

§. 67. **Bogenträger aus Holz und Gusseisen.** Bei gleichem Querprofile und gleichem Tragmodul, sowie unter übrigens gleichen Verhältnissen, besitzen, dem Vorstehenden zufolge, die Träger mit bogenförmiger Ase, die sogenannten Bogenträger, eine größere Tragkraft als die Balkenträger, deren Längsaxe eine gerade ist. Da nun die Bogenträger aus Gußeisen direct beim Gusse die Bogenform erhalten, so kann der Tragmodul bogenförmiger Balken von dem der geraden Balken nicht sehr verschieden sein, und deshalb ist denn auch bei gußeisernen Trägern die Anwendung der Bogenform von besonderem Vortheil. Anders ist es aber bei Trägern aus Holz oder Schmiedeeisen. Da das Holz und in einem gewissen Grade auch das Eisenblech durch das Biegen bei seiner Verwendung zu Bogenträgern an Tragkraft verliert, so ist der Tragmodul eines Trägers aus gebogenem Holze oder Eisenblech kleiner als der eines geraden Trägers oder Balkens und daher bei diesen Stoffen die Bogenform mit Vorsicht und namentlich immer nur von mäßiger Krümmung anzuwenden. Ist r der Krümmungshalbmesser des gebogenen Balkens und e der größte Abstand seiner Fasern von der neutralen Ase, so hat man die spezifische Ausdehnung oder Zusammendrückung dieser Fasern (s. Bd. I):

$$\sigma = \frac{e}{r},$$

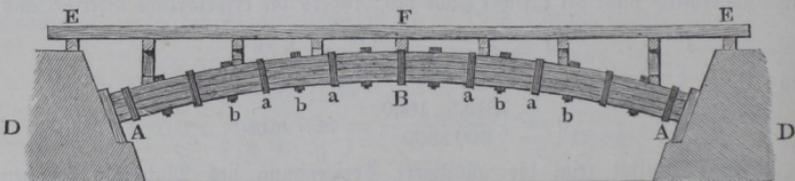
und daher die entsprechende Spannung:

$$s = \sigma E = \frac{e}{r} E,$$

wo E den Elasticitätsmodul bezeichnet.

Da hiernach die Spannung des gebogenen Balkens direct wie die Dicke oder Höhe ($2e$) und umgekehrt wie der Halbmesser r der Krümmung desselben wächst, so setzt man ihn mit Vortheil aus dünnen brettförmigen Stücken (Bohlen) zusammen, indem man dieselben mit ihren breiten Flächen über einander legt, zusammenschraubt u. s. w. Einen solchen Bohlenbogen ABA , welcher aus vier über einander liegenden Bohlen besteht, führt Fig. 345 vor Augen. Dieser Bogen trägt einen Balken EFE und stützt

Fig. 345.



sich gegen die Widerlager DD . Die Bohlen, aus welchen derselbe besteht, werden durch Bänder $a, a \dots$ und Schrauben $b, b \dots$ zusammengehalten.

Die Balkenbögen werden aus ganzen Balken in ähnlicher Weise zusammengesetzt; übrigens verbindet man auch die über einander liegenden Balken noch durch Verzahnung oder durch eingesetzte Dübel, wie gerade Balken, noch fester mit einander. Zum Biegen der Balken und Bohlen zu Tragbögen ist Lärchen-, Kiefern-, Tannen- und Eichenholz, und zwar im grünen Zustande, zu verwenden. Man biegt diese Holzstücke von der Mitte aus nach den Enden zu auf einem besondern Gerüste, und läßt sie auf diesem mindestens zwei Monate lang im gespannten Zustande liegen. Bei diesem Biegen des frischen Holzes wird natürlich die Elasticitätsgrenze bedeutend überschritten, und es ist daher zu erwarten, daß der Festigkeitsmodul des trockenen Balkens, welcher eine bleibende Bogenform angenommen hat, kleiner ist als derjenige, welchen er ohne Biegung haben würde. Ardant findet ihn kaum ein Viertel von dem eines einfachen geraden Balkens. Nach Thl. I wäre z. B. für Holz im Mittel die relative Ausdehnung bei der Elasticitätsgrenze:

$$\sigma = \frac{e}{r} = \frac{1}{600},$$

und daher der entsprechende Krümmungshalbmesser:

$$r = 600 e,$$

z. B. für $e = 0,15$ m, $r = 90$ m, daher bei einer Spannweite $2l = 16$ m die zulässige Pfeilhöhe nur $h = \frac{l^2}{2r} = \frac{64}{180} = 0,355$ m, und folglich das

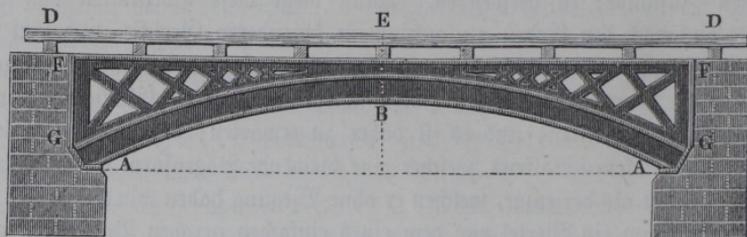
Verhältniß $\frac{h}{2l} = \frac{1}{45}$. Erfahrungsmäßig kann man nach Wiebeking (s. dessen allgemeine Wasserbaukunst Bd. III) Balken von Tannenholz um $\frac{h}{2l} = \frac{1}{25}$, und solche von Eichenholz um $\frac{h}{2l} = \frac{1}{40}$ biegen; die viel schwächeren Bohlen von vielleicht nur zwei Zoll Stärke lassen sich natürlich in einem viel stärkeren Verhältnisse krümmen, z. B. um $\frac{h}{2l} = \frac{1}{10}$. Die einzelnen Balken und Bohlen haben eine Länge von höchstens 16 m; bei größeren Spannweiten muß man folglich mehrere Balken oder Bohlen der Länge nach an einander anstoßen (schiften).

Bei einer andern Construction von Bohlenbögen werden die Bohlen nicht über, sondern neben einander gelegt, weshalb dieselben auch nicht krumm gebogen, sondern nur krumm geschnitten werden. Hierbei geht jedoch viel Holz verloren; auch erfordert diese Construction eine sehr solide Verbindung der Bohlen oder Felgen unter einander.

Schmiedeeiserne Tragbögen lassen sich natürlich mit Vortheil aus Eisenblech ausschneiden und zusammennieten.

Die Art und Weise, wie ein gußeiserner Bogen als Träger dient, ist aus Fig. 346 zu ersehen. Der eigentliche Bogen ABA ist außen und innen durch eine breite Rippe verstärkt und zur Unterstützung des Balkens DED dient eine breite Tragwand FF , welche den ganzen Bogen oben

Fig. 346.



horizontal begrenzt. Das Ganze stützt sich mittelst starker Flanschen an die Widerlagsmauern G, G . Wenn man diese Bögen aus mehreren Theilen zusammensetzt, so läßt man die einzelnen Stücke in Flanschen an einander anstoßen und verbindet dieselben mit einander durch Schraubenbolzen.

Die in den beiden vorhergehenden Paragraphen abgehandelte Theorie der Tragkraft von krummen Balken oder Bögen ist von *Ar d a n t* (s. dessen am Ende des Capitels angeführte Schrift) durch Versuche an verschiedenen Holzbögen erprobt worden. Was z. B. den Horizontalschub anlangt, so ergab sich für den Fall, daß die Last $2K$ in der Mitte des Bogens hängt, der Horizontalschub nach (23) zu:

$$H = K \left(\frac{25}{32} \frac{l}{h} - \frac{h}{28l} \right),$$

und für den Fall, daß dieselbe längs der Sehne des Bogens gleichmäßig vertheilt ist, dieser Schub nach (24) zu:

$$H_1 = q \frac{l^2}{2h} = q2l \frac{l}{4h} = \frac{ql}{4h}.$$

Obgleich diese Formeln nur unter der Voraussetzung gefunden worden sind, daß die Träger nach der Parabel gebogen sind, so stimmen doch dieselben mit den Ergebnissen der Versuche an nach dem Kreise gebogenen Trägern ziemlich überein. So findet z. B. *Ar d a n t* für einen Halbkreisbogen, im ersten Falle:

$$H = 0,32 \cdot 2K = 0,64K,$$

und im zweiten Falle:

$$H_1 = 0,22 \cdot 2ql = 0,22Q,$$

während die Formeln, wenn man darin $l = h$ setzt, auf:

$$H = 0,745K \text{ und } H_1 = 0,25Q$$

führen.

Bei den häufiger angewendeten gedrückten Bögen ist, wie zu erwarten war, die Uebereinstimmung zum Theil noch größer.

Für die gleichförmig vertheilte Belastung mit $Q = 2lq$ ist, wenn das Verhältniß der halben Spannweite l zur Spannhöhe h :

$$\frac{l}{h} = \begin{array}{c|c|c|c|c} 2 & 3 & 4 & 5 & 10 \end{array} \text{ beträgt,}$$

nach Ardant:

$$H = \begin{array}{c|c|c|c|c} 0,54 Q & 0,775 Q & 1,02 Q & 1,33 Q & 3,33 Q \end{array},$$

und dagegen nach der Formel $H = \frac{Ql}{4h}$:

$$H = \begin{array}{c|c|c|c|c} 0,50 Q & 0,75 Q & 1,00 Q & 1,250 Q & 2,500 Q \end{array}.$$

Was die Senkung des Scheitels betrifft, welche eine längs der Sehne gleichmäßig vertheilte Last hervorbringt, so kann dieselbe natürlich bei der Kreisform des Trägers nicht Null sein. Ardant findet dieselbe für einen Halbkreisbogen:

$$\eta = 0,007 \frac{Q l^3}{T E} = 0,084 \frac{Q l^3}{b a^3 E},$$

wenn b und a die Querschnittsdimensionen des Bogens bezeichnen.

Bei einer längs der Sehne gleichmäßigen Belastung hat der Parabelbogen nur durch seine Druckfestigkeit zu widerstehen, und es folgt der entsprechende Querschnitt dieses Tragbogens aus (45), wenn man darin $x = l$ und $2ql = Q$ setzt:

$$F = \frac{q}{s} \left(h + \frac{l^2}{2h} \right) = \frac{Q}{2s} \left(\frac{h}{l} + \frac{l}{2h} \right).$$

Ein kreisbogenförmiger Träger muß dagegen auch durch seine Biegefestigkeit widerstehen, und es findet Ardant für denselben, wenn dessen Halbmesser durch r bezeichnet wird:

$$F = ab = \left(\mu + \frac{vr}{4a} \right) \frac{Q}{2s},$$

wobei für

$\frac{l}{h} =$	2	3	4	5	10	15	20
$\mu =$	1,080	1,550	2,040	2,660	6,660	7,630	9,520
und $\nu =$	0,792	0,263	0,117	0,053	0,034	0,022	0,001

zu setzen ist. Nach Ardant wäre für Tragbögen aus Holz

der Tragmodul s nur $= 0,3$ kg,

und für solche aus Gußeisen

der Tragmodul $s = 5$ kg

zu setzen.

Beispiel. Eine Brücke soll aus mehreren Brückenfeldern von je 17 500 kg Belastung und 24 m Spannweite bestehen, und die Unterstüzung dieser Last soll durch sieben Bögen von 4 m Höhe erfolgen, welche Querschnittsdimensionen hat man diesen Bögen zu geben?

Es ist hier $Q = \frac{175000}{7} = 25000$ kg; $h = 4$ m und $l = 12$ m. Bei einer parabolischen Form der Bögen wäre der Querschnitt:

$$F = ab = \left(\frac{4}{12} + \frac{12}{8} \right) \frac{25000}{2s} = 0,917 \frac{Q}{s},$$

und dagegen bei der Kreisform, da hier der Halbmesser r aus $r^2 = l^2 + (r-h)^2$ zu $r = \frac{1}{2} \left(\frac{l^2}{h} + h \right) = 20$ m, sowie $\mu = 1,550$ und $\nu = 0,263$ ist:

$$F = ab = \left(1,550 + 0,263 \frac{20 \cdot 1000}{4a} \right) \frac{Q}{2s} = \left(0,775 + \frac{657}{a} \right) \frac{Q}{s}.$$

Für hölzerne Bögen ist $s = 0,3$ kg, daher $\frac{Q}{s} = 83333$, folglich im ersten Falle, d. h. bei der parabolischen Form:

$$ab = 0,917 \cdot 83333 = 76417 \text{ qmm},$$

woraus, wenn man $b = \frac{2}{3} a$ nimmt, die Höhe:

$$a = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 76417} = \sqrt{114626} = 339 \text{ mm und } b = 226 \text{ mm}$$

folgt.

Im zweiten Falle bei der Kreisform dagegen ist:

$$ab = \frac{25000}{0,3} \left(0,775 + \frac{657}{a} \right),$$

oder, wenn wieder $b = \frac{2}{3} a$ gesetzt wird:

$$a^3 = \frac{3}{2} \frac{25000}{0,3} (0,775 a + 657) = 125000 (0,775 a + 657),$$

woraus

$$a = 50 \sqrt[3]{0,775 a + 657} = 50 \cdot 10,25 = 512 \text{ mm und } b = 341 \text{ mm}$$

folgt.

Will man im letzteren Falle zur Vermeidung der bedeutenden Holzstärken den Bogen aus Gußeisen construiren und setzt etwa $b = \frac{1}{8} a$ voraus, so erhält man ebenso mit $s = 5$ kg aus:

$$ab = \frac{1}{8} a^2 = \frac{25000}{5} \left(0,775 + \frac{657}{a} \right)$$

die Höhe

$$a = \sqrt[3]{40\,000} \sqrt[3]{0,775 a + 657} = 332 \text{ mm}$$

und

$$b = 41,5 \text{ mm.}$$

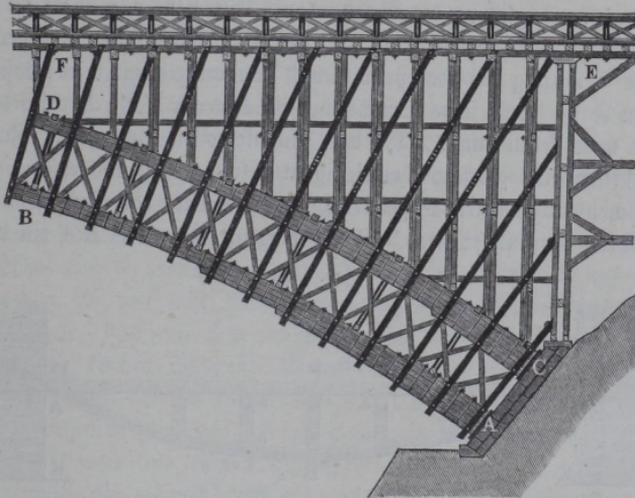
Der Horizontalschub jedes Bogens ist nach der vorstehenden Tabelle für $\frac{l}{h} = 3$ bei dem Kreisbogen:

$$H = 0,775 \cdot 25\,000 = 19\,375 \text{ kg,}$$

also für alle sieben Bögen 135 625 kg, während der Verticaldruck jedes Auflagers 87 500 kg beträgt. Hiernach ist die zur Herstellung der genügenden Stabilität erforderliche Stärke der Pfeiler nach den im ersten Capitel gegebenen Regeln festzustellen.

Eine der großartigsten Holzbrücken ist die auf der Newyork-Erie-Eisenbahn befindliche Cascadebrücke von Brown, welche über eine Schlucht von circa 94 m Weite und 55 m Tiefe gespannt ist. Von dieser Brücke zeigt Fig. 347 die Seitenansicht eines am Widerlager anstoßenden Stückes. Wie

Fig. 347.

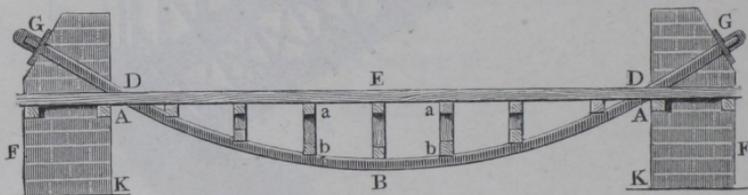


man sieht, so besteht diese Brücke in der Hauptsache aus Tragbögen AB , CD mit zwischen befindlichen Kreuzstreben. Diese Tragbögen sind größtentheils aus 3, nach den Enden zu aus 4, 5, und dicht an den Widerlagern sogar aus 6 Balken zusammengesetzt. Die Stärke dieser Balken ist 200 und 225 mm, und die der Kreuzstäbe 200 und 200 mm. Das Ende eines jeden Balkens ruht in einem eisernen Schuh, und diese Schuhe stützen sich auf eine untermauerte gußeiserne Platte. Die ganze Brückenbahn EF ruht mittelst verticaler Tragsäulen auf vier solchen Doppelträgern, welche unter einander wieder durch Kreuzstreben verbunden sind.

Anmerkung. Die größeren Holzbrücken haben zum Theil noch größere Spannweiten als die steinernen Brücken. Bei der oberen Schuytkill-Brücke kommt ein Bogen von über 100 m Spannweite und 6 m Höhe vor. Die alten Schweizer Brücken, sowie die Wiebeking'schen Brücken, haben schon Spannweiten von 50 bis 60 m. Bei der Trenton-Brücke hat der mittlere Bogen eine Spannweite von 60 m und eine Höhe von 8 m. Eine sehr große Gitterbrücke ist bei Wittenberge über die Elbe geführt. Dieselbe hat 11 Oeffnungen zu je 53,5 m und 3 zu je 37,5 m Spannweite. Die Tragwände dieser Brücke haben eine Höhe von 6 m, während ihr Abstand von einander nur 4 m misst. Die Versuche, welche vorläufig mit einem Theile dieser Brücke angestellt worden sind, haben sehr günstige Resultate geliefert; bei der Fahrt und dem Stillstande einer Locomotive von 600 Centner Gewicht betrug die Senkung nur 15 mm; bei einem Marsche von 240 Mann über die Brücke war dieselbe nur 14 mm, erst bei einer gleichmäßigen Belastung von 2000 Centnern und einer Uebersahrt von zwei Locomotiven von 1260 Centner Gewicht betrug die Senkung 78 mm. Siehe die Nachrichten darüber in der Eisenbahnzeitung, 1850, Nr. 29 bis 31, oder polyt. Centralblatt, 1850, Lief. 18.

§. 68. Hängebögen. Wenn man den Tragbogen nicht nach oben, sondern nach unten, folglich in die Richtung der Last stellt, so findet in Hinsicht auf den seither betrachteten Fall nur der Unterschied statt, daß der Bogen durch die Belastung dort comprimirt und hier ausgedehnt wird, daß er also im ersten Falle durch seine Druck- und im letzteren Falle durch seine Zugfestigkeit widerstehen muß. Da das Schmiedeeisen eine große Zug- und das Gußeisen eine größere Druckfestigkeit besitzt, so ist das erstere mehr zu einer solchen umgekehrten Bogenstellung geeignet als das Gußeisen. Einen solchen Tragbogen führt Fig. 348 vor Augen. Es ist ABA ein schmiede-

Fig. 348.



eiserner Bogen, DED der von ihm getragene Balken, ferner sind FK, FK die beiden Widerlagspfeiler, und G, G Keile und Unterlagsplatten, womit sich die Bögen von außen gegen die Widerlager stützen. Natürlich sind es alle Mal mindestens zwei neben einander liegende Tragbögen, welche einen oder mehrere Balken wie DED unterstützen, und es besteht immer die Verbindung dieser Theile unter einander aus den Querbalken $a, a \dots$, $b, b \dots$ und Tragfäulen $ab, ab \dots$. Die Wirkung eines solchen Tragbogens auf die Widerlager ist, wie bei den umgekehrten Häng- und Sprengwerken, von außen nach innen gerichtet; man hat also hier dafür zu sorgen,