B. bei Hobelmaschinen, Drehbänken u. So führt man z. B. die Tischplatte A einer Hobelmaschine, Fig. 343, mittelst zweier genau parallelen Prismen

Fig. 343.

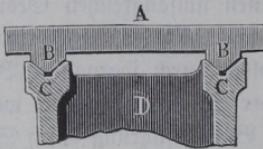
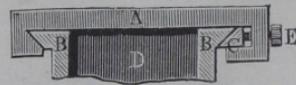


Fig. 344.

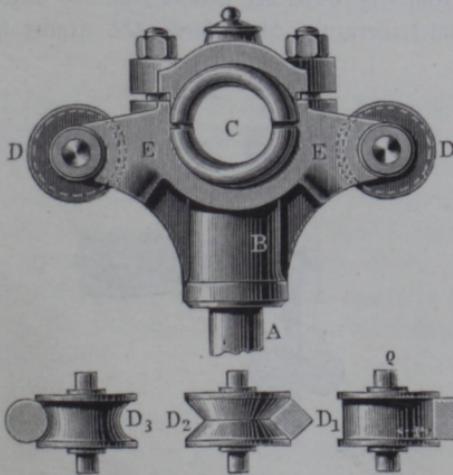


B von trapezförmigem Querschnitte, welche in entsprechenden Nuthen C des Gestelles D gleiten. Das große Gewicht der Tischplatte und der darauf befindlichen Arbeitsstücke verhindert dabei ein Abheben der Platte nach oben, die trapezförmige Profilirung der Prismen schließt jedes seitliche Ausweichen des Tisches aus, und bewirkt ein stetes genaues Anschließen der prismatischen Flächen. Die hier gewählte einfache Unterstüzung von unten genügt aber nicht bei Drehbänken und solchen Maschinen, wo der geführte Theil

ein geringeres Gewicht hat, und stärkeren Seitenkräften ausgesetzt ist. In solchen Fällen muß das führende Prisma derartig von dem zu führenden Theile umschlossen werden resp. diesen umschließen, daß eine Trennung dieser beiden Theile nach keiner Richtung möglich ist. Fig. 344 zeigt eine bei Drehbänken sehr gebräuchliche Anordnung zur Führung des Supports oder Werkzeughalters und ähnlicher Theile. Die den Support tragende Platte *A* umgreift hierbei die beiden dreiseitigen Prismen *B* des soliden Gestells oder Bettes *D* derartig, daß durch eine trapezförmig profilirte Einlagsschiene *C* vermittelst einiger Druckschrauben *E* stets ein dichter, jedes Schlottern verhindernder Anschluß erreicht werden kann.

Rollenführung. Wenn die mit dem Kreuzkopfe verbundene Schubstange in merklich schräger Richtung gegen die Kolbenstange geneigt ist, wie dies bei allen Kurbelmechanismen (s. d.) der Fall ist, so entsteht in Folge des Seitendrucks gegen die Führungsprismen zwischen den letzteren und den Gleitflächen des Kreuzkopfes ein beträchtlicher Reibungswiderstand. Um denselben möglichst herabzumindern, hat man die gleitende Reibung durch Anwendung von Frictionsrollen in rollende Reibung zu verwandeln gesucht. Aus diesem Streben ist der Kreuzkopf, Fig. 345, hervorgegangen, welcher

Fig. 345.



sich von den seither betrachteten nur dadurch unterscheidet, daß die beiden Arme *E* mit gabelförmigen Endigungen zur Aufnahme der Rollen *D* ausgerüstet sind.

Während bei Anwendung von Gleitbacken an den Coullissen durch den Normaldruck *N* eine gleitende Reibung hervorgerufen wird, welche auf einem Wege gleich dem Kolbenschube zu überwinden ist, so wird dieselbe hier ersetzt durch eine durch denselben Normaldruck *N* hervorgerufene Zapfenreibung, deren Weg

in dem Verhältnisse $\frac{e}{r}$ kleiner ist, als der Kolbenschub. Die angewandten Rollen spielen daher hier eine ganz ähnliche Rolle wie die Frictionsrollen von Zapfenlagern oder wie die Wagenräder, denn in der That kann der

Kreuzkopf als Wagen angesehen werden. Die correcte Form dieser Rollen ist offenbar die cylindrische, mit D_1 bezeichnete, denn nur bei dieser Ausführungsart haben alle Punkte des Rollenumfangs gleiche Rotationsgeschwindigkeit. Jede andere Profilirung der Rollen, z. B. die mit D_2 und D_3 bezeichnete, wie sie Coulissen von quadratischem oder kreisförmigem Querschnitte entspricht, muß deshalb als fehlerhaft bezeichnet werden, weil verschiedene Punkte im Rollenumfang je nach ihren verschiedenen Arenabständen auch ungleiche Umfangsgeschwindigkeit haben, weshalb eine gewisse gleitende Bewegung immer noch verbleibt.

Für die Kreuzköpfe von Kolbenstangen haben diese Frictionsrollen trotz der scheinbaren Vortheile keine nennenswerthe Anwendung gefunden, weil die Führung dabei eine zu unsichere und wegen des Ausschleißens der Zapfenlager zum Schlottern Veranlassung gebende ist. Ein besonderer Uebelstand in dieser Hinsicht besteht namentlich darin, daß die Rollenzapfen wegen des sehr veränderlichen Druckes, dem sie ausgesetzt sind, und wegen der absetzenden hin- und hergehenden Drehung sehr bald unrund werden, und daher die Anwendung nachstellbarer Lager erschweren.

Häufiger wendet man Rollen zur Führung und Unterstützung langer Gestänge für den Schachtbetrieb an, um dieselben vor einem Einknicken durch Druckkräfte oder einem Einbiegen durch ihr Eigengewicht möglichst zu sichern. Eine solche Rolle D zeigt Fig. 346, bei welcher man das hölzerne Gestänge AB mit einer schmiedeeisernen Schlepplasiene CC armirt hat.

Fig 346.

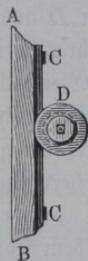


Fig. 347.

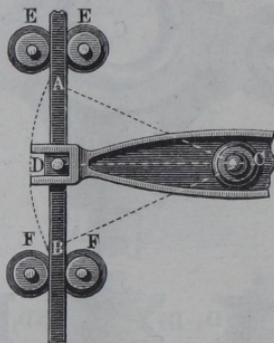
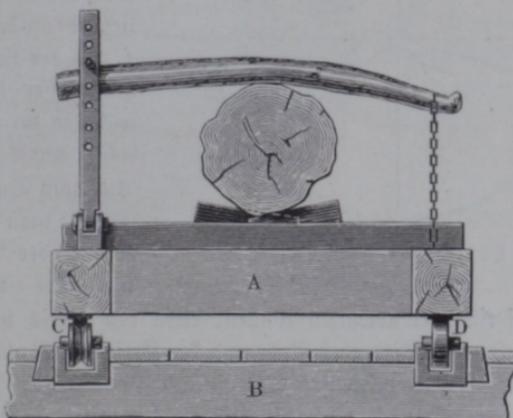


Fig. 347 zeigt die Führung des durch den Hebel CD auf- und abbewegten Gestänges AB zwischen den Walzen E und F .

Ähnlich wie bei der Büchsen- und Prismenführung ist es auch bei der Rollenführung für die Wirkung einerlei, ob man die bewegte Stange über die festgelagerten Rollen führt, oder die Rollen ähnlich kleinen Wagenrädern mit der Stange verbindet und letztere als Wagen über die Führungsprismen

bewegt. Beide Anordnungen finden gleich häufige Anwendung in Sägemühlen bei der Führung der sogenannten Blockwagen. Für diese zur Aufnahme der zu schneidenden Sägeblöcke dienenden hölzernen oder eisernen Rahmen von großer Länge (bis zu 15 Meter) würden sich Prismenführungen eben wegen dieser Länge und der daraus hervorgehenden geringen Steifigkeit nicht eignen, weshalb man hierbei die Rollenführung anwendet, indem man die Rollen entweder am Wagen *A* oder auf der Bahn *B*, Fig. 348, anbringt.

Fig. 348.

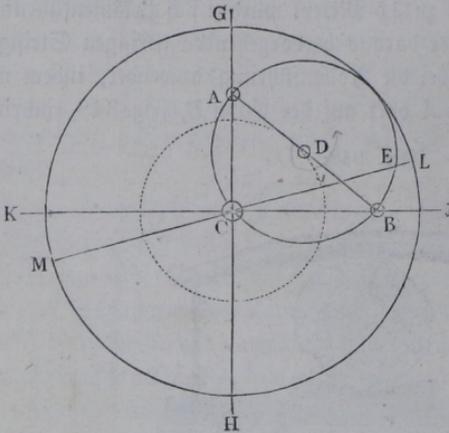


Der sicheren Führung wegen ist es hierbei üblich, die eine Schiene *C* als dreiseitiges Prisma auszuführen. Der hiermit verbundene oben erwähnte Nachtheil, daß bei solcher Form eine gleitende Reibung nicht zu vermeiden ist, kann hier wegen der langsamen Bewegung des Blockwagens außer Acht gelassen werden. Der zweiten Führungsschiene *D* giebt man indessen meist eine horizontale Oberfläche, um dem Blockwagen in sich eine gewisse Beweglichkeit zu belassen und dadurch Klemmungen und Pressungen zu vermeiden, wie sie sich einstellen würden, wenn beide Schienen in der Form von *C* ausgeführt wären.

Hypocycloidenführung. Der Uebelstand, daß Büchsen und Prismenführungen in den meisten Fällen beträchtliche Reibungen im Gefolge haben, verbunden mit den constructiven Schwierigkeiten, welche sich häufig bei der Anbringung der Coulissen entgegensetzen, ist die Veranlassung gewesen zur Construction noch anderer Geradführungen, welche mit jenen Nachtheilen nicht behaftet sind. Man gelangt fast ohne Weiteres zu einer Reihe interessanter Geradführungen durch Betrachtung des in der Einleitung, §. 11, behandelten Falles der Bewegung eines Systems, das sich mit zwei bestimmten §. 97.

Punkten auf zwei sich schneidenden Geraden führt. Es wurde daselbst gezeigt, daß eine gerade Linie AB , Fig. 349, welche mit zweien ihrer Punkte

Fig. 349.



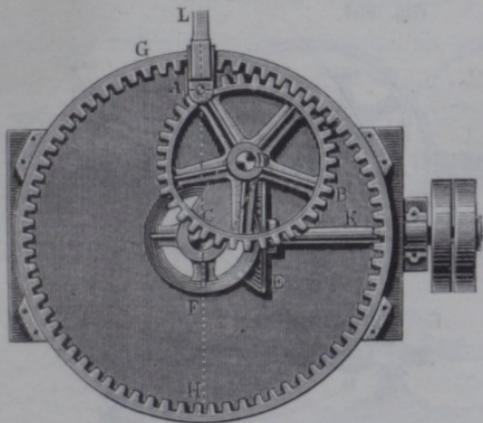
A und B auf zwei sich rechtwinkelig schneidenden Geraden CG und CJ geführt wird, eine Bewegung annimmt, deren Polbahnen durch zwei Kreise gegeben sind, von denen der eine festliegende um den Mittelpunkt C mit der Länge AB als Halbmesser beschrieben ist, während der andere bewegliche Kreis die Gerade AB zum Durchmesser hat. Denkt man daher diese Kreise oder Polbahnen als

materielle Ausführungen, welche sich auf einander abwälzen können, etwa den Kreis um C als ein innerlich verzahntes festliegendes Rad, und den Kreis um D als ein äußerlich verzahntes Rad, dessen Mittelpunkt D um den Punkt C im Kreise herumgeführt wird, so erhält man für die Gerade AB dieselbe Bewegung, wie die vorausgesetzte. Es wird daher der Punkt A den Durchmesser GH und der Punkt B den Durchmesser JK der ganzen Länge nach hin und zurück durchlaufen, sobald der Mittelpunkt D in dem Kreise um C einmal herumgeführt ist. Ueberhaupt wird, wie früher ebenfalls bewiesen worden, jeder einzelne Punkt im Umfange des rollenden Kreises bei dessen Abwälzung in dem festen eine geradlinige diametrale Bahn, also z. B. E den Durchmesser LM , durchwandern.

Diese Eigenschaft hat man in einigen wenigen Fällen, u. A. vorzugsweise für die Tischbewegung von Buchdruckschnellpressen zur Geradföhrung benutzt. In Fig. 350 ist der entsprechende Mechanismus dargestellt. Der innerlich gezahnte gußeiserne Kranz GH ist fest mit dem Maschinengestelle verschraubt, während das eingreifende Rad AB lose drehbar auf den Zapfen D einer Kurbel CD gesetzt ist, welcher Kurbel durch ihre verticale, genau im Mittel des festen Rades aufgestellte Welle eine gleichmäßige Rotation ertheilt wird. Die Umdrehung dieser verticalen Welle C geschieht dabei mittelst conischer Räder EF von einer horizontalen, durch Riemen bewegten Betriebswelle K aus. In einem Punkte A , welcher genau im Theilkreise des kleinen Rades liegt, ist der Treibzapfen angebracht, welcher bei seiner in dem Durchmesser AH erfolgenden geradlinigen Bewegung

vermittelt einer Schubstange AL die Bewegung des Schlittens oder Karrens mit der Druckform vermittelt. Bei jeder einmaligen Kurveldrehung legt

Fig. 350.



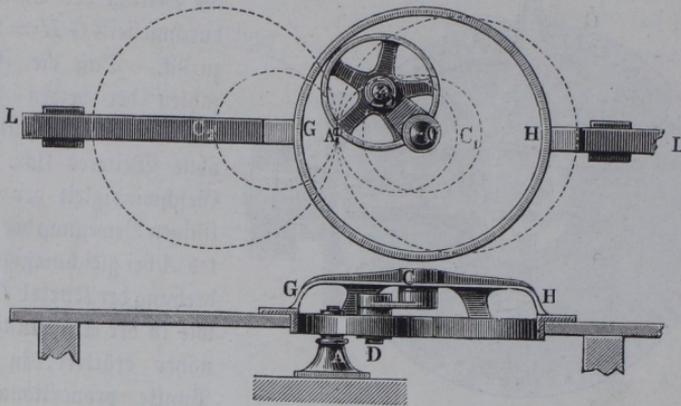
der Karren einen Hingang und einen Rückgang, jeden im Betrage des Theilkreisdurchmessers $GH = 2AB$ zurück. Daß die Zähnezahlen der beiden Räder sich wie $1:2$ verhalten, ist ohne Weiteres klar. Die Geschwindigkeit der geradlinigen Bewegung des Punktes A bei gleichmäßiger Umdrehung der Kurbel CD ist, wie in der Einleitung §. 13 näher erörtert, in jedem Punkte proportional der

auf dem Durchmesser AH des festliegenden Kreises normalen Ordinate desselben.

Die Anwendung dieses wohl als Hypocycloidengeradföhrung benannten Mechanismus ist eine vergleichsweise seltene und beschränkt sich fast einzig auf die erwähnte Verwendung bei den Schnellpressen der Druckereien, wo man den Mechanismus auch schlechtweg mit dem Namen der Kreisbewegung belegt. In den übrigen Fällen steht der Anwendung der obigen Geradföhrung meistens der große Durchmesser des festen Zahnrades hindernd im Wege.

Man kann bemerken, daß derselbe Mechanismus auch noch in einer anderen Weise zur Geradföhrung gebraucht werden kann. Denkt man sich nämlich dem ganzen Systeme in jedem Augenblicke eine zusätzliche Bewegung ertheilt, welche der geradlinigen Verschiebung des Zapfens A genau gleich und entgegengesetzt ist, so wird dadurch an der relativen Bewegung der einzelnen Theile gegen einander bekanntlich nichts geändert. Hierdurch kommt aber offenbar der geföhrte Punkt A in absolute Ruhe, während das vorher festliegende Zahnrad GH eine geradlinige Verschiebung in der Richtung und Größe des Durchmessers AH annimmt. Wenn man daher dieses Rad GH , Fig. 351 (a. f. S.), mit der zu föhrenden Stange L verbindet, dagegen den Zapfen A im Umfange des kleinen Rades fest mit dem Gestelle verschraubt, so ergiebt sich bei einer Drehung des Rades CD , wobei sein Mittelpunkt D um den Festpunkt A rotirt, daß das größere Rad GH mit der daran befestigten Stange eine hin- und hergehende Bewegung in dem Betrage des Durchmessers GH annimmt, indem dasselbe abwechselnd mit dem Punkte G und H in den Festpunkt A hineintritt. Eine solche Anordnung,

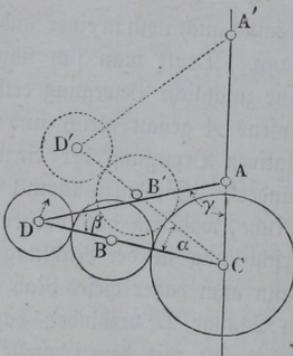
welche man aus einem Getriebe durch Festhaltung eines anderen Gliedes erhält, nennt Reuleaux eine Umkehrung jenes Getriebes, so daß danach diesem Mechanismus die Bezeichnung einer umgekehrten Hypocycloidsführung Fig. 351.



gegeben werden kann. Diese Anordnung dürfte kaum eine praktische Anwendung gefunden haben, so daß sie nur ein theoretisches Interesse darbietet.

Wenn man das größere Rad CG mit äußerer Verzahnung versteht, so wird die Drehungsrichtung des kleineren eingreifenden Rades D die entgegengesetzte werden. Hebt man diese Bewegungsumkehr aber durch ein zwischen C und D eingeschaltetes Wechselrad B von beliebiger Größe, Fig. 352,

Fig. 352.



wieder auf, so giebt dies Veranlassung zu einer Geradföhrung, welcher man den Namen Epicycloidenföhrung bei gelegt hat. Die Wichtigkeit dieser Geradföhrung ist leicht zu erkennen. Sind die beiden Räder D und B auf einem um C drehbaren Hebel $CB C$ angebracht, und ist das Rad D , dessen Halbmesser wieder genau halb so groß ist als der des Rades C mit einem Arme DA von der Länge $DA = DC$ versehen, so wird bei der Drehung des Hebels DBC um C der Endpunkt A des

Arms stets auf dem verlängerten Durchmesser CA verbleiben. Bezeichnet man nämlich in dem gleichschenkeligen Dreiecke die Winkel $ACD = CAD$ mit γ , so hat man für den Winkel ADC an der Spitze $\beta = 2(R - \gamma)$. Ertheilt man dem Hebel DBC eine Rechtsdrehung um $DCD' = \alpha$, wobei durch Vermittelung der Räder der Arm DA um den doppelten Betrag 2α um

D nach links gedreht wird, so ist in dem neuen gleichschenkeligen Dreiecke $A'D'C$ der Winkel an der Spitze D' durch

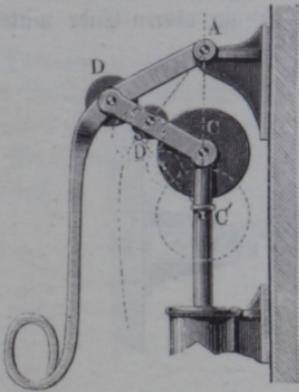
$$\beta + 2\alpha = 2(R - \gamma + \alpha)$$

gegeben. Demnach hat man für jeden der beiden Winkel an der Basis

$$A'CD' = CA'D' = R - (R - \gamma + \alpha) = \gamma - \alpha.$$

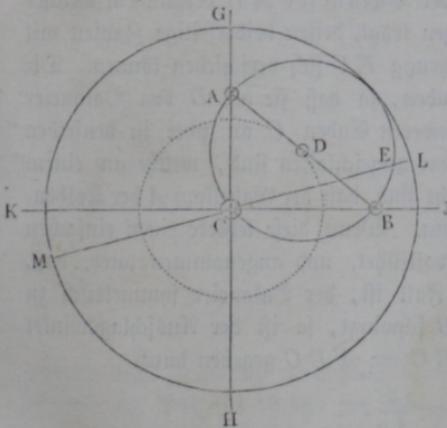
Hierin liegt der Beweis, daß A' mit A und C in gerader Linie liegen muß. Bei einer ganzen Umdrehung des Hebels DBC schiebt sich, wie leicht zu erkennen ist, der Endpunkt A des Arms um die Größe $4DC$ hin und um eben so viel zurück. Es gestattet daher dieser Mechanismus mit vergleichsweise kleinen Rädern, die Erzielung einer Geradföhrung von beträchtlicher Länge.

Fig. 353.



Auch aus dieser Geradföhrung erhält man eine andere, Fig. 353, durch Umkehrung, d. h. dadurch, daß man den Endpunkt A des Arms festlegt, und die zu föhrende Stange mit dem Rade C verbindet, welches dabei an der hin- und hergehenden Stangenbewegung Theil nimmt, an einer Umdrehung aber nach wie vor verhindert bleibt. Bei dieser Geradföhrung wie bei der in Fig. 351 dargestellten umgekehrten Hypocycloidenföhrung existiren übrigens zwei sogenannte todte Punkte (s. Kurbel).

Fig. 354.



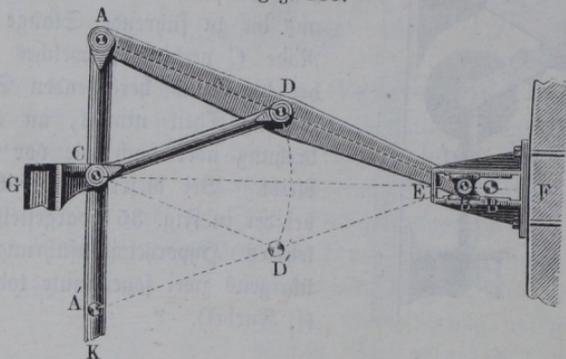
Evans'scher Lenker. Geht §. 98.

man wieder auf die in §. 11 der Einleitung betrachtete Bewegungsform einer geraden Linie zurück, welche sich mit zweien ihrer Punkte A und B , Fig. 354, auf zwei senkrechten Geraden föhrt, so erkennt man, daß der Mittelpunkt D dieser Geraden einen Kreis um C mit der halben Länge von AB als Radius beschreift. Da nun die Bewegung eines ebenen Systems vollständig durch die Bewegung zweier Punkte desselben bestimmt ist, so kann man die mehrerwähnte Bewegung

der geraden Linie AB auch dadurch hervorbringen, daß man den einen Endpunkt B nach wie vor in der Geraden CJ führt, und den Mittelpunkt D zwingt, in dem gedachten Kreise um C vom Halbmesser $CD = BD = AD$ zu verbleiben. Dann muß der andere Endpunkt A offenbar eine geradlinige Bewegung in dem zu CJ normalen Durchmesser GH annehmen, mit anderen Worten, der Punkt A wird in diesem Durchmesser gerade geführt. Um den Punkt D zu der kreisförmigen Bahn um C zu zwingen, hat man nur nöthig, diesen Mittelpunkt durch eine Schiene drehbar mit einem in C unwandelbar befestigten Zapfen zu verbinden. Eine solche Schiene, beiderseits mit Augen versehen, heißt Lenkschiene oder Lenker, und giebt man wohl dem ganzen, so entstandenen, von Evans zuerst angewendeten Mechanismus den Namen Evans'scher Lenker.

Die materielle Ausführung dieser Geradföhrung ist aus Fig. 355 ersichtlich. Die zu führende Kolbenstange AK ist am oberen Ende mittelst

Fig. 355.



eines Gabelgelenks mit dem Hebel oder Balancier AB verbunden, welcher am anderen Ende B einen Querbolzen trägt, dessen beiderseitige Zapfen mit Gleitstücken in der festen Prismenführung EF sich verschieben können. Die Lenkschienen CD sind doppelt vorhanden, so daß sie bei D den Balancier zwischen sich fassen, während ihre anderen Enden C an zwei in denselben Punkt sich projicirende Zapfen drehbar angeschlossen sind, welche an einem festen Querbalken G derart angebracht sind, daß der Gabelkopf A der Kolbenstange zwischen ihnen frei spielen kann. Wenn diese letztere einen einfachen Hub von A nach A' im Betrage s vollführt, und angenommen wird, daß, wie es in der Praxis immer der Fall ist, der Balancier symmetrisch zu beiden Seiten der geraden Linie CB schwingt, so ist der Ausschlagswinkel desselben nach jeder Seite $\alpha = ABC = A'BC$ gegeben durch

$$\sin \alpha = \frac{s}{4a},$$

wenn unter a die Länge des halben Balancier's sowie des Lenkers CD verstanden wird. Diesen Winkel pflegt man in der Praxis nicht gern über 20° , höchstens zu 25° anzunehmen; für das übliche Verhältniß der Balancierlänge $2a$ zum Schube s von $\frac{2a}{s} = 1,5$ ergibt sich

$$\sin \alpha = 0,333; \quad \alpha = 19^\circ 30' = \text{rot. } 20^\circ.$$

Während eines einfachen Schubes der Kolbenstange von A nach A' oder umgekehrt durchläuft der Punkt B jedesmal den Weg $BB' = \sigma$ sowohl hin als zurück. Der Betrag des Weges BB' ist

$$\sigma = 2a (1 - \cos \alpha)$$

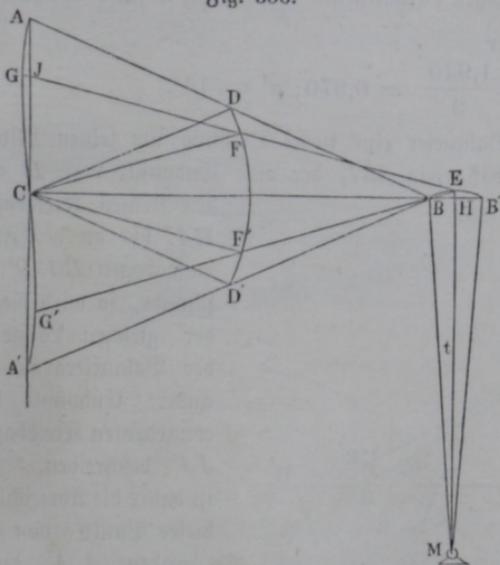
immer viel geringer als die Schublänge s , z. B. berechnet sich für $\alpha = 20^\circ$ dieser Weg zu

$$\sigma = 2a \cdot 0,060 = 0,12a = 0,09s.$$

Hieraus rechtfertigt sich die Anwendung dieser Geradföhrung zur Föhrung des Punktes A , obwohl man bei derselben doch zur Föhrung eines anderen Punktes B eine Prismenföhrung nöthig hat.

Man pflegt übrigens diese Prismenföhrung des Punktes B in der Regel dadurch zu umgehen, daß man letztgedachten Punkt durch einen um den

Fig. 356.



Festpunkt M , Fig. 356, schwingenden Träger MB von hinreichender Länge t stützt, wodurch B zwar nicht in einer Geraden, aber doch in einem von der Geraden BB' nur wenig abweichenden Kreisbogen geföhrt wird. Die Bewegung von A geschieht dabei streng genommen nicht mehr in einer Geraden, doch kann die Abweichung von derselben für die Fälle der Praxis füglich vernachlässigt werden, wenn man die Länge t des

Trägers nicht zu gering, etwa gleich der Länge s des Schubes annimmt. Um sich von der Art und Größe der Abweichung Rechenschaft zu geben, kann man bemerken, daß in Folge der Föhrung des einen Endpunktes B in

dem Kreisbogen BEB' der andere Endpunkt A des Balanciers in drei Punkten A, C und A' in der geraden Linie AA' sich befinden muß, in welcher die Kolbenstange geführt werden soll, indem diesen Punkten entsprechend das hintere Balancierende beziehungsweise in B, B' und B , also in die Gerade CB hineintritt. In allen anderen Stellungen des Balanciers weicht der Punkt A desselben aber von der Geraden ab, und zwar, wie man leicht ersieht, in den beiden Hälften des Schubes nach entgegengesetzten Seiten der Linie AA' , so daß der Endpunkt etwa die Curve $AGCG'A'$ beschreibt, die in C einen Wendepunkt besitzet. Die größte Abweichung f wird in den Momenten eintreten, wo der Punkt B im Scheitel des Bogens BEB' oder in unmittelbarer Nähe desselben sich befindet, und man kann mit sehr großer Annäherung diese Abweichungen folgenderart schätzen. Denkt man sich zuvörderst die genaue Geradföhrung durch die Coulißfen wieder hergestellt, und faßt diejenige Stellung des Balanciers ins Auge, in welcher der eine Endpunkt genau in der Mitte H zwischen B und B' sich befindet, so steht der andere Endpunkt in der Geraden AA' so, daß der Winkel, den der Balancier mit der Linie CB bildet, $\alpha' = JHC$, gegeben ist durch

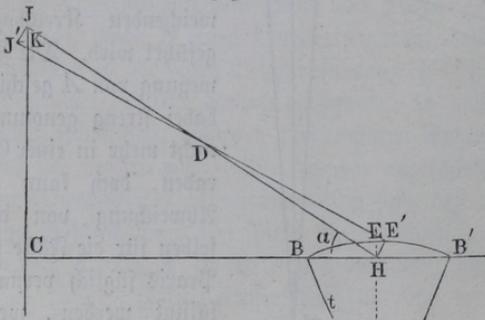
$$\cos \alpha' = \frac{2a - \frac{1}{2}\sigma}{2a}.$$

Unter Festhaltung des obigen Verhältnisses $\frac{2a}{s} = 1,5$, wofür $\sigma = 0,120a$ sich ergab, hätte man daher

$$\cos \alpha' = \frac{1,940}{2} = 0,970; \alpha' = 14^\circ.$$

Denkt man nun dem Balancier eine kleine Drehung um seinen Mittelpunkt D derart ertheilt, daß, Fig. 357, der eine Endpunkt von H aus

Fig. 357.



den kleinen Kreisbogen HE' bis an den Führungsbogen BEB' beschreibt, so wird wegen der gleichen Länge a der Balancierarme der andere Endpunkt den congruenten Kreisbogen $J'J'$ beschreiben. Es ist daher die Abweichung dieses Punktes von der Geraden AA' durch

die Größe $J'K = EE'$ gegeben. Bezeichnet nun h die kleine Pfeilhöhe HE des Führungsbogens BEB' , so hat man genügend genau

$$f = EE' = h \sin \alpha'.$$

Die gedachte Pfeilhöhe HE kann man darin mit hinreichender Annäherung gleich

$$h = \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}{2t} = \frac{\sigma^2}{8t}$$

setzen. Nimmt man z. B. die Trägerlänge $t = s$ an, so erhält man

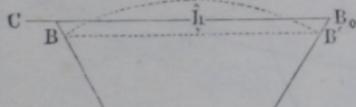
$$h = \frac{(0,090 s)^2}{8s} = 0,001 s$$

und daraus die Abweichung $f = 0,001 \cdot s \cdot \sin 14^\circ = 0,00024 s$.

Es kann hierbei bemerkt werden, daß diese für die Praxis schon verschwindende Abweichung, welche also bei beispielsweise 1 Meter Hub noch nicht $\frac{1}{4}$ Millimeter beträgt, noch weiter durch eine solche Aufstellung des Trägers MB herabgezogen werden kann, bei welcher die Pfeilhöhe h des

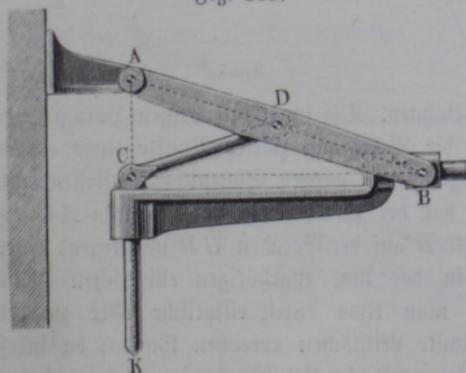
Bogens BB' durch die Gerade CB_0 halbiert wird, Fig. 358, in welchem Falle der geführte Punkt bei jedem Schube viermal in die Gerade AA' tritt.

Fig. 358.



Daß man auch von dem Evans'schen Lenker durch Umkehrung eine richtige Geradföhrung herstellen kann, wenn man den Endpunkt A des Balanciers, Fig. 359, befestigt, und den Drehpunkt C des Lenkers sowie die Prismen-

Fig. 359.



föhrung mit der Kolbenstange verbindet, ist nach dem Früheren ohne Weiteres deutlich.

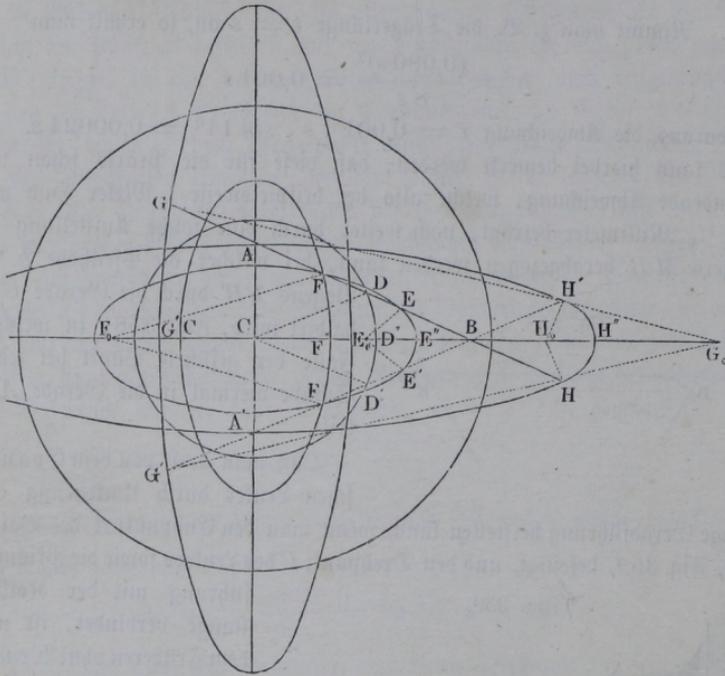
Ellipsenlenker. §. 99.

Der im vorhergehenden Paragraphen besprochene Evans'sche Lenker bildet nur einen besonderen Fall einer Reihe von Geradföhrungen, zu denen die mehrerwähnte in der Einleitung, §. 11, behandelte Bewegungsform einer

geraden Linie Veranlassung giebt. Wie an der gedachten Stelle nachgewiesen worden, bewegt sich jeder Punkt einer geraden Linie AB , Fig. 360 (a. f. S.), von welcher zwei Punkte A und B in zwei zu einander rechtwinkligen Geraden AC und BC geföhrt werden, in einer Ellipse, deren Hauptachsen in jene föhrenden Geraden der Richtung nach hineinfallen und die GröÙe

$a + e$ und $a - e$ haben, wenn a die halbe Länge der Geraden AB und e den Abstand des betreffenden Punktes von der Mitte jener Strecke AB bedeutet. Die Punkte E, F, G und H beschreiben daher die durch diese

Fig. 360.



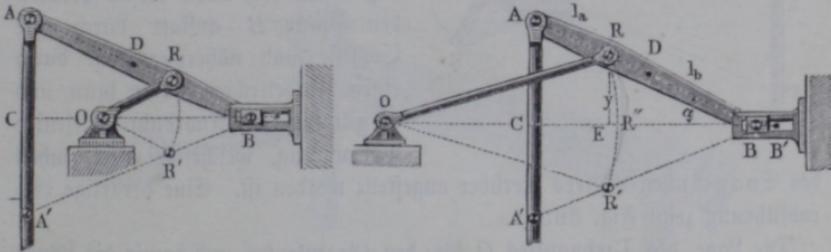
Punkte gezeichneten elliptischen Bahnen. Die schon im vorigen Paragraphen angeführte Bemerkung, wonach die Bewegung zweier Punkte eines ebenen Systems genügt, um die Bewegung des ganzen Systems festzustellen, gilt auch hier, und es folgt daraus, daß der Punkt A in der Geraden AC geführt wird, wenn man den Punkt B auf der Geraden CB und irgend einen der Punkte E, F, G oder H in der ihm zugehörigen elliptischen Bahn bewegt. Das Letztere würde man etwa durch elliptische oder zu den beziehentlichen Ellipsen äquidistante Leitflächen erreichen können; da indeß eine solche Ausführung mancherlei praktische Uebelstände im Gefolge haben müßte, und bei dem geringen Ausschlagswinkel der Geraden AB doch nur ein kleiner Theil des Ellipsenumfangs in der Nähe eines der Scheitelpunkte gebraucht wird, so kann man mit genügender Annäherung diesen Ellipsenbogen durch einen Kreisbogen ersetzen, welcher letztere mit dem ersten drei Punkte, etwa den Scheitel und die Endpunkte, gemein hat. Sucht man daher den Mittelpunkt E_0 des durch E, E' und E'' gehenden Kreisbogens

und führt den Hebel AB mit dem Endpunkte B auf der Geraden CB durch eine Prismenführung und mit dem Punkte E durch einen um E_0 drehbaren Gegenlenker E_0E , so wird der andere Endpunkt A annähernd in der geraden Linie AA' geführt. Man erhält auf diese Weise eine Anzahl von Geradföhrungen, welche mit dem Namen Ellipsenlenker (angenäherte) bezeichnet zu werden pflegen, und welche von einander durch die Lage des durch den Gegenlenker geföhrten Punktes verschieden sind. Man unterscheidet danach wohl folgende drei verschiedene Ellipsenlenker:

1) Ellipsenlenker erster Art, bei welchem der Gegenlenker einen zwischen A und B gelegenen Punkt wie E oder F föhrt. Dieser Lenker ist in Fig. 361 und 362 in zwei Ausföhrungen dargestellt, welche sich von einander nur dadurch unterscheiden, daß der Angriff R des Gegenlenkers zu

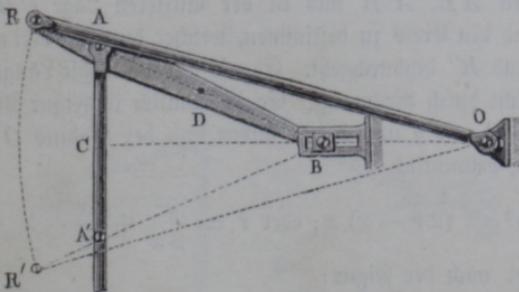
Fig. 361.

Fig. 362.



verschiedenen Seiten des Mittelpunktes D der Strecke AB gelegen ist. Man erkennt sogleich aus der Figur, daß der Drehpunkt O des Gegen-

Fig. 363.



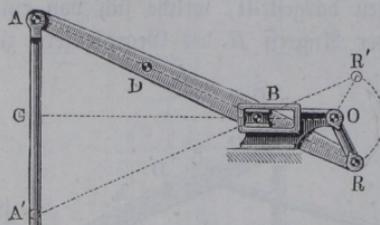
lenkers in diesen beiden Fällen zu verschiedenen Seiten der geraden Föhrungslinie AA' liegt, und daß der Gegenlenker OR um so kürzer wird, je näher sein Angriffspunkt R dem in den Coulißen geföhrten Punkte B liegt.

Zwischen diesen beiden Fällen hält offenbar der Evans'sche Lenker die Mitte, bei welchem der Gegenlenker die Länge a und in C seinen festen Drehpunkt hat.

2) Ellipsenlenker zweiter Art, Fig. 363 (a. v. S.), bei welchem der Gegenlenker einen Punkt R außerhalb AB über A hinaus ergreift, und in Folge dessen seinen Drehpunkt O auf der entgegengesetzten Seite jenseits B erhält.

3) Ellipsenlenker dritter Art, Fig. 364. Hier liegt der durch den Gegenlenker geführte Punkt R außerhalb der Strecke AB über B hinaus, und kommt auch der Drehpunkt O desselben auf diese Seite von B zu liegen.

Fig. 364.



Es ist übrigens sogleich klar, daß daß man bei allen diesen Lenkern den Punkt B anstatt durch eine Couliße auch näherungsweise durch einen Pendelträger führen kann, und es gilt für diese Anordnung diejenige Betrachtung, welche bei Gelegenheit

des Evans'schen Lenkers hierüber angestellt worden ist. Eine derartige Ge-
radführung zeigt Fig. 365.

Die Lage des Drehpunktes O für den Gegenlenker und damit die Länge $OR = r$ des letzteren ergibt sich in jedem Falle sehr einfach durch Construction, wenn die Schublänge s , die Länge $AB = l$ des Balanciers und die Lage des durch den Gegenlenker zu führenden Punktes R in Bezug zu A und B , also die Abstände $RA = l_a$ und $RB = l_b$ gegeben sind. Man hat dann nach dem Obigen immer nur den Balancier in seinen beiden äußersten Lagen $AB, A'B$ und in der mittleren Lage CB' , Fig. 366, zu zeichnen, und den Kreis zu bestimmen, welcher durch die drei entsprechenden Lagen R, R' und R'' hindurchgeht. Ebenso findet sich die Länge des Gegenlenkers sehr leicht durch Rechnung. Es ist nämlich in Figur 366, wenn die Coordinaten RE mit y und $R''E$ mit x und der Radius OR mit r bezeichnet werden, bekanntlich

$$y^2 = (2r - x)x; \text{ oder } r = \frac{y^2}{2x} + \frac{x}{2}.$$

Nun ist aber nach der Figur:

$$y = l_b \sin \alpha; \quad x = l_a (1 - \cos \alpha);$$

daher hat man

$$r = \frac{l_b^2 \sin^2 \alpha}{2 l_a (1 - \cos \alpha)} + l_a \frac{1 - \cos \alpha}{2} = \frac{l_b^2}{l_a} \frac{1 + \cos \alpha}{2} + l_a \frac{1 - \cos \alpha}{2}.$$

Setzt man wieder den halben Ausschlagswinkel des Balanciers in der äußersten Lage gleich 20° , so erhält man für den Gegenlenker die Länge

$$r = 0,970 \frac{l_b^2}{l_a} + 0,030 l_a.$$

Fig. 365.

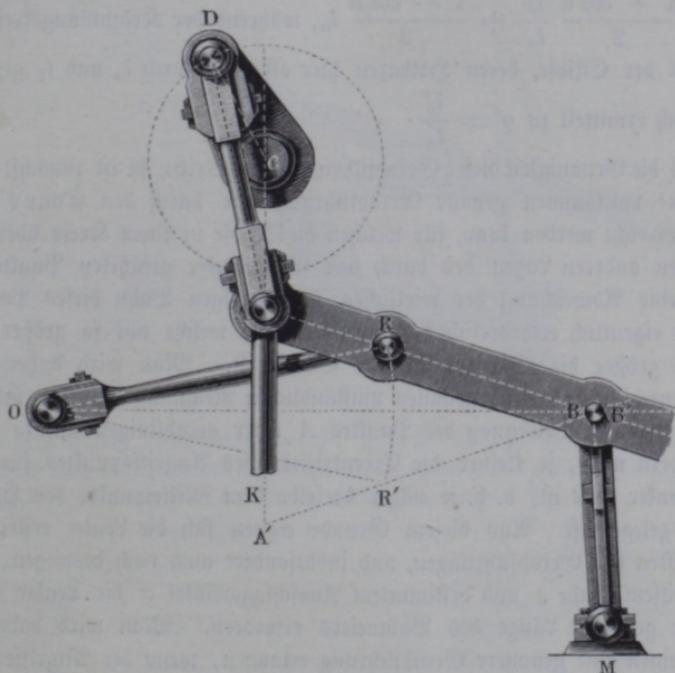
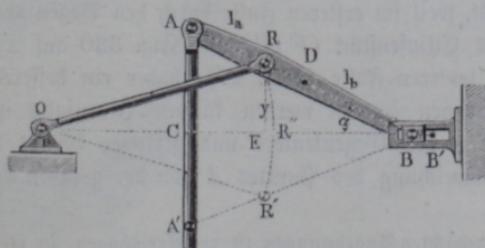


Fig. 366.



Obiger Ausdruck für r , welcher übrigens für alle drei Arten des Ellipsenlenkers allgemein gilt, liefert für den Mittelpunkt D , also für $l_a = l_b$ natürlich, dem Evans'schen Lenker entsprechend, $r = l_a = l_b$.

Daß der so gefundene Kreis, in welchem der betreffende Punkt R durch den Lenker geführt wird, nicht mit dem Krümmungskreise der zugehörigen Ellipse übereinstimmen kann, ist zwar ohne Weiteres schon aus dem Grunde klar, weil dieser Kreis drei nicht unendlich nahe liegende Punkte der Ellipse in sich aufnimmt. Man erkennt die Abweichung des Krümmungsradius ϱ von der Länge r des Gegenlenkers aus obiger Formel

$$r = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \frac{l_b^2}{l_a} + \frac{1 - \cos \alpha}{2} l_a, \text{ während der Krümmungskreis im}$$

Scheitel der Ellipse, deren Halbachsen hier offenbar durch l_a und l_b gegeben sind, sich ermittelt zu $\varrho = \frac{l_b^2}{l_a}$.

Was die Genauigkeit dieser Geradföhrungen anbetriift, so ist zunächst klar, daß eine vollkommen genaue Geradföhrung nur durch den Evans'schen Lenker erreicht werden kann, für welchen die Ellipse in einen Kreis übergeht. In allen anderen Lagen des durch den Gegenlenker geföhrten Punktes R findet eine Abweichung der wirklichen kreisförmigen Bahn dieses Punktes von der eigentlich erforderlichen elliptischen statt, welche um so größer sein muß, je größer die Excentricität der Ellipse ist. Man wird daher auch ohne Durchföhrung einer genauen unständlichen Rechnung schließen müssen, daß die erzeugte Bewegung des Punktes A einer geradlinigen um so mehr sich nähern muß, je kleiner die Excentricität des Angriffspunktes für den Gegenlenker OR ist, d. h. je näher derselbe dem Mittelpunkte des Hauptlenkers gelegen ist. Aus diesem Grunde eignen sich die Lenker erster Art am meisten für Geradföhrungen, und insbesondere auch noch deswegen, weil bei gewissem Hube s und bestimmtem Ausschlagswinkel α die Lenker erster Art die geringste Länge des Balanciers erfordern. Man wird dabei im Allgemeinen eine genauere Geradföhrung erlangen, wenn der Angriffspunkt R des Gegenlenkers auf dem Stücke DA liegt, als der Fall ist, wenn man diesen Punkt auf der dem Prisma BB' zugewendeten Hälfte DB des Balanciers wählt, weil im ersteren Falle durch den Bogen des Gegenlenkers ein viel flacheres Ellipsenstück ($FF'E'$ in Fig. 360 auf S. 470) zu ersetzen ist als im letzteren Falle ($EE'E'$), daher ein besseres Anschmiegen an den Ellipsenbogen erreicht werden kann. Jedenfalls ist bei richtiger Wahl der Länge r des Gegenlenkers und geringer Größe des Ausschlagswinkels α die Abweichung des Punktes A von der geraden Linie AA' nur sehr gering.

Bei den vorgedachten Anordnungen ist der Kreisbogen, in welchem der Punkt R geföhrte wird, so gewählt, daß derselbe in drei Punkten R, R'' und R' , Fig. 367, mit der Ellipse übereinstimmt, und demzufolge muß der Endpunkt der Kolbenstange auch in den drei entsprechenden Lagen A, C und A' in die gerade Föhrungslinie fallen. In allen Punkten, wo der Kreisbogen von der Ellipse abweicht, wird auch der Endpunkt A der Kolbenstange aus der geraden Föhrungslinie

heraustreten. Man erkennt aus der Figur, daß die beiden Hälften RUR'' und $R'U'R''$ des Ellipsenbogens entweder beide nach innen oder beide nach außen von dem Kreisbogen $RT'R'$ abweichen, und zwar nach innen, wenn R'' der Scheitel der großen Aye (wie E'' und H'' in Fig. 360), und nach außen, wenn

Fig. 367.

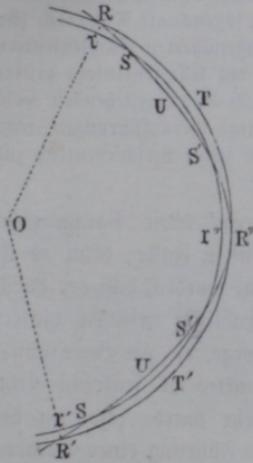
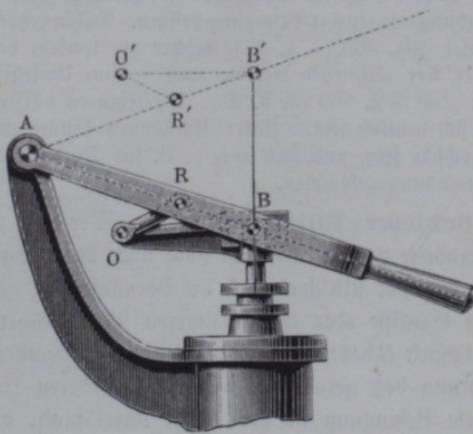
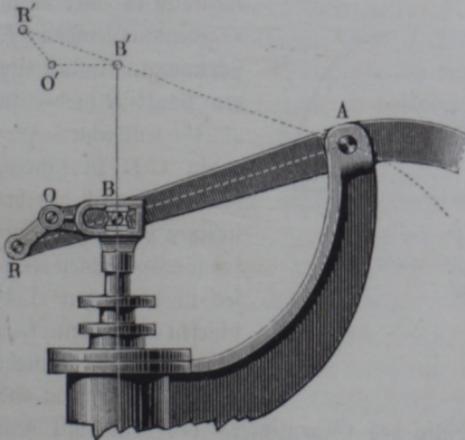


Fig. 368.



R'' der Scheitel der kleinen Aye (wie F'' und G'' in Fig. 360) ist. In Folge dessen wird auch der Endpunkt A des Hauptlenkers in beiden Hälften seines Weges nach derselben Richtung hin von der beabsichtigten geraden Bahn abgelenkt werden. Denkt man sich nun um O als Mittelpunkt einen anderen Kreisbogen $rr'r'$ mit einem solchen Radius Or beschrieben, daß er die größte Abweichung UT etwa halbiert, so wird eine Führung des Balanciers durch einen Gegenlenker von dieser Länge Or zur Folge haben, daß der Endpunkt des Balanciers die gerade Führungslinie AA' in vier Punkten trifft, entsprechend den vier Durchschnittpunkten $SS'S'S'$ des Kreises $rr'r'$ mit der Ellipse. Die Abweichungen der Kolbenstange in den zwischen diesen Punkten gelegenen Strecken

Fig. 369.



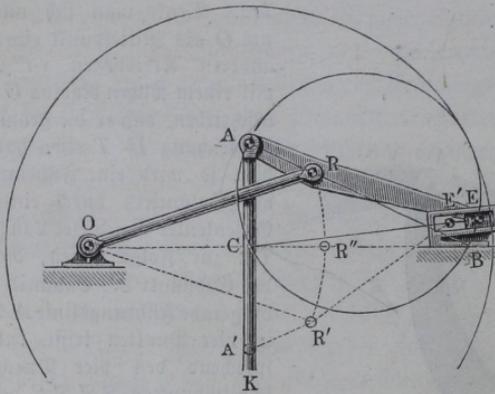
sind dann abwechselnd nach entgegengesetzten Seiten gerichtet, und im Allgemeinen etwa nur halb so groß, wie zufolge des Führungskreises $RT'R'$. Natürlich lassen sich von den angenäherten Ellipsenlenkern, wie überhaupt auch von allen Lenkern Umkehrungen dadurch bilden, daß man dem ganzen Systeme zusätzlich eine dem

sind dann abwechselnd nach entgegengesetzten Seiten gerichtet, und im Allgemeinen etwa nur halb so groß, wie zufolge des Führungskreises $RT'R'$. Natürlich lassen sich von den angenäherten Ellipsenlenkern, wie überhaupt auch von allen Lenkern Umkehrungen dadurch bilden, daß man dem ganzen Systeme zusätzlich eine dem

Schube s der Kolbenstange gleiche und entgegengesetzte Bewegung ertheilt denkt, wodurch der vorher gerade geführte Endpunkt A des Hauptlenkers zu einem festen Gestellpunkte wird. Man hat dann nur nöthig, die zu führende Kolbenstange K in geeigneter Weise mit dem Auge O für den Gegenlenker und mit der Couliſſe für den anderen Endpunkt des Balancier's zu verbinden, welche Theile als vorher ruhende nunmehr die zusätzlich ertheilte auf- und absteigende Verschiebung als einzige Bewegung besitzen. Dahin gehört der sogenannte *Nehrlich'sche* Lenker, Fig. 368 (a. v. S.), welcher als Umkehr des angenäherten Ellipsenlenkers erster Art angesehen werden muß. Eine Umkehrung des Ellipsenlenkers dritter Art zeigt Fig. 369 (a. v. S.). Die Figuren dürften nach dem Vorstehenden wohl an sich deutlich sein. Unter Umständen können derartige Geradführungen recht brauchbar sein, und sind auch z. B. für Pumpenstangen schon verschiedentlich zur Anwendung gekommen.

§. 100. **Schiefer Ellipsenlenker.** Der im vorhergehenden Paragraphen behandelte Lenker entspricht noch nicht dem allgemeinsten Falle, denn es ist dabei immer stillschweigend die Voraussetzung gemacht worden, daß der durch eine Couliſſe oder einen längeren Pendelträger geradlinig geführte hintere Endpunkt B des Balancier's sich in einer Geraden bewege, die zur Bewegungsrichtung des gerade zu führenden vorderen Endpunktes A senkrecht steht. Diese Bedingung ist aber nicht unerläßlich, vielmehr wurde schon in der Einleitung, §. 11, gezeigt, daß bei der mehrgedachten Führung einer Geraden AB auf einem rechtwinkligen Arcenkreis jeder beliebige Punkt E , Fig. 370,

Fig. 370.



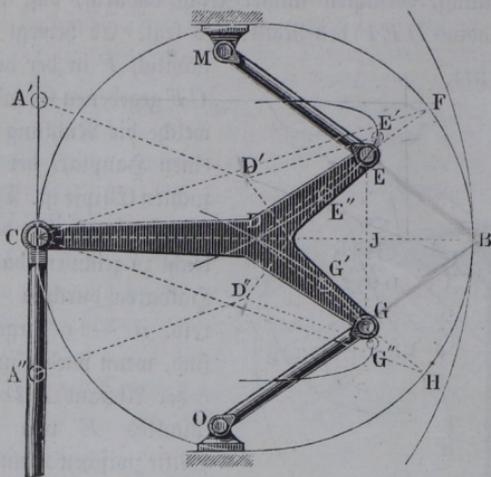
im Umfange des über AB als Durchmesser beschriebenen Kreises ebenfalls in einer durch C gehenden Geraden CE sich bewegt. Anstatt also den Punkt B in der zu $A A'$ senkrechten Geraden CB zu führen, kann man auch den beliebigen Punkt E im Umfange des gedachten Kreises in der gegen AA' schiefen Geraden CE leiten, und es entsteht durch diese Führung und

diejenige des Punktes R mit Hilfe des Gegenlenkers OR eine mit dem Namen des schiefen Ellipsenlenkers zu bezeichnende Geradführung. Der Hauptlenker oder Balancier nimmt hierbei eine Dreiecksform ARE an.

Auch läßt sich die Geradführung anordnen unter der Voraussetzung, daß der Punkt E nicht in dem Umfange des über AB als Durchmesser ge-

dieser Gegenlenker und die Lage ihrer Drehpunkte M und O zu finden, hat man nur nöthig, in der oben angegebenen Art die Ellipsen zu zeichnen,

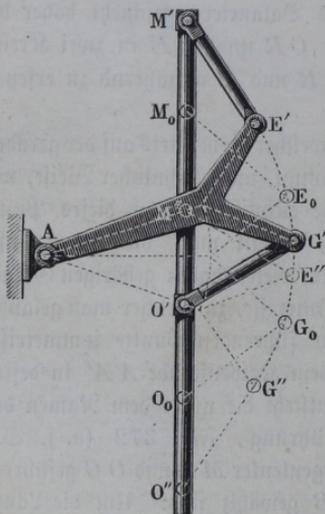
Fig. 372.



welche die genauen Wege der Punkte E und G darstellen. Zu dem Ende zieht man von dem Mittelpunkte D des Rollkreises die Radien desselben durch E und G , so erhält man die beiden Punkte F und H im Umfange des Rollkreises, welche durch die nach C gezogenen Geraden CF und CH die großen Axen der gesuchten Ellipsen geben. Die Halbachsen der letzteren sind wieder $a + e$ und

$a - e$, unter a den Halbmesser CD des Rollkreises und unter e den Abstand der Punkte E und G von D verstanden. Aus den so gezeichneten Ellipsen erhält man dann in der oben mehrfach angegebenen Art die Drehungspunkte M und O der Gegenlenker und deren Länge r . Nach Robert erhält man eine große Genauigkeit der Führung, wenn

Fig. 373.



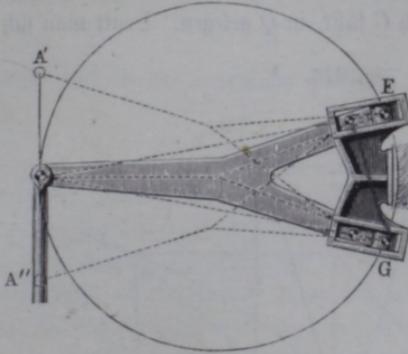
man die Basis $b = EG$ des Dreiecks, das heißt den Abstand der beiden geführten Punkte $b = 0,593 s$ und die Höhe $h = CJ = 1,112 s$ macht, welchen Angaben ein Winkel an der Spitze des Dreiecks $ECG = 30^\circ$ entspricht. Unter diesen Annahmen erhält man die Länge der Gegenlenker zu $r = ME = OG = 0,584 s$.

Durch Umkehrung entsteht aus dem Robert'schen Dreiecke eine Geradföhrung, wenn man nach Fig. 373 die Spitze A des Dreiecks befestigt, und die beiden Drehpunkte M und O der Kolbenstange mit den Gegenlenkern verbindet, welche vorher ganz fest waren, daher durch

die hinzugefügte dem Schube s entgegengesetzte Bewegung lediglich eine hin- und hergehende Schiebung annehmen.

Einen besondern Fall der vorstehend betrachteten Führung bildet der Neuleaux'sche Dreieckslenker, Fig. 374, bei welchem die beiden geführten

Fig. 374.



Punkte E und G im Umfange des Rollkreises gefaßt sind, in Folge dessen dieselben geradlinige nach dem Punkte C hin gerichtete Wege durchlaufen, folglich für sie die Gegenlenker durch geradlinige Coulißen ersetzt werden können.

Conchoidenlenker. §. 101.

Wenn man bei der mehrfach behandelten Bewegungsform einer Geraden AB , von welcher die beiden

Punkte A und B in zwei rechtwinkligen Geraden zu verbleiben gezwungen sind, die veränderte Voraussetzung macht, daß die Gerade AB , Fig. 375 (a. f. S.), nur mit einem ihrer Punkte A in einer geraden Linie AA' sich führt, und andererseits gezwungen ist, stets durch einen festen Punkt B hindurchzugehen, so erhält man eine Anordnung, welche gleichfalls zu verschiedenen Geradführungen Veranlassung giebt. Um zunächst die dieser angenommenen Bewegung der Geraden AB zugehörigen Polbahnen zu bestimmen, denke man diese Gerade in irgend einer Lage, in welcher sie mit dem normalen Abstände BC des festen Punktes B von der Führungslinie AA' den Winkel $ABC = \alpha$ einschließt. Man findet dann das Momentancentrum oder den Pol für die in diesem Augenblicke eintretende elementare Bewegung in dem Durchschnitte P der beiden Lothe AP und BP , welche man auf den Wegen der Stangenzpunkte A und B errichtet, d. h. wenn man AP senkrecht zu AA' und BP senkrecht zu AB zieht. Die auf solche Weise ermittelten Pole bestimmen die feste Polbahn PBP' , welche, wie leicht zu ersehen, eine Parabel ist, deren Scheitel in dem festen Punkte B liegt, und deren Parameter dem halben Abstände BC gleich ist. Man hat nämlich aus der Figur für die Coordinaten des beliebigen Punktes P , bezogen auf C als Anfangspunkt, wenn die constante Entfernung CB mit a bezeichnet wird:

$$\operatorname{tang} ABC = \operatorname{tang} \alpha = \frac{y}{a}$$

und

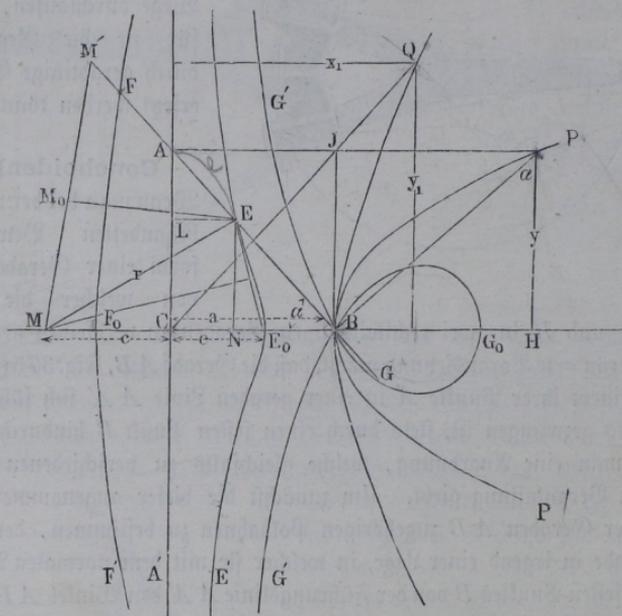
$$\text{tang } B P \Pi = \text{tang } \alpha = \frac{x - a}{y};$$

daher

$$y^2 = a(x - a).$$

Um auch die zugehörige bewegliche Polbahn zu bestimmen, sei der Punkt derselben, welcher mit P zusammentrifft, in derjenigen Systemlage, in welcher der in AA' gerade geführte Punkt nach C fällt, in Q gelegen. Denkt man sich nun

Fig. 375.



mit dem beweglichen System die Gerade QC verbunden, so folgt leicht, daß diese Gerade QC in demjenigen Augenblicke, in welchem Q mit P zusammentrifft, die Lage PA einnehmen muß, so daß man $CQ = AP = x$ hat. Diese Lage hat das bewegliche System aber eingenommen, nachdem dasselbe von seiner Ausgangslage, bei welcher die geführte Gerade in CB gelegen war, um den Winkel $CBA = \alpha$ gedreht worden ist, wodurch die geführte Gerade nach AB geräth. An dieser Drehung um den Winkel α hat natürlich auch die mit dem bewegten Systeme verbundene Gerade CQ theilgenommen, so daß man daraus schließt, daß CQ mit AP oder mit CB in der Anfangslage ebenfalls den Winkel α einschließt. Bezeichnet man nun mit x_1 und y_1 die Coordinaten des Punktes Q , so hat man

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y}{a} \quad \text{oder} \quad \frac{y^2}{a} = a \frac{y_1^2}{x_1^2},$$

ferner

$$CQ = AP = x = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}; \text{ daher } x - a = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - a.$$

Da nun aber für die feste Polbahn die Gleichung gilt,

$$\frac{y^2}{a} = (x - a),$$

so erhält man für die bewegliche Polbahn die Gleichung:

$$a \frac{y_1^2}{x_1^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - a.$$

Verfolgt man bei der gedachten Bewegung den Weg irgend eines Punktes, z. B. E, F oder G der Geraden AB , so findet man gewisse Curven EE', FF' und GG' , welche für die Anordnung von Geradführungen von Interesse sind. Diese Curven lassen sich leicht punktweise construiren, indem man z. B. den Abstand $AE = e$ des betrachteten Punktes von dem gerade geführten Punkte A in hinlänglich vielen Lagen der Geraden AB von A aus anträgt, woraus man ohne Weiteres ersieht, daß diese Curven, welche Lage der Punkt E auch immer haben möge, sämmtlich der Geraden AA' sich beiderseits mehr und mehr nähern müssen, ohne sie jemals zu erreichen, und daß diese Curven bei E_0, F_0, G_0 gewisse Scheitelpunkte haben, in welchen sie ihre concave Krümmung der Führungslinie AA' zuehren. Wenn dabei dieser Scheitel, wie G_0 von der Führungsgeraden AA' aus gerechnet über den Festpunkt B hinaus gelegen ist, d. h. wenn e größer als a genommen worden, so muß dieser Punkt bei der Bewegung offenbar zweimal mit dem Festpunkte B zusammenfallen, daher die schleifenförmige Gestalt der Curve G entsteht. Man nennt diese Curven *Muschellinien* oder *Conchoiden*.

Zu der Gleichung dieser Linien gelangt man einfach in folgender Art. Seien $x = EL$ und $y = EN$ die Coordinaten des beliebigen Punktes E im Abstände $AE = e$ und bei der Neigung der Geraden $ABC = \alpha$ gegen die Axe CB , so hat man:

$$y = (a - x) \operatorname{tang} \alpha, \text{ und da}$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{AL}{LE} = \frac{\sqrt{e^2 - x^2}}{x}, \text{ so folgt}$$

$$yx = (a - x) \sqrt{e^2 - x^2}$$

als Gleichung der Conchoide.

Diese Gleichung gilt natürlich für alle Punkte E, F und G , und unterscheiden sich die drei Fälle dadurch, daß für E der Abstand e positiv und

kleiner als a , für F der Abstand e negativ und für G der Abstand e positiv und größer als a ist. Für $x = e$ erhält man natürlich für alle Curven dem Scheitel entsprechend den Werth $y = 0$; während für jeden Werth von x , welcher absolut genommen kleiner als e ist, y zwei reelle gleiche und entgegengesetzte Werthe annimmt, woraus die symmetrische Beschaffenheit der Curven gegen die Ase CB sich folgert. Wird x größer als e vorausgesetzt, so entspricht demselben wegen der dann imaginären Quadratwurzel kein Curvenpunkt, so daß x nur zwischen 0 und e variiren kann. Setzt man ferner bei der Curve G , d. h. wenn $e > a$ vorausgesetzt ist, in der Gleichung $x = a$, so erhält man $y = 0$, d. h. alle Conchoiden der dritten Gattung, für welche $e > a$ ist, bilden Schleifen, die sich sämmtlich in dem festen Punkte B durchkreuzen. Für die Annahme $e = a$ schrumpft die Schleife in den Punkt B selbst zusammen.

Man kann nun in dem vorliegenden Falle eine ähnliche Betrachtung anstellen, wie gelegentlich des Ellipsenlenkers, d. h. man erhält auch hier eine Geradföhrung des Punktes A eines Lenkers oder Balanciers AB in der Linie AA' , wenn man irgend einen Punkt E, F oder G dieses Lenkers in der ihm zugehörigen Conchoide führt und den Lenker außerdem zwingt, stets durch den festen Punkt B hindurchzugehen. Auch hier wird es für die meisten Fälle der Praxis genügen, das Stück der Conchoide zu beiden Seiten des Scheitels, welches der geföhrte Punkt durchläuft, durch einen Kreisbogen zu ersetzen, welcher mit der genauen Conchoide drei Punkte gemein hat. Hierzu kann man außer dem Scheitel der Curve etwa die beiderseitigen äußersten Punkte derselben wählen, welche dem größten Ausschlagswinkel des Balanciers jederseits entsprechen. Dieser Kreis stimmt mit der Conchoide genügend genau überein, so lange man den Ausschlagswinkel α nicht zu groß, etwa nicht über 20 bis 25° annimmt. Da man auch hierbei immer den Ausschlag des Balanciers zu beiden Seiten der Ase CB gleich groß macht, so fällt der Mittelpunkt jenes Annäherungskreises, welcher als Drehpunkt des Gegenlenkers auszubilden ist, in die Linie CB hinein. Kennt man daher den größten Ausschlagswinkel $\alpha = ABC$ des Balanciers und den Abstand $e = AE, AF$ oder AG des Angriffspunktes für den Gegenlenker, so erhält man den Drehpunkt M des letzteren ohne Weiteres in dem Mittelpunkte des durch die drei Punkte EE_0E' resp. FF_0F' oder GG_0G' gelegten Kreises. Man hat hierzu also nur z. B. für E die Sehne EE_0 zu zeichnen, die in ihrem Mittelpunkte auf ihr normale Gerade schneidet die Ase BC dann in dem gesuchten Drehpunkt M .

Ist andererseits anstatt des Angriffspunktes E für den Gegenlenker, dessen Drehpunkt M durch seinen Abstand $CM = c$ von der geraden Föhrungslinie gegeben, so findet man den zugehörigen Angriffspunkt E dadurch, daß man das Stück $CM = c$ von A aus auf der Richtung des Balanciers

in dessen äußerster Lage gleich AM' anträgt und den Schnittpunkt E des im Mittelpunkte M_0 der Geraden MM' errichteten Lothes mit dem Balancier ermittelt. Die Wichtigkeit dieser letzteren Construction folgt sogleich aus der Bemerkung, daß der Gegenlenker, wenn man ihn durch Drehung um seinen Angriffspunkt E in die Richtung des Hauptlenkers AB gebracht denkt, den letzteren in jeder Lage um das Stück $CM = e$ überragen muß.

Man kann auch die erforderliche Länge $r = ME$ des Gegenlenkers leicht durch Rechnung bestimmen. Ein Kreis zum Mittelpunkte M und vom Halbmesser $r = ME_0 = c + e$ ist für den Coordinatenanfang in C gegeben durch die Gleichung

$$(x - c)^2 + y^2 = (e - c)^2$$

oder

$$x^2 - 2cx + y^2 = e^2 - 2ce.$$

Soll dieser Kreis auch den Punkt E in sich aufnehmen, so müssen dessen Coordinaten

$$x = e \cos \alpha \text{ und } y = a \tan \alpha - e \sin \alpha \text{ (s. Figur)}$$

die Gleichung des Kreises erfüllen, und man hat:

$$e^2 \cos^2 \alpha - 2ce \cos \alpha + a^2 \tan^2 \alpha - 2ae \tan \alpha \sin \alpha + e^2 \sin^2 \alpha = e^2 - 2ce$$

oder nach geringer Reduction:

$$e = \frac{2ae \tan \alpha \sin \alpha - a^2 \tan^2 \alpha}{2e(1 - \cos \alpha)}.$$

Setzt man hierin $2a \tan \alpha = s$, unter s den Kolbenschub verstanden, so wird

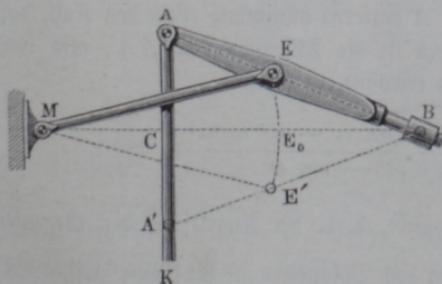
$$e = \frac{4se \sin \alpha - s^2}{8e(1 - \cos \alpha)} \text{ und } r = e - c.$$

Der Drehpunkt M des Lenkers fällt in die Gerade AA' , also nach C , wenn $e = 0$, d. h. wenn $a^2 \tan^2 \alpha = 2ae \tan \alpha \sin \alpha$, oder $e = \frac{a}{2 \cos \alpha}$ ist.

Je nach der Lage des Gegenlenkerangriffs zwischen A und B , oder jenseits A oder jenseits B

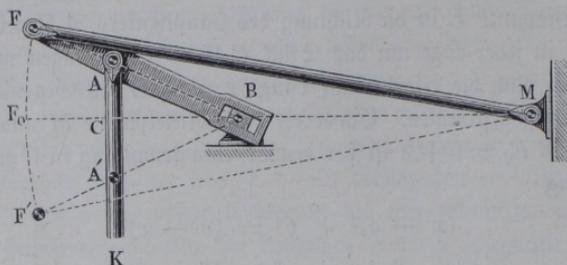
kann man ähnlich wie bei dem Ellipsenlenker drei Arten von Condoidenlenkern unterscheiden, welche durch die Figuren 376, 377 und 378 dargestellt sind. Von diesen ist der in Fig. 378 gezeichnete der älteste, zuerst von Reichenbach ausgeführte und nach ihm

Fig. 376.



benannte. Man soll eine besondere Genauigkeit der Geradföhrung mit demselben erreichen, wenn man dabei MG oder r gleich MB oder $e - a$,

Fig. 377.

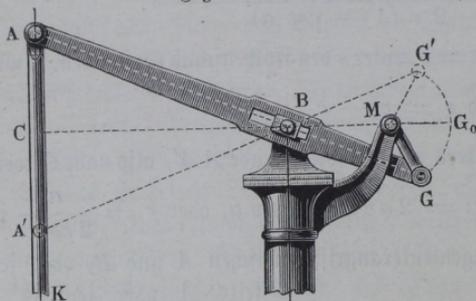


d. h. $e = \frac{a + e}{2}$ macht. Setzt man diesen Werth obigem Ausdrucke für e gleich, so erhält man hierfür in

$$\frac{a + e}{2} = \frac{2ae \tan \alpha \sin \alpha - a^2 \tan^2 \alpha}{2e(1 - \cos \alpha)}$$

die Bedingungsgleichung für das Verhältniß von $a : e$.

Fig. 378.



Der Lenker zweiter Art, Fig. 377, wird nur wenig angewandt, da das als nahezu geradlinig anzusehende Stück der Föhrung nur kurz ausfällt. Besser als dieser ist der Lenker erster Art, Fig. 376, für die praktische Ausführung geeignet, sobald man nur den Gegenlenker r nicht zu kurz wählt, d. h. den Angriff

E desselben nicht zu weit von A entfernt annimmt. Für den Fall, daß der Drehpunkt M des Gegenlenkers in die Föhrungslinie AA' , also nach C , fallen soll, hat man, wie schon erwähnt, zu setzen:

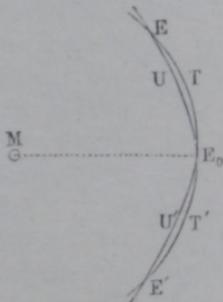
$$e = \frac{2ae \tan \alpha \sin \alpha - a^2 \tan^2 \alpha}{2e(1 - \cos \alpha)} = 0,$$

woraus $e = \frac{a}{2 \cos \alpha}$ sich ergibt, d. h. der Angriff E des Gegenlenkers liegt in der äußersten Stellung des Balancier's in der Mitte zwischen A und

B , wie bei dem Evans'schen Lenker. Wählt man E näher an A , Fig. 376, so rückt M weiter von C fort, indem dann e negativ wird, während ein größerer Werth von e den Drehpunkt M zwischen C und B fallen läßt. Eine solche Annahme ist nicht zu empfehlen.

Hinsichtlich der Anordnung des Gegenlenkers lassen sich hier ähnliche Betrachtungen anstellen, wie bei dem angenäherten Ellipsenlenker geschehen. Wenn man nämlich, wie im Vorhergehenden vorausgesetzt, das betreffende Conchoidenstück durch einen Kreisbogen ersetzt, welcher mit jenem den mittleren und die beiden äußersten Punkte gemein hat, Fig. 379, so weicht dieser Kreisbogen sowohl bei T wie bei T' nach derselben Seite von der Conchoide ab. Würde man daher den Kreisbogen etwa durch die Mitten der Abweichungen UT und $U'T'$ legen, so würde derselbe jene Curve in vier Punkten treffen, und die Abweichungen würden nach beiden Seiten in geringerem Betrage stattfinden.

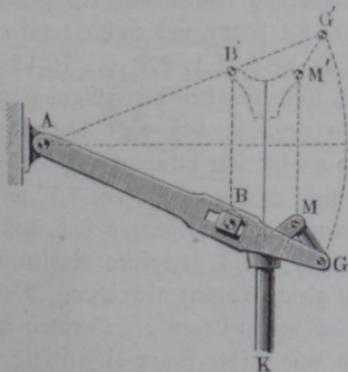
Fig. 379.



Es ist klar, daß man auch die Conchoidenlenker umkehren kann, indem man den Punkt A durch zusätzliche Bewegung um $-s$ in Ruhe setzt, und die zu führende Kolbenstange mit den beiden Lagern für B und M verbindet, in solcher Art

erhält man z. B. aus dem Reichenbach'schen Lenker die in Fig. 380 dargestellte Anordnung, bei welcher der Balancier AG doppelt auszuführen ist,

Fig. 380.



um durch seinen Zwischenraum hindurch der Kolbenstange K und deren Querköpfe BM das Spiel zu gestatten.

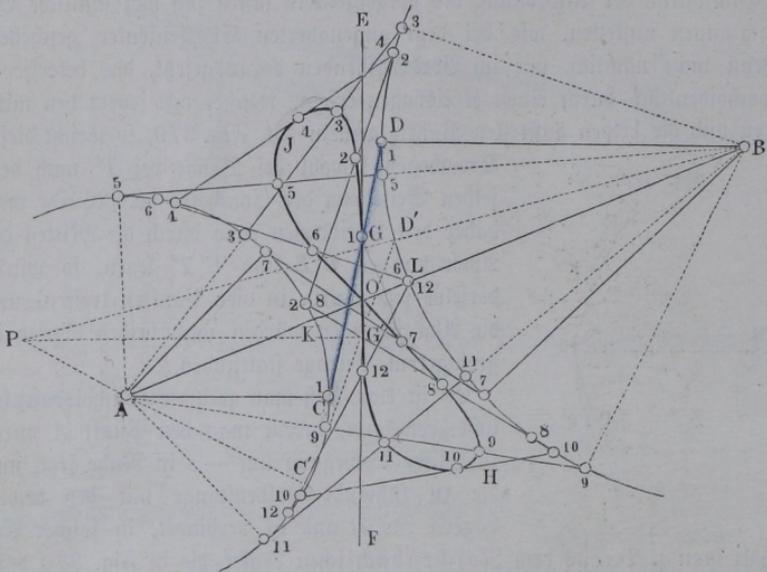
Lemniscatenlenker. Zu der §. 102.

mit dem Namen Lemniscatenführung oder Lemniscatenlenker bezeichneten angenäherten Geradführung gelangt man ebenfalls, wie zu den vorhergehenden, aus der Betrachtung eines gewissen Bewegungszustandes einer geraden Linie. Denkt man sich nämlich eine gerade Linie oder Stange CD , Fig. 381 (a. f. S.), so bewegt,

daß zwei Punkte C und D derselben in zwei festen Kreisen zu den Mittelpunkten A und B geführt werden, etwa dadurch, daß man die beiden Punkte C und D an Lenker schließt, die um A resp. B drehbar sind, so beschreibt irgend ein Punkt G dieser Geraden eine eigenthümlich verschlungene Linie

$GG'HI$, welche eine gewisse Aehnlichkeit mit der Ziffer 8 hat, und in der Geometrie eine Lemniscate, Schleifenlinie, genannt wird. Diese Curve ist eine Linie vierten Grades, die Entwicklung ihrer Gleichung ist sehr weitläufig

Fig. 381.



und kann für den vorliegenden Zweck umgangen werden, da bei der Ausführung der hier zu besprechenden Geradföhrung immer nur ein gewisses Stück der Curve in Betracht kommt. In der Figur sind mehrere auf einander folgende Lagen der Geraden CD durch $1,1, 2,2 \dots 12,12$ bezeichnet. Zieht man zwischen den beiden Mittelpunkten der Föhrungskreise die Centrallinie AB , so erkennt man sogleich, daß diese letztere eine Symmetrieaxe für die Curve sein muß, denn für jede beliebige Lage der Geraden CD , z. B. die in $1,1$ gezeichnete, giebt es eine andere wie $7,7$, welche beide zusammen symmetrisch gegen die Centrale, d. h. so gelegen sind, daß die von A und B aus an die Stangenpunkte 1 und 7 gezogenen Radien nach beiden Seiten von der Centrale AB um gleiche Winkel abweichen. Natürlich ist dann der beschreibende Punkt G in beiden Lagen der Geraden ebenfalls symmetrisch gegen AB situirt, und sind in der Figur diese Lagen von G ebenfalls mit denselben Ziffern (also hier 1 und 7) bezeichnet. Es ist ebenfalls leicht ersichtlich, daß während einer vollständigen Bewegungsperiode der Geraden der beschreibende Punkt G , wo derselbe auch zwischen C und D liegen möge, zweimal durch die Centrale hindurchgehen muß, und zwar müssen diese Durchgänge, so lange G zwischen A und B gelegen ist, stets auf

der Strecke KL der Centrale stattfinden, welche zwischen den Kreisumfängen enthalten ist. Diese Annahme, daß G zwischen C und D liegt, soll vorläufig festgehalten werden. Aus der oben erwiesenen symmetrischen Gestalt der Curve in Bezug auf die Centrale folgt dann sogleich weiter, daß die beiden erwähnten Durchgänge des beschreibenden Punktes G durch die Centrale in einen und denselben Punkt O fallen müssen. Es muß also jede von einem Punkte der Geraden beschriebene Lemniscate einen sogenannten Doppelpunkt oder Knoten haben, in welchem die Curve sich selbst durchschneidet, und die Knoten O aller von den verschiedenen Punkten G beschriebenen Lemniscaten liegen auf der Centrale AB . Wenn der beschreibende Punkt G mit dem einen oder anderen der geführten Punkte C oder D zusammenfällt, so geht die Schleifenlinie in den betreffenden Kreisbogen über, indem die beiden Zweige der Curve zusammenfallen, und als Doppelpunkte sind jetzt die Durchschnitte K und L der Centrale mit diesen Kreisen zu betrachten, indem diese Punkte K und L von C und D zweimal und zwar unter entsprechend symmetrischen Lagen der Geraden CD durchlaufen werden. Diese Lagen sind z. B. für den Punkt L mit 6,6 und 12,12 bezeichnet. Ferner ergibt sich aus der Figur, daß die äußersten Punkte dieser von C und D durchlaufenen Kreisbogen in 5, 11, 3 und 9, d. h. durch diejenigen Lagen der Geraden CD erhalten werden, in welchen die letztere mit dem anderseitigen Lenker $B5$, $B11$, resp. $A3$, $A9$ in dieselbe Richtung fällt.

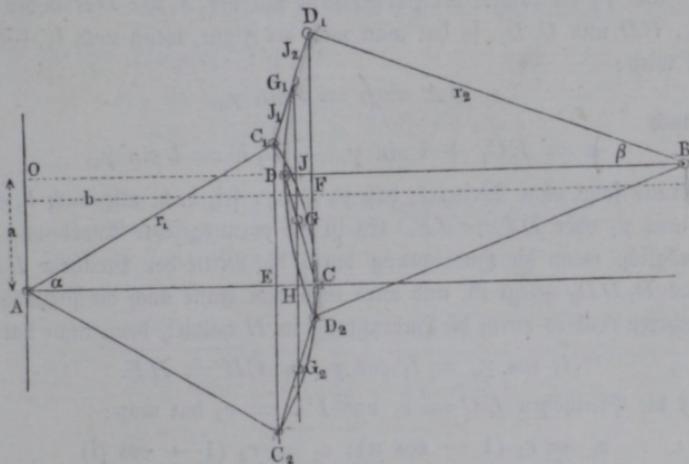
Von besonderem Interesse ist eine solche Lage der geführten Geraden CD , in welcher die beiden Lenker AC und BD parallel zu einander stehen. Diese Stellungen sind in der Figur durch 1,1 und 7,7 gegeben. Faßt man die Lage 1,1 ins Auge, so folgt, daß die Gerade CD in diesem Augenblicke eine unendlich kleine Bewegung annimmt, für welche das Momentancentrum in der Richtung der Radien $A1$ und $B1$ in der Unendlichkeit liegt, denn nach dem in der Einleitung §. 7 Gesagten findet man in jedem Augenblicke den Pol oder das Momentancentrum für die Bewegung der Stange in dem Durchschnitte der beiden zugehörigen Lenkerlagen, da die letzteren immer als die Normalen zu den Wegen der geführten Punkte C und D aufzufassen sind. Eine Drehung um den in der Richtung der parallelen Radien unendlich entfernt liegenden Punkt kommt nun aber auf eine geradlinige Bewegung in der zu den Radien senkrechten Richtung EF hinaus, und man schließt daher, daß in dem betrachteten Augenblicke, wo die Lenker parallel gestellt sind, die Bahnen aller Punkte der Stange CD eine und dieselbe Richtung EF haben, welche zu den Lenkern senkrecht steht. Für den Punkt G in seiner mit 1 bezeichneten Stellung ist die Tangente EF gezeichnet. Man kann übrigens bemerken, daß man an die Bahn irgend eines Punktes nach einer bestimmten Richtung, also z. B. nach der Richtung EF , stets vier verschiedene parallele Tangenten legen kann, da die Lemniscate vom

vierten Grade ist. Man kann auch leicht die Lage dieser Punkte graphisch ermitteln, wenn man die entsprechenden Pollagen zeichnet. So ist z. B. der Punkt G' der gezeichneten Bahn ein zweiter von solcher Eigenschaft, daß seine Tangente parallel zu derjenigen EF ausfällt, wenn dieser Punkt G' , welcher der Lage $A'C'D'B$ des Systems entspricht, so liegt, daß der Polstrahl PG' senkrecht zu der Richtung EF ausfällt. Den Pol P findet man, wie schon bemerkt, in dem Durchschnittspunkte der beiden Lenkerlagen AC' und BD' , und es ist nach dem Früheren deutlich, daß der Punkt G' in dem betreffenden Augenblicke ein auf dem Polstrahle PG' senkrecht, also zu EF paralleles Bahnelement beschreibt. In gleicher Weise könnte man noch zwei Punkte der Curve (in der Nähe von 5 und 9) auffuchen, deren Tangenten parallel zu EF sind, wenn diese Punkte ein besonderes Interesse darböten, was in der vorliegenden Frage indessen nicht der Fall ist, da für die Geradföhrung nur ein in der Nähe des Knotenpunktes O gelegenes Stück der Curve benutzt wird.

Bei näherer Untersuchung der Lemniscate findet man nun, daß ein Stück der Curve zu beiden Seiten des Punktes G von der geraden Tangente dieses Punktes nur wenig abweicht, so lange die Ausschlagswinkel der Lenker AC und BD nach beiden Seiten hin nur mäßige Beträge haben. Betrachtet man daher die Lagen dieser Lenker, in welchen sie parallel sind, als ihre Mittellagen, so kann man mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit die Bahn eines zweckmäßig gewählten Punktes G als geradlinig betrachten, und eine Kolbenstange in diesem Punkte G mit der Stange CD verbinden. Bis jetzt ist der Punkt G noch beliebig auf CD angenommen worden, es leuchtet indessen ein, daß nicht die Bahnen aller Punkte von CD sich gleich innig an eine zu EF parallele Gerade anschmiegen werden, man erkennt vielmehr, daß diese Bahnen sich um so mehr den Kreisbögen um A resp. um B nähern, je mehr man den Punkt G dem geföhrten Punkte C oder D nähert. Um daher die geeignetste Lage von G , d. h. diejenige zu finden, bei welcher die Abweichungen der wirklichen Bahn von der beabsichtigten geradlinigen möglichst gering sind, kann man noch eine Bedingung hinzufügen. Als solche wählt man allgemein diejenige, daß die geradlinige Bahn, in welcher der Kopf der Kolbenstange geföhrt wird, nicht nur die mittlere Stellung des Punktes G , sondern auch die beiden äußersten Lagen desselben in sich aufnimmt, dieselbe Bedingung also, welche auch bei den Ellipsen- und Conchoidenlenkern gestellt zu werden pflegt. Unter Zugrundelegung dieser Bedingung ist nunmehr die Wahl des Punktes G zwischen C und D nicht mehr unbestimmt, und es ist auch eine gewisse Lage der Punkte A und B gegen einander, resp. ein gewisses Längenverhältniß der beiden Lenker AC und BD zu einander durch Annahme jener Bedingung festgestellt, wie im Folgenden sich

zeigen wird. Sei B , Fig. 382, der Drehpunkt des einen Lenkers, und BD dessen mittlere Lage, so daß die äußersten Lagen BD_1 und BD_2 die gleichen Winkel

Fig. 382.



$D_1BD = D_2BD = \beta$ mit der mittleren Lage BD bilden. Senkrecht zu dieser letzteren sei durch den vorläufig beliebigen Punkt J die Hubrichtung G_1G_2 gelegt, und man trage an die drei Punkte D_1 , D und D_2 die Stange oder Hängeschiene DC so an, daß der Punkt G derselben, (dessen Abstände von C und D resp. $CG = l_1$ und $DG = l_2$ sein mögen,) in die Hubrichtung zu liegen kommt, so daß D_1G_1 , DG und $D_2G_2 = l_2$ werden. Dadurch sind die drei Lagen C_1 , C und C_2 des anderen Endpunktes der Hängeschiene gegeben, durch welche drei Punkte C_1 , C und C_2 man nun einen Kreis legen kann, dessen Mittelpunkt A den Drehpunkt für den zweiten Lenker oder Gegenlenker AC abgiebt. Von diesem Gegenlenker wird verlangt, daß AC seine mittlere Lage und dieselbe zu BD parallel sein solle. Es ist zunächst klar, daß, wenn dies der Fall ist, die Sehne C_1C_2 senkrecht zu AC steht, also mit der Sehne D_1D_2 des ersten Lenkers und daher auch mit der Hubrichtung G_1G_2 parallel ist. Da ferner wegen $D_1G_1 = D_2G_2 = l_2$ auch die äußersten Lagen D_1C_1 und D_2C_2 der Hängeschiene unter sich parallel sein müssen, so folgt aus dem Parallelogramm $D_1C_1C_2D_2$ weiter, daß die Sehnen beider Lenkerbogen unter sich und mit dem Kolbenhube s von gleicher Größe sind, d. h. $C_1C_2 = D_1D_2 = G_1G_2 = s$. Bezeichnet daher α den halben Schwingungswinkel $C_1AC = C_2AC$ des Gegenlenkers, und sind die Lenkerlängen r_1 und r_2 , so hat man für die Subsehnen

$$r_1 \sin \alpha = r_2 \sin \beta = \frac{s}{2}.$$

Bezeichnet man ferner mit a und b die Coordinaten der beiden Drehpunkte A und B , bezogen auf den Mittelpunkt O eines rechtwinkligen Coordinatensystems, dessen Axen durch A und B hindurchgehen, und seien γ_1 , γ_0 und γ_2 die Winkel der Hängeschiene mit der X -Axe OB in den Lagen C_1D_1 , CD und C_2D_2 , so hat man nach der Figur, wenn noch $l_1 + l_2 = l$ gesetzt wird:

$$OA = a = l \sin \gamma_0$$

und auch

$$a = EC_1 + l \sin \gamma_1 - D_1F = l \sin \gamma_1.$$

Hieraus folgt ohne Weiteres, daß $\gamma_0 = \gamma_1$ sei, d. h. also auch $l_2 \cos \gamma_0 = l_2 \cos \gamma_1$ oder $DJ = JF$. Es ist die vorausgesetzte Anordnung daher nur möglich, wenn die Subrichtung durch die Mitte der Pfeilhöhe FD des Bogens D_1DD_2 gelegt ist, und wird in diesem Falle auch die Pfeilhöhe EC des anderen Lenkers durch die Subrichtung in H halbirt, denn man hat dafür

$$l_1 \cos \gamma_0 = l_1 \cos \gamma_1 = CH = HE.$$

Für die Pfeilhöhen $EC = e_1$ und $FD = e_2$ hat man:

$$e_1 = r_1 (1 - \cos \alpha); \quad e_2 = r_2 (1 - \cos \beta)$$

und

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Außer jener gefundenen Bedingung hinsichtlich der Lage der beiden Lenker zu einander müssen aber auch deren Längen r_1 und r_2 ein ganz bestimmtes Verhältniß zu einander haben. Man hat nach einer bekannten geometrischen Eigenschaft des Kreises:

$$C_1E^2 = EC (2 r_1 - EC)$$

oder da

$$C_1E = \frac{s}{2} = r_1 \sin \alpha = r_2 \sin \beta$$

ist:

$$(r_2 \sin \beta)^2 = e_1 (2 r_1 - e_1).$$

Da ferner

$$e_1 = \frac{l_1}{l_2} e_2 = \frac{l_1}{l_2} r_2 (1 - \cos \beta)$$

ist, so folgt:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{(r_2 \sin \beta)^2 + e_1^2}{2 e_1} = \frac{r_2^2 (1 - \cos^2 \beta) + \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 r_2^2 (1 - \cos \beta)^2}{2 \frac{l_1}{l_2} r_2 (1 - \cos \beta)} \\ &= r_2 \frac{\frac{l_2}{l_1} (1 + \cos \beta) + \frac{l_1}{l_2} (1 - \cos \beta)}{2} = r_2 \left(\frac{l_2}{l_1} \cos^2 \frac{\beta}{2} + \frac{l_1}{l_2} \sin^2 \frac{\beta}{2} \right). \end{aligned}$$

Diese Gleichung ermöglicht immer die Berechnung einer von den vier Größen r_1 , r_2 , β und $\frac{l_1}{l_2}$, wenn die anderen drei bekannt sind. Ist z. B. neben r_2 und β noch r_1 gegeben, so findet man das Verhältniß $\frac{l_1}{l_2} = n$ der Abstände auf der Hängeschiene aus

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{n} \cos^2 \frac{\beta}{2} + n \sin^2 \frac{\beta}{2}$$

durch

$$n^2 - \frac{n}{\sin^2 \frac{\beta}{2}} \cdot \frac{r_1}{r_2} + \cotang^2 \frac{\beta}{2} = 0$$

zu

$$\begin{aligned} n = \frac{l_1}{l_2} &= \frac{r_1}{2 r_2 \sin^2 \frac{\beta}{2}} - \sqrt{\frac{r_1^2}{4 r_2^2 \sin^4 \frac{\beta}{2}} - \cotang^2 \frac{\beta}{2}} \\ &= \frac{\frac{r_1}{r_2} - \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \sin^2 \beta}}{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}. \end{aligned}$$

Wenn, wie gewöhnlich der Fall ist, anstatt des Winkels β die Hubhöhe s gegeben ist, so setze man

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{r_2^2 - \frac{s^2}{4}}}{r_2} = \sqrt{1 - \frac{s^2}{4r_2^2}}$$

und erhält:

$$r_1 = \frac{r_2}{2} \left[\frac{l_2}{l_1} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{s^2}{4r_2^2}} \right) + \frac{l_1}{l_2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{s^2}{4r_2^2}} \right) \right].$$

Ebenso findet man aus s , β und $\frac{l_1}{l_2}$ den Halbmesser

$$r_2 = \frac{s}{2 \sin \beta}$$

und

$$r_1 = \frac{s}{2 \sin \beta} \left(\frac{l_2}{l_1} \cos^2 \frac{\beta}{2} + \frac{l_1}{l_2} \sin^2 \frac{\beta}{2} \right).$$

Für den Fall, daß $r_1 = r_2$ vorausgesetzt wird, hat man aus $s = 2 r_1 \sin \alpha = 2 r_2 \sin \beta$ auch $\alpha = \beta$ und $e_1 = e_2$, daher $l_1 = l_2$. Diese letztere Anordnung ist die brauchbarste, da sie, wie aus den spä-

teren Ermittlungen hervorgeht, die größte Annäherung an die genau geradlinige Bahn gewährt. Man ersieht leicht aus Fig. 381 a. S. 486, daß bei dieser Anordnung die mittlere Lage des Punktes G in die Centrale AB hinein, also mit dem Knotenpunkte O der Lemniscate zusammenfällt, was bei ungleicher Länge der Lenker r_1 und r_2 niemals möglich ist. Wenn der Schwingungswinkel β nur klein ist, so kann man übrigens annähernd $\sin^2 \frac{\beta}{2} = 1$ und $\cos^2 \frac{\beta}{2} = 0$ setzen, und erhält dann:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

d. h. die Lenkerlängen verhalten sich bei kleinem Schwingungswinkel annähernd umgekehrt wie die entsprechenden Abstände auf der Hängeschiene.

Die Ordinaten endlich der Drehpunkte A und B folgen leicht zu:

$$a = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - \frac{1}{4}(e_1 + e_2)^2} = (1 + n) \sqrt{l_2^2 - \frac{1}{4}r_2^2(1 - \cos \beta)^2},$$

unter n das Verhältniß $\frac{l_1}{l_2}$ verstanden und

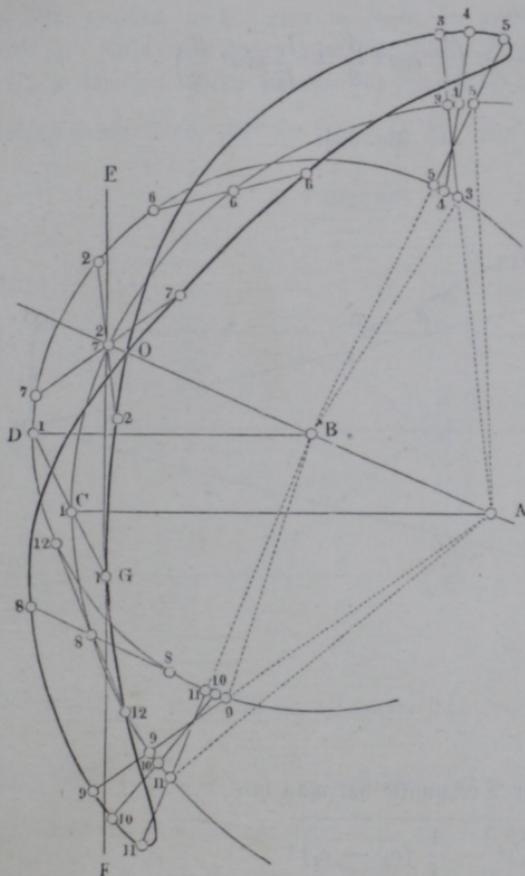
$$b = r_1 + r_2 - \frac{1}{2}(e_1 + e_2) = r_1 + r_2 - \frac{1}{2}(1 + n)r_2(1 - \cos \beta).$$

Wenn auch, wie schon erwähnt worden, die größte Genauigkeit der Geradföhrung dann erreicht wird, wenn die beiden Lenker gleiche Längen haben, so ist man doch zuweilen veranlaßt, von dieser Bedingung abzuweichen, ja unter Umständen wird man sogar durch Rücksichten möglicher Raumersparniß veranlaßt, die Drehpunkte beider Lenker auf derselben Seite der gerade zu föhrenden Kolbenstange anzuordnen, in welchem Falle die gleiche Länge für beide Lenkerarme von vornherein ausgeschlossen ist. Für eine solche Anordnung der Gegenlenker gelten dieselben Betrachtungen, wie für die bis jetzt besprochenen, wie sich aus dem Folgenden ergibt.

Sind AC und BD , Fig. 383, zwei um A und B drehbare Lenker, deren Endpunkte C und D wiederum durch die Hängeschiene CD verbunden sind, so bewegt sich irgend ein Punkt dieser letzteren ebenfalls in einer Lemniscate, und es lassen sich hinsichtlich derselben ganz analoge Betrachtungen anstellen, wie im Vorstehenden in dem Falle der Fig. 381. Zunächst ist wieder die Centrallinie AB eine Symmetrieaxe für die Curve jedes Punktes, deren Knotenpunkt O in sie hineinfällt, und es bewegt sich jeder Punkt in dem Augenblicke der parallelen Lenkerstellung in einer zu den Lenkern senkrechten Richtung. Geht man daher wieder von der Voraussetzung aus, daß die Hubrichtung der Kolbenstange senkrecht zu den Lenkern in ihrer parallelen Stellung sein soll, und stellt wieder die Bedingung, daß die Lage

des Punktes G in der mittleren, höchsten und tiefsten Stellung in diese Hubrichtung fallen soll, so kann man, Fig. 384 (a. f. S.), durch eine ganz analoge Construction, wie in Fig. 382 gezeigt, die Lage des Punktes A und die

Fig. 383.



Länge AC finden, wenn BD , der Hub $s = D_1 D_2$ und der Abstand $D_1 G_1 = DG = D_2 G_2 = l_2$ des geführten Punktes G von D gegeben sind. Ein Unterschied gegen früher wird hierbei offenbar nur insofern eintreten, als der geführte Punkt G jetzt nicht mehr zwischen die Lenkerangriffe C und D der Hängeschiene fallen kann, sondern außerhalb dieser Strecke gelegen sein muß, weil nur dann der Mittelpunkt A des gesuchten Lenkers mit demjenigen B des gegebenen auf dieselbe Seite der Führungslinie fallen kann.

Die weitere Untersuchung ergibt wie früher auch hier, daß die Sehnen der Len-

kerbogen unter sich und mit der Hubhöhe von gleicher Länge sind:

$$D_1 D_2 = C_1 C_2 = 2 r_1 \sin \alpha = 2 r_2 \sin \beta = s,$$

und daß die Pfeilhöhen dieser Bogen $CE = e_1$ und $DF = e_2$ durch die Sublinie $G_1 G_2$ in H und J halbirt werden. Setzt man wie früher die Abstände des geführten Punktes G von C und D resp. $GC = l_1$ und $GD = l_2$, so hat man ebenfalls die Beziehung:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

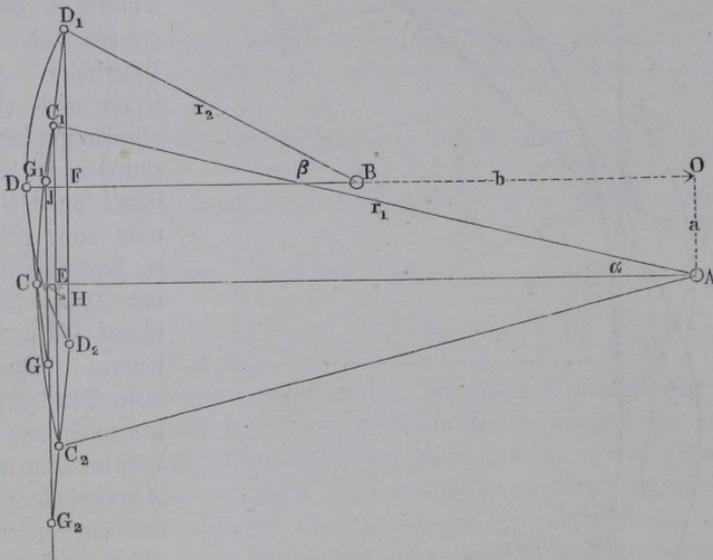
Endlich ergibt sich auch hier genau wie im früheren Falle aus

$$C_1 E^2 = EC (2 r_1 - EC)$$

die Gleichung

$$r_1 = r_2 \left(\frac{l_2}{l_1} \cos^2 \frac{\beta}{2} + \frac{l_1}{l_2} \sin^2 \frac{\beta}{2} \right).$$

Fig. 384.



Für den Abstand der Drehpunkte hat man hier:

$$a = \sqrt{(l_2 - l_1)^2 - \frac{1}{4} (e_2 - e_1)^2}$$

$$= (1 - n) \sqrt{l_2^2 - \frac{1}{4} r_2^2 (1 - \cos \beta)^2}$$

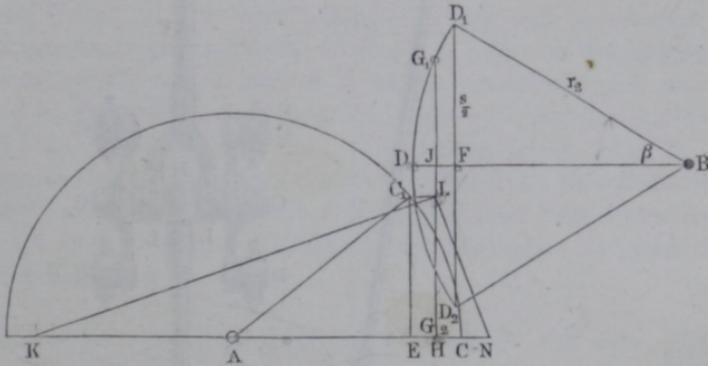
$$b = r_1 - r_2 + \frac{1}{2} (e_2 - e_1) = r_1 - r_2 + \frac{1}{2} (1 - n) r_2 (1 - \cos \beta).$$

Diese Gleichungen geben auch hier, wie oben gezeigt, immer die Möglichkeit, aus dreien der Größen r_1 , r_2 , β und $\frac{l_1}{l_2}$ die vierte zu bestimmen, und macht die Rechnung auch keine Schwierigkeiten, wenn anstatt r oder β die

Hubhöhe s gegeben ist. Auch ist bereits aus dem Vorstehenden zu ersehen, wie man den Halbmesser r_1 graphisch findet, wenn r_2, β und l_2 gegeben sind. In gleich einfacher Weise lassen sich die unbekanntnen Größen finden, wenn irgend drei andere von einander unabhängige Stücke gegeben sind.

Ist z. B. außer r_2 und β noch die Lage des Drehpunktes A gegen B , Fig. 385, gegeben, so hat man in $D_1 D_2$ die Hubhöhe s , und in DF die Sehne e_2 . Zieht man daher durch die Mitte J von DF die Hubrichtung $G_1 G_2$, so schneidet dieselbe offenbar von der mit BD aus A gezogenen Parallele AC ein Stück $AH = r_1 - \frac{e_1}{2}$ ab. Da nun

Fig. 385.



$$C_1 E^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 = (2 r_1 - e_1) e_1 = 2 \left(r_1 - \frac{e_1}{2}\right) e_1 = 2 AH \cdot e_1 \text{ ist,}$$

so kann man leicht $e_1 = \frac{C_1 E^2}{2 AH}$ construiren, indem man $HL = FD_1 = \frac{s}{2}$ macht, $AK = HA$ anträgt und in L auf KL das Perpendikel LN errichtet, man hat dann in HN die Pfeilhöhe e_1 und in $\frac{KN}{2}$ den Halbmesser

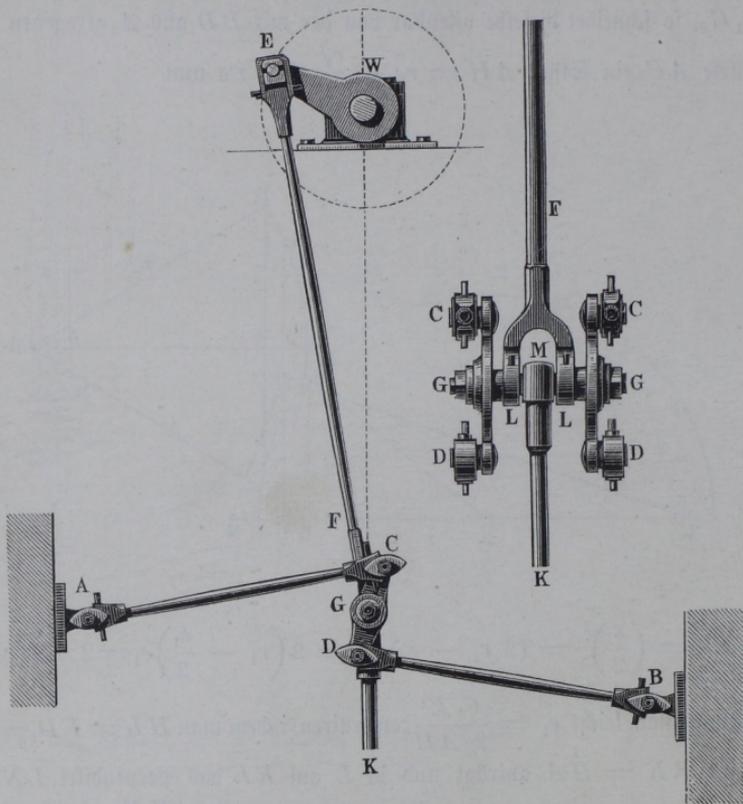
r_1 u. s. w. Ebenso ergibt sich die Construction von selbst, wenn r_1, r_2 und β gegeben sind. Man hat dann sogleich in der Sehne des Kreissectors vom Halbmesser r_2 und dem Centriwinkel 2β die Hubhöhe s , welche in den Kreis vom Halbmesser r_1 eingetragen den Winkel α und die Pfeilhöhe e_1 liefert. Ordnet man dann die beiden Sektoren so an, daß ihre mittleren Radien parallel und die Mitten der Pfeilhöhen in dieselbe Normale zu den Radien zu liegen kommen, so sind alle Verhältnisse bestimmt. Der Abstand a der parallelen Lenker wird dabei natürlich durch die Größe $l_2 + l_1$ resp.

$l_2 - l_1$ bestimmt, je nachdem die Lenker auf entgegengesetzten oder auf derselben Seite der Hublinie angebracht werden sollen.

Eine einfache Lemniscatenführung oder einfache Gegenlenkerführung zeigt Fig. 386. Die beiden gleich langen Gegenlenker AC und BD sind durch eine Hängeschiene CD verbunden, an deren Mittelzapfen GG nicht nur die

Fig. 386.

Fig. 387.



Kolbenstange K , sondern auch die Kurbelstange EF angeschlossen ist, welche dazu dient, die rotirende Bewegung der Kurbel WE in eine alternirende Schiebung der Kolbenstange (s. Kurbelgetriebe) zu verwandeln. Aus Fig. 387 ist die Zusammensetzung des Mechanismus näher zu erkennen, und insbesondere zu ersehen, wie die unten mit einem gabelförmigen Ende LFL versehene Kurbelstange den Querbolzen G umfaßt, in dessen mittlerem Theile die Kolbenstange MK eingefeilt ist. Die Hängeschiene sowohl wie die Lenker

sind in doppelter Ausführung zu beiden Seiten angebracht, um einseitige Wirkungen und daraus hervorgehende Seitenschwankungen der Stangen thunlichst zu verhindern.

Abweichung. Die Bewegung des durch Gegenlenker geführten Punktes ist keine vollkommen genaue Geradführung, doch sind die statthabenden Abweichungen von einer solchen bei richtiger Wahl der Verhältnisse und unter der Voraussetzung, daß die Schwingungswinkel der Lenker nicht zu groß angenommen werden, so unbedeutend, daß sie für die praktischen Ausführungen vernachlässigt werden dürfen. Letzteres kann um so unbedenklicher geschehen, als in der Regel die unvermeidlichen Unrichtigkeiten bei der Ausführung und besonders bei der Aufstellung der Maschinen viel beträchtlicher zu sein pflegen. Aus der Gestalt der Lemniscate erkennt man leicht, daß die gedachten Abweichungen um so größere Beträge annehmen, je größer die Ausschlagswinkel der Lenker gemacht werden, und es ist daraus gerechtfertigt, daß man den Lenkern im Vergleich zur Subhöhe solche Längen giebt, daß jene Ausschlagswinkel α und β nur geringe bleiben. Eine vielfach befolgte Regel ist z. B. die, wonach man die Länge eines Lenkers nicht kleiner als die anderthalbfache Subhöhe annehmen sollte, und es bestimmt sich unter dieser Voraussetzung $r = 1,5 \cdot s$ der betreffende Ausschlagswinkel des Lenkers nach jeder Seite der Mittellage durch

$$\sin \alpha = \frac{s}{2r} = \frac{1}{3} \text{ zu } \alpha = 19^\circ 30' = \text{rot. } 20^\circ.$$

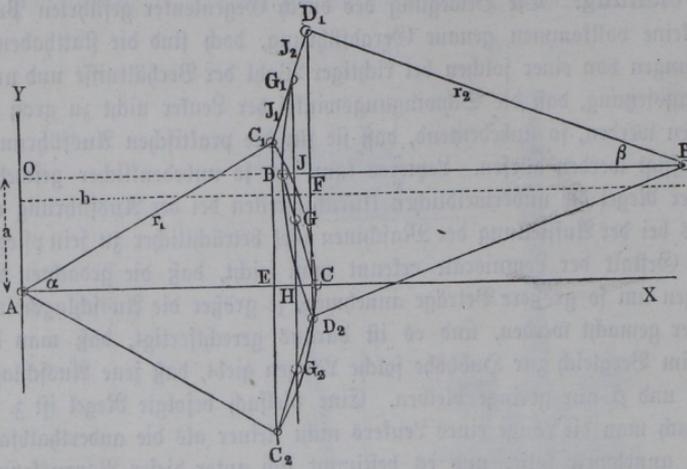
Wenn nun auch unter solchen Verhältnissen die Abweichungen des geführten Punktes von der geradlinigen Bahn so klein ausfallen, daß man in der Praxis kaum jemals in die Lage kommt, diese Abweichungen selbst zu bestimmen, so ist eine Untersuchung derselben doch insofern von Interesse, als sie den Einfluß erkennen läßt, welchen die einzelnen Constructionselemente auf die Beträge der Abweichungen ausüben.

Sei der Drehpunkt A , Fig. 387 (a. f. S.), zum Anfangspunkt*) rechtwinkliger Coordinaten gewählt, deren positive X -Axe AX in die Mittellage AC des Lenkers hineinfällt, und sei AY die Richtung der positiven Y -Axe, so daß die Ordinaten von B durch a und b ausgedrückt sind. Ferner sollen α , γ und β die Winkel der Richtungen AC , CD und DB mit der X -Axe bedeuten, so zwar, daß diese Winkel positiv oder negativ genommen werden, je nachdem die Endpunkte C , D und B von ihren Anfangspunkten A , C und D nach der positiven oder negativen Seite der Y -Axe abweichen, und sollen diese Winkel in der obersten, mittleren und untersten Lage bezw. mit

*) Bei der nachfolgenden Untersuchung ist ein Artikel von J. Lüders, Zeitschr. deutsch. Ing. Jahrg. 1860, S. 83 benutzt worden.

$\alpha_1 \alpha_0 \alpha_2, \gamma_1 \gamma_0 \gamma_2$ und $\beta_1 \beta_0 \beta_2$ bezeichnet werden. Man hat demnach $\alpha_1 = -\alpha_2; \alpha_0 = 0; \beta_1 = -\beta_2; \beta_0 = 0; \gamma_1 = \gamma_2; \gamma_0 + \gamma_1 = 180^\circ$. Der Winkel γ fällt, soweit er hier in Betracht kommt, immer

Fig. 387.



positiv aus, und ist nur wenig größer oder kleiner als 90° . Die Abstände des geführten Punktes G von C und D seien wieder gleich $CG = l_1$ und $GD = l_2$, der Abstand $CD = l_2 \pm l_1 = l$ gesetzt.

Dies vorausgesetzt hat man für die Coordinaten x und y eines beliebigen Punktes der von G beschriebenen Lemniscate die Gleichungen:

$$x = r_1 \cos \alpha + l_1 \cos \gamma \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$y = r_1 \sin \alpha + l_1 \sin \gamma \quad \dots \dots \dots (2)$$

Außerdem ist die Anordnung des ganzen Systems an die Gleichungen gebunden:

$$r_1 \cos \alpha + r_2 \cos \beta = b - l \cos \gamma = B \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{und } r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = a - l \sin \gamma = A \quad \dots \dots \dots (4)$$

wenn man der Kürze wegen $b - l \cos \gamma$ mit B und $a - l \sin \gamma$ mit A bezeichnet.

Für den Abstand der geraden Führungslinie $G_1 G_2$ von A hat man nach dem vorigen Paragraphen

$$x_0 = r_1 \cos \alpha_1 + \frac{e_1}{2} = r_1 \cos \alpha_1 + \frac{r_1}{2} (1 - \cos \alpha_1) = \frac{r_1}{2} (1 + \cos \alpha_1).$$

Bezeichnet daher f den Fehler oder die Abweichung von der geraden Führungslinie in einem beliebigen Punkte der Lemniscate, dessen Ordinaten x und y sind, so hat man für denselben:

$$f = x - x_0$$

oder nach 1:

$$f = r_1 \cos \alpha + l_1 \cos \gamma - r_1 \frac{1 + \cos \alpha_1}{2} \quad \dots \quad (5)$$

Es ist nur von Interesse, die größte Abweichung zu kennen, dieselbe findet offenbar da statt, wo die Lemniscate eine der Subrichtung $G_1 G_2$, also der Y -Axe parallele Tangente hat. Diese Stelle ist bekanntlich gegeben durch

$$\frac{\partial x}{\partial y} = 0.$$

Man erhält diesen Werth von $\frac{\partial x}{\partial y}$ durch Differentiation von 1 und 2 zu:

$$\frac{\partial x}{\partial y} = - \frac{r_1 \sin \alpha \partial \alpha + l_1 \sin \gamma \partial \gamma}{r_1 \cos \alpha \partial \alpha + l_1 \cos \gamma \partial \gamma} = 0,$$

d. h. man hat für die Stelle der größten Abweichung:

$$r_1 \sin \alpha \partial \alpha + l_1 \sin \gamma \partial \gamma = 0$$

oder

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = - \frac{l_1 \sin \gamma}{r_1 \sin \alpha}.$$

Der allgemeine Ausdruck für $\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma}$ ergibt sich durch Differentiation von 3 und 4, wodurch man erhält:

$$- r_1 \sin \alpha \partial \alpha - r_2 \sin \beta \partial \beta = l \sin \gamma \partial \gamma$$

und

$$r_1 \cos \alpha \partial \alpha + r_2 \cos \beta \partial \beta = - l \cos \gamma \partial \gamma.$$

Die hieraus folgenden Werthe für $\partial \beta$ gleichgesetzt, ergibt sich:

$$\partial \beta = \frac{- l \sin \gamma \partial \gamma - r_1 \sin \alpha \partial \alpha}{r_2 \sin \beta} = \frac{- l \cos \gamma \partial \gamma - r_1 \cos \alpha \partial \alpha}{r_2 \cos \beta},$$

woraus weiter

$$\partial \alpha \cdot r_1 \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} - \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) = \partial \gamma \cdot l \left(\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} - \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \right)$$

oder

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = \frac{l \sin (\gamma - \beta)}{r_1 \sin (\beta - \alpha)} \text{ folgt.}$$

Dieser allgemeine Ausdruck für $\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma}$ ist nun gleich dem oben für die Stelle der größten Abweichung berechneten zu setzen, wodurch man erhält:

$$\frac{l \sin(\gamma - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} = - \frac{l_1 \sin \gamma}{\sin \alpha} *).$$

Die Rechnung ausgeführt, und beiderseits mit $\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ dividirt, erhält man daraus:

$$l \cotg \gamma = l_1 \cotg \alpha + l_2 \cotg \beta (6)$$

Es handelt sich nunmehr darum, $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ durch γ auszudrücken, zu welchem Ende die Gleichungen 3 und 4 dienen, indem man daraus

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \text{ resp. } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

entwickelt und gleich 1 setzt. Dadurch erhält man:

$$(r_2 \sin \beta)^2 + (r_2 \cos \beta)^2 = r_2^2 = (A - r_1 \sin \alpha)^2 + (B - r_1 \cos \alpha)^2$$

oder ausgeführt:

$$2 r_1 (A \sin \alpha + B \cos \alpha) = A^2 + B^2 + r_1^2 - r_2^2 = p;$$

und ebenso aus

$$(r_1 \sin \alpha)^2 + (r_1 \cos \alpha)^2 = r_1^2 = (A - r_2 \sin \beta)^2 + (B - r_2 \cos \beta)^2$$

durch Ausführung:

$$2 r_2 (A \sin \beta + B \cos \beta) = A^2 + B^2 + r_2^2 - r_1^2 = q,$$

wenn man auf der rechten Seite der Kürze wegen

$$A^2 + B^2 + r_1^2 - r_2^2 = p$$

und

$$A^2 + B^2 + r_2^2 - r_1^2 = q$$

setzt. Führt man in diesen Ausdrücken

$$\cos = \sqrt{1 - \sin^2} \text{ und } \sin = \sqrt{1 - \cos^2}$$

ein, so erhält man durch Auflösung der quadratischen Gleichungen:

$$\sin \alpha = \frac{p A \pm B \sqrt{4 r_1^2 (A^2 + B^2) - p^2}}{2 r_1 (A^2 + B^2)} . . . (7)$$

$$\cos \alpha = \frac{p B \mp A \sqrt{4 r_1^2 (A^2 + B^2) - p^2}}{2 r_1 (A^2 + B^2)} . . . (8)$$

$$\sin \beta = \frac{q A \mp B \sqrt{4 r_2^2 (A^2 + B^2) - q^2}}{2 r_2 (A^2 + B^2)} . . . (9)$$

*) Diese Gleichung hat eine aus der Figur 380 ersichtliche Bedeutung und kann aus dieser leicht entnommen werden. Ist nämlich G' der betreffende Punkt der Curve mit verticaler Tangente, entsprechend der Lage $A' C' D' B$ des Systems, so muß der Polstrahl $P G'$ parallel BD ausfallen. Es ist daher in dem Dreieck $P C' D'$ der Winkel $C' P D' = \beta - \alpha$, und $P D' C' = \gamma - \beta$; ferner $P C' = l_1 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$ und $C' D' = l$, daher $\frac{P C'}{C' D'} = \frac{l_1 \sin \gamma}{l \sin \alpha} = \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}$.

$$\cos \beta = \frac{qB \pm A \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}}{2r_2(A^2 + B^2)} \quad (10)$$

daher

$$\cotg \alpha = \frac{pB \mp A \sqrt{4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2}}{pA \pm B \sqrt{4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2}} \quad (11)$$

$$\cotg \beta = \frac{qB \pm A \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}}{qA \mp B \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}} \quad (12)$$

Diese Formeln geben die Winkel α und β als Functionen des Winkels γ , welchen die Hängschiene mit der X-Axe bildet, da die Größen A , B , p und q noch γ enthalten. Wenn man irgend einen Winkel für γ annimmt, so ergeben diese Ausdrücke sowohl für α wie für β zwei Werthe, wie das doppelte Vorzeichen vor den Wurzelgrößen besagt, und es ist aus der Fig. 387 ersichtlich, in welchem Zusammenhange diese Werthe stehen. Der Winkel γ_1 der Hängschiene in der obersten Lage C_1D_1 ist nämlich kleiner als 90° und wird bei allmäliger Bewegung nach abwärts größer, so daß er in der Mittellage einen Werth γ_0 größer als 90° annimmt, nämlich $\gamma_0 = 180^\circ - \gamma_1$, um in der untersten Lage wieder zu dem Werthe $\gamma_2 = \gamma_1$ herabzusinken. Bei diesem Spiel hat daher der Winkel γ jeden Werth zwischen γ_1 und γ_0 zweimal durchlaufen, einmal oberhalb, einmal unterhalb der Mittellage des Systems. Es entsprechen daher jedem Werthe von γ zwei Paare von Werthen für α und β , welche in entsprechender Art paarweise zusammengehören. Um über die Art der Zusammengehörigkeit jeden Zweifel auszuschließen, kann man bemerken, daß je zwei zusammengehörige Werthe von α und β nach der Eingangs vorausgesetzten Auffassung positiver und negativer Winkel stets entgegengesetzten Vorzeichens sind. Aus diesem Grunde erklärt sich auch die verschiedene Art des Doppelzeichens vor der Wurzelgröße in den vorstehenden Formeln, und muß dabei festgehalten werden, daß in allen diesen Ausdrücken für α und β stets alle oberen Vorzeichen zusammen dem einen Paare von Werthen und alle unteren dem anderen Paare zukommen. Man überzeugt sich auch leicht durch Rechnung von der Richtigkeit der Vorzeichen in den Gleichungen 7 bis 12, denn setzt man z. B. aus 7 und 9 die Werthe von $\sin \alpha$ und $\sin \beta$ in Gleichung 4 ein, so muß man

$$r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = A$$

erhalten. Dies ist nur der Fall, wenn die Wurzelgrößen entgegengesetzte Vorzeichen haben, dann erhält man, da die Größen unter dem Wurzelzeichen

$$4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2 \text{ und } 4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2$$

sich als gleich groß erweisen und fortfallen,

$$r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = \frac{pA + qA}{2(A^2 + B^2)} = A,$$

da $2(A^2 + B^2) = p + q$ ist.

Würde man nunmehr die Werthe von $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ aus 11 und 12 in die unter Nr. 6 gefundene Bedingungsgleichung für die größte Abweichung

$$l \cotg \gamma = l_1 \cotg \alpha + l_2 \cotg \beta$$

einsetzen, so würde man einen Ausdruck erhalten, welcher außer den bekannten Constructionsgrößen nur noch γ enthielte, und aus welchem diejenigen beiden Werthe von γ sich entwickeln ließen, welche den beiden*) größten Abweichungen entsprechen. Da dann aus diesen Werthen die Gleichungen 7 und 8 die zugehörigen Werthe von α' und α'' ergeben, so würde man schließlich aus Gleichung 5 die größten Abweichungen f und aus 2 die zugehörigen Ordinaten y finden, d. h. die Höhen, in denen diese Abweichungen vorkommen. Eine solche Rechnung würde indessen überaus weiltäufig sein und darum jedes praktischen Werthes entbehren. Man wird daher in jedem Falle durch eine Näherungsmethode leichter zum Ziele kommen. Zu dem Ende hat man nur einen gewissen wahrscheinlichen Werth von γ zu Grunde zu legen, mit demselben aus 11 und 12 die Größen $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ zu berechnen, und zu untersuchen, ob die Bedingungsgleichung 6 durch den angenommenen Werth von γ und die daraus berechneten von α und β erfüllt wird. Ist dies nicht der Fall, so hat man durch entsprechende Veränderung in der Annahme von γ sich der Wahrheit zu nähern. Ist auf diese Weise γ gefunden, so bietet die Ermittlung von f keine Schwierigkeiten dar. Diese Näherungsrechnung wird noch dadurch wesentlich erleichtert, daß der Werth von γ in dem vorliegenden Falle nur innerhalb sehr enger Grenzen, nämlich zwischen γ_1 und $\gamma_0 = 180^\circ - \gamma_1$ schwankt. Es ist nämlich aus der Figur ersichtlich, daß γ_1 bestimmt ist durch

$$\cos \gamma_1 = \frac{1}{2} \frac{CE + DF}{CD} = \frac{1}{2} \frac{e_1 + e_2}{l}.$$

Nimmt man nun, wie gewöhnlich geschieht, $r = 1,5 s$, so ist $\sin \alpha_1 = 0,333$, $\alpha_1 = 19^\circ 30'$ und daher $e = r(1 - \cos \alpha_1) = 0,057 r = 0,086 s$. Außerdem pflegt man die Länge der Hänagschiene l nicht unter $\frac{4}{7} s$ anzunehmen. Wenn man daher $l = 0,6 s$ setzt, und $r_1 = r_2$, $e_1 = e_2 = e$ voraussetzt, so ergibt sich der äußerste Ausschlagswinkel γ_1 durch

$$\cos \gamma_1 = \frac{e}{l} = \frac{0,086}{0,6} = 0,143,$$

*) Eigentlich hat man es bei der Lemniscate als Curve höheren Grades mit mehreren größten Abweichungen zu thun, von welchen für den vorliegenden Fall aber nur die zwei in dem betrachteten Stücke vorkommenden Interesse haben.

zu $\gamma_1 = 82^\circ 50'$, und $\gamma_0 = 97^\circ 10'$. Die Winkel γ' und γ'' , welchen die größten Abweichungen entsprechen, werden daher nur wenig von 90° verschieden sein.

Setzt man den sehr häufigen Fall gleicher Lenkerlängen $r_1 = r_2 = r$ voraus, so hat man

$$p = q = A^2 + B^2,$$

man erhält daher aus 8 und 10

$$\cos \alpha = \frac{B \mp A \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1}}{2 r}$$

und

$$\cos \beta = \frac{B \pm A \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1}}{2 r}.$$

Da hierbei die Subrichtung in der Mitte zwischen den Drehpunkten sich befindet, so ist $x_0 = \frac{b}{2}$ und $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$. Setzt man diese Werthe in 5 ein, so erhält man für die Abweichung:

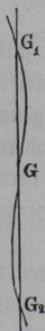
$$f = r \cos \alpha + l_1 \cos \gamma - x_0 = \frac{B}{2} \mp \frac{A}{2} \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1} + l_1 \cos \gamma - \frac{b}{2}$$

oder da $B = b - l \cos \gamma$ ist, so wird

$$f = \mp \frac{A}{2} \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1} \dots \dots \dots (13)$$

Bei gleichen Lenkern findet man daher jedem Winkel γ entsprechend zwei gleich große entgegengesetzte Abweichungen von der Geraden, und es ist auch

Fig. 388.



ersichtlich, daß der mittlere Punkt G der Curve ein Inflexionspunkt sein muß, was daraus folgt, daß nach dem vorigen Paragraphen die Bahn in G parallel der Subrichtung gerichtet ist, die Punkte G_1 und G_2 in dieser Bahn liegen und die Curve zwischen $G G_1$ und $G G_2$ nach entgegengesetzten Seiten abweicht, Fig. 388. Es kann hierbei bemerkt werden, daß die Mittellage G des geführten Punktes, weil bei gleichen Lenkern auch $l_1 = l_2$ ist, in die Centrallinie AB fällt, so daß also der gedachte Inflexionspunkt G gleichzeitig der Knotenpunkt für die Lemniscate ist. Die Gleichung Nr. 6 geht für den Fall $l_1 = l_2$ speciell über in $2 \cot \gamma = \cot \alpha + \cot \beta$.

Da, wie oben bemerkt, die maximale Abweichung f jedenfalls bei einer Stellung der Hängschiene sich einstellen wird, wo die letztere einen Winkel γ mit der X -Axe einschließt, der nur wenig

von 90° abweicht, so kann man unter der Voraussetzung $\gamma = 90^\circ$ für f einen Näherungswerth aus der Gleichung 13 entwickeln. Es ist nämlich unter dieser Voraussetzung:

$$A = a - l \sin 90^\circ = a - l,$$

$$B = b - l \cos 90^\circ = b;$$

und da A gegen B sehr klein ist, so kann man

$$p = A^2 + B^2 = b^2$$

setzen. Danach wird

$$f = \mp \frac{a - l}{2b} \sqrt{4r^2 - b^2}.$$

Nun hat man aber nach der Figur 387 für die Pfeilhöhe e der Lenkerbogen

$$e^2 = l^2 - a^2 = (l + a)(l - a);$$

folglich

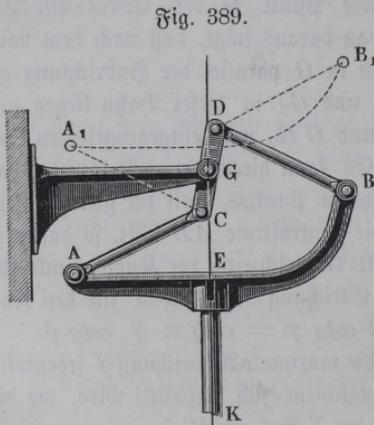
$$a - l = - \frac{e^2}{l + a} = - \frac{e^2}{2l},$$

wenn annähernd $l = a$ gesetzt wird. Ebenso hat man $e + b = 2r$; daher $e^2 + 2eb = 4r^2 - b^2$, worin man näherungsweise e^2 vernachlässigen kann, so daß man nach Einsetzung dieser Werthe erhält:

$$f = \pm \frac{e^2}{4lb} \sqrt{2be} = \pm \frac{e^2}{4l} \sqrt{\frac{2e}{b}},$$

und wenn man noch annähernd $b = 2r$ setzt:

Fig. 389.



$$f = \pm \frac{e^2}{4l} \sqrt{\frac{e}{r}} \dots (14)$$

Diese Näherungsformel gilt, wie bemerkt, nur für gleiche Lenkerlängen, und entspricht auch nicht genau der maximalen Abweichung, sondern derjenigen, welche bei einer verticalen Stellung der Hängschiene ($\gamma = 90^\circ$) eintritt.

Ebenso leicht, wie aus den bisher besprochenen Geradföhrungen, läßt sich auch aus dem Lemniscatenlenker durch Umkehrung eine Geradföhrung

schaffen, indem man, Fig. 389, die Drehbolzen A und B der beiden Gegenlenker etwa durch einen Bügel oder Bock AEB mit der Kolbenstange fest verbindet, während nunmehr der vorher gerade geführte Punkt G durch zwei in derselben Axe liegende Bolzen ersetzt ist, welche in seitlichen festen Gestellen derart gelagert sind, daß die Kolbenstange mit dem Querkopfe E sowie mit den (doppelten) Lenkern AC zwischen den Lagern von G freies Spiel hat. Diese Art der Führung dürfte indessen nur selten Anwendung finden.

Beispiele: 1) Nimmt man für eine Gegenlenkerführung mit gleich langen Lenkerarmen den halben Schwingungswinkel $\alpha_1 = \beta_1 = \pm 30^\circ$, und die Länge der Hängschiene $l = l_1 + l_2 = 0,5 s$ an, so ergibt sich zunächst $r_1 = r_2 = \frac{s}{2 \sin 30} = s$, und die Pfeilhöhe $e = s (1 - \cos 30^\circ) = 0,134 s$. Ferner ist der Horizontalabstand der beiden Drehpunkte $b = 2 r - e = 1,866 s$ und ihr Verticalabstand

$$a = \sqrt{l_2 - e_2} = s \sqrt{0,5^2 - 0,134^2} = 0,4817 s.$$

Die Seitenabweichung ergibt sich nach der obigen Näherungsformel für verticale Stellung der Hängschiene ($\gamma = 90^\circ$) zu

$$f = \pm \frac{0,134^2 s^2}{4 \cdot 0,5 s} \sqrt{\frac{0,134 s}{s}} = 0,00898 \sqrt{0,134} s = 0,00329 s,$$

also für 1 Meter Hub eine Abweichung von 3,29 Millimeter.

2) Es sei die Länge des Hauptlenkers $r_2 = \frac{3}{2} s$ gemacht, so ergibt sich daraus der halbe Schwingungswinkel desselben β_1 durch $\sin \beta = \frac{s}{2 r} = \frac{1}{3}$, zu $\beta = 19^\circ 28' 17''$. Die Bogenhöhe l_2 desselben folgt demnach zu $e_2 = r_2 (1 - \cos \beta_1) = (1 - 0,9428) r_2 = 0,0572 r_2$. Macht man nun die Annahme, der Gegenlenker solle einen Halbmesser $r_1 = \frac{2}{3} r_2 = s$ haben, so erhält man das Verhältniß der Abstände auf der Hängschiene $\frac{l_1}{l_2} = n$ zu

$$\frac{l_1}{l_2} = n = \frac{\frac{2}{3} - \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \sin^2 19^\circ 28' 17''}}{2 \sin^2 9^\circ 44' 8''} = 1,563.$$

Setzt man daher $l_2 = \frac{1}{4} s = \frac{1}{6} r_2$ voraus, so ergibt sich $l_1 = n l_2 = 1,5627 \frac{r_2}{6} = 0,2603 r_2$, daher $l = l_1 + l_2 = 0,427 r_2$.

Für den horizontalen und verticalen Abstand der Drehpunkte hat man, wenn dieselben auf entgegengesetzten Seiten der Hublinie liegen, (Fig. 381):

$$b = r_2 + 0,6667 r_2 - (1 + 1,563) \frac{0,0572}{2} r_2 = (1,6667 - 0,0733) r_2$$

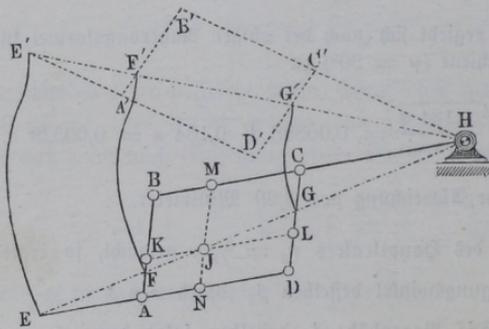
$$= 1,5934 r_2 \text{ und}$$

$$a = r_2 \sqrt{0,4270^2 - 0,0733^2} = 0,4206 r_2.$$

§. 104.

Parallelogrammführungen. Bei den Dampfmaschinen handelt es sich sehr häufig um die Geradföhrung von mehreren Kolbenstangen, namentlich neben der der Dampfkolbenstange um diejenigen von Pumpenstangen. Es genügt in solchen Fällen immer, durch irgend eins der im Obigen besprochenen Mittel einer einzigen Stange eine Geradföhrung zu ertheilen, indem es mittelst des in der Technik mehrfach angewendeten sogenannten Storchschabelmechanismus sehr leicht ist, von dieser einen Geradföhrung beliebig viele andere für ebenso viele Stangen abzuleiten. Hiervon erlangt man durch folgende Betrachtung eine Anschauung. Sei *ABCD*, Fig. 390 oder 391, ein aus geraden Stangen gebildetes, in den vier Ecken mit Scharnieren

Fig. 390.



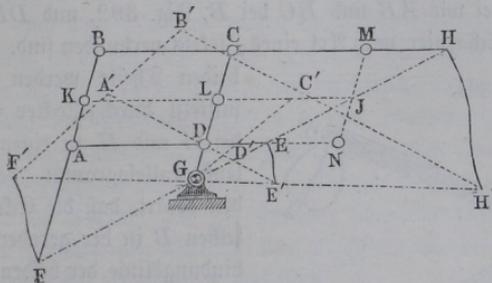
ausgestattetes Parallelogramm, und denke man dasselbe durch eine beliebige, einer Seite nicht parallele, gerade Transversale *FH* geschnitten, so haben die vier Schnittpunkte *E, F, G, H* dieser Transversale die merkwürdige Eigenschaft, daß, wenn irgend einer dieser Punkte zu einem

festen gemacht wird, um welchen das ganze System sich drehen läßt, die Bahnen der übrigen drei Punkte ähnliche Curven sind, welche den festen Drehpunkt zum äußeren oder inneren Ähnlichkeitspunkte haben, je nachdem diese Punkte auf der Transversale auf derselben oder entgegengesetzten Seiten des Drehpunktes gelegen sind. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Transversale zwei Seiten des Parallelogramms direct und die andere in ihren Verlängerungen schneidet, wie in Fig. 390, oder ob, Fig. 391, sämtliche Parallelogrammseiten in ihren Verlängerungen getroffen werden. Man kann daher die Transversale auch durch einen Eckpunkt des Parallelogramms geführt denken.

Die Wichtigkeit obiger Behauptung ergibt sich sofort, wenn man bedenkt, daß der Parallelismus der gegenüberliegenden Seiten *AB* und *DC* sowie

AD und BC bei der vorausgesetzten Bewegung um einen der Punkte der Transversale unter allen Umständen erhalten bleiben muß, wie groß man auch diese Bewegung annehmen möge. Dies vorausgesetzt, folgt aber dann nach einfachen geometrischen Gesetzen, daß die Abstände des festgehaltenen

Fig. 391.



nen Punktes von den übrigen Schnittpunkten der Transversale mit den Parallelogrammseiten stets in einem unveränderlichen Grundverhältnisse stehen, wodurch die Eigenschaft des festgehaltenen Punktes als Ähnlichkeitsmittelpunkt für die Bahnen der übrigen

Schnittpunkte festgestellt ist. Denkt man z. B. den Punkt G , Fig. 391, festgehalten, und sei das ganze System $FABCHED$ in die beliebige Lage $F'A'B'C'H'E'D'$ gebracht, so hat man wegen des steten Parallelismus der Stangen z. B.

$$GE : GH = DE : CH = e : h \text{ und}$$

$$GE' : GH' = D'E' : C'H' = e : h.$$

Ebenso ist auch

$$GF : GH = CB : CH = b : h \text{ und}$$

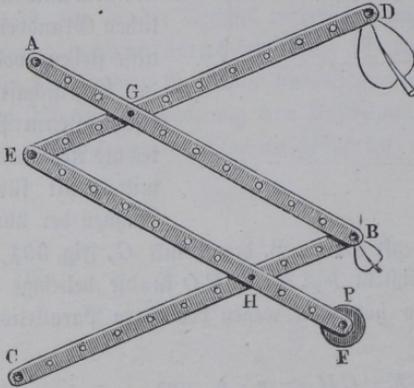
$$GF' : GH' = C'B' : C'H' = b : h.$$

Während daher der festgehaltene Punkt G in Fig. 391 als äußerer Ähnlichkeitspunkt zu den von E und H beschriebenen Curven fungirt, ist er innerer Ähnlichkeitspunkt zwischen den Bahnen von F und H sowie denen von F und E . In Fig. 390 ist der Drehpunkt H äußerer Ähnlichkeitspunkt für die Bahnen aller anderen Schnittpunkte.

Es ist auch leicht ersichtlich, daß man irgend einen anderen Punkt wie J der gedachten Transversale ebenfalls veranlassen kann, Curven zu beschreiben, welche mit denen der gedachten Punkte zu demselben Ähnlichkeitsmittelpunkte ähnlich sind. Es genügt dazu offenbar, den betreffenden Punkt J durch eine Stange KLJ oder MJN parallel zu einem Paar der Parallelogrammseiten mit dem anderen Paar durch Scharniere in Verbindung zu bringen. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Bemerkung ergibt sich sofort, wenn man jetzt z. B. von dem Parallelogramm $KBCL$ ausgeht, wofür die Transversale die Schnittpunkte F, G, J, H liefert u. s. f.

Auf dieser vorstehend besprochenen Eigenschaft des Gelenkparallelogramms beruht der unter dem Namen Storchschnabel oder Pantograph bekannte Mechanismus, welcher in den graphischen Künsten zum Copiren von Zeichnungen und Modellen in verändertem Maßstabe häufigere Anwendung findet. In seiner einfachsten Gestalt besteht ein solcher Pantograph zum Gebrauche für Kupferstecher zc. aus vier dünnen Schienen von Metall oder Holz, von denen je zwei wie AB und BC bei B , Fig. 392, und DE und FE bei E durch ein Scharnier nach Art eines Zirkels verbunden sind. Diese

Fig. 392.



beiden Theile werden dann mittelst durchgesteckter Stifte bei G und H zu einem Gelenkparallelogramm verbunden derart, daß die Ecke desselben B in der geraden Verbindungslinie der beiden Endpunkte F und D liegt. Man erreicht dies einfach dadurch, daß man $DG : DE = BG : FE$ macht, zu welchem Ende auf den Schienen in gleichen Abständen Löcher angebracht zu sein pflegen, die durch eine entsprechende Nummerirung bezeichnet sind. Der

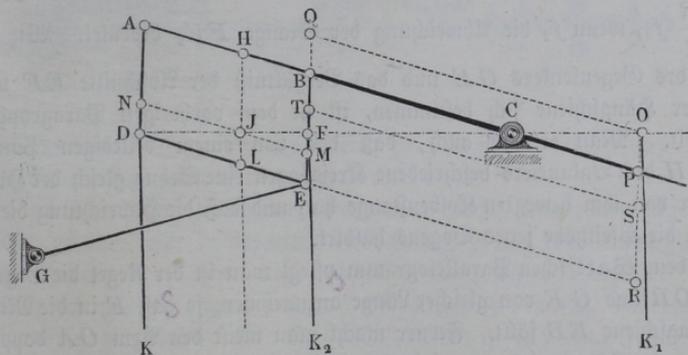
Endpunkt F ist nun um einen Stift drehbar, welcher aus einer kleinen, auf dem Arbeitstische festliegenden Platte P herausragt, während in D ein Führungsstift, in B ein zeichnender Stift angebracht ist. Führt man nun die Spitze des Stiftes D auf einer Vorzeichnung herum, so ist es klar, daß der zeichnende Stift B eine Copie der Vorlage in dem Verkleinerungsverhältniß $FH : FE$ oder $BH : DE$ auf der Arbeitsplatte entwirft. Bei Stichtmaschinen wendet man diesen Apparat derart an, daß man mit dem Punkte B den Rahmen verbindet, in welchem das zu bestickende Zeug aufgespannt sich findet, so daß die an einer und derselben Stelle hin- und hergehenden Nadeln sämmtlich auf dem Stoffe verjüngte Copien desjenigen Musters sticken, auf dessen Contouren der Stift D durch den Arbeiter herumgeführt wird. Denkt man endlich in F ein Kugelscharnier angebracht, welches die beliebige Bewegung des Apparats im Raume um F herum gestattet, so läßt sich dieser Apparat zum Copiren von körperlichen Gegenständen, wie Büsten zc., verwenden, wobei natürlich der zeichnende Stift in B durch ein schneidendes Werkzeug, etwa eine Fräse, ersetzt wird.

In dem vorliegenden Falle handelt es sich, wie oben bemerkt, um eine

Copirung geradliniger Bewegungen, und es ist aus dem Vorstehenden so gleich die Möglichkeit einer solchen ersichtlich. Denkt man sich bei einem Storchschnabel, wie Figur 391, einen der bewegten Punkte der gedachten Transversale, etwa E , in gerader Linie geführt, wozu irgend welche der vorgedachten Geradföhrungen dienen kann, so werden auch alle übrigen Punkte wie H, J, F u. s. w. gerade Linien parallel zu der Bahn von E durchlaufen. Es ist auch ohne Weiteres wegen der Ähnlichkeit der Figuren klar, daß die Hubhöhen aller auf diese Weise geföhrten Punkte sich zu einander verhalten, wie die Abstände dieser Punkte von dem festen Drehpunkte G . Wenn ferner die Bahn des geföhrten Punktes E nur annähernd eine Gerade ist, so gilt dies selbstverständlich auch von den Bahnen aller übrigen durch den Storchschnabel geföhrten Punkte wie H, J, F , und es folgt ebenfalls aus der Ähnlichkeit der Bahnen, daß die linearen Abweichungen von der geraden Linie bei den verschiedenen Punkten sich gleichfalls wie die Abstände dieser Punkte von dem festen Drehpunkte verhalten.

Eine der vorzüglichsten Geradföhrungen für größere Dampfmaschinen mit Balancierübertragung ist das nach seinem Erfinder sogenannte Watt'sche Parallelogramm. Diese Einrichtung besteht im Wesentlichen aus einer Combination einer einfachen Gegenlenkerföhrung mit einem Parallelogramm, und gestattet die Geradföhrung mehrerer Kolbenstangen. Ist nämlich AC , Fig. 393, der eine Arm des schwingenden Balanciers, der an seinem Ende

Fig. 393.



A die Bewegungen der geradlinig auf- und niedergehenden Kolbenstange DK aufnehmen soll, so ist zunächst durch das Gegenlenkerpaar CB und GE mit Hülfe der Hängschiene BE ein Punkt F nahezu gerade geföhrte. Mit diesem Punkt wird meistens die Kolbenstange der Luftpumpe verbunden, während man die Dampfkolbenstange mit dem vierten Eckpunkte D des zu ABE construirten Parallelogramms vereinigt. Nach dem Vorhergehen=

den muß natürlich dieses Parallelogramm so gewählt sein, daß die vierte Ecke D mit F und C in gerader Linie liegt. Handelt es sich, wie bei Woolf'schen Dampfmaschinen mit zwei Dampfcylindern, um Führung einer weiteren Kolbenstange, so kann dieselbe, wie schon oben gezeigt, in irgend einem Punkte J der Transversale CD eingehangen werden, wenn man nur durch J entweder eine Schiene wie HL parallel den Hängschienen, oder eine solche MN parallel dem Balancier anordnet. Wenn die zu führende Stange jenseit des Balanciermittelpunktes gelegen ist, z. B. in OK_1 , so hat man ebenfalls den in der Transversale DC liegenden Punkt O dadurch gerade zu führen, daß man von diesem Punkte etwa die Schiene OP parallel BE nach dem Balancier und die Stange OQ parallel mit dem Balancier nach der verlängerten Hängschiene EB führt. Es ist indessen ebenso ersichtlich, daß man anstatt der beiden Verbindungsglieder OP und OQ auch diejenigen OPR und ER , oder OPS und ST anwenden kann. Ueberhaupt genügt es für die Geradföhrung des Punktes O , auf denselben einen solchen Zwang auszuüben, daß der Abstand CO zu demjenigen CF stets in demselben constanten Verhältnisse steht.

Bezeichnet wieder s den Kolbenshub der Stange in F und S den Hub derjenigen in D , so hat man

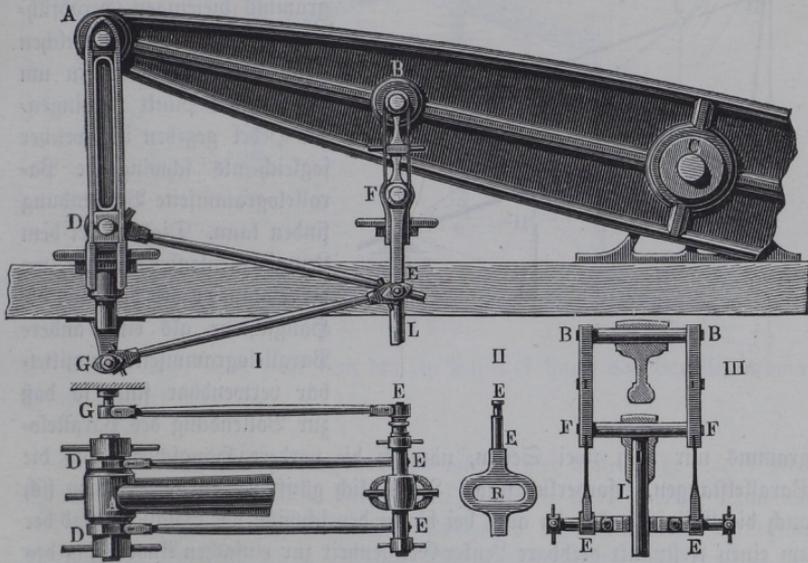
$$s : S = BC : AC = r : R,$$

wenn man die Armlängen BC mit r und AC mit R bezeichnet. Ebenso hat man natürlich die Abweichung f der in D angehängten Stange zu $f = \frac{R}{r} f_2$, wenn f_2 die Abweichung der Stange FK_2 bedeutet. Wie die Länge des Gegensenfers GE und das Verhältniß der Abschnitte EF und BF der Hängschiene sich bestimmen, ist in dem vorherigen Paragraphen entwickelt. Man erkennt auch, daß der von einem beliebigen Punkte A, P, H des Balanciers beschriebene Kreisbogen eine Sehne gleich der Hubhöhe der von ihm bewegten Kolbenstange hat, und daß die Hubrichtung dieser Stange die Pfeilhöhe jenes Bogens halbirt.

Bei dem Watt'schen Parallelogramm pflegt man in der Regel die Gegensenfers CB und GE von gleicher Länge anzunehmen, so daß F in die Mitte der Hängschiene EB fällt. Ferner macht man meist den Arm CA doppelt so groß wie CB , d. h. man giebt der Luftpumpe in F einen nur halb so großen Hub, wie dem Dampfkolben in D . Die Parallelogrammföhrung nimmt unter diesen Voraussetzungen die aus Fig. 394 ersichtlichen Verhältnisse an. Der gußeiserne Balancier CA ist mit seiner Mittelaxe seitlich durch zwei Lager unterstüzt, welche auf einem Rahmenwerke angebracht sind, das gleichzeitig zur Befestigung der Drehzapfen G für die doppelten Gegensenfers GE dient. Für die Verbindung der letzteren mit dem Balancier ist

die Hängschiene *EB* angeordnet, welche ebenso wie die Hängschiene *AD* und die Parallelstange *DE* in zweifacher Ausführung vorhanden ist, um jede seitliche Wirkung auszuschließen. Die Kolbenstangen *K* und *L* sind in die Queraxen *DD* und *FF* eingefeilt, und ist die Traverse *EE*, wie aus II und III ersichtlich, in der Mitte mit einer länglichen Oeffnung *R* versehen, um

Fig. 394.



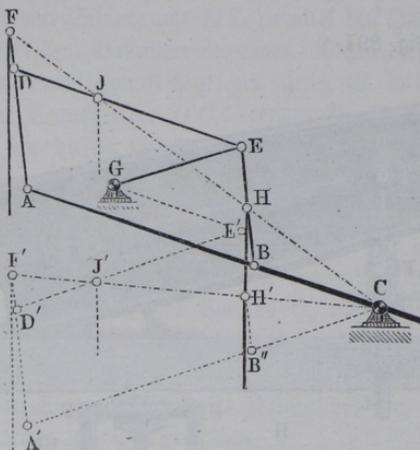
der Kolbenstange *L* ein freies Durchtreten zu gestatten. Zufolge dieser Gestalt führt diese Ase wohl den Namen Brillenaxe.

Bei den Dampfschiffsmaschinen wendet man häufig einen unten liegenden Balancier an und zwar in doppelter Ausführung, so daß der Dampfcylinder und die Luftpumpe zwischen den beiderseits angebrachten Balanciers und Parallelogrammtheilen liegen, welche Anordnung aus Rücksicht auf den beschränkten Raum gewählt wird. Die Construction ist in diesem Falle durch die Fig. 395 (a. f. S.) veranschaulicht. *CA* ist der Balancier und *CB* und *GE* sind die beiden Gegenlenker, welche den Punkt *H* der Hängschiene geradlinig führen. Das Parallelogramm *ADEB* bewirkt, wie oben gezeigt, eine Geradföhrung der mit *C* und *H* in derselben Geraden liegenden Punkte *F* und *J*, und man kann daher etwa in *F* die Kolbenstange des Dampfcylinders, in *J* die der Luftpumpe und in *H* die der Speisepumpe anschließen.

Wenn eine Stange durch irgend einen anderen Mechanismus als den

Lemniscatenlenker geführt wird, welcher letztere in den vorhergehenden Beispielen immer vorausgesetzt war, so läßt sich das Parallelogramm in derselben Weise verwenden, um aus der vorhandenen Geradföhrung eines

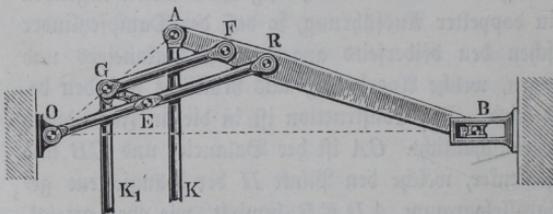
Fig. 395.



Punktes diejenige beliebig vieler anderen abzuleiten. Besonders werden sich indessen zur Anwendung des Parallelogramms diejenigen Geradföhrungen eignen, bei welchen schon von vornherein ein um einen festen Punkt schwingender Hebel gegeben ist, welcher sogleich als schwingende Parallelogrammseite Verwendung finden kann. Dies ist bei dem Lemniscatenlenker der Fall, wo der Balancier als die eine, die Hängeschiene als eine andere Parallelogrammseite unmittelbar verwendbar sind, so daß zur Vollendung des Paralle-

gramms nur noch zwei Seiten, nämlich die vordere Hängeschiene und die Parallelstangen, erforderlich sind. In ähnlich günstiger Weise verhalten sich auch die Ellipsenlenker, da auch bei diesen der schwingende Balancier und der um einen Festpunkt drehbare Lenker Gelegenheit zur einfachen Anordnung des Parallelogramms gewähren. Die Regel, nach welcher man in allen diesen Fällen mit Sicherheit das Parallelogramm entwerfen kann, ergibt sich ohne Weiteres aus dem Vorhergegangenen. Ist A, Fig. 396, der durch den Ellip-

Fig. 396.

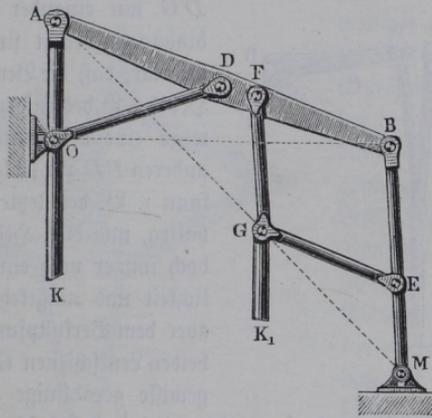


senlenker ORAB gerade geföhrte Punkt, so hat man nur nöthig, durch diesen und den festen Drehpunkt O des Lenkers eine Gerade AO zu legen, und einen gewünschten Punkt G derselben durch die Paral-

lelschienen GE und GF mit dem Lenker und mit dem Balancier zu verbinden. Wenn bei dem Ellipsenlenker zum Ersatz der Coulissenföhrung des Punktes B ein Schwingbock BM, Fig. 397, angeordnet ist, so ist die Construction in vielen

Fällen noch gemächlicher, wenn man den Drehpunkt M des Schwingbodes als Schwingungspunkt des Parallelogramms $EBFG$ annimmt, indem man

Fig. 397.



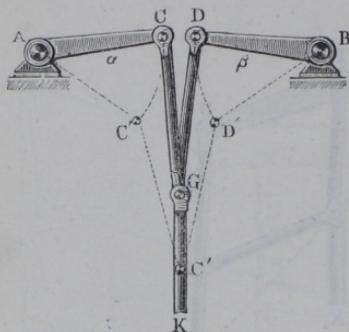
die Transversale AM zieht, von der ein Punkt G durch das Parallelogramm gerade geführt wird.

Andere Geradföhrungen. Es mögen hier noch einige andere Mechanismen angeführt werden, bei welchen gleichfalls durch gewisse Combinationen von Hebeln und Lenkstangen annähernd die geradlinige Bewegung eines Punktes erlangt wird. Bei der Lemniscatenföhrung hat man es mit zwei um feste Drehpunkte schwingenden Lenkern oder Hebeln zu thun, deren gegenseitige Bewegungen durch die verbindende Hängschiene oder das Lenkstück von vornherein in bestimmter Weise von einander abhängig sind. Wegen der verschiedenen Krümmung der Bahnen, welche dabei die zwei Anknüpfungspunkte der Hängschiene durchlaufen, liegt die Vermuthung nahe, daß irgend ein dritter Punkt eine Bahn beschreibe, welche annähernd ohne Krümmung, also geradlinig, gewissermaßen den Uebergang bildet zwischen den entgegengesetzt oder doch wenigstens ungleich gekrümmten Bahnen jener besagten Anknüpfungspunkte. Auch bei dem angenäherten Ellipsenlenker mit Schwingbock treten zwei schwingende Hebel auf, deren freie Enden durch den oscillirenden Balancier verbunden sind, und es kommt auch hier im Wesentlichen darauf an, denjenigen Punkt des verbindenden Gliedes zu finden, dessen Bahn nahezu eine Gerade ist. Es handelt sich also bei Lösung der Aufgabe hauptsächlich um die Feststellung der relativen Lage der einzelnen Punkte zu einander.

Man gelangt aber noch durch eine andere Betrachtung zu einer Reihe von

Geradführungen in folgender Weise. Gesezt, es seien wieder zwei um feste Drehpunkte bewegliche Hebel AC und BD , Fig. 398, gegeben, deren freie Enden aber nicht direct durch eine starre Stange, sondern durch zwei unter

Fig. 398.



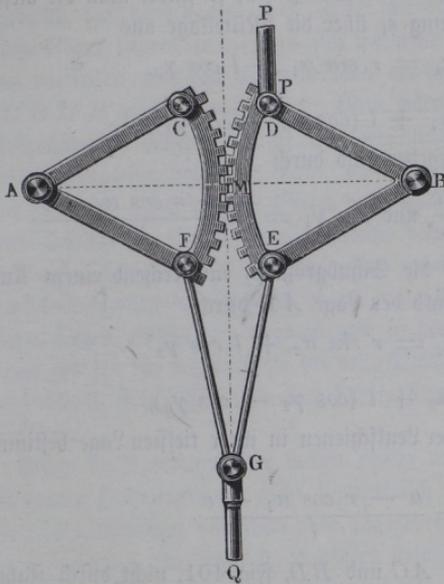
einander gelenkbare Stangen CG und DG mit einander in indirecte Verbindung gebracht sind. Es ist hierbei klar, daß die Bewegung eines der Hebel, z. B. desjenigen AC , noch keineswegs eine bestimmte Bewegung des anderen BD zur Folge hat, denn man kann z. B. den letzteren gänzlich festhalten, und dem Hebel AC verbleibt doch immer noch eine gewisse Beweglichkeit und umgekehrt. Wenn man aber dem Verknüpfungspunkte G der beiden Lenkschienen GC und GD eine gewisse geradlinige Bewegung, etwa

von G nach G' , erteilt denkt, so werden die beiden Hebel gewisse Drehungen, etwa um die Winkel $CA C' = \alpha$ und $DB D' = \beta$, annehmen, welche man graphisch sehr leicht finden kann, wiewohl die analytische Bestimmung eine weitläufige ist. Gesezt, man kenne das Verhältniß dieser Drehungen α und β für jeden Augenblick der geradlinigen Bewegung des Punktes G in der Richtung GG' , so ist klar, daß man auch umgekehrt den Punkt G dadurch zu einer geradlinigen Bewegung in der Richtung GG' zwingen kann, daß man den Hebeln gerade die zugehörigen Drehungen α und β in jedem Augenblicke erteilt. Da hierbei die gegenseitigen Längen und Lagen der Hebel und Lenkschienen sowie die Richtung der geradlinigen Bewegung von G ganz beliebig angenommen worden sind, so ergibt sich hieraus, daß die hier beschriebene Anordnung einer unendlichen Mannigfaltigkeit fähig ist, und es nur darauf ankommt, in jedem einzelnen Falle die Drehungen der beiden Lenker AC und BD für jeden Augenblick der Bewegung in dem richtigen gegenseitigen Verhältnisse zu einander zu bewirken. In dieser letzteren Verbindung beruht die Schwierigkeit der Ausführung, denn es darf nicht übersehen werden, daß das Verhältniß der beiden Drehungen α und β im Allgemeinen für jeden Augenblick der Bewegung ein veränderliches ist.

Nur in einem Falle haben diese Drehungen während der ganzen Bewegung des Punktes G ein constantes Verhältniß und zwar sind sie einander gleich und von entgegengesetzter Richtung, wenn nämlich die ganze Anordnung des Systems gegen die gerade Führungslinie GG' eine symmetrische ist. In diesem Falle kann man die beiden Lenkeraxen A und B , Fig. 399, mit Hilfe von zwei gleichen cylindrischen Zahnsectoren ACF und BDE in gegen-

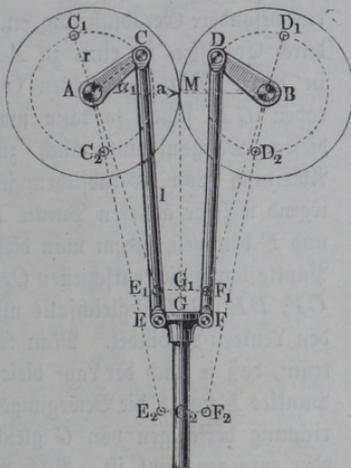
seitige Abhängigkeit bringen, und es ist aus der Figur ohne Weiteres deutlich, daß bei der dadurch veranlaßten Bewegung des Systems der Kopf *G* der Kolbenstange in der im

Fig. 399.



Mittelpunkte *M* der Centrallinie auf dieser senkrechten Geraden *MG* sich bewegen muß. Die Bewegung der Lenker kann hierbei etwa durch eine Schubstange *PP* geschehen, welche einen der Lenker in einem beliebigen Punkte ergreift. Es ist übrigens deutlich, daß die Anordnung auch so getroffen werden kann, Fig. 400, daß die Lenker nicht eine schwingende, sondern kontinuierliche Drehung empfangen. Die Größe des Hubes ist in allen diesen Fällen leicht zu ermitteln. Ist z. B. $AC = BD = r$ die Lenkerlänge, $CE =$

Fig. 400.



$DF = l$ die Länge der Lenkschienen, $AM = BM = a$ der halbe Kreisabstand und $EG = FG = e$ der halbe Abstand der Angriffspunkte der Lenkschienen, so findet man, da bei voller Umdrehung der Lenker G_1 und G_2 die äußersten Lagen von *G* sind, den Hub $G_1 G_2 = s$ durch:

$$s = MG_2 - MG_1$$

$$= \sqrt{(l + r)^2 - (a - e)^2}$$

$$- \sqrt{(l - r)^2 - (a - e)^2}.$$

Ebenso findet sich die Hubhöhe aus dem Schwingungswinkel der Lenker, sobald dieselben eine oscillirende Bewegung haben. Bezeichnet z. B. α_1 den Winkel $MAC = MBD$, um

welchen die Lenker von der Lage in der Centrallinie nach oben ausschlagen; und bedeutet γ_1 die Neigung der Lenkschiene CE in dieser Lage gegen die Schubrichtung MG , und γ_0 dieselbe Neigung derselben Schiene, wenn die Lenker in der Mittellage oder Centrale AB stehen, so findet man die diesem Winkel α_1 entsprechende Erhebung s_1 über die Mittellage aus

$$s_1 + l \cos \gamma_1 = r \sin \alpha_1 + l \cos \gamma_0,$$

zu:

$$s_1 = r \sin \alpha_1 + l (\cos \gamma_0 - \cos \gamma_1),$$

wobei die Winkel γ_0 und γ_1 gegeben sind durch

$$\sin \gamma_0 = \frac{a - r - e}{l} \quad \text{und} \quad \sin \gamma_1 = \frac{a - r \cos \alpha_1 - e}{l}.$$

In gleicher Art erhält man die Schubgröße s_2 entsprechend einem Ausschlag der Lenker um α_2 unterhalb der Lage AB durch

$$s_2 + l \cos \gamma_0 = r \sin \alpha_2 + l \cos \gamma_2$$

zu:

$$s_2 = r \sin \alpha_2 + l (\cos \gamma_2 - \cos \gamma_0),$$

worin der Neigungswinkel γ_2 der Lenkschienen in ihrer tiefsten Lage bestimmt ist durch

$$\sin \gamma_2 = \frac{a - r \cos \alpha_2 - e}{l}.$$

Wenn man die beiden Lenker AC und BD , Fig. 401, nicht durch Zahn-

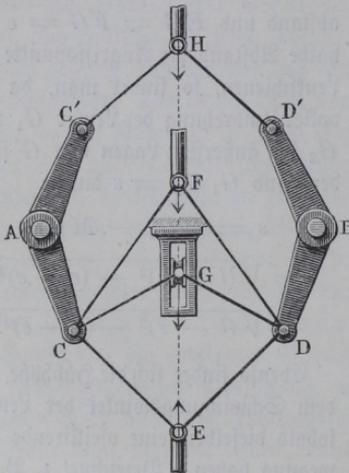


Fig. 401.

daß man den Vereinigungspunkt G der beiden Lenkschienen durch eine besondere Geradföhrung, etwa durch Coulissen in einer zu AB in deren Mitte senkrechten Geraden GH föhrt, so kann man diesen Mechanismus auch zur Ableitung von Geradföhrungen irgend welcher anderen Punkte E und F benutzen, indem man diese Punkte durch die Lenkschienen CE , CF , DE und DF gleichfalls mit den Lenkern verbindet. Man erkennt, daß je nach der Lage dieses Punktes E und F die Bewegungsrichtung derjenigen von G gleich oder entgegengesetzt ist. Auch ist es nicht nöthig, die Lenkschienen

des zu führenden Punktes gerade an die Zapfen C und D anzuschließen, man kann dazu irgend welche andere Lenker AC' und BD' benutzen, welche mit AC und BD dieselben Axen gemein haben, wenn sie nur symmetrisch gegen die Hublinie GH angeordnet sind. Dabei ist es auch keineswegs erforderlich, daß diese Lenker AC' , BD' mit denjenigen AC und BD in derselben Ebene liegen, man kann sich vielmehr die Axen A und B willkürlich lang vorstellen, und auf ihnen beliebig oft derartige scheerenförmige Systeme $AC'HD'B$ u. s. w. vorstellen. Man erkennt hiernach, daß der vorliegende Mechanismus, welcher häufig mit dem nicht eigentlich zutreffenden Namen Gelenktrahombus bezeichnet wird, ähnlich wie der Storchschnabel dazu dienen kann, die durch andere Mittel bewirkte Geradföhrung eines Punktes oder einer Stange zur Geradföhrung beliebig vieler anderen Stangen zu benutzen, oder auf dieselben zu übertragen. Ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Mechanismen besteht dabei darin, daß alle diese Geradföhrungen in einer Ebene liegen, welche hier parallel und zu den Lenkeraxen und mitten zwischen diesen gelegen ist, während sie bei dem Storchschnabel zu den Axen der Lenker senkrecht steht. Der hier vorgeführte Apparat findet nur sehr seltene Anwendung.

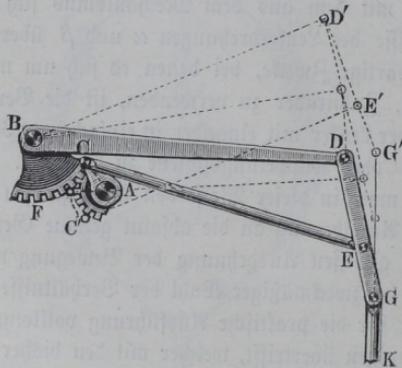
Wenn die Anordnung der beiden Lenker und der Lenkschienen in Bezug auf die gerade Führungslinie nicht symmetrisch ist, so muß man zur Erzielung einer Geradföhrung, wie schon oben angegeben wurde, die Drehungen der Lenker zu einander in eine solche Abhängigkeit bringen, wie die Führung des Punktes in gerader Linie erheischt. Da hierbei, wie ebenfalls schon bemerkt worden, das Verhältniß der Drehungen der beiden Lenker nicht mehr constant ist, so wird man sich auch zur Verbindung derselben nicht mehr cylindrischer Zahnräder bedienen können. Will man überhaupt zu dem beabsichtigten Zwecke Radverzahnungen anwenden, so hat man für die beiden Lenkeraxen nach den bekannten Regeln zwei unrunde Räder oder Radsectoren zu construiren, deren wechselndes Umsetzungsverhältniß mit dem aus dem Mechanismus sich ergebenden veränderlichen Verhältnisse der Lenkerdrehungen α und β übereinstimmt. Die Mißlichkeit, für derartige Zwecke, bei denen es sich um möglichst genaue Bewegungen handelt, Zahnräder zu verwenden, ist die Veranlassung gewesen, die Verbindung der Lenker mit einander in einfacherer Weise, nämlich durch eine besondere Lenk- oder Kuppelungsschiene zu bewirken. Es ist von vornherein deutlich, daß man in dieser Weise den Bedingungen der Aufgabe nur mit einer gewissen Annäherung an die absolut genaue Geradföhrung und auch nur in einer gewissen Ausdehnung der Bewegung wird entsprechen können, doch läßt sich bei zweckmäßiger Wahl der Verhältnisse ein Genauigkeitsgrad erzielen, wie er für die praktische Ausführung vollkommen genügt, ja unter Umständen denjenigen übertrifft, welcher mit den bisher besprochenen angenäherten Geradföhrungen durch Ellipsen-, Conchoiden- und Lem-

niscatenlenker in der Regel erreicht wird. Die analytische Untersuchung dieser Art von Geradführungen ist wegen der größeren Anzahl der mit einander gelenkartig vereinigten Glieder äußerst weitläufig und praktisch nicht durchführbar. Es ergeben sich als genaue Bahnen der durch solche Mechanismen geführten Punkte Curven von sehr hohem Grade. Hierin liegt allerdings die Möglichkeit einer weitgehenden Annäherung der Bahn an die gerade Linie, da eine Curve eben so viele Punkte mit einer Geraden gemein haben kann, als ihr Grad angiebt. Während daher bei den oben betrachteten Geradführungen die Bahn meist nur in drei Punkten mit der gewünschten Führungslinie übereinstimmt, so kommen bei den hierher gehörigen Mechanismen Fälle vor, in denen die genaue Bahn eine Curve achten Grades ist und in fünf Punkten mit der beabsichtigten geraden Führungslinie übereinstimmt. Dieser Umstand muß als ein gewisser Vorzug der hierher gehörigen Geradführungen vor den oben betrachteten angesehen werden, und kann in solchen Fällen, in denen es auf eine möglichst genaue Führung ankommt, eine derartige Anordnung vortheilhaft erscheinen lassen, wenn auch einer häufigeren Anwendung derselben in den gewöhnlichen Fällen die complicirtere Einrichtung meistens im Wege steht.

Bei der Unthunlichkeit einer analytischen Untersuchung wird man sich bei der praktischen Ausführung dieser Geradführungen auf ein graphisches Verfahren beschränken müssen, welches vergleichsweise leicht zum Ziele führt. Es mögen hier einige der interessantesten Mechanismen dieser Art angeführt werden.

Die Verbindung der beiden Lenkeraxen A und B durch Zahnssectoren AF und BF findet sich bei dem Maubslay'schen Lenker, Fig. 402, bei welchem die beiden Hebel AC und

Fig. 402.

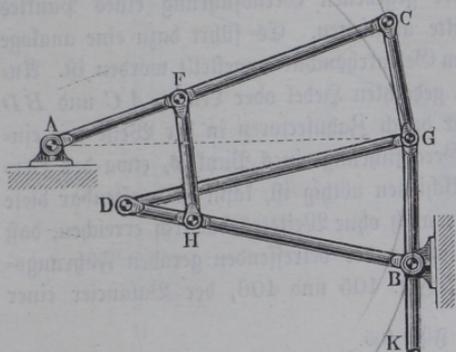


BD ungleiche Längen haben, und die zu führende Kolbenstange GK nicht in dem Vereinigungspunkte E der beiden Lenkschienen CE und DE , sondern in einem Punkte G der Verlängerung von DE angehängt ist. Denkt man den Kopf G der Kolbenstange in der Geraden KG verschoben, und ermittelt für eine Reihe von auf einander folgenden Stellungen von G die jedesmaligen Drehungswinkel α und

ß der Lenkeraxen, welche zu diesen Verschiebungen gehören, so erhält man die diesen Stellungen entsprechenden Umsehungsverhältnisse für die Zahnsectoren AF und BF , welche dem entsprechend nach den §. 49 angegebenen Regeln als Theile unrunder Räder zu entwerfen sind.

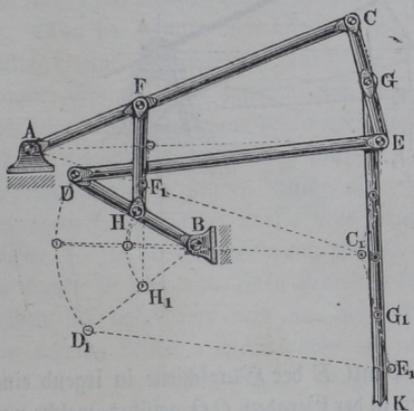
Zwei andere derartige Geradföhrungen, bei welchen die Verbindung der Lenker durch eine Kuppelschiene FH bewirkt ist, sind in Fig. 403 und 404 angedeutet. Der unwesentliche Unterschied zwischen beiden besteht nur in der Anhängung der gerade zu föhrenden Kolbenstange GK , welche bei der von Tschebyscheff angegebenen Föhrung (Fig. 403) in dem Vereinigungspunkte G der beiden Lenkschienen, bei der Harven'schen Föhrung (Fig. 404) in einem Zwischenpunkte der einen Lenkschiene CE angreift. Die Verbindung der Lenker ist bei beiden Föhrungen durch die Schiene FH bewirkt, deren Angriffspunkte F und H auf den Lenkern aus der Zeichnung zu entnehmen sind. Man hat zu dem Ende wieder den ganzen Mechanismus in verschiedenen Stellungen aufzuzeichnen, entsprechend verschieden Lagen des zu föhrenden Punktes G auf der geraden Föhrungslinie GK . Dann hat man ein probeweises Bestimmen derjenigen zwei Punkte F und H auf den Lenkern vorzunehmen, deren Abstand in den verschiedenen Stellungen der letzteren ein möglichst constanter ist. Es ist deutlich, daß die Mannigfaltigkeit der verschiedenen Constructionen, wie sie durch Veränderungen in der Länge der Lenker

Fig. 403.



wirkt, deren Angriffspunkte F und H auf den Lenkern aus der Zeichnung zu entnehmen sind. Man hat zu dem Ende wieder den ganzen Mechanismus

Fig. 404.

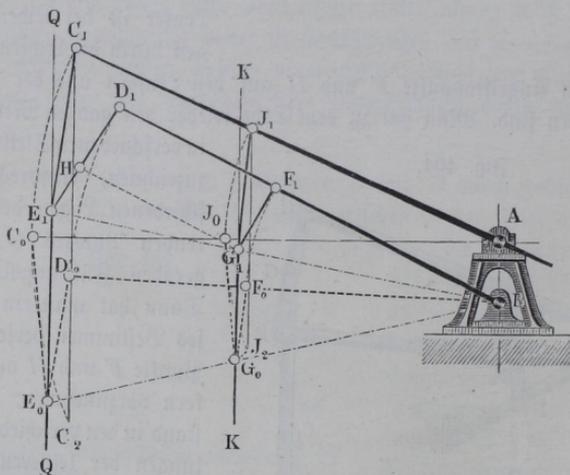


und Schienen, sowie in der Lage der Drehpunkte zu einander und gegen die gerade Föhrungslinie erzielt werden kann, eine unendlich große ist.

Anmerkung. Um gute Verhältnisse zu erreichen, giebt der Erfinder in Bezug auf die Führung Fig. 403 an, man solle $DB = DG = 0,809 AC$, sowie $FC = HB = 0,618 AC$ und $CG = FH = \frac{s}{2}$ machen, wenn s den ganzen Schub der Kolbenstange GK vorstellt. Ferner soll die Hührichtung GK durch den Drehpunkt B hindurchgehen und eine Tangente an den Bogen sein, welchen der Punkt C vermöge der Schwingung des Lenkers AC um A beschreibt.

Auch diese Geradföhrung läßt sich anwenden, um in ähnlicher Weise wie durch den Storchschnabel aus der gegebenen Geradföhrung eines Punktes diejenige beliebiger anderen Punkte abzuleiten. Es föhrt dazu eine analoge Betrachtung, wie sie oben bei dem Gelenkrhombus angestellt worden ist. Anstatt nämlich die beiden mehrfach gedachten Hebel oder Lenker AC und BD durch eine Kuppelungsschiene oder durch Zahnsectoren in der Weise mit einander zu verbinden, wie es zur Geradföhrung eines Punktes, etwa des Verknüpfungspunktes der beiden Lenkschienen nöthig ist, kann man offenbar diese bestimmte Abhängigkeit der Lenker auch ohne Weiteres dadurch erreichen, daß man jenen gedachten Punkt wirklich in der betreffenden geraden Föhrungslinie bewegt. Es sei etwa AC , Fig. 405 und 406, der Balancier einer

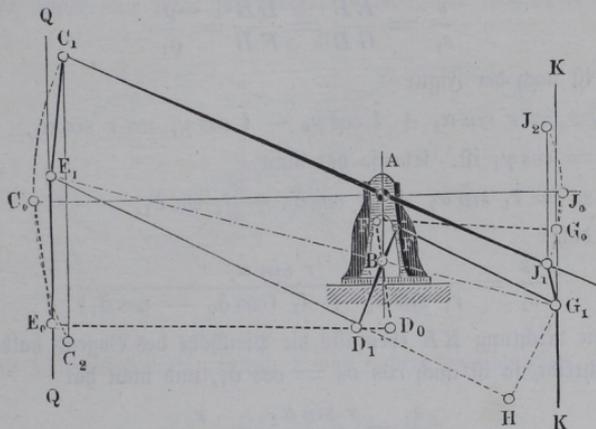
Fig. 405.



Dampfmaschine, und es werde der Punkt E der Hängschiene in irgend einer Weise, etwa durch Lemniscatenlenker in der Geraden QQ geföhrt, welche nach dem Früheren die Pfeilhöhe des Bogens $C_1 C_0 C_2$ halbiert, so daß die Winkel γ_1 und γ_0 der Hängschiene CE in der äußersten und mittleren Lage absolut genommen von gleicher Größe sind. Gesezt nun, es sei die Geradföhrung

eines anderen Punktes G aus derjenigen von E abzuleiten, so könnte man sich dazu des Storchschnabelmechanismus oder der Parallelogrammführung $EBDFGH$ bedienen, indem man in der geraden Verbindungslinie EG einen Punkt B als festen Drehpunkt annimmt, um denselben drehbar einen

Fig. 406.



zweiten Lenker DBF anbringt, und zu dem zu führenden Punkte G das entsprechende Parallelogramm vervollständigt. Es ist nun aber auch ersichtlich, daß die vollständige Ausführung des Parallelogramms nicht nöthig ist, sondern man sich der im Vorigen betrachteten Geradföhrung mit zwei Lenkern und zwei verbindenden Schienen bedienen kann, um G gerade zu führen. Man hat nämlich hier offenbar zwei Lenker AC und BD , deren Endpunkte C und D nicht nur durch die beiden Schienen CE und DE mit einander vereinigt sind, sondern auch dadurch, daß E in der That schon gerade bewegt wird, zu ganz bestimmten gegenseitigen Bewegungen gezwungen sind. Wenn man daher den zu führenden Punkt G mit solchen Punkten dieser beiden Lenker verbindet, welche unter Zugrundelegung des besagten Bewegungsverhältnisses der Lenker eine geradlinige Bewegung von G erzeugen müssen, so ist die Geradföhrung von E auch auf G übertragen. Nun ist der Punkt G mit dem einen Lenker BD schon im Punkt F verbunden, es handelt sich daher nur noch um die Auffindung desjenigen Punktes J auf dem anderen Lenker oder Balancier AC , welcher durch eine Lenkschiene ebenfalls mit G in Verbindung zu bringen ist. Die Lage dieses Punktes J ergibt sich, wenn man annimmt, daß der Punkt G wieder in der obersten, mittleren und untersten Stellung in die Führungslinie KK fallen soll, in folgender Art. Man bezeichne mit r und r_1 die Hebelsarme AC und AJ des Balanciers, mit l und l_1 die Längen der Hängschienen CE und JG , mit

γ und δ deren Neigungen gegen die Führungsgeraden und zwar mit γ_1 und δ_1 in den obersten und mit γ_0 und δ_0 diejenigen in den mittleren Stellungen, seien endlich s und s_1 die Subhöhen der Punkte E und G . Man hat dann, wenn man schließlich noch die Hebelsarme des zweiten Lenkers DB mit q und FB mit q_1 bezeichnet, zunächst

$$\frac{s}{s_1} = \frac{EB}{GB} = \frac{DB}{FB} = \frac{q}{q_1}.$$

Ferner ist nach der Figur

$$\frac{1}{2} s = r \sin \alpha_1 + l \cos \gamma_0 - l \cos \gamma_1 = r \sin \alpha_1,$$

da $\cos \gamma_0 = \cos \gamma_1$ ist. Ebenso hat man

$$\frac{1}{2} s_1 = r_1 \sin \alpha_1 + l_1 \cos \delta_0 - l_1 \cos \delta_1,$$

und es ist daher

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r \sin \alpha_1}{r_1 \sin \alpha_1 + l_1 (\cos \delta_0 - \cos \delta_1)}.$$

Wenn die Richtung KK ebenfalls die Pfeilhöhe des Bogens halbirt, welchen J beschreibt, so ist auch $\cos \delta_0 = \cos \delta_1$, und man hat

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r \sin \alpha_1}{r_1 \sin \alpha_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Da nun aber auch

$$\frac{s}{s_1} = \frac{q}{q_1}$$

ist, so hat man als Bedingungsgleichung für die Geradföhrung des Punktes G :

$$\frac{q}{q_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Diese Bedingung läßt sich, wie leicht zu ersehen ist, nur erfüllen, wenn die gerade Verbindungslinie AB der Drehpunkte parallel der Subrichtung ist. Den Punkt J hat man dann so auf dem Balancier anzunehmen, daß die Führungslinie KK ebenfalls die Pfeilhöhe des von J durchlaufenen Bogens halbirt. Man pflegt diese Uebertragungsvorrichtung wohl auch als den halben Storchschnabel zu bezeichnen.

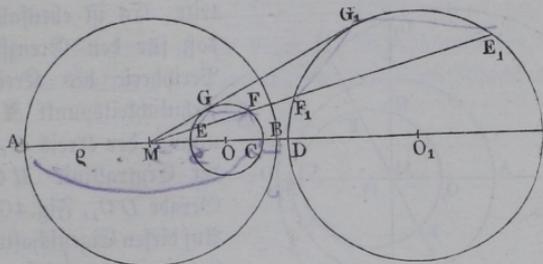
§. 106. Geradföhrung von Paucellier. Im Jahre 1864 machte der Ingenieurhauptmann Paucellier in den *Nouvelles Annales des Mathématiques*, tome III, 2. série einen Apparat, sogenannten Universalzirkel, bekannt, vermittelt dessen die kreisförmige Bewegung auch in eine genau geradlinige ohne Mithilfe einer Coulissenföhrung verwandelt werden kann. Später, im Jahre 1871, wurde von Herrn Lipkin in Petersburg*)

*) S. Zeitschr. deutsch. Ingen. 1877, S. 11.

eine Geradföhrung angegeben, welche auf demselben Principe beruht wie der Paucellier'sche Universalzirkel. Diese Geradföhrung läßt sich mit Hölfe einiger bekannten Sätze vom Kreise folgender Art erläutern.

Denkt man zu dem Kreise vom Halbmesser $MA = \rho$, Fig. 407, zwei sogenannte Pole, d. h. zwei auf demselben Durchmesser AB gelegene Punkte C und D , welche ein Paar zugehöriger harmonischer Gegenpunkte sind, für

Fig. 407.



welche die beiden Endpunkte A und B das andere Paar abgeben, so daß man also hat:

$$AC : BC = AD : BD,$$

so ist leicht ersichtlich, daß für je zwei solcher Pole auch die Gleichung gilt

$$MC \cdot MD = \overline{MA}^2,$$

oder $MC = c$ und $MD = d$ gesetzt:

$$cd = \rho^2.$$

Diese Gleichung folgt ohne Weiteres aus der harmonischen Proportion, wenn man dieselbe

$$\rho + c : \rho - c = d + \rho : d - \rho$$

schreibt. Denkt man sich nun durch C irgend einen Kreis $OFGE$ gelegt, und bestimmt für dessen sämtliche Punkte wie E, F, G ebenfalls die zu dem ersten Kreise M zugehörigen Pole E_1, F_1, G_1 , so liegen die letzteren, wie sich leicht zeigen läßt, sämtlich in der Peripherie eines zweiten Kreises zum Mittelpunkte O_1 . Um dies zu erkennen, denke man an den Kreis O von M die Tangente MG und außerdem eine beliebige Secante MEF gelegt, so ist, unter der gemachten Voraussetzung, daß E_1, F_1 und G_1 die Pole zu E, F und G für den Kreis M vom Halbmesser ρ sind, nach Obigem:

$$ME \cdot ME_1 = MF \cdot MF_1 = MG \cdot MG_1 = \rho^2.$$

Da nun aber auch

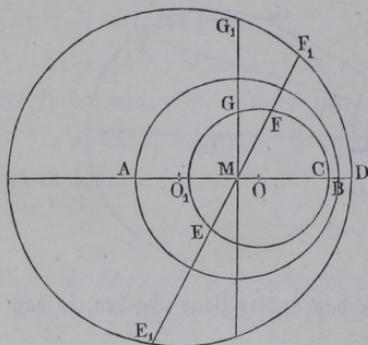
$$ME \cdot MF = \overline{MG}^2$$

ist, so folgt durch Division

$$MF : ME_1 = ME : MF_1 = MG : MG_1.$$

Hieraus folgt, daß die beiden Figuren EGF und $F_1G_1E_1$ ähnlich und ähnlich liegend sind, und der Mittelpunkt M des ursprünglichen Kreises als Ähnlichkeitsmittelpunkt gilt, und zwar als äußerer, wenn, wie in Fig. 407, M außerhalb des Kreises O gelegen ist, und als innerer Ähnlichkeitsmittelpunkt, wenn M , wie in Fig. 408, im Innern des Kreises O liegt, in welchem

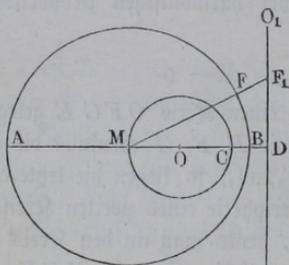
Fig. 408.



Falle die halbe kürzeste Sehne MG die Stelle der Tangente vertritt. Es ist ebenfalls ersichtlich, daß für den Grenzfall, wo die Peripherie des Kreises O den Ähnlichkeitspunkt M in sich aufnimmt, der Kreis O_1 in eine auf der Centrallinie MO senkrechte Gerade DO_1 , Fig. 409, übergeht. Auf diesen Eigenschaften der Kreislinie, welche übrigens aus den Grundlehren der Geometrie bekannt sein dürften*), beruht der Universalzirkel von Paucellier und die dahin gehörige Geradföhrung.

Dieser Mechanismus besteht im Wesentlichen aus dem aus vier gleich langen Schienen gebildeten Gelenkrhombus $CEDF$, Fig. 410, von welchem zwei gegenüber liegende Punkte E und F durch die beiden gleich langen Lenkschienen ME und MF mit dem festen Drehpunkte M gelenkig verbunden sind.

Fig. 409.



Wie man diese Hebelverbindung, welche offenbar noch keine zwangläufige Beweglichkeit (s. Einleitung S. 30) besitzt, auch bewegen möge, immer werden wegen der Symmetrie der Glieder die Eckpunkte C und D mit dem festen Drehpunkte M in einer Geraden liegen, welche die Winkel bei M , C und D halbirt. Bezeichnet man die Länge der Lenker $ME = MF$ mit L , die Länge der Rhombusseiten mit l und für irgend

eine beliebige Lage die halben Winkel bei M mit φ und bei C mit γ , so hat man für die Abstände der Ecken C und D vom festen Drehpunkte in dieser beliebigen Lage:

*) S. u. N. Lehrbuch der Geometrie von F. Wolff, 1. Th., das Capitel vom Kreise.

$$MC = c = L \cos \varphi - l \cos \gamma,$$

$$MD = d = L \cos \varphi + l \cos \gamma;$$

daher

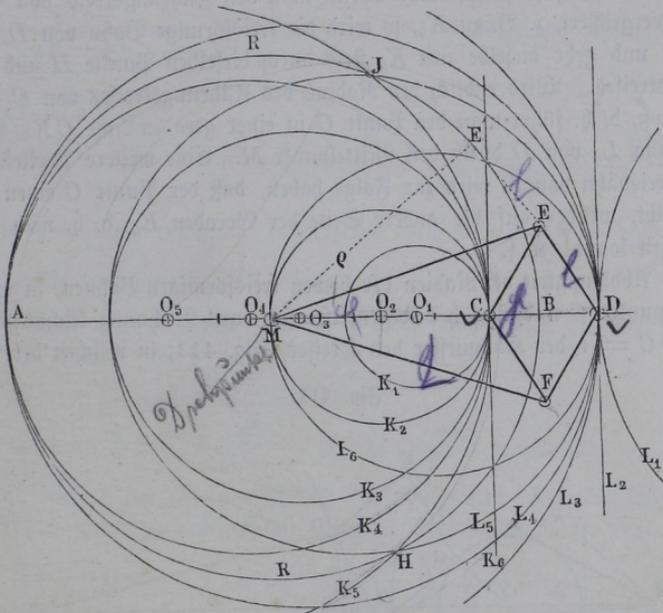
$$MC \cdot MD = cd = L^2 \cos^2 \varphi - l^2 \cos^2 \gamma = L \cos^2 \varphi - l^2 (1 - \sin^2 \gamma)$$

oder da $l \sin \gamma = L \sin \varphi$ ist:

$$cd = L^2 - l^2 = \varrho^2,$$

wenn die Constante $L^2 - l^2 = ME^2 - CE^2$ mit ϱ^2 bezeichnet wird. Der beschriebene Mechanismus hat daher die Eigenthümlichkeit, daß die beiden nicht mit den Lenkern direct verbundenen Ecken des Rhombus sich so be-

Fig. 410.

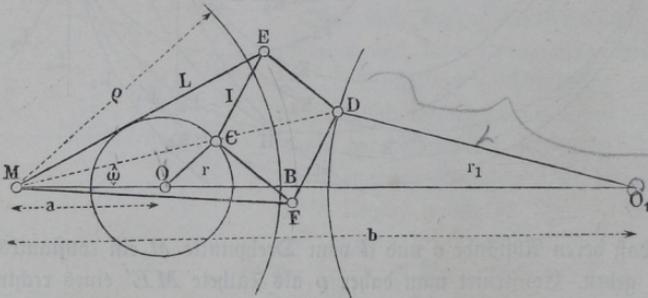


wegen, daß deren Abstände c und d vom Drehpunkte M ein constantes Product ϱ^2 geben. Construiert man daher ϱ als Kathete ME' eines rechtwinkligen Dreiecks MEE' , dessen Hypothenuse $ME = L$ und dessen andere Kathete $EE' = EC = l$ ist, und zeichnet um M mit dem Radius $ME' = \varrho$ den Kreis R , so müssen die beiden besagten Ecken C und D des Rhombus sich nach dem Vorstehenden so bewegen, daß sie stets zwei zu einander gehörige Pole für den gedachten Kreis R abgeben. Weiter folgt dann sofort aus der oben angeführten Eigenschaft der Pole des Kreises, daß, wenn der eine Punkt C oder D in einem Kreise geführt wird, auch die von dem an-

deren Eckpunkte D oder C beschriebene Bahn ein Kreis ist, für welchen M den Ähnlichkeitsmittelpunkt abgibt. Führt man z. B. den Eckpunkt C in einem Kreise K_1 , etwa durch einen um den festen Mittelpunkt O_1 drehbaren Lenker O_1C , so bewegt sich D in dem Kreise L_1 , und es geht dieser letztere in die Gerade DL_2 über, wenn die kreisförmige Bahn K_2 des Punktes C durch den Lenkerdrehpunkt M hindurchgeht. Wird die Kreisbahn des Punktes C noch mehr erweitert, z. B. zu K_3 , so geht die Bahn des Punktes D unter Krümmungsänderung in den Kreis L_3 über, und müssen die beiden kreisförmigen Bahnen K_4 und L_4 von C und D in demselben Punkte A des Grundkreises R sich berühren, denn wenn von den beiden Polen des Kreises der eine in die Peripherie fällt, so muß der andere als sein harmonischer Gegenpunkt mit ihm zusammenfallen. Wenn man den Führungskreis von C noch mehr vergrößert, z. B. zu K_5 , so wird die kreisförmige Bahn von D kleiner zu L_5 und geht dieselbe mit K_5 stets durch dieselben Punkte H und J des Grundkreises. Wird endlich der Radius des Führungskreises von C unendlich groß, d. h. führt man den Punkt C in einer geraden Linie CK_6 , so geht die Bahn L_6 von D durch den Mittelpunkt M . Eine weitere Verkleinerung der Kreisbahn von D wird zur Folge haben, daß der Punkt C einen Kreis beschreibt, welcher auf die andere Seite der Geraden K_6 , d. h. nach D hin zu liegen kommt, u. s. w.

Die Abhängigkeit der Radien der beiden kreisförmigen Bahnen, in welchen die Eckpunkte C und D sich bewegen, ist auch durch Rechnung leicht bestimmt. Sei $OC = r$ der Halbmesser des Kreises, Fig. 411, in welchen der Punkt

Fig. 411.



C geführt wird, und bezeichne a den Abstand MO der beiden festen Drehpunkte, so ist in irgend einer Stellung $CEDF$ des Rhombus, in welcher die Symmetrielinie MCD den beliebigen Winkel $CMO = \omega$ mit der festen Basis MO bildet, offenbar:

$$MC = c = a \cos \omega + \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2 \omega},$$

und da nach dem Obigen

$$cd = L^2 - l^2 = \varrho^2$$

ist, so hat man auch

$$cd = d(a \cos \omega + \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2 \omega}) = \varrho^2,$$

woraus

$$(\varrho^2 - da \cos \omega)^2 = d^2 (r^2 - a^2 \sin^2 \omega)$$

oder

$$d^2 (a^2 - r^2) - 2 d \varrho^2 a \cos \omega = - \varrho^4.$$

Schreibt man dies

$$d^2 - 2 d \frac{\varrho^2 a}{a^2 - r^2} \cos \omega = - \frac{\varrho^4}{a^2 - r^2}$$

und setzt $\frac{\varrho^2 a}{a^2 - r^2} = b$, so erhält man durch beiderseitige Addition von

$$b^2 = \frac{\varrho^4 a^2}{(a^2 - r^2)^2}:$$

$$d^2 - 2 db \cos \omega + b^2 = - \frac{\varrho^4}{a^2 - r^2} + \frac{\varrho^4 a^2}{(a^2 - r^2)^2} = \frac{\varrho^4 r^2}{(a^2 - r^2)^2}.$$

Es ist aber leicht ersichtlich, daß, wenn man $MO_1 = b = \frac{\varrho^2 a}{a^2 - r^2}$ macht, die Seite DO_1 ebenfalls bestimmt ist durch

$$\begin{aligned} \overline{DO_1}^2 &= \overline{DM}^2 - 2 DM \cdot MO_1 \cos \omega + \overline{MO_1}^2 = d^2 - 2 db \cos \omega + b^2 \\ &= \frac{\varrho^4 r^2}{(a^2 - r^2)^2}, \end{aligned}$$

folglich hat man $DO_1 = \frac{\varrho^2 r}{a^2 - r^2}$ unabhängig von dem Winkel ω . Hieraus folgt, daß O_1 der Mittelpunkt des Kreises ist, in welchem der Eckpunkt D sich führt, und daß dieser Punkt von dem Drehpunkte M der Lenker um

$$\underline{MO_1} = b = \frac{\varrho^2 a}{a^2 - r^2} = \frac{L^2 - l^2}{a^2 - r^2} a$$

entfernt ist, während der Radius dieses Kreises zu

$$DO_1 = r_1 = \frac{\varrho^2 r}{a^2 - r^2} = \frac{L^2 - l^2}{a^2 - r^2} r$$

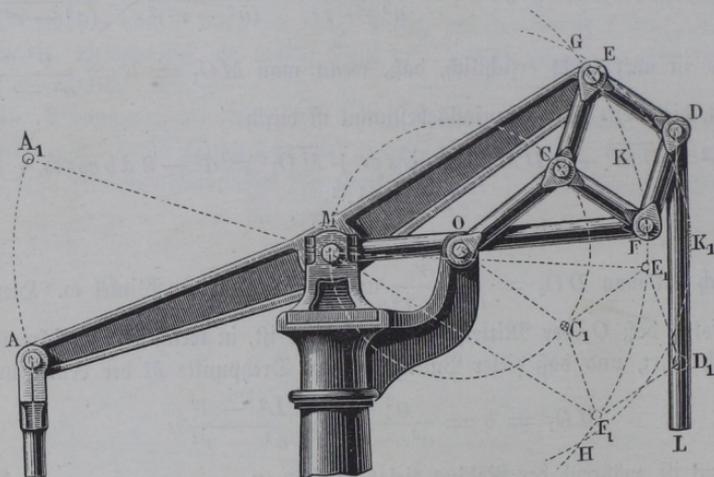
gefunden ist. Setzt man hierin $a = r$, so folgt $r_1 = \infty$, d. h. der Punkt D wird in einer Geraden geführt. Wenn man in den für b und r_1 gefundenen Werthen b mit a und r mit r_1 vertauscht, so bestimmen dieselben den Halbmesser und Mittelpunkt der kreisförmigen Bahn des Punktes C , sobald die Bahn von D durch r_1 und b festgestellt ist. Man erhält dann ebenfalls aus $r_1 = b$ den Halbmesser $r = \infty$, d. h. C wird in einer Geraden geführt,

wenn die Bahn des Eckpunktes D durch den Lenkerdrehpunkt M hindurchgeht, wie schon oben erwähnt worden.

Aus diesen Ermittlungen ergibt sich, wie der vorliegende Mechanismus dazu benutzt werden kann, Kreisbogen von beliebig großem Halbmesser zu verzeichnen, woher der Name Universalzirkel sich rechtfertigt. Insbesondere wird das Instrument zur Verzeichnung sehr flacher Kreisbogen sich empfehlen, deren Mittelpunkte weit abgelegen und daher nicht zugänglich sind. Für den Maschinenbau hat dagegen nur derjenige Fall ein besonderes Interesse, in welchem die Bahn der einen freien Rhombusecke in eine Gerade übergeht, was allgemein immer dann der Fall ist, wenn die andere freie Ecke in einem Kreise schwingt, welcher den Drehpunkt der Lenker in sich aufnimmt.

Die betreffende Geradföhrung ist nun ohne Weiteres klar. Soll, Fig. 412, die Stange DL in der Geraden DD_1 geföhrt werden, so hat man nur den Endpunkt D derselben mit der einen Ecke des Rhombus $DECF$ zu ver-

Fig. 412.

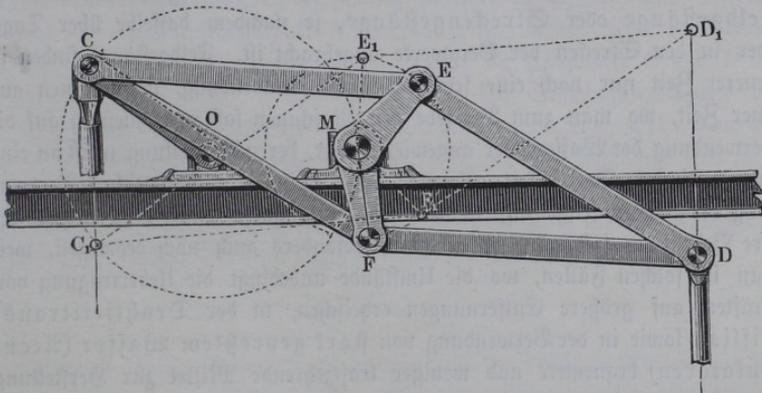


binden, dessen gegenüberliegende Ecke C an einen Lenker OC angeschlossen ist von solcher Länge und Lage, daß der um O mit OC beschriebene Kreis durch den Drehpunkt M der beiden Lenker ME und MF geht. Von den letzteren kann MF etwa durch zwei einfache Schienen gebildet werden, während man ME behufs der Bewegungsübertragung zu einem Balancier EMA gestalten kann, an dessen anderem Ende A die betreffende Kurbelstange angeschlossen wird. Daß man auch hier, wie bei den früher besprochenen Geradföhhrungen, die Schienen und Lenker paarweise anordnen wird, um dem

Balancier und der Kolbenstange zwischen den Gliederpaaren Raum zu gewähren, bedarf nur der Erwähnung. Aus der Figur erkennt man, daß diejenige Lage des Systems, in welcher die Punkte E und C mit O in gerader Linie liegen, der oberen Grenzstellung entspricht, und wenn man daher mit der Länge $OC + CE = r + l$ den Kreisbogen K_1 um O beschreibt, so schneidet derselbe den um M beschriebenen Kreis K vom Halbmesser $ME = L$ in zwei Punkten G und H , welche beziehungsweise die äußersten Lagen von E und F darstellen. Es ist mit Rücksicht darauf leicht, bei einer gewissen Hubhöhe DD_1 der Kolbenstange die Verhältnisse von L , l und r entsprechend zu wählen.

Bei der bisher besprochenen Anordnung ist der Drehpunkt M der Hauptlenker außerhalb des Rhombus angeordnet worden. Es steht aber nichts im Wege, durch Verkürzung der Hauptlenker ME und MF den Drehpunkt M in das Innere des Rhombus zu verlegen, da die entwickelten Beziehungen ganz allgemein und ohne Rücksicht auf das Verhältniß der Längen L und l gelten. In diesem Falle entsteht eine Construction wie Fig. 413, bei welcher

Fig. 413.



das Rhombus $CEDF$ gewissermaßen selbst als Balancier figurirt, dessen Unterstützungspunkt M den Drehpunkt für die beiden gleichen Lenker ME und MF abgiebt.

Daß man aus den hier angeführten Geradföhrungen andere durch Umkehrung bilden kann, ist eben so klar, wie daß man durch geeignete Verbindung mit Parallelogrammföhrungen andere Geradföhrungen aus der erhaltenen ableiten kann. Es sei in dieser Beziehung auf eine Arbeit von H. A. Hülsenberg in der Zeitschrift deutsch. Ing. Jahrg. 1877, S. 11 u. f. verwiesen.

Schließlich kann bemerkt werden, daß diese sinnreiche und schöne Geradföhrung die einzige bekannte ist, welche die Ueberföhrung einer schwingenden Bewegung in eine genau geradlinige ohne Anwendung von Coulissen lediglich durch Lenker ermöglicht, und dadurch ein Problem in vollkommener Weise gelöst ist, welchem die bedeutendsten Ingenieure seit Watt ihre Bemöhungen zugewandt haben.

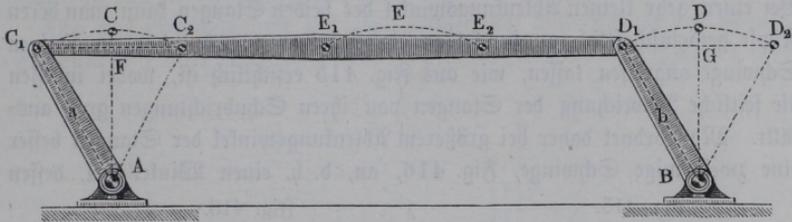
§. 107. **Schwingen.** Wenn die Uebertragung von Kräften durch Stangen auf beträchtliche Entfernungen geschehen soll, so hat man die Stangen durch Unterstüzungen oder Föhrungen in geeigneten Abständen zwischen ihren Endpunkten vor seitlichen Ausbiegungen zu sichern. Dies kann z. B. durch Walzen geschehen, in welchem Falle das Gestänge in seinen einzelnen Theilen zu einem starren Stücke verbunden ist; in solcher Art sind in der Regel die Pumpengestänge in Bergwerken ausgeföhrt. Statt dessen kann man aber auch das Gestänge aus einzelnen, an ihren Enden durch Bolzen drehbar an einander gefügten Stücken bestehen lassen und die Unterstüzung der Vereinigungspunkte durch schwingende Hebel oder Böcke bewirken, welche letzteren den Namen Schwingen erhalten. Eine solche Anordnung nennt man wohl Feldgestänge oder Streckengestänge, je nachdem dasselbe über Tage, oder in den Strecken der Bergwerke angebracht ist. Feldgestänge finden in neuerer Zeit nur noch eine sehr beschränkte Anwendung, sie stammen aus einer Zeit, wo man zum Betriebe der Maschinen fast ausschließlich auf die Verwendung der Wasserräder angewiesen war, deren Aufstellung meist an eine ganz bestimmte Vertiklichkeit gebunden ist. Seit der umfangreichen Verwendung der überall leicht aufstellbaren Dampfmaschinen haben die Feldgestänge ihre Bedeutung fast gänzlich verloren, besonders auch noch deswegen, weil man in solchen Fällen, wo die Umstände unbedingt die Uebertragung von Kräften auf größere Entfernungen erheischen, in der Drahtseiltransmission sowie in der Verwendung von stark gepreßtem Wasser (Accumulatoren) bequemere und weniger kraftzehrende Mittel zur Herstellung einer Ferntriebeinrichtung besitzt. Nur für den Bergwerksbetrieb dürften die Streckengestänge noch eine gewisse Bedeutung haben.

Die Schwingen sind einfache Träger oder Böcke, die an dem einen Ende mit einer Drehaxe versehen sind, um welche sie in festen Lagern pendeln können, während der am anderen Ende angebrachte Zapfen das Gestänge, resp. die Enden der beiden in diesem Punkte zusammenstoßenden Gestängtheile aufnimmt. Die Bewegungsebene der Schwingen ist fast immer eine verticale und unterscheidet man wohl stehende und hängende Schwingen, je nachdem die Schwingungsaxe unterhalb oder oberhalb des geföhrten Gestängpunktes angebracht ist. Liegende Schwingen, d. h. solche, welche mit einer verticalen Axe versehen sind, der zufolge sie in einer horizontalen Ebene

schwingen, wendet man nur selten an, etwa nur in Fällen, wo das Gestänge einer Richtungsänderung in horizontaler Ebene unterworfen werden soll, in diesem Falle heißen diese Schwingen auch Wendeböcke.

Da der Kopf einer Schwinde sich in einem Kreisbogen bewegt, so wird eine durch zwei gleich lange Schwingen AC und BD , Fig. 414, unterstützte

Fig. 414.



Stange CD keiner eigentlichen Geradföhrung, sondern einer Parallelföhrung unterworfen sein, d. h. einer Bewegung, vermöge deren alle ihre verschiedenen Lagen CD , C_1D_1 , C_2D_2 parallel zu einander sind. Hierbei bewegt sich offenbar jeder Punkt E der Stange in einem Kreisbogen E_1EE_2 , welcher mit den Bögen übereinstimmt, welche die Endpunkte C und D der Schwingen beschreiben. Die Pfeilhöhe CF des Schwingungsbogens der Schwinde AC von der Länge a ist ausgedrückt durch $e = CF = a(1 - \cos \omega)$, wobei ω den jederseitigen Ausschlagswinkel C_1AC der Schwinde aus ihrer normalen Lage bedeutet, in welcher die Schwinde senkrecht zur Stangenrichtung steht. Dieser Winkel ω ist unter Voraussetzung gleichen Ausschlags nach beiden Seiten aus dem Schube s gegeben durch:

$$\sin \omega = \frac{s}{2a}.$$

Diese Pfeilhöhe e stimmt auch überein mit der seitlichen Abweichung der Stange CD , d. h. mit demjenigen Abstände, welchen die äußersten Lagen C_1D_1 und CD der Stange von einander haben. Wenn der eine Endpunkt, etwa D , der Stange in irgend einer Weise in einer geraden Linie geföhrt wird, wie der Fall häufig bei Pumpen vorkommt, deren Kolbenstange von einem schwingenden Hebel bewegt wird, so hört natürlich die Parallelföhrung auf, und man wird, um die Abweichung der Stange CD von der Föhrgesgeraden des Punktes D möglichst klein zu machen, die Anordnung so zu wählen haben, daß die Gerade, in welcher D geföhrt wird, die Pfeilhöhe des Bogens C_1C_2 halbirt.

In allen Fällen ist es gut, die Länge a der Schwingen nicht zu gering anzunehmen, weil der Ausschlagswinkel ω um so kleiner ausfällt, je größer

a im Vergleich zu s ist. Man pflegt daher wohl a zwischen $2s$ und $3s$ zu wählen, demgemäß der Ausschlagswinkel ω zwischen $14^\circ 29'$ und $9^\circ 35'$ und die Pfeilhöhe zwischen $0,064 s$ und $0,042 s$ schwankt.

Die Schwingen gestatten, in sehr einfacher Weise die Richtung eines Gestänges zu ändern, und nennt man sie in diesem Falle Bruchschwingen, so lange der Ablenkungswinkel nur gering ist, dagegen Gestängkreuze (Kunstkreuze), wenn der Ablenkungswinkel einem Rechten nahe kommt. Bei einem sehr kleinen Ablenkungswinkel der beiden Stangen kann man deren Köpfe gemeinschaftlich an demselben Bolzen einer gewöhnlichen einarmigen Schwinge angreifen lassen, wie aus Fig. 415 ersichtlich ist, wobei indessen die seitliche Abweichung der Stangen von ihren Schubrichtungen groß ausfällt. Man ordnet daher bei größerem Ablenkungswinkel der Stangen besser eine zweiarmige Schwinge, Fig. 416, an, d. h. einen Winkelhebel, dessen

Fig. 415.

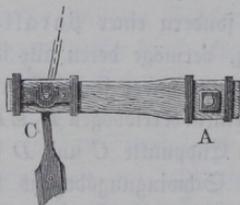
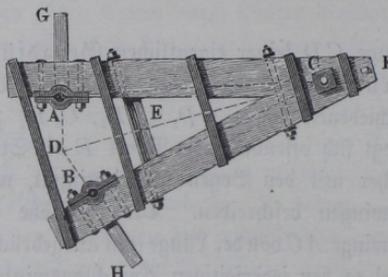


Fig. 416.



Arme in der Mittelstellung normal zu den Stangeneinrichtungen stehen, daher unter sich denselben Winkel einschließen, unter welchem die Stangen gegen einander geneigt sind.

Es seien MG und MK , Fig. 417, die beiden Stangenrichtungen, welche den Winkel $OMK = \alpha$ mit einander bilden, und werde angenommen, daß sie an demselben Bolzen M einer einarmigen Schwinge angreifen, deren Drehungspunkt C so gelegt sei, daß die Schwinge in der mittleren Stellung den Winkel GMK halbirt. Bezeichnet wieder ω den halben Ausschlagswinkel $ACM = BCM$ der Schwinge, und a deren Länge MC , so hat man für den Hub $BD = AH = s$ der Stangen:

$$s = AB \cos ABD = 2a \sin \omega \cos \frac{\alpha}{2},$$

woraus man für einen gegebenen Hub s und bei bestimmter Ablenkung α den halben Schwingungswinkel ω durch

$$\sin \omega = \frac{s}{2a \cos \frac{\alpha}{2}}$$

erhält. Die größte Seitenablenkung $f = EF = E_1F_1$ ist in diesem Falle gegeben durch

$$f = CE - CF = a \left[1 - \cos \left(\omega + \frac{\alpha}{2} \right) \right].$$

Würden die anderen Endpunkte der Stangen in geraden Linien geführt, so hätte man die Richtungen so zu legen, daß sie in die punktierten Linien fallen, so daß sie die Seitenabweichungen EF bzw. E_1F_1 halbieren.

Für eine Bruchschwinde mit zwei Armen hat man folgende Verhältnisse. Es seien MP und MQ , Fig. 418, die Richtungen der beiden Stangen, deren

Fig. 417.

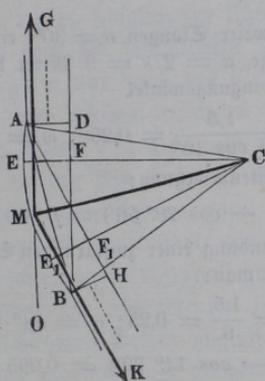
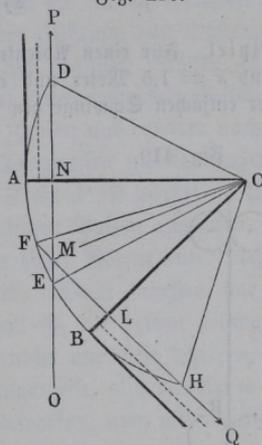


Fig. 418.



Winkel durch MC halbirt werde. Fällt man von dem Drehpunkte C der Schwinde die Normalen CN und CL auf die Stangen und betrachtet wieder diese Normalen als mittlere Stellungen der Arme, d. h. macht man $ND = NE = LF = LH = \frac{s}{2}$, so erhält man die äußersten Stellungen der Arme in CD , CE , CF und CH . Es ist dann wieder

$$\sin \omega = \frac{s}{2a}$$

und die Seitenbewegung

$$f = AN = BL = a (1 - \cos \omega)$$

oder annähernd

$$f = \frac{s^2}{8a},$$

also unabhängig von dem Ablenkungswinkel $OMH = \alpha$ der Stangen.

Für den Abstand $MN = ML = d$ hat man

$$d = a \cos \omega \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Wenn die beiden Arme ungleiche Längen a und b haben, so ist der Schub sowie die Seitenabweichung ebenfalls für beide Stangen verschieden, und zwar:

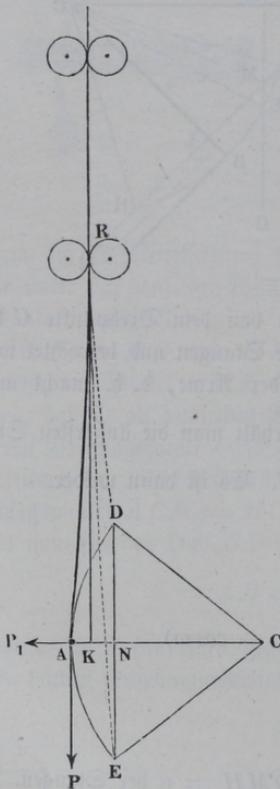
$$s_1 = 2 a \sin \omega; \quad s_2 = 2 b \sin \omega$$

$$f_1 = a (1 - \cos \omega); \quad f_2 = b (1 - \cos \omega),$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{a}{b}.$$

Beispiel. Für einen Ablenkwinkel zweier Stangen $\alpha = 30^\circ$, einen Gefängschub $s = 1,5$ Meter und eine Armlänge $a = 2 s = 3$ Meter hat man bei einer einfachen Schwinde den halben Schwingungswinkel

Fig. 419.



$$\sin \omega = \frac{1,5}{6 \cos 15^\circ} = 0,258; \quad \omega = 14^\circ 56'$$

und die Seitenbewegung:

$$f = 3 (1 - \cos 29^\circ 56') = 0,400 \text{ Meter.}$$

Bei Anwendung einer zweiarmligen Schwinde dagegen hat man:

$$\sin \omega = \frac{1,5}{6} = 0,25; \quad \omega = 14^\circ 29';$$

$$f = 3 (1 - \cos 14^\circ 29') = 0,095 \text{ Meter,}$$

$$d = 3 \cos 14^\circ 29' \tan 15^\circ = 0,778 \text{ Meter.}$$

Anmerkung. Wenn eine Stange an dem einen Ende mit einer Schwinde in Verbindung steht, während das andere Ende in einer geraden Linie geführt wird, so ist es wegen der Bogenbewegung des ersteren Endpunktes erforderlich, den anderen Endpunkt drehbar, also mittelst eines Gelenks mit dem gerade geführten Organ (Pumpenstange) zu verbinden, damit die Stange nur Schub- und Druckkräften in ihrer Axe und keinen biegenden Wirkungen ausgesetzt sei. Das letztere tritt dagegen ein, wenn die betreffende Stange mit dem gerade geführten Organe in starrer Weise verbunden ist, oder wenn die Stange selbst durch Geradführungen am anderen Ende verhindert ist, von der Richtung der geraden Linie abzuweichen. In diesem durch Fig. 419 veranschaulichten Falle wird die Stange AR wegen der Abweichung $AK = \frac{f}{2}$ zu einer Biegung veran-

laßt, indem außer der in A auf Zug oder Druck wirkenden Kraft P noch eine andere dazu senkrechte Biegeungskraft P_1 zur Wirkung kommt. Das auf Biegung resp. auf Bruch wirkende Moment ist in diesem Falle für den gefährdeten Querschnitt in R bestimmt durch

$$M = P_1 \cdot \overline{KR} - P \cdot \overline{AK} = P_1 l_1 - P \frac{f}{2},$$

und bestimmen sich die Abmessungen des Querschnitts in diesem Falle nach den in Th. I, §. 283 für die Biegung gespannter Balken entwickelten Regeln.

Gestängkreuze (Winkelhebel). Die Dimensionen der Gestänge- §. 108.
kreuze und Winkelhebel ermitteln sich aus den einwirkenden Kräften nach den bekannten Regeln der Festigkeit. Was zunächst die einfachen Schwingen anbetrifft, welche lediglich zur Unterstützung oder Führung von Gestängen dienen, so sind die sämtlichen Theile derselben, nämlich Zapfen, Axe und Schwingarm nur durch das Gewicht des auf ihnen ruhenden Gestängtheiles belastet, und bestimmen sich die Stärken der Zapfen und der Axe nach den in den §§. 3 und 6 angegebenen Regeln für Tragzapfen und Tragaxen. Die Größe der von dem Gestänge übertragenen Kraft P ist hierbei, so lange die beiden Stangenenden an einem gemeinschaftlichen Bolzen angreifen, nur insofern auf die Zapfenstärke von Einfluß, als dieser Bolzen durch diese Kraft auf Abscheerung in Anspruch genommen wird. Wenn indessen, wie bei den Bruchschwingen und Kreuzen immer der Fall ist, die beiden Stangenenden an verschiedenen Bolzen angreifen, so sind nicht nur diese letzteren, sondern auch alle zwischen ihnen gelegenen Verbindungstheile, also die Arme und die Drehaxe der Einwirkung dieser Kraft unterworfen, und mit Rücksicht auf dieselbe zu bestimmen.

Seien a und b die Längen der Arme AC und BC eines Kreuzes oder Winkelhebels, Fig. 420 (a. f. S.), die einen Winkel β mit einander einschließen, und seien P und Q die an A und B wirkenden Kräfte, so hat man unter Vernachlässigung der Eigengewichte sowie der Reibungswiderstände und sonstigen Nebenhindernisse

$$Pa = Qb$$

und den Axendruck

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \beta} = P \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b} \cos \beta}.$$

Aus P und Q bestimmen sich dann die Zapfendurchmesser nach der Art der Angriffsweise. Ist nämlich der Arm mit beiderseits hervorragenden Zapfen nach Fig. 421 versehen, an denen die Stange mit einer Gabel angreift, so daß jeder Zapfen $\frac{P}{2}$ zu übertragen hat, so folgt die Zapfenstärke d

$$M = \frac{P}{2} \frac{l}{2} = \frac{W}{e} k = \frac{\pi d^3}{32} k,$$

zu

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{P}{4k} \frac{l}{d}} = 1,6 \sqrt[3]{\frac{P \lambda}{k}},$$

wenn mit λ wieder das Längenverhältniß $\frac{l}{d}$ bezeichnet wird, welches in diesem Falle meist zwischen 1 und 1,2 liegt, und k die höchstens zulässige Span-

Fig. 420.

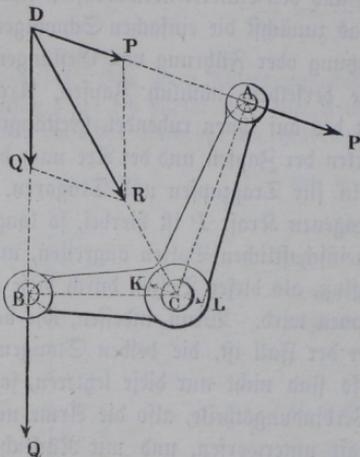
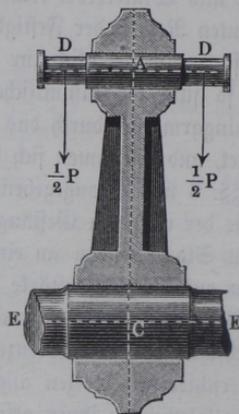


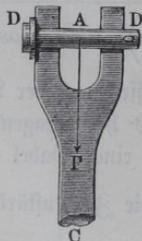
Fig. 421.



nung des Zapfenmaterials, $k = 6^k$ für Schmiedeeisen, $k = 10^k$ für Stahl bedeutet. (Gußeisen wird für Zapfen in diesem Falle niemals angewendet.)

Die Anwendung einer auf dem Bolzen drehbaren Gabel ist indessen erfahrungsmäßig nicht zu empfehlen, vielmehr ist es meist gebräuchlich, den Arm nach Fig. 422 mit einem gabelförmigen Kopfe zu versehen, in welchem

Fig. 422.



der Bolzen DD undrehbar befestigt ist, und um dessen mittleren Theil die Stange sich drehen kann. Das Angriffsmoment ist in diesem Falle, unter l die freie Länge des Bolzens zwischen den Gabelbacken verstanden, durch $\frac{Pl}{4}$ gegeben, so daß sich d ebenfalls durch $d = 1,6 \sqrt[3]{\frac{P \lambda}{k}}$ bestimmt. Dieselbe Formel dient auch zur Bestimmung des Durchmessers für jeden Zapfen der Drehaxe, vorausgesetzt, daß man für P den Druck $\frac{R}{2}$ in die Formel

einführt. Die Stärke D der Drehaxe in der Mitte indessen ergibt sich, unter L die Entfernung der Lager von Mitte zu Mitte verstanden, aus

$$\frac{RL}{4} = \frac{\pi}{32} D^3 k \text{ zu } D = 1,38 \sqrt[3]{\frac{RL}{k}}$$

Die Dimensionen der Arme bestimmen sich nach der Formel für die relative Festigkeit eines an einem Ende festgehaltenen Balkens von der Länge a resp. b , dessen freies Ende durch die Kraft P beziehungsweise Q belastet ist, also aus

$$Pa = \frac{W}{e} k$$

(s. Th. I, §. 235).

Die Länge der Nabe kann man zu $1,5 D$ und ihre Wandstärke zu $0,4 D$ annehmen, während der Nabensitz der Ase $1,2 D$ stark gemacht werden kann, wenn D die berechnete Stärke der Ase in der Mitte bezeichnet (siehe Tragaxen, §. 6 u. 7).

Um die Arme der Kunstkreuze nicht auf Abbrechen in Anspruch zu nehmen, welche Anstrengung eine sehr ungünstige ist und daher beträchtlichen Materialaufwand erfordert, pflegt man die Arme größerer Kreuze unter einander durch diagonale Verbindungsstücke zu vereinigen, welche als Spannstangen oder als Streben wirken, je nachdem die in den Stangen wirkenden Kräfte die Arme aus einander zu ziehen oder gegen einander zu drücken suchen.

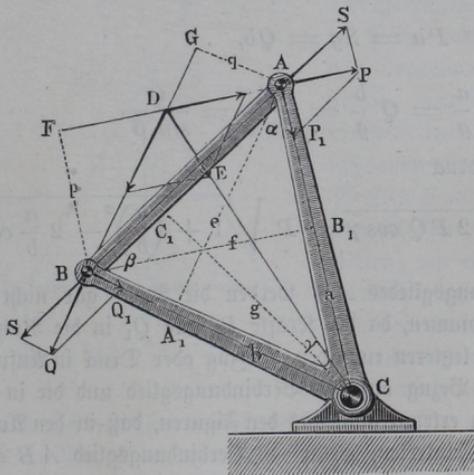
Seien $CA = a$ und $CB = b$, Fig. 423 und 424, die Arme einer

Bruchschwinde, deren Brechungswinkel ACB durch γ ausgedrückt sei, und seien die Endpunkte durch eine gerade Stange AB von der Länge e verbunden, so hat man für die mittlere Stellung der Schwinde, in welcher die Kräfte P und Q an den Zapfen A und B senkrecht zu den Armen gerichtet sind:

$$Pa = Qb.$$

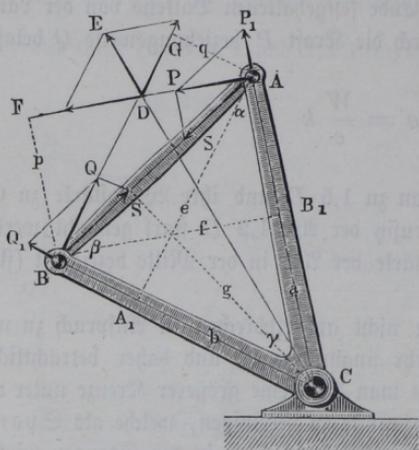
Durch diese Kräfte werden in den Armen und in der Verbindungs-

Fig. 423.



stange die Spannungen resp. Pressungen P_1 , Q_1 und S hervorgerufen, welche sich ohne Weiteres angeben lassen, sobald man die Höhen e , f und g des Dreiecks ABC sowie die normalen Abstände $BF = p$ der Kraft P von B und $AG = q$ der Kraft Q von A kennt, welche Größen aus der Zeich-

Fig. 424.



nung entnommen oder aus den Elementen des Dreiecks ABC leicht berechnet werden können. Das Gleichgewicht der an A angreifenden Kräfte P, P_1 und S ergibt nämlich für den Momentenmittelpunkt B :

$$Pp = P_1f,$$

also

$$P_1 = P \frac{p}{f} = P \cotang \alpha,$$

und ebenso das Gleichgewicht der an B wirkenden Kräfte Q, Q_1 und S für den Momentenmittelpunkt A :

$$Qq = Q_1e,$$

oder

$$Q_1 = Q \frac{q}{e} = Q \cotang \beta.$$

Ferner hat man für den Momentenmittelpunkt C :

$$Pa = Sg = Qb,$$

oder

$$S = P \frac{a}{g} = Q \frac{b}{g} = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta}.$$

Endlich folgt der Axendruck

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \gamma} = P \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2 \frac{a}{b} \cos \gamma}.$$

Vermöge des Verbindungsgliedes AB werden die Arme gar nicht auf Biegung in Anspruch genommen, da die Kräfte P_1 und Q_1 in die Richtungen der Arme fallend, die letzteren entweder auf Zug oder Druck in Anspruch nehmen. Gleiches gilt in Bezug auf das Verbindungsglied und die in ihm auftretende Kraft S . Man erkennt auch aus den Figuren, daß in den Armen AC und BC Pressungen eintreten, wenn das Verbindungsglied AB einer Zugspannung unterworfen ist und umgekehrt. Während daher in Fig. 423

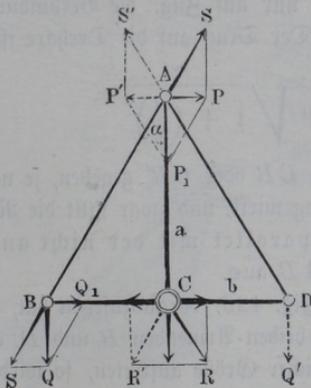
das Verbindungsglied AB als ein Anker oder eine Zugstange angesprochen wird, hat dasselbe in Fig. 424 als eine Druckstrebe zu widerstehen, und wird daher, sobald die Stangen sowohl beim Hingange wie beim Rückgange wirken, das Glied AB sowohl wie die Arme abwechselnd gedrückt und gezogen werden. Auf diese Verhältnisse ist bei der Wahl des Materials Rücksicht zu nehmen, da sich für gezogene Theile insbesondere das Schmiedeeisen und für nur gedrückte Theile das Gußeisen besonders eignet. Die Bestimmung der Querschnitte F der Arme und des Verbindungsgliedes ergibt sich in jedem Falle leicht durch

$$F = \frac{K}{k},$$

wenn K die in dem betreffenden Constructionsgliede wirkende Kraft und k die höchstens im Materiale zulässige Spannung bedeutet. Hierbei hat man bei der Annahme von k , falls das Glied gedrückt wird, auf die Länge desselben geeignete Rücksicht zu nehmen, indem man k nach den Th. I, §. 274 entwickelten Regeln für die Festigkeit gegen Zerknicken ermittelt.

Es kommt in der Praxis sehr häufig vor, daß man die Bewegung eines Gestänges dazu benutzt, um durch eine Bruchschwinde gleichzeitig zwei andere zu einander parallele Stangen zu bewegen, namentlich findet diese Anordnung zur Bewegung der Kolbenstangen von paarweise neben einander angeordneten Pumpen für Grubenbetrieb und bei Bauentwässerungen statt. In solchem Falle pflegt man die Bruchschwinde meist nach Fig. 425 mit drei Armen

Fig. 425.



AC , BC , DC zu versehen, welche durch die Streben AB und AD versteift sind. Der Hebelarm $AC = a$ der Kraft bildet hierbei fast immer rechte Winkel mit dem Doppelarm $BD = 2b$ der Widerstände. Die Anstrengung der einzelnen Constructionstheile hängt hierbei wesentlich davon ab, ob die Widerstände an den Punkten B und D fortwährend beim Hin- und Rückgange der Stangen gleichzeitig wirken, wie es bei Anhängung doppelt wirkender Pumpen der Fall ist, oder ob, wie bei einfach wirkenden Pumpen, nur abwechselnd in B und D ein Widerstand nach derselben Richtung wirkend

eintritt. In dem letzteren Falle wird, wenn die Kraft P in der Richtung AP und in B ein Widerstand Q in der Richtung BQ wirkt, nach dem Vorhergehenden in AC eine Druckkraft

$$P_1 = P \frac{a}{b},$$

in BC eine Druckkraft

$$Q_1 = Q \frac{b}{a} = P$$

und in AB eine Zugkraft

$$S = \frac{P}{\sin \alpha}$$

zur Aeußerung kommen. Die Stange AD und der Arm CD kommen dabei erst bei der entgegengesetzten Bewegung zur Wirkung, wenn die Kraft P in der Richtung AP' einwirkt und der Widerstand Q' in D auftritt. Hierbei stellt sich in AC eine Druckkraft

$$P_1 = P \frac{a}{b},$$

in DC eine solche

$$Q_1 = Q \frac{b}{a} = P$$

und in AD eine Zugkraft

$$S = \frac{P}{\sin \alpha}$$

ein. Die Arme der Schwinde werden daher hierbei nur gedrückt, und zwar BC und DC abwechselnd, AC dagegen immer, die Verbindungsstangen dagegen nur gezogen und zwar ebenfalls abwechselnd. Hätten die Widerstände Q die entgegengesetzte Richtung, wie dies bei Druckpumpen der Fall ist, so würden, wie leicht zu ersehen, die Arme nur auf Zug, die Verbindungsstangen auf Druck beansprucht werden. Der Druck auf die Drehaxe ist in jedem Falle durch

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = P \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

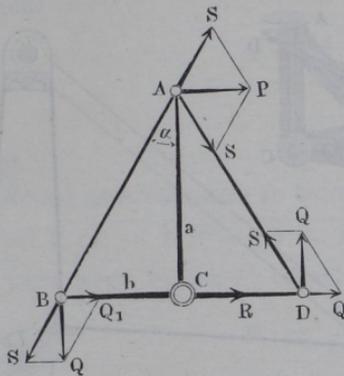
gefunden, die Richtung desselben ist durch CR oder CR' gegeben, je nachdem P in der einen oder anderen Richtung wirkt, und zwar fällt die Richtung von R , wie leicht zu ersehen, stets parallel mit der nicht angelegten Verbindungsstange AD oder AB aus.

Wenn man jedoch in anderen Falle, Fig. 426, voraussetzen hat, daß die Widerstände Q , Q gleichzeitig an den beiden Armenden B und D , also immer entgegengesetzt wirkend und in gleicher Größe auftretend, so wird in dem Arme AC der Kraft P eine Wirkung gar nicht eintreten, vielmehr wird P in jeder der beiden Verbindungsstangen AB und AD eine Kraft

$$S = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

hervorrufen, welche beim Hin- und Rückgange abwechselnd die eine der Verbindungsstangen drückt und die andere zieht. Ebenso wird immer der eine Arm gezogen und der andere gedrückt durch eine Kraft

Fig. 426.



$$Q_1 = \frac{P}{2},$$

und zwar wird stets derjenige Arm gedrückt, dessen Verbindungsstange gezogen wird und umgekehrt. Die Axe ist in diesem Falle fortwährend einem Drucke $R = 2 Q_1 = P$ ausgesetzt, dessen Richtung mit derjenigen von P übereinstimmt.

Schwinge oder ein Kreuz (Kunstkreuz, Gestängkreuz). Wenn man hierbei bewegende Stangen sowohl in A wie auch in E angreifen läßt, so ist es klar, daß die Bewegung durch eine abwechselnd in A und E wirkende Zugkraft P bewirkt werden kann, wie auch die Widerstände Q in B und D beschaffen sein mögen. Man kann daher, anstatt zur Uebertragung der Bewegung eine starre ziehend und drückend wirkende Stange in A anzuwenden, sich auch zweier in A und E angeknüpfter Seile oder Ketten bedienen. Die Art der Uebertragung der alternirenden Bewegung auf große Entfernungen mit Hilfe von Drahtseilen hat in neuerer Zeit häufigere Verwendung gefunden, da diese Ausführung mancherlei Vorzüge vor der Anwendung der Stangen darbietet. (S. folg. Capitel.)

Fig. 427.

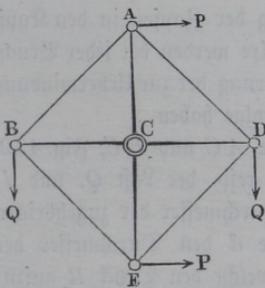
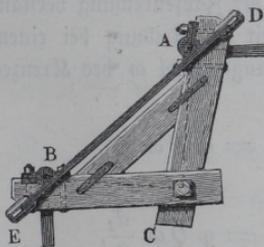


Fig. 428.



Die Construction der Bruchschwingen ist aus den Figuren 428 bis 431 ersichtlich. Fig. 428 stellt eine hölzerne und Fig. 429 eine gußeiserne Schwinge vor, während die in Fig. 430 dargestellte Schwinge*) zum großen Theile aus Schmiedeeisen besteht. Wenn es darauf ankommt, ein Gestänge genau in seiner Axenrichtung

*) S. Rittinger, Erfahrungen, Jahrg. 1870.

*) S. Rittinger, Erfahrungen, Jahrg. 1870.

zu bewegen, so gestaltet man auch wohl nach Fig. 431 den betreffenden Arm an seinem Ende bogenförmig, und schließt die Stange mittelst einer

Fig. 429.

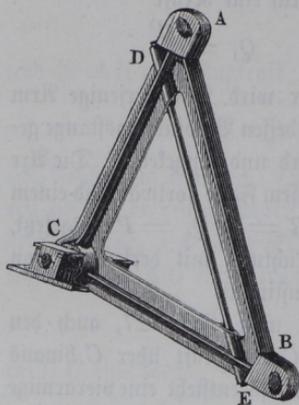


Fig. 431.

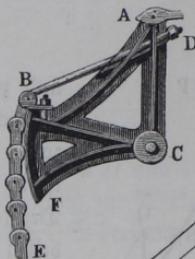
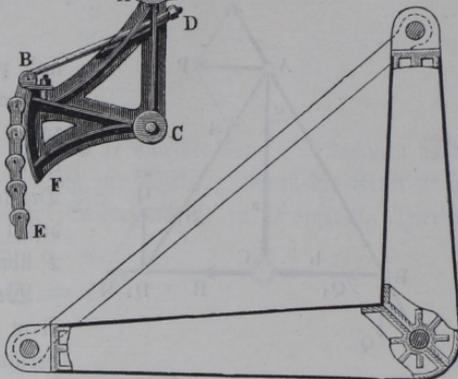


Fig. 430.

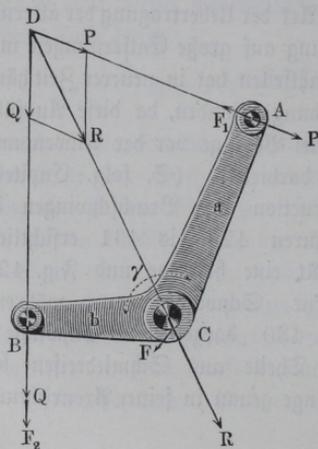


Laschenfette an. Diese Ausführung ist natürlich nur dann möglich, wenn das Gestänge lediglich auf Zug in Anspruch genommen wird.

§. 109. **Reibungswiderstände.** Durch die Reibung der Zapfen in den Kopflagern der Gestänge und in den Stützlagern der Axe werden bei jeder Bruchschwinde Widerstände erzeugt, welche eine Vergrößerung der zur Ueberwindung des Widerstandes Q erforderlichen Kraft P zur Folge haben.

Bezeichnen wieder a und b die Längen der Arme AC und BC , Fig. 432,

Fig. 432.



der Kraft P , resp. der Last Q , und d_1 und d_2 die Durchmesser der zugehörigen Bolzen, sowie d den Durchmesser der Axenzapfen, welche den Druck R aufzunehmen haben, so beträgt, unter φ den Coefficienten der Zapfenreibung verstanden, die Arbeit der Reibung bei einem kleinen Drehungswinkel ω des Kreuzes in A :

$$W_1 = \varphi P \omega \frac{d_1}{2},$$

in B :

$$W_2 = \varphi Q \omega \frac{d_2}{2},$$

in C :

$$W = \varphi R \omega \frac{d}{2},$$

und man hat daher zur Bestimmung der nöthigen Kraft

$$P \omega a = Q \omega \left(b + \varphi \frac{d_2}{2} \right) + \varphi P \omega \frac{d_1}{2} + \varphi R \omega \frac{d}{2},$$

woraus

$$P = \frac{Q \left(b + \varphi \frac{d_2}{2} \right) + R \varphi \frac{d}{2}}{a - \varphi \frac{d_1}{2}}$$

folgt.

Streng genommen wäre in dieser Formel

$R = \sqrt{(P - F_1)^2 + (Q + F_2)^2} - 2(P - F_1)(Q + F_2) \cos \gamma$ zu setzen, worin F_1 und F_2 die auf die Stangen reducirten Bolzenreibungen

$$F_1 = \frac{W_1}{\omega a} = \varphi P \frac{d_1}{2a}$$

und

$$F_2 = \frac{W_2}{\omega b} = \varphi P \frac{d_2}{2b}$$

bedeuten. Doch genügt es, für R den Werth

$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \gamma} = Q \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{b}{a} \cos \gamma}$ einzuführen, wodurch man

$$P = Q \frac{b + \varphi \frac{d_2}{2} + \varphi \frac{d}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{b}{a} \cos \gamma}}{a - \varphi \frac{d_1}{2}}$$

erhält.

Ohne Reibungswiderstände hätte man zur Ueberwindung der Last Q eine Kraft

$$P_0 = Q \frac{b}{a}$$

nöthig, daher hat man

$$\frac{P_0}{P} = \eta = \frac{b}{a} \frac{a - \varphi \frac{d_1}{2}}{b + \varphi \frac{d_2}{2} + \varphi \frac{d}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{b}{a} \cos \gamma}}.$$

Den Werth $\frac{P_0}{P} = \eta$, oder das Verhältniß der ohne Widerstände theoretisch nur erforderlichen Kraft P_0 zu der wirklich aufzuwendenden Kraft P pflegt man den Wirkungsgrad oder den Nutzeffect des betreffenden

Getriebes zu nennen; dieser Werth ist natürlich wegen der schädlichen Widerstände immer kleiner als Eins.

Bei der vorstehenden Untersuchung ist auf den Einfluß des Eigengewichtes der Stangen und des Kreuzes keine Rücksicht genommen; soll dies bei genauen Ermittlungen geschehen, so hat man bei der Bestimmung der Zapfenreibung neben P , Q und R noch die von den Zapfen aufgenommenen Componenten der Eigengewichte in Rechnung zu stellen. Wenn z. B. G das auf die Axe entfallende Gewicht des Kreuzes und der Stangentheile bedeutet und δ den Winkel der Azenkraft R mit der Schwerkraft bezeichnet, so hätte man genauer die Azenreibung als

$$\varphi \sqrt{R^2 + G^2 + 2RG \cos \delta}$$

anstatt φR einzuführen. Man ersieht hieraus, daß das Gewicht G unter Umständen die Reibung vermindern kann, wenn der Winkel δ ein stumpfer ist, obwohl in den meisten Ausführungen durch das Eigengewicht der Constructionstheile eine Vergrößerung der schädlichen Widerstände, also eine Verringerung des Wirkungsgrades erzeugt wird.

Beispiel. Für eine gleicharmige schmiedeeiserne Bruchschwinde, welche die Richtung einer Gestängkraft Q von 10000 Kilogramm um einen Winkel von 60° ablenken soll, hat man Folgendes: Die Bolzenstärke für beide Arme ist, wenn $\lambda = \frac{l}{d} = 1,2$ und $k = 6$ Kilogramm angenommen wird, gegeben durch

$$d_1 = d_2 = 1,6 \sqrt{10000 \cdot \frac{1,2}{6}} = 71,5 = \text{rot. } 75 \text{ Millimeter,}$$

daher die freie Bolzenlänge $l = 90$ Millimeter.

Der Azendruck R folgt ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes zu

$$R = 2 Q \sin 30^\circ = Q = 10000 \text{ Kilogramm,}$$

daher die Stärke der Aze in der Mitte bei einer Entfernung der Zapfen von Mitte zu Mitte $l = 0,5$ Meter, zu

$$D = 1,38 \sqrt[3]{\frac{10000 \cdot 500}{6}} = 129,8 = 130 \text{ Millimeter.}$$

Ferner ist die Stärke d der Azenzapfen bei $\lambda = 1,5$ gleich

$$d = 1,6 \sqrt[3]{5000 \cdot \frac{1,5}{6}} = 56,6 = \text{rot. } 60 \text{ Millimeter}$$

sowie deren Länge ebenfalls $l = 90$ Millimeter. Die Spannung in der Spannflange ist hier

$$S = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{10000}{\sin 60^\circ} = 11547 \text{ Kilogramm,}$$

daher deren erforderlicher Querschnitt:

$$f = \frac{11547}{6} = 1925 \text{ Quadratmillimeter.}$$

Die Arme sind der Druckkraft $Q_1 = P_1 = Q \cotang 60^\circ = 10000 \cdot 0,5774 = 5774$ Kilogramm unterworfen, wonach deren Querschnitt, wenn man nach Th. I,

§. 274 die zulässige Druckspannung zu k ermittelt, durch $\frac{5774}{k}$ sich bestimmt. Nimmt man ferner noch die Armlänge $a = b = 1,5$ Meter an, so bestimmt sich unter Zugrundelegung eines Coefficienten für die Zapfenreibung $\varphi = 0,1$ die erforderliche Zugkraft

$$P = 10000 \frac{1500 + 0,1 \cdot 37,5 + 0,1 \cdot 30 \sqrt{1 + 1 - 2 \cos 60^\circ}}{1500 - 0,1 \cdot 37,5}$$

$$= 10070 \text{ Kilogramm.}$$

Der Wirkungsgrad der Schwinge beträgt daher

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{10000}{10070} = 0,993,$$

d. h. die Reibungen haben nur einen Verlust von 0,7 Proc. der Arbeitsleistung im Gefolge.

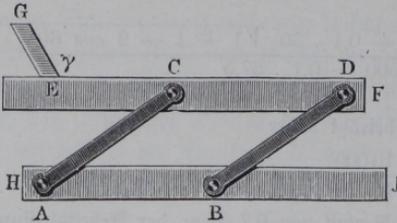
Parallelführungen. Es kommt häufig in der Technik der Fall vor, §. 110. daß man stangenförmige oder anders gestaltete Maschinenteile so zu bewegen hat, daß alle Lagen, welche die gerade Verbindungslinie irgend zweier Punkte des Körpers einnehmen kann, zu einander parallel bleiben. Eine solche Führung nennt man eine Parallelführung, und war bereits in §. 107 erwähnt worden, daß eine an beiden Enden durch zwei gleich lange parallel gestellte Schwingen unterstützte Stange, Fig. 414, einer solchen Parallelführung unterworfen ist. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Art der Bewegung auch dadurch charakterisirt ist, daß alle Punkte des parallelgeführten Körpers in zu einander parallelen und congruenten Bahnen sich bewegen, welche ebensowohl geradlinige wie ebene oder räumlich gekrümmte sein können. In dem gedachten Falle des §. 107 sind diese Bahnen offenbar Kreisbogen, deren Halbmesser durch die Länge der Schwingen gegeben ist.

Es ist ersichtlich, daß es für die Parallelführung eines starren Körpers genügt, zwei Punkte desselben in der gedachten Weise in parallelen und congruenten Bahnen zu führen, vorausgesetzt nur, daß der Körper nicht auch gleichzeitig eine Drehung um eine Axe annehmen kann, welche mit der geraden Verbindungslinie jener beiden geführten Punkte parallel ist. Es ist indessen nicht ausgeschlossen, zur Parallelführung eines Körpers mehr als zweien seiner Punkte ihre Bahnen vorzuschreiben, und findet dies in der Ausführung öfter statt, wenn man die Bewegung mit besonderer Sicherheit bewirken will.

Die einfachste Art einer Parallelführung gewährt das unter dem Namen des Parallellineals bekannte, beim Zeichnen zuweilen angewandte Instrument, Fig. 433 a. f. S., bei welchem die beiden Lineale EF und HJ durch die gleich langen und parallelen Gelenkschienen AC und BD vereinigt sind. Die Bedingung der Richtigkeit ist nur die, daß $ABDC$ ein genaues Parallelogramm sei, dann wird, wie leicht ersichtlich, die Kante EF stets

dieselbe Richtung behalten, da die beiden Punkte *C* und *D* stets in congruenten und parallelen Bogen sich bewegen müssen. Es ist offenbar gar nicht

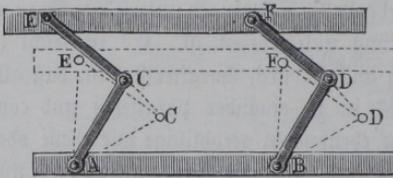
Fig. 433.



nöthig, daß die Kante *EF* parallel zu *AB* oder *CD* sein müsse, es wird im Gegentheil jede mit *EF* den beliebigen nur festen Winkel γ bildende Gerade *EG* ebenfalls sich selbst stets parallel bleiben.

Dieser Mechanismus, dessen Bewegung im Wesentlichen mit der mehrerwähnten Bewegung eines durch Schwingen unterstützten Gestänges übereinstimmt, findet u. A. bei den Locomotiven zur Kuppelung der Triebräder eine ausgedehnte Anwendung und sei dieserhalb auf das Capitel „Kurbelgetriebe“ verwiesen. Die Combination von zwei derartigen Parallelführungen nach Fig. 434 giebt das doppelte

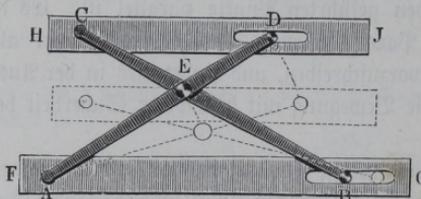
Fig. 434.



Parallellineal, welches nach dem Vorstehenden einer näheren Erläuterung nicht bedarf.

Das Diagonallineal, Fig. 435, ist ebenfalls eine, jedoch nur selten angewandte Parallelführung, die auf der bekannten Eigenschaft eines Trapezes *ABCD* beruht, wonach die Diagonalen mit den parallelen Seiten ähnliche Dreiecke bilden. Verbindet man daher zwei um *E* drehbare gerade Hebel *AD* und *BC* bei *A* und *C* drehbar mit den Schienen *FG* und *HJ*, und wählt die anderen Endpunkte *D* und *B* der Hebel,

Fig. 435.



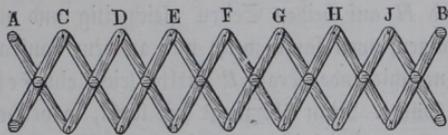
welche in Schlitzen der Schienen sich bewegen können, so daß $AE : BE = DE : CE$, so muß bei festgehaltener Schiene *FG* die Schiene *HJ* parallel geführt werden. Eine genaue Parallelführung ist hierbei jedoch wegen der Schlitz, in denen die Bolzen *B* und *D* sich führen, kaum zu

erwarten. Man hat diese Einrichtung wohl bei Parallelschraubstöcken angewandt, doch trifft die letzteren der Einwand mangelnder Stabilität.

Auf einer mehrfachen Combination dieses Diagonallineals beruht das unter

dem Namen der Nürnberger Scheere bekannte Kinderspielzeug, Fig. 436. Man hat dasselbe wohl auch zum Gebrauche als Theilzirkel vorgeschlagen,

Fig. 436.

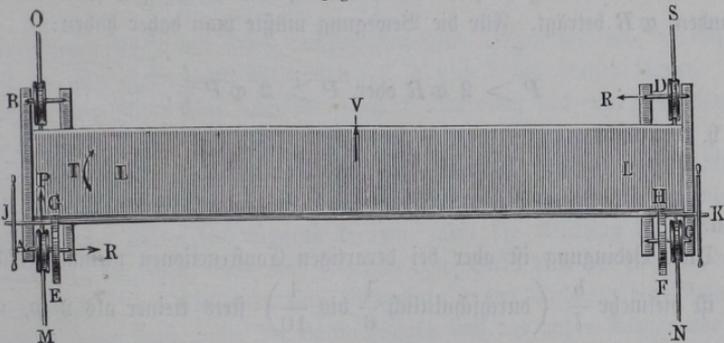


um z. B. die Eintheilung der Nietlöcher in den Blech- rändern bei der Dampf- kesselfabrikation leicht zu bewirken. Denkt man sich nämlich die Gelenkbolzen *ABC* . . . mit genau in den Arzen liegenden Spitzen

versehen, und stellt zwei Spitzen, z. B. *A* und *B*, auf die Endpunkte einer in gleiche Theile zu theilenden geraden Linie, so geben die zwischen *A* und *B* liegenden Spitzen *C, D* . . . die Theilpunkte für so viele Theile wie die Zahl der Intervalle zwischen *A* und *B* beträgt; vorausgesetzt, daß die einzelnen Glieder der Scheere sämmtlich gleich lang sind.

Bei den Lauftrahnen, wie sie zur Bauausführung von Brückenbauten und in den Montirsälen der Maschinenfabriken gebraucht werden, handelt es sich um die Parallelführung der im Verhältniß zu ihrer Breite oft sehr langen Laufbrücke für die Winde. Man bedient sich hierzu allgemein der Rollenführungen, indem man jedes Ende der zu bewegenden Brücke mit zwei Rollen oder Rädern *A, B* und *C, D*, Fig. 437, versteht, welche auf den beiderseits

Fig. 437.



auf dem Baugerüste resp. auf Mauerabsätzen fest gelagerten eisernen Schienen *MO* und *NS* laufen, derart, daß diese Räder mittelst der in ihren Umfang eingedrehten Nuthen oder Killen die Schienen umfassen und dadurch eine seitliche Verschiebung verhindern. Die Bewegung der Brücke *LL* geschieht dabei in der Regel dadurch, daß man auf jeder Seite eine der Arzen der Laufräder *A* und *C* mit je einem Zahnrade *E* und *F* versteht, in wel-

ches ein Getriebe G resp. H eingreift. Durch Drehung dieser Getriebe werden die betreffenden Laufräder A und C umgedreht und hierdurch die Brücke wie ein Wagen fortgefahren. Bei der großen Länge $AC = l$ der Brücke im Verhältniß zu dem geringen Radstande $AB = CD = b$ ist es immer erforderlich, die Getriebe G und H auf beiden Seiten gleichzeitig und mit gleicher Geschwindigkeit zu bewegen, weil sonst, wenn nur an dem Laufrade auf einer Seite, etwa an A , eine schiebende Kraft P wirkte, leicht ein Festklemmen der Brücke eintreten würde. Man überzeugt sich leicht, in welchem Falle ein solches Festklemmen unvermeidlich ist, durch folgende Betrachtung. Gesezt, es wirke nur an dem Laufrade A eine Kraft P , welche ein Fortschieben der Brücke in der Richtung des Pfeils V anstrebt, so wird diese Kraft, da sie nicht durch den Schwerpunkt der Brücke geht, gleichzeitig der Brücke ein Bestreben auf Rechtsdrehung im Sinne des Pfeiles T erteilen, und in Folge dessen werden die Laufräder A und D mit ihren inneren Rändern sich gegen die Lauffschienen nach außen drückend legen, wogegen die letzteren mit den gleichen und entgegengesetzten Gegendrücken R reagiren. Die Größe dieser Reactionen R bestimmt sich dann aus

$$Pl = Rb \text{ zu } R = P \frac{l}{b}.$$

Bei einer Fortbewegung der Brücke müssen daher zwischen den Schienenköpfen und den Spurkränzen der Räder gleitende Reibungen überwunden werden, deren Betrag an jeder Seite, unter φ den Reibungscoefficienten verstanden, φR beträgt. Für die Bewegung müßte man daher haben:

$$P > 2 \varphi R \text{ oder } P > 2 \varphi P \frac{l}{b},$$

d. h. es müßte

$$\frac{b}{l} > 2 \varphi$$

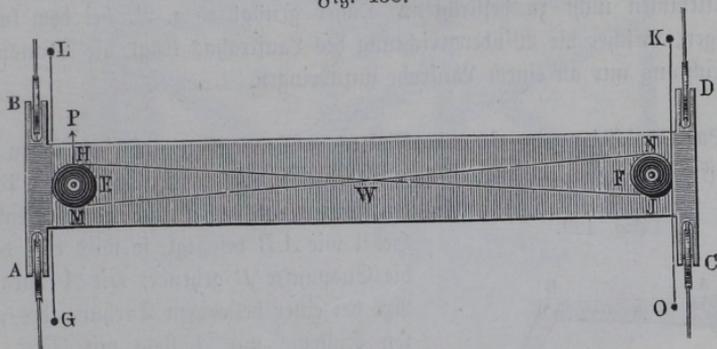
sein.

Diese Bedingung ist aber bei derartigen Constructionen niemals erfüllt, es ist vielmehr $\frac{b}{l}$ (durchschnittlich $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{10}$) stets kleiner als 2φ , und daher wird eine Bewegung der Brücke nicht eintreten können, wie groß man auch die Kraft P voraussetzen möge. Es tritt vielmehr ein Festklemmen der Brücke in ähnlicher Art ein, wie dies in Betreff des Spannklobens, §. 94, gezeigt worden. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, die bewegende Kraft auf beiden Seiten zugleich wirken zu lassen, in welchem Falle das Streben einer Drehung der Brücke verschwindet. Man bewirkt dies entweder dadurch, daß man die beiden Getriebe G und H fest auf eine gemeinsame, auf der Brücke gelagerte Welle setzt, durch deren von beliebiger Stelle aus erfolgende

Drehung beide Laufräder *A* und *C* gleichmäßig bewegt werden, oder auch wohl dadurch, daß auf beiden Seiten die Axen der Getriebe durch besondere Spillräder *J* und *K* bewegt werden, welche letztere Anordnung indessen viel unvollkommener ist, als die erst gedachte.

Bei den oft recht langen (15 Meter und darüber) Spindelwagen der Jenny- und Mulespinnmaschinen wendet man häufig eine andere Einrichtung an, welche den Zweck hat, die Wirkung einer an dem einen Ende des Wagens angreifenden Schubkraft auch auf das andere Ende zu übertragen. Zu diesem Zwecke ist der ebenfalls mit Laufrädern *A, B, C, D* auf den Lauffschienen gehende Spindelwagen *W*, Fig. 438, an jedem Ende auf

Fig. 438.



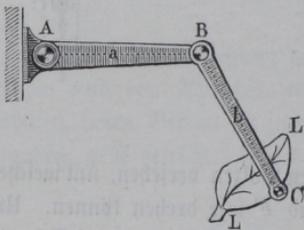
der unteren Fläche mit einem vorstehenden festen Bolzen versehen, um welchen sich je zwei gleich große Seiltrollen wie *E* und *F* lose drehen können. Um diese beiden Paare über einander liegender Seiltrollen sind nun zwei Schnüre *G H J K* und *L M N O*, deren Enden bei *G* und *K* bzw. bei *L* und *O* am Fußboden befestigt sind, derart geschlungen, daß das eine Seil, etwa *G H J K*, um die unteren, das andere Seil um die oberen Rollen geführt ist, und sich beide in der Mitte des Wagens kreuzen. Um die Wirkung dieser Kreuzschnüre zu verstehen, denke man sich dem einen Ende *AB* des Wagens durch eine Kraft *P* das Bestreben einer Bewegung in der Richtung des Pfeiles *P* erteilt, dann muß, unter der Voraussetzung, daß das andere Wagenende *CD* nicht folge, in der Schnur *G H J K* eine größere Spannung eintreten, als ursprünglich darin vorhanden ist, während dagegen das andere Seil *L M N O* an Spannung verliert. Die Folge davon ist dann, daß auch der Bolzen der Rollen *F* vermöge des Spannungsüberschusses des Seiles *JK* über dasjenige *NO* nach derselben Richtung gedrängt wird. Diese sehr wirksame Schnurführung ermöglicht daher die Bewegung des Spindelwagens durch eine an irgend welcher Stelle angreifende Kraft. Für den regelmäßigen Be-

trieb ist nur erforderlich, die Schüre stets in geeigneter Spannung zu erhalten, wenn sie durch den Einfluß der Temperatur oder Feuchtigkeit schlaff werden.

Wie aus den vorstehenden Ermittlungen sich ergibt, ist die Möglichkeit eines Festklemmens des Wagens nur bei verhältnißmäßig großer Länge und geringem Radstande vorhanden. Ist dagegen die Entfernung der Schienen gering im Verhältnisse zum Radstande, ist insbesondere $\frac{b}{l} > 2 \varphi$, also wenn φ recht groß, zu 0,25, angenommen wird, sobald $b > \frac{l}{2}$ ist, unter l wieder den Abstand der Schienen und unter b den Radstand verstanden, so ist ein Festklemmen nicht zu befürchten. Daher genügt es z. B. bei dem kurzen Wagen, welcher die Windevorrichtung des Laufrahms trägt, die Transportvorrichtung nur an einem Laufrade anzubringen.

§. 111. **Parallelführung durch Hebel.** Wenn man auf einer festen Axe A , Fig. 439, an zwei um eine gewisse Strecke von einander entfernten Punkten zwei gleich lange und gleich gerichtete Hebel wie AB befestigt, so wird eine durch die Endpunkte B gehende, mit A parallele

Fig. 439.

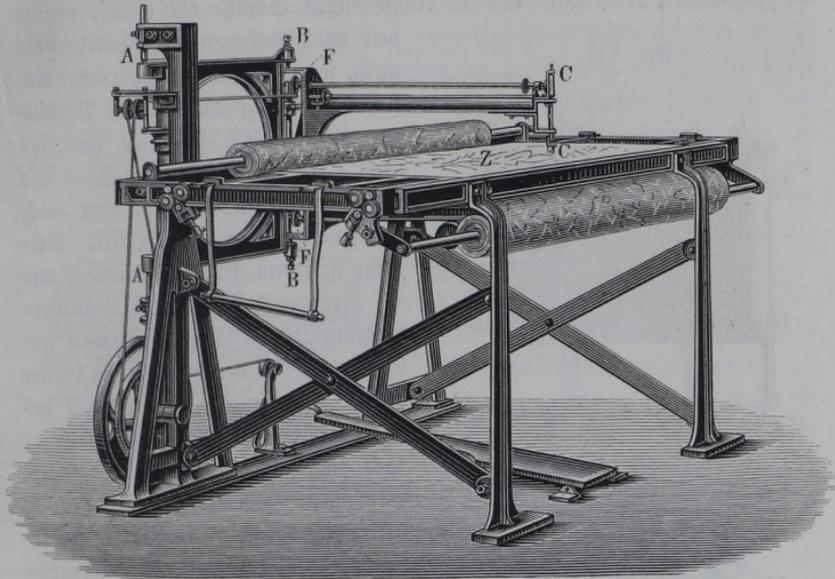


Axe bei einer beliebigen Drehung des ganzen Systems um A stets mit dieser Axe parallel bleiben. Dabei muß natürlich die Axe B stets in einem um A concentrischen Cylindermantel verbleiben. Denkt man dieselbe Construction zum zweiten Male ausgeführt, indem man auf der Axe B ebenfalls zwei gleich lange und in derselben

Ebene liegende Arme BC anbringt, so bleibt auch eine durch die Endpunkte C gehende Gerade stets mit den Axen A und B parallel. Hierbei ist übrigens der Geraden in C vollkommene Freiheit der Bewegung gelassen, und man kann z. B. den Punkt C auf einer beliebigen ebenen Curve LCL entlang führen, so lange dieselbe keinen größeren Abstand von A hat, als die Summe der beiden Arme $AB + BC$ beträgt. Man kann hierbei nicht eigentlich von einer Parallelführung eines Körpers, sondern nur von einer Parallelführung gerader Linien sprechen, da vermöge des Mechanismus nicht beliebige, sondern nur solche Linien ihren Parallelismus fortwährend behalten, welche, wie B und C , mit der Axe A parallel sind, wogegen z. B. die Arme AB und BC jede beliebige Richtung annehmen können. Man bedient sich dieses Mittels in der Praxis unter anderem bei den sogenannten Tambourir- oder Brodirmaschinen, zum Aufnähen von Litzen und

Schnüren auf Gardinen, Fig. 440. Hierbei findet die in der Verticalen durch *C* auf- und niedersteigende Nadel ihre Führung in dem um die Spitzen *BB* drehbaren gußeisernen Rahmen *BC*, während die Hörnerspitzen *BB*

Fig. 440.



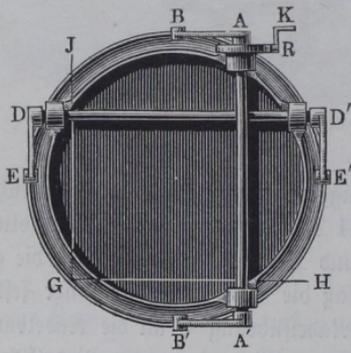
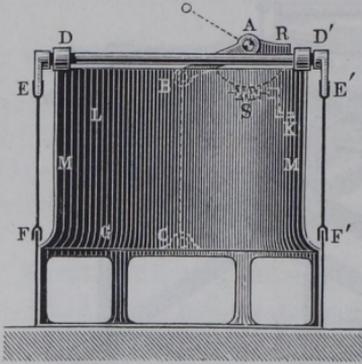
selbst in einem anderen Rahmen *AB* angebracht sind, welcher in gleicher Weise um die am Gestell festen Spitzen *AA* drehbar ist. Durch Schnurrollen, deren Axen genau in die Geraden *AA* und *BB* fallen, sowie durch die conischen Rädchen *F* ist Sorge getragen, daß die Bewegung von einer festen Betriebsaxe aus in allen Stellungen der Nadelführung *C* an die Nadelbarre resp. den Greiferhaken übertragen werden kann. Wenn daher der Nadelführer *C* auf dem horizontal ausgespannten Zeugstücke *Z* nach einer darauf entworfenen Zeichnung entlang geführt wird, so wird ein Benähen des Stoffes nach dem Umriss dieser Zeichnung stattfinden, in der Art, wie sie bei den bekannten Tüllgardinen beliebt geworden ist. Das Zeug liegt hierbei fest und bedarf keiner anderen Bewegung, als des von Zeit zu Zeit erforderlich werdenden Aufwickelns von fertigem Fabrikat auf die betreffende Walze.

Eine Vereinigung von zwei derartigen Hebelmechanismen ist von Redtenbacher*) zur Parallelführung einer Ringschütze für Turbinen angewendet worden. Die entsprechende Einrichtung ist durch Fig. 441 (a. f. S.) ver-

*) Siehe Redtenbacher, Bewegungsmechanismen, Taf. LXIII.

sinnlich. Wenn an dem verticalen Turbinenrohre MM eine Welle AA' horizontal gelagert ist, welche die beiden gleich langen und in dieselbe Richtung gestellten, d. h. in derselben Ebene liegenden Hebel AB und $A'B'$ trägt, und man verbindet die Zapfen B und B' durch zwei gleich lange und parallele Zugstangen BC , $B'C'$ mit der ringförmigen Schütze $CFC'F'$, welche

Fig. 441.

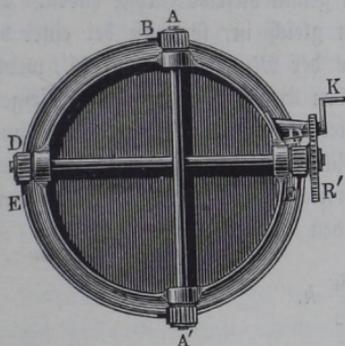
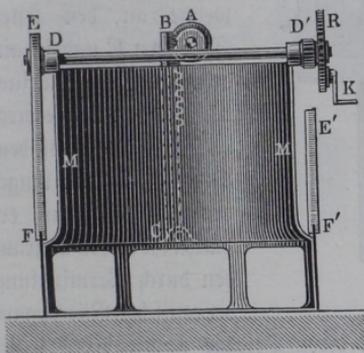


den durchbrochenen Rohrsockel umgiebt, so ist es klar, daß vermöge dieser Anordnung die gerade Verbindungslinie CC' stets zu der Axe AA' parallel bleiben muß. Die Schütze selbst ist dadurch aber noch keineswegs parallel geführt, vielmehr ist jedem Punkte derselben, wie G , vermöge der gedachten Hebelverbindung ABC noch die Freiheit gelassen, sich in der durch G gelegten auf AA' normalen Ebene GH beliebig zu bewegen. Wenn man jedoch die Schütze mit einer zweiten derartigen Hebelanordnung DEF verbindet, so zwar, daß DD' ebenfalls normal zur Axe des Turbinenrohres und $DE \parallel D'E'$ und $EF \parallel E'F'$ ist, so wird in Folge dieser zweiten Verbindung irgend ein Punkt G der Schütze gezwungen sein, bei seiner Bewegung in der durch G zur Axe DD' normal gelegten Ebene GJ zu verbleiben. Es ergibt sich hieraus, daß der Punkt G lediglich in der Durchschnittslinie GL der beiden erwähnten Normalebenen zu AA' und BB' verbleiben muß, welche Schnittlinie parallel zur Axe des Rohres ist. Da diese Betrachtung in gleicher Art für jeden beliebigen Punkt der Schütze gilt, so folgt daraus die Parallelführung der letzteren. Da man die Zugstangen jeder Axe hierbei am besten an diametral gegenüber liegenden Punkten C , C' und F , F' der Schütze wird angreifen lassen, so liegen die Axen AA' und DD' außerhalb der Rohrmitte, auf diese Weise den Raum für die Turbinenwelle frei lassend. Wollte man die Hebel AB und DE groß genug wählen, so würde nichts im Wege stehen, die Axen AA' und DD' ganz außerhalb des Turbinenrohres zu lagern. Diese Axen liegen, wie aus der Figur ersichtlich, nicht in

derselben Ebene, um an einander vorübergehen zu können, man wird sie in der Regel unter rechten Winkeln sich kreuzen lassen, doch ist diese Bedingung keine nothwendige, sie können auch schiefe Winkel mit einander bilden, wenn sie nur normal zu der Führungsgeraden, d. h. der Rohre, aufgestellt sind. Auch ist es nicht erforderlich, die Hebel AB von gleicher Länge mit denen DE zu machen, wenn nur die Hebel jeder Ase unter sich gleich und parallel gestellt sind. Endlich kann die Bewegung der Schütze in irgend welcher Weise z. B. so geschehen, daß an einem beliebigen Punkte G durch eine Schraube oder Zahnstange eine Hebkraft angreift, am einfachsten wird es sein, der einen Hebelaxe AA' mit Hülfe eines Schneckenrades R und der

Schraube S (s. Schrauben) von einer Kurbel K aus eine Drehung zu ertheilen.

Fig. 442.

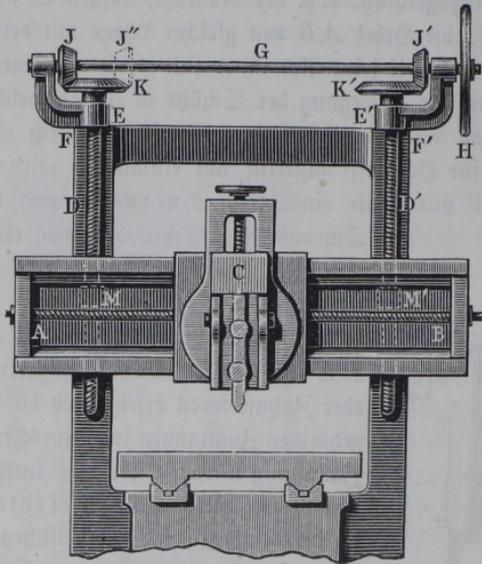


Denkt man die Hebel AB , $A'B'$, DE und $D'E'$ durch Zahngetriebe oder Zahnsectoren ersetzt, und die zugehörigen Zugstangen in entsprechende Zahnstangen umgebildet, so entsteht eine andere gleichfalls von Kettenbacher angegebene Parallelführung, Fig. 442, für Ringschützen. Es ist klar, daß für dieselbe hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Axen AA' und DD' , sowie in Bezug auf die Länge der Hebelarme, als welche hier die Radhalbmesser anzusehen sind, die gleichen Betrachtungen gelten wie oben, und daß insbesondere auch hier die Räder der einen Ase einen anderen Halbmesser haben können, als diejenigen der anderen Ase. Die Zahnstangen können hierbei mit der Ringschütze nach Belieben durch Zapfen drehbar oder durch Schraubenbolzen starr verbunden werden.

Parallelführung durch Schrauben. Bei manchen Werkzeugmaschinen bedient man sich der Schrauben zur Parallelführung einzelner Theile, so z. B. bei den Hobelmaschinen in Maschinenfabriken und bei den horizontalen Sägegattern in Schneidemühlen. Auch in Walzwerken pflegt man die beiden Lager der oberen Walze mittelst zwei verticaler Schraubenspindeln von

gleicher Steigung um die gleiche Größe zu verstellen. Fig. 443 zeigt diese Anordnung bei einer Hobelmaschine für Metall.

Fig. 443.



Hierbei hängt das gußeiserne Querprisma AB , auf welchem der den Meißel tragende Support C sich horizontal verschieben läßt, in den beiden verticalen Schraubenspindeln D und D' , die an ihren oberen Enden durch die Lager E und E' gehalten werden, welche an den festen Ständern F und F' angebracht sind. Von einer Querraxe G , welche durch das Handrad H von dem Arbeiter bequem umgedreht werden kann, erhalten die beiden Schrauben durch Vermittelung der conischen Räderpaare

J, K und J', K' gleichzeitig Drehungen, deren Beträge wegen der Gleichheit der Räderpaare für beide Schrauben genau dieselbe Größe haben. Da nun auch die Steigung beider Schrauben gleich ist, so muß bei einer bestimmten Drehung des Handrades H jede der Muttern M und M' , welche mit AB fest verbunden sind, um denselben Betrag auf- oder niedersteigen, woraus eine parallele Bewegung des Querprismas AB folgt. Bezeichnet h die Ganghöhe der Schrauben, z_1 die Zähnezahl der Räder J, J' und z_2 diejenige von K und K' , so beträgt die Verticalbewegung s des Querprismas bei einer Drehung des Handrades H um den Winkel α offenbar

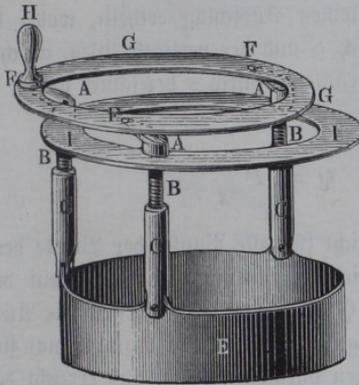
$$s = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{z_1}{z_2} h.$$

Es ist daraus ersichtlich, wie diese Anordnung bei der geringen Steigung h der Schrauben (etwa 10 bis 20 Millimeter) und bei genügender Größe des Handrades H sehr genaue Verstellungen des Querprismas AA' gestattet. Wenn dabei die Räder wie J und J' in der Figur angeordnet sind, wobei die Drehungsrichtungen der Schrauben entgegengesetzt sind, so muß von den letzteren die eine rechts- und die andere linksgängiges Gewinde haben, wogegen selbstredend die beiden Schrauben übereinstimmende Gewinde-

richtung erhalten müssen, wenn man die Räder in J'' und J' anbringt, bei welcher Anordnung die Schrauben nach derselben Richtung umgedreht werden.

Auch zur Parallelbewegung der Ringschütze für Turbinen sind die Schrauben von Cadiat verwendet worden. Zu dem Ende ist die ringförmige Schütze E , Fig. 444, an drei oder vier Punkten ihres Umfanges mit eben so vielen verticalen Schraubenspindeln AB von gleicher Steigung verbunden, deren

Fig. 444.



obere Lager mittelst des Ringes I an dem Turbinenrohre befestigt, und deren hülsenförmige lange Muttern C mit der Schütze E verbunden sind. Zu einer parallelen Verschiebung der letzteren ist offenbar nur nöthig, sämtlichen Schraubenspindeln eine übereinstimmende Drehung in demselben Betrage zu ertheilen. Dies ist hier ohne Zuhilfenahme von Rädern einfach dadurch bewirkt, daß die Schraubenspindeln auf ihren oberen freien Enden drei Kurbeln oder Hebel AF tragen, welche von genau gleicher Länge und parallel zu einander ge-

stellt sind. Die Enden dieser Kurbeln sind mit vorstehenden Zapfen F versehen, welche durch einen Ring G mit einander in Verbindung gebracht sind. Es ist klar, daß vermöge dieser letzteren Einrichtung die Drehung einer der Kurbeln, etwa durch den Handgriff H , eine eben so große Drehung aller anderen Kurbeln resp. ihrer Schraubenspindeln im Gefolge haben muß, da die Wirkung des Ringes G auf die des in §. 110 gedachten Parallellineals hinausläuft, derzufolge die Kurbeln AF die ihnen einmal ertheilte parallele Lage auch fortwährend beibehalten müssen. Ein Weiteres über die hier zur Anwendung gebrachte Kuppelung der Kurbeln durch ein gemeinsames Glied G siehe in dem Capitel über „Kurbeln“.

Brückenwagen. Zu den Parallelführungen dürfen auch die Einrich- §. 113.
tungen gerechnet werden, welche man bei den Brückenwagen zur Anwendung bringt. Diese Wagen, deren man sich im Verkehr zum schnellen Wägen größerer Lasten bedient, sind ohne Ausnahme in der Absicht construirt, die Wägung mittelst eines kleineren Gewichtes vorzunehmen, als dasjenige der Last ist. Darnach unterscheidet man Decimalwagen und Centesimalwagen, je nachdem das zur Tarirung einer Last erforderliche Gewicht nur den zehnten oder den hundertsten Theil der Last beträgt. Anstatt der bei den gewöhnlichen gleicharmigen Wagen aufgehängten Schalen wendet man

für die Last stets eine größere Plattform oder Brücke an, woher der Name Brückenwage sich erklärt, während die Gewichte meist in eine angehängte Schale gelegt werden. Damit es für das Resultat der Wägung ohne Einfluß ist, an welcher Stelle der Brücke die Last stehen möge, ist es erforderlich, daß bei dem Spielen der Wage die Brücke so nahe als möglich parallel, und zwar jeder Punkt in der verticalen Richtung geführt werde. Die Nothwendigkeit dieser Bedingung ergibt sich leicht durch folgende Betrachtung. Denkt man sich der unter Einfluß der Last und der Gewichte in der Gleichgewichtslage befindlichen Wage einen kleinen Ausschlag ertheilt, wobei die verticale Bewegung der Gewichte P durch S und der verticale Weg, welchen der Schwerpunkt der Last Q hierbei zurücklegt, durch s bezeichnet werde, so muß wegen des Gleichgewichtes

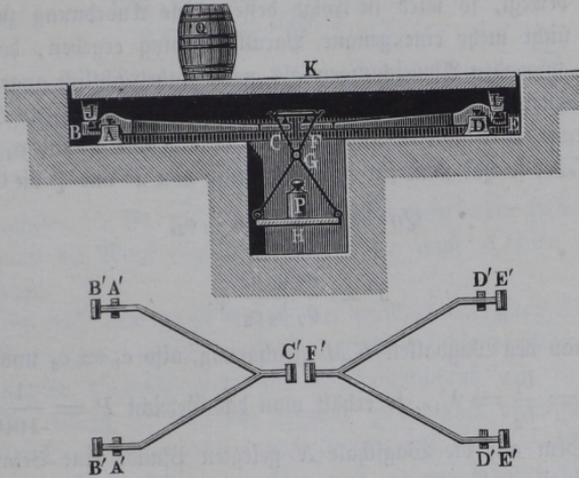
$$PS = Qs \quad \text{oder} \quad Q = P \frac{S}{s}$$

sein, und man würde daher, wenn s nicht für alle Punkte der Brücke denselben Betrag haben würde, für verschiedene Stellungen der Last auf der Brücke auch verschiedene Resultate für Q erhalten. Da indessen die Ausschläge der Brücke immer nur sehr geringe Größen sind, so begnügt man sich in der Regel mit einer annähernd richtigen Parallelführung, und erreicht dadurch eine für die Praxis genügende Genauigkeit der Wägungen.

Bei allen bekannten Brückenwagen wird die Führung der Brücke durch zwei Hebel vermittelt, welche die Brücke in wenigstens drei Punkten unterstützen, und welche so mit einander verbunden sind, daß bei einem geringen Spiel dieser Hebel die Stützpunkte möglichst genau gleiche Wege in verticaler Richtung zurücklegen. Die einfachste Einrichtung dieser Art vergegenwärtigt Fig. 445. Hierbei ruht die Brücke K mit Hülfe der Stahlpfannen J und L auf den gleichfalls stählernen Schneiden B und E , mit welchen die kürzeren Arme zweier Hebel BC und EF begabt sind, welche um die festen Drehpunkte A und D schwingen können. Sind diese beiden Hebel genau gleich und in gleicher Richtung aufgestellt, so zwar, daß für die Gleichgewichtslage der Brücke die geraden Verbindungslinien BAC und EDF horizontal stehen, so wird bei einem kleinen, für beide Hebel gleichen Ausschlage derselben die Hebung oder Senkung in J gleich derjenigen in L , daher für alle Punkte der Brücke von demselben Betrage sein. Es ist natürlich, daß man, um ein seitliches Schwanken der Brücke um die gerade Linie JL zu verhüten, die Schneiden B und E entweder sehr lang, oder, was üblicher und besser ist, in zweifacher Ausführung in größerem Abstände von einander anbringen wird, zu welchem Zwecke die Hebel meist gabelförmig gestaltet werden, wie der Grundriß in $B'A'C'$ und $E'D'F'$ zeigt. Um die Schwingungswinkel der beiden Hebel stets gleich groß zu erhalten, kann man

die zur Aufnahme der Gewichte dienende Wagschale *H* mittelst zwei gleich langer Hängschiene an die Hebel hängen, und es ist ersichtlich, daß das au

Fig. 445.



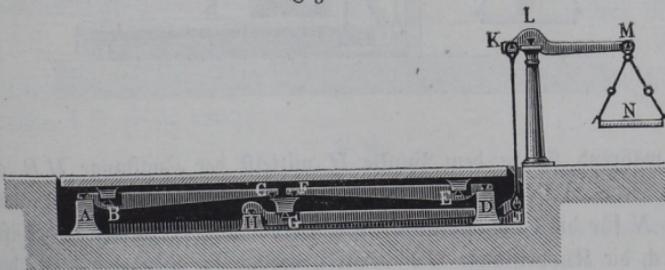
die Schale *H* zu stellende Gewicht *P* bei einer Brückenbelastung *Q* gegeben ist durch

$$P \cdot AC = Q \cdot AB \text{ zu } P = Q \frac{AB}{AC} = Q \frac{l_1}{l_2},$$

wenn mit l_1 der Hebelsarm *AB* und mit l_2 derjenige *AC* bezeichnet wird. Für $l_1 = \frac{1}{10} l_2$ ergibt sich daher eine Decimalwaage. Die hier besprochene Einrichtung gewährt übrigens wegen der Symmetrie der ganzen Anordnung eine genaue Parallelbewegung der Brücke.

Anstatt der vorgedachten Anordnung giebt man den größeren Brückenzwagen für Straßenzufuhrwerke zc. meist die in Fig. 446 dargestellte Einrichtung von Schwilgue, welche nach dem Vorhergehenden ohne Weiteres deut-

Fig. 446.



lich sein dürfte. Hier ist der Hebel HGJ angeordnet, dessen kurzer Arm HG auf die Gabeln BC und EF einwirkt, während das andere Ende J durch eine Zugstange JK an dem ungleicharmigen Wagebalken KLM aufgehängt ist. Da der Punkt G bei dieser Anordnung sich in einem kleinen Kreisbogen bewegt, so wird in Folge dessen diese Anordnung zwar streng genommen nicht mehr eine genaue Parallelführung ergeben, doch können die hieraus folgenden Abweichungen als ganz unbedeutend angesehen werden. Bezeichnet man die Hebelsarme $AB = DE$ mit a_1 , $AC = DF$ mit a_2 , ferner HG mit b_1 und HJ mit b_2 und mit c_1 und c_2 diejenigen LK und LM , so hat man für das Verhältniß von P und Q die Gleichung:

$$Q a_1 b_1 c_1 = P a_2 b_2 c_2,$$

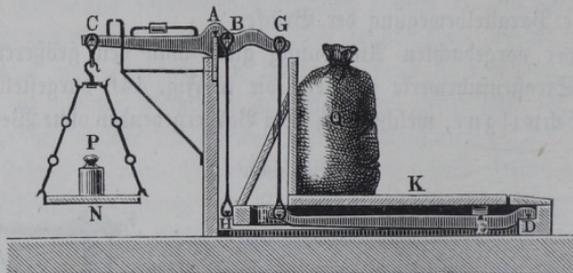
oder

$$P = \frac{a_1 b_1 c_1}{a_2 b_2 c_2} Q.$$

Macht man den Wagebalken KM gleicharmig, also $c_1 = c_2$ und das Verhältniß $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{10}$, so erhält man das Gewicht $P = \frac{1}{100} Q$, also entspricht jedem auf die Wagschale N gelegten Pfunde eine Belastung der Brücke gleich einem Centner.

Es ist übrigens nicht erforderlich, die beiden Hebelsarme AB und DE , welche in B und E die Brücke stützen, von gleicher Länge zu machen, wenn dieselben nur in solcher Weise mit einander verkuppelt sind, daß bei einem geringen Ausschlage die verticale Bewegung der beiden stützenden Punkte B und E von gleicher Größe ist. So ist bei der viel verbreiteten Decimalwage von Quintenz, Fig. 447, die Brücke K durch den Hebel DE in E ge-

Fig. 447.



stützt, während sie in dem Punkte H mittelst der Zugstange HB an den zweiten Hebel AB gehängt ist, dessen anderer Arm AC zur Aufnahme der Schale N für die Gewichte dient. Die Verbindung der beiden Hebel ist hierbei durch die Kuppelstange GF bewirkt, welche so anzuordnen ist, daß bei

einem Ausschlage der Hebel die beiden Punkte B und E gleiche Verticalbewegung haben. Bezeichnet man mit s eine solche kleine Bewegung der Brücke, also der Punkte B und E , so bewegen sich die Punkte G und F beziehentlich um

$$s \frac{AG}{AB} \text{ und } s \frac{DF}{DE}.$$

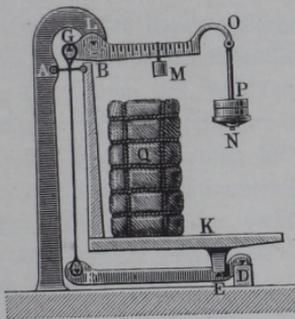
Da diese beiden Wege wegen der directen Verbindung von G und F gleich groß sein müssen, so hat man als Bedingungsgleichung für die Richtigkeit der Wage:

$$AG : AB = DF : DE,$$

d. h. es müssen die Verhältnisse der Hebelsarme beider Hebel gleich groß sein. Damit die Wage eine Decimalwage sei, muß $AC = 10 AB$ gemacht werden.

Es giebt noch eine große Anzahl der verschiedenartigsten Constructionen von Brückenwagen, welche jedoch sämmtlich auf die vorstehend besprochenen Principien hinauskommen und sich hauptsächlich nur in der gegenseitigen Anordnung der einzelnen Organe zu einander unterscheiden. Nach dem vorstehend Gesagten dürfte das Verständniß dieser Constructionen in keinem Falle Schwierigkeiten machen, und es möge daher hier nur noch der durch ihre Einfachheit ausgezeichneten Construction von Millward*), Fig. 448, gedacht sein. Die Brücke K ist hier durch die beiden gleich langen

Fig. 448.



und in der Gleichgewichtslage horizontal stehenden Hebel AB und DE geführt, wodurch eine vollkommene Parallelbewegung erreicht wird. Für das Verhältniß des Gewichtes P zur Last Q hat man offenbar

$$P \frac{LO}{LG} = Q \frac{DE}{DF},$$

oder

$$P \frac{b_2}{b_1} = Q \frac{a_1}{a_2}.$$

Hat man aus constructiven Rücksichten $DE = a_1$, $DF = a_2$ und $LG = b_1$ angenommen, so ergibt sich aus dieser Gleichung für das Gewicht P die Hebellänge $LO = b_2$ durch:

$$b_2 = \frac{Q}{P} \frac{a_1}{a_2} b_1.$$

*) S. den Artikel von Rühlmann, Mittheilungen des Gewerbevereins für Hannover. Jahrg. 1852, S. 344.

Setzt man hierin $\frac{Q}{P}$ constant, etwa gleich 10 für eine Decimalkilowege, so findet man in b_2 den Abstand des Aufhängepunktes der Schale N von L . Nimmt man dagegen ein constantes Laufgewicht M an, so ergibt die Rechnung das Mittel, um auf dem Hebel LO die den verschiedenen Belastungen Q entsprechende Scala zu bestimmen.

