

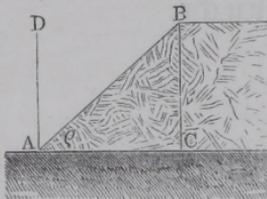
Erstes Capitel.

Von dem Erddrucke.

Erde. Unter Erde ist hier eine lockere, aus kleinen Körpern, wie z. B. §. 1. Sandkörnern, zusammengesetzte Masse zu verstehen, welche, in gewissem Sinne zwischen den festen und flüssigen Körpern stehend, auch wohl als eine halbflüssige Masse bezeichnet worden ist. Die Erde unterscheidet sich von den festen Körpern, durch ihren Mangel an Cohäsion, in Folge dessen sie unfähig ist, Zugkräften zu widerstehen, während sie von den Flüssigkeiten dadurch unterschieden ist, daß bei der Verschiebung ihrer Theilchen an einander gewisse Reibungswiderstände auftreten, welche, wie bei festen Körpern, durch die zwischen ihren Theilchen wirkenden Druckkräfte hervorgerufen werden. Nicht alle Erden sind übrigens gänzlich cohäsionslos, vielmehr erlangen die meisten, namentlich die lehmhaltigen Erden, im feuchten Zustande, besonders wenn sie durch Stampfen comprimirt oder durch langdauernden Druck verdichtet worden sind, eine gewisse Cohäsion oder Widerstandskraft auch gegen Zugkräfte, welcher Widerstand im Allgemeinen von dem Drucke unabhängig und proportional mit der Fläche anzunehmen ist, in welcher eine Trennung der Masse durch die Zugkraft angestrebt wird. Auf diese Cohäsion darf man wohl Rücksicht nehmen, wenn es sich darum handelt, die Stabilität von Erdkörpern zu prüfen, die aus gewachsenem Boden bestehen (Einschnitte), dagegen pflegt man die Cohäsion außer Acht zu lassen bei frisch aufgeschichteten Massen, wie sie zur Herstellung von Dämmen und zur Hinterfüllung von Futtermauern ꝛc. verwendet werden. Im Folgenden soll zunächst von gänzlich cohäsionslosen Massen die Rede sein und der Einfluß der Cohäsion in einem besonderen Paragraphen besprochen werden.

Zufolge der angegebenen Eigenschaften der Erde wird dieselbe zwar einerseits nicht, wie feste Körper, in beliebigen bestimmten begrenzten Formen auftreten können, sie wird aber andererseits auch nicht zur Erhaltung des Gleichgewichtes eines so vollständigen Umschließens durch Gefäße bedürfen, wie es für Flüssigkeiten nöthig ist. Während letztere immer in Folge der Schwerkraft und wegen der leichten Verschieblichkeit ihrer Theilchen eine horizontale Oberfläche annehmen, können Erdmassen in ihrer freien Oberfläche bis zu einem bestimmten Grenzbetrage gegen den Horizont geneigt sein. Man erhält diese Grenze der Neigung für irgend eine cohäsionslose lockere Masse einfach durch Abgraben derselben, wobei von selbst die Masse an der angestochenen Stelle zusammenstürzt und sich in einer gegen den

Fig. 1.



Horizont unter einem Winkel φ geneigten Ebene AB (Fig. 1) anordnet. Man bemerkt dabei, daß, so lange noch Erdtheilchen oberhalb dieser Ebene vorhanden sind, dieselben wie auf einer schrägen festen Unterlage herabgleiten, und man muß daher nach dem in Thl. I über die Reibung auf der schiefen Ebene Gesagten schließen, daß der Neigungswinkel BAC , oder wie er genannt wird, der natürliche Böschungswinkel mit dem Reibungswinkel übereinstimmt, welcher der Masse zukommt, so daß die Beziehung gilt:

$$\tan \varphi = \varphi,$$

wenn φ den Reibungscoefficienten für die Erdtheilchen an einander bedeutet.

In manchen Schriften wird unter der Böschung der Neigungswinkel verstanden, den die natürliche Oberfläche mit der verticalen Richtung AD bildet, also $90^\circ - \varphi$; im Folgenden soll unter Böschungswinkel immer die Neigung gegen den Horizont gedacht werden. Auch bezeichnet man häufig im Bauwesen die Neigung einer Fläche durch Angabe der horizontalen Basisbreite AC für eine Höhe BC gleich Eins, indem man z. B. unter anderthalbfacher Böschung eine solche versteht, für welche $AC = 1,5 BC$, also $\tan \varphi = \frac{1}{1,5}$ und $\varphi = 33^\circ 40'$ ist.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der specifischen Gewichte γ , der natürlichen Böschungswinkel φ und der Reibungscoefficienten φ der hauptsächlich beim Erdbau in Betracht kommenden Materialien nach den Versuchen von Martony*):

*) E. Holzhey, Vorträge über Baumechanik. Wien 1879.

Er d a r t	Specifisches Gewicht γ	Natürlicher Böschungswinkel ϱ	Reibungscoefficient $\varphi = \tan \varrho$	
Dammerde	locker und trocken . .	1,33	39° 18'	0,818
	etwas feucht	1,33	41° 17'	0,877
	ganz naß	1,86	34° 28'	0,686
Lehm . .	locker und trocken . .	1,44	39° 39'	0,828
	etwas feucht	1,44	39° 44'	0,831
	ganz naß	1,99	33° 41'	0,667
Sand . .	trocken	1,68	37° 1'	0,754
	etwas feucht	1,68	39° 45'	0,832
	ganz naß	1,95	41° 51'	0,890
Schotter	1,68	40° 46'	0,862	
Also Erde im Durchschnitt . . .	1,65	38° 40'	0,80	

Für ganz feinen Sand hat man die Böschung $\frac{5}{3}$, daher den Böschungswinkel $\varrho = 31^\circ$ gefunden; Roggenkörner haben $\varrho = 30^\circ$, sowie Erbsen $\varrho = 27^\circ$ gegeben, dagegen lockerer Haldensturz aus Gneisstückchen von 18 ebem bis 0,03 ebm bestehend, sowie Steinkohlen und Schlacken in Stücken von 50 bis 120 ebem im Mittel $\varrho = 38^\circ$. Für Schrottkörner hat man ferner $\varrho = 25^\circ$, für Vogelkorn $\varrho = 22\frac{1}{2}^\circ$ und für Sägespäne $\varrho = 44^\circ$ gefunden. Versuche über die natürliche Böschung lockerer Massen werden durch Aufschütten und Streichen dieser Massen von unten nach oben angestellt. Dabei ist eine hinreichende Rauigkeit der Bodenfläche vorausgesetzt, damit dieselbe vermöge ihrer Reibungsfähigkeit die horizontale Druckcomponente der auf ihr ruhenden Erdmasse aufzunehmen vermag*).

Activer und passiver Erddruck. Wenn eine cohesionsfreie Erdmasse E , Fig. 2 (a. f. S.), unter einer steileren Neigung gegen den Horizont, als dem natürlichen Böschungswinkel BAC entspricht, erhalten werden soll, so muß man ihrem Bestreben, auf BA abwärts zu gleiten, durch eine stützende Mauer oder Bohlenwand M entgegenwirken. Diese Stützmauer wird auf ihrer hinteren Fläche AD einem gewissen Drucke P der Erde ausgesetzt sein, welchem sie durch ihre Reaction — P das Gleichgewicht zu halten hat. Man nennt diesen Druck der Erde, welcher ein Umstürzen oder Verschieben der Mauer anstrebt und auch bewirkt, sobald die Mauer nicht

*) S. Scheffler, Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken. Braunschweig 1857.

das erforderliche Stabilitätsmoment besitzt, den activen Erddruck, oder auch wohl schlechtweg Erddruck. Im Gegensatz hierzu versteht man unter dem passiven Erddrucke oder Erdwiderstande denjenigen Widerstand,

Fig. 2.

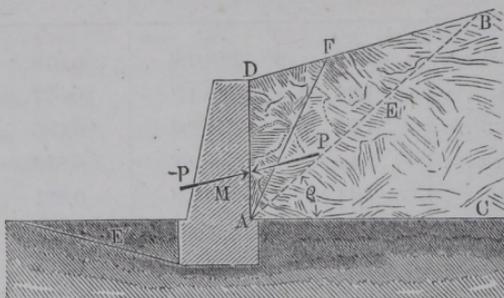
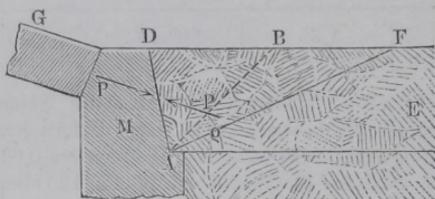


Fig. 3.



den die Erdmasse *E*, Fig. 3, einer Verschiebung entgegensetzt, welche durch die Mauer *M*, etwa in Folge der Schubkraft *P* des Gewölbes *G* angestrebt wird. Die Kenntniß des Erddruckes ist daher von besonderer Wichtigkeit für die Festsetzung der Stabilitätsverhältnisse von Futtermauern, Fig. 2, welche der Erddruck umzustürzen bzw. zu verschieben strebt. In Fig. 3 kommt der Erdwiderstand der Stabilität der Widerlagemauer zu Hülfe, ebenso wie der passive Erddruck der Erdmasse *E'*

in Fig. 2 die Widerstandsfähigkeit der Futtermauer *M* erhöht, doch muß im Allgemeinen die Berücksichtigung des passiven Erddruckes mit Vorsicht geschehen, da auf diese Wirkung von Erdmassen wegen der mehr oder minder großen Zusammendrückbarkeit der letzteren nicht mit unbedingter Sicherheit zu rechnen ist.

Die Theorien, welche bislang zur Bestimmung des Erddruckes aufgestellt worden sind, können sämmtlich nur als Annäherungen gelten, da die für den Erddruck geltenden Gesetze nur ungenügend bekannt sind, und die strenge Durchführung der bezüglichen Rechnungen zu unüberwindlichen Schwierigkeiten führt. Die verschiedenen zur Anwendung gekommenen Theorien fußen auf der Annahme, daß von der Erdmasse beim Ausweichen der Mauer *M*, Fig. 2, ein keilförmiges Prisma *DAF* auf einer ebenen Trennungsfäche *AB* wie auf einer schiefen Ebene herabgleite, so daß der auf die Mauer ausgeübte Druck *P* durch die betreffende Gewichtskomponente dieses Erdprismas dargestellt ist. Diese die Rechnung vereinfachende Annahme einer ebenen Gleitfläche wird durchgehends zu Grunde gelegt, obwohl sich aus

allgemeinen Betrachtungen erkennen läßt, daß bei einem eintretenden Zusammenstürzen des Bauwerkes die Bruchfläche eine gekrümmte sein muß. Ferner nahm man in den ersten Theorien an, daß die Bruchfläche mit der Ebene AB der natürlichen Böschung zusammenfalle, worauf später zuerst Coulomb von der ohne Zweifel richtigeren Voraussetzung ausging, daß unter allen möglichen Erdprismen, welche betreffenden Falles zum Abgleiten kommen können, jedenfalls dasjenige am ehesten zum Abbruche gelangt, welches, Fig. 2, den größten Druck P auf die Wand AB ausübt, oder welches, Fig. 3, dem ausgeübten Schube P den kleinsten Widerstand entgegengesetzt. Demgemäß spricht man von einem Prisma des größten Druckes und einem solchen des kleinsten Widerstandes.

Diese Annahme ist in den späteren Arbeiten über den Erddruck fast allgemein angenommen worden, und man hat dabei behufs Ermittlung des ausgeübten Druckes oder Widerstandes die betreffenden Gleitflächen AF der ausgesprochenen Bedingung gemäß zu bestimmen, daß die von der Erde ausgeübte Kraft in dem einen Falle, Fig. 2, ein Maximum, in dem anderen, Fig. 3, ein Minimum sei.

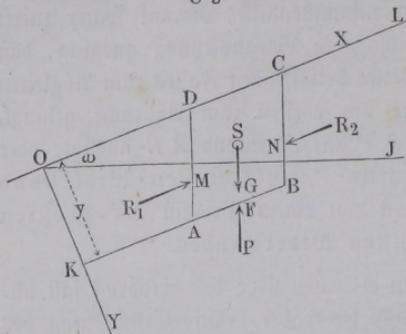
In der letzten Zeit hat man sich ferner bemüht, über die Gesetze, welchen die Druckvertheilung im Innern einer unbegrenzten Erdmasse unterworfen ist, ins Klare zu kommen, und wenn auch die erzielten Resultate dieser Arbeiten noch nicht das Problem als gelöst erscheinen lassen, so sind doch die Ergebnisse für die Beurtheilung der vorliegenden Fragen von unterschiedener Bedeutung. Es sollen daher im Folgenden zunächst die Gesetze angeführt werden, welche für die Vertheilung des Druckes im Innern einer unbegrenzten homogenen Erdmasse gelten. Bei dieser Darstellung soll der Einfachheit und Anschaulichkeit wegen im Wesentlichen die graphische Methode befolgt werden, welche in der vorzüglichen Arbeit von Mohr*) angegeben ist.

Druckkräfte im Innern einer Erdmasse. In dem Folgenden §. 3. werde eine Erdmasse von durchaus gleichmäßiger Beschaffenheit vorausgesetzt, welche nur oberhalb durch eine Ebene OL , Fig. 4 (a. f. S.), begrenzt ist. Diese Begrenzung sei gegen den Horizont OJ unter dem Winkel ω geneigt, wobei ω nicht größer als der natürliche Böschungswinkel ϱ , sonst aber beliebig groß sein kann. Die Erdoberfläche selbst sei als die eine Coordinatenebene (xz) und als $Y=Ax$ die in dem beliebigen Punkte O auf der Oberfläche senkrechte Gerade gewählt, so zwar, daß die Z -Axe horizontal und auf der Bildebene in O senkrecht ist. Man denke sich zunächst in einem

*) Zeitschr. d. Hannov. Architekten- u. Ingenieur-Vereins. 1871.

beliebigen Abstände $OK = y$ von der Oberfläche ein zu der letzteren paralleles Flächenstück, etwa ein Rechteck von der Breite $AB = a$ und der zur

Fig. 4.



Bildebene senkrechten Höhe $z=1$, und betrachte dieses Rechteck als die Basis eines verticalen, bis an die Oberfläche reichenden schiefwinkligen Parallelepipeds, $ABCD$. Auf die vier verticalen Seitenflächen wirkt die umgebende Erdmasse mit vier gewissen Kräften, welche allgemein mit R_1, R_2, R_3 und R_4 bezeichnet sein mögen; ferner wird die Grundfläche AB

P der darunter befindlichen Erde ausgesetzt sein, und endlich wirkt das Gewicht G des betrachteten Parallelepipeds in dessen Schwerpunkte S vertical abwärts. Diese sechs Kräfte müssen nun mit einander im Gleichgewichte sein.

Wegen der vorausgesetzten Gleichmäßigkeit der Erdmasse wird der Druck R_1 auf AD mit demjenigen R_2 auf BC nicht nur gleich und entgegengesetzt sein, sondern auch ihre Angriffspunkte M und N müssen dieselbe Lage in den Flächen haben, denn in Bezug auf die beiden Flächen AD und BC sind alle Verhältnisse genau dieselben. Ganz dieselbe Betrachtung läßt sich natürlich in Bezug auf die beiden Kräfte R_3 und R_4 anstellen, welche auf die mit der Bildebene parallelen Flächen des Prismas wirken. Folglich hat man die algebraische Summe der vier Kräfte R gleich Null, da $R_2 = -R_1$ und $R_4 = -R_3$ ist. Daraus folgt weiter, daß auch die beiden anderen Kräfte G und P gleich und entgegengesetzt sein müssen, also $P = -G$ ist. Es ist aber auch deutlich, daß die Kraft P in dem Schwerpunkte F der Bodenfläche, also vertical unter S angreifen muß, da die Massen um die Verticale durch den Schwerpunkt S herum symmetrisch vertheilt sind. Die Kräfte P und G wirken daher in einer und derselben Geraden, und bilden somit kein auf Drehung wirkendes Kräftepaar. Daraus geht aber für die Kräfte R wiederum hervor, daß dieselben parallel zu der Oberfläche OL gerichtet sein müssen, denn wäre dies nicht der Fall, so würden R_1 und R_2 sowie R_3 und R_4 Kräftepaare bilden, also würde der Gleichgewichtszustand nicht möglich sein. Von den vier mit der Oberfläche parallelen Kräften R wirken natürlich diejenigen R_1 und R_2 parallel mit der X -Axe, während die Kräfte R_3 und R_4 mit der horizontalen Z -Axe parallel sind.

Aus den vorstehenden Betrachtungen folgt daher, daß in einer homogenen und unbegrenzten Erdmasse der Druck auf ein verticales Flächen-

element parallel zu der Erdoberfläche gerichtet ist, während ein der Oberfläche paralleles Flächenstück einen verticalen Druck empfängt, welcher, in dem Schwerpunkte der Fläche angreifend, gleich dem Gewichte des über dem Flächenstücke befindlichen Erdprismas ist.

Bezeichnet man mit F die Größe der betrachteten Bodenfläche AB , so ist das Gewicht des besagten Erdprismas $ABCD$ durch $G = \gamma Fy = P$ ausgedrückt, wenn γ das Gewicht einer Cubikeinheit Erde bedeutet. Der spezifische Druck auf die Bodenfläche, d. h. der Druck pro Flächeneinheit derselben ist daher durch

$$p = \frac{P}{F} = \gamma y$$

gegeben, welcher Druck eine zur Fläche normale Pressung

$$n = p \cos \omega$$

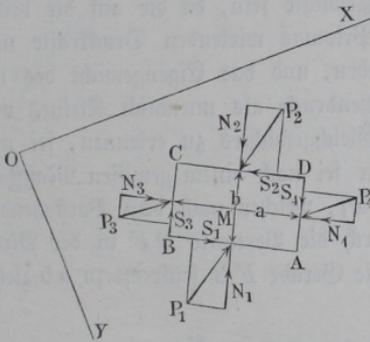
und eine tangentiale oder Schubspannung

$$s = p \sin \omega$$

hervorruft.

In Betreff der Schubspannungen läßt sich noch ein wichtiges Gesetz angeben. Denkt man sich nämlich im Innern einer unendlichen Erdmasse ein unendlich kleines rechtwinkeliges Parallelepipedium $ABCD$, Fig. 5, dessen

Fig. 5.



Seiten in der Bildebene $AB = a$ und $AD = b$ sein mögen, während die dazu senkrechte der Z -Axe parallele Abmessung gleich 1 gesetzt werden mag, so wirken auf die vier Flächen AB , CD , BC und AD irgendwie vier Kräfte P_1 , P_2 , P_3 und P_4 , von denen jede in ihre betreffende Normalcomponente N und Tangentialkraft S zerlegt werde. Die vier Normalkräfte gehen sämtlich durch den Mittelpunkt M des unendlich kleinen Parallelepipediums, in welchem auch das Gewicht des letz-

teren angreifend zu denken ist, welches übrigens gegen die Kräfte N und S als unendlich Kleines höherer Ordnung vernachlässigt werden kann. Bezeichnet man die spezifischen Spannungen mit n und s , so ist zunächst ersichtlich, daß $s_1 = s_2$ und $s_3 = s_4$ zu setzen ist, da die Unterschiede $s_2 - s_1$ und $s_4 - s_3$ ebenfalls nur unendlich klein sind, während die spezifischen Spannungen s endliche Größen darstellen. Man hat daher,

wenn man $S_1 = S_2 = a s_1$ und $S_3 = S_4 = b s_3$ setzt und den Mittelpunkt M als Momentenmittelpunkt wählt, für das Gleichgewicht die Bedingung:

$$a s_1 \cdot b = b s_3 \cdot a,$$

woraus

$$s_1 = s_3 = s_2 = s_4$$

folgt.

Hieraus schließt man, daß je zwei in einem beliebigen Punkte zu einander senkrechte Flächen gleich großen Schubspannungen pro Flächeneinheit ausgesetzt sind.

- §. 4. Um nun den Druck auf irgend welches Flächenelement im Innern einer unbegrenzten Erdmasse zu ermitteln, sei abc , Fig. 6, die Grundfläche eines unendlich kleinen, der Z -Axe parallelen dreiseitigen Prismas, dessen untere Fläche ab parallel zu der gegen den Horizont unter dem beliebigen Winkel ω geneigten Oberfläche der Erdmasse, und dessen Fläche bc senkrecht auf der Grundfläche ab steht, während die dritte Fläche ac unter dem beliebigen Winkel α gegen ab geneigt sein soll. Die Länge des Prismas in der Richtung der Z -Axe möge gleich der Einheit angenommen werden. Auf diese drei Flächen wirken drei Kräfte P_1 auf ab , P_2 auf bc und P auf ac . Bezeichnet man mit p_1 , p_2 und p die entsprechenden specifischen Druckkräfte dieser Flächen, so hat man, wenn man auch ab gleich der Einheit annimmt, $P_1 = p_1$, $P_2 = p_2 \tan \alpha$ und $P = p \sec \alpha$. Diese drei Kräfte müssen mit einander im Gleichgewichte sein, da die auf die beiden dreieckigen verticalen Endflächen des Prismas wirkenden Druckkräfte nach dem Vorstehenden sich gegenseitig aufheben, und das Eigengewicht des unendlich kleinen Prismas gegen die Flächendrucke als unendlich Kleines verschwindet. Um die Bedingungen des Gleichgewichtes zu erkennen, sei nun das Kräftepolygon gezeichnet, und zwar sei nach einem gewissen Maßstabe der auf die Fläche ab wirkende Druck P_1 , welcher nach dem Vorstehenden vertical gerichtet und gleich γy ist, durch die Verticale DF in der Mitte D von ab ausgedrückt. Wenn man die Gerade FB senkrecht zu ab zieht, so erhält man offenbar in

$$FB = P_1 \cos \omega = \gamma y \cos \omega = N_1$$

den Normaldruck und in

$$DB = P_1 \sin \omega = \gamma y \sin \omega = S_1$$

die Schubkraft der Fläche ab . Der Druck P auf ac ist vorläufig unbekannt, und von der Druckkraft P_2 auf die Fläche bc weiß man nur, daß nach dem Vorhergehenden die specifische Schubspannung s_2 gleich derjenigen s_1 der Fläche ab ist, folglich hat die auf bc wirkende Schubspannung die Größe:

die Schubkraft S_2 der Fläche bc . Die drei Kräfte S_2 , S_1 und N_1 sind daher durch den Linienzug $EDBF$ dargestellt.

Um die Größe zu finden, welche die vorläufig noch ganz unbestimmte Normalkraft N_2 der Fläche bc möglicher Weise haben kann, sei N_2 zunächst beliebig groß angenommen und gleich FG_1 parallel mit der Basis ab oder der Terrainfläche angetragen. Unter dieser Voraussetzung giebt die Schlußlinie G_1E des Kräftepolygons $EDBFG_1$ bekanntlich der Größe und Richtung nach die Kraft P auf die dritte Prismenfläche ac . Zieht man von G_1 die Linie G_1J senkrecht zu dieser Fläche ac , so giebt $EG_1J = \delta$ den Winkel, unter welchem die Kraft P gegen die Normale der Fläche ac geneigt ist, und man hat daher in

$$G_1J = P \cos \delta = N$$

die Normalkraft, und in

$$JE = P \sin \delta = S$$

die Schubkraft der besagten Fläche.

Es ist nun aus der Figur ersichtlich, daß die Punkte A , B und J mit dem Durchschnittspunkte H der beiden Geraden G_1J und FB auf der Peripherie eines Kreises liegen müssen, für welchen AH ein Durchmesser ist, da die betreffenden Winkel bei B und J Rechte sind. Zeichnet man diesen Kreis, und zieht durch seinen Mittelpunkt M_1 die Gerade M_1O senkrecht zu der Terrainfläche bis zum Durchschnitte O mit der Verlängerung von FG_1 , und ebenso JQ parallel zu M_1O , so erkennt man leicht, daß

$$QO = JE \cdot \cos \alpha = S \cos \alpha$$

und

$$QJ = G_1J \cdot \cos \alpha = N \cos \alpha$$

ist, da offenbar die Linie JE mit der Oberfläche, sowie die Normalen G_1J und QJ mit einander den Winkel α bilden. Diese Größen QO und QJ stellen daher auch die specifischen Spannungen s und n der Fläche ac vor, denn da man

$$S = ac \cdot s = \frac{s}{\cos \alpha}$$

und

$$N = ac \cdot n = \frac{n}{\cos \alpha}$$

hat, so ist

$$QO = S \cos \alpha = s$$

und

$$QJ = N \cos \alpha = n.$$

Verbindet man daher noch O mit J , so erhält man in OJ nicht nur die specifische Druckkraft der Fläche ac :

$$p = \sqrt{s^2 + n^2},$$

sondern auch in $M_1 O J = \delta$ den Winkel, welchen diese Druckkraft mit der Normalen zur Fläche ac bildet. Daß der Winkel $M_1 O J = EG_1 J = \delta$ ist, erkennt man daraus, daß

$$\text{tang } EG_1 J = \frac{JE}{G_1 J} = \frac{S}{N} = \frac{s}{n} = \frac{QO}{QJ} = \text{tang } EOJ$$

ist.

Diese Beziehung giebt in sehr einfacher Art ein anschauliches Bild von der Vertheilung der Druckkräfte im Innern der Erdmasse. Da nämlich, wie man leicht erkennt, die gegenseitige Lage von A , B und O zu einander bei einer gewissen Tiefe y , also auch einem bestimmten OA von vornherein feststeht und nicht von der Neigung α der Ebene ac abhängig ist, und da auch H gegeben ist, sobald über die Größe von n_2 , also von $FG_1 = N_2$ eine Annahme gemacht wird, so wird der durch A , B und H gelegte Kreis durch eine solche Annahme von n_2 unzweifelhaft festgestellt. Daher giebt dieser Kreis, immer unter der gemachten Voraussetzung über die Größe von n_2 , ein Mittel an die Hand, um für jede beliebige Ebene die Größe der specifischen Druckkraft p und deren Abweichung von der Normalen zur Fläche zu finden. So erhält man z. B. für die beliebige Ebene ac' , wenn man AJ' dazu parallel zieht, in der Strecke OJ' nach dem gewählten Kräftemaßstabe die specifische Druckspannung p' und in $M_1 O J'$ deren Neigung δ' gegen die Normale zu ac' .

Denkt man sich die Ebene ac um a im Kreise herumgedreht, so daß sie alle denkbaren Neigungen annimmt, so wandert bei gleichzeitiger Drehung der Sehne AJ der Punkt J auf dem Umfange des Kreises herum, und man erhält in besagter Weise in den von O ausgehenden Fahrstrahlen OJ nach dem Endpunkte J der Sehne die specifischen Spannungen p für alle entsprechenden Lagen der Ebene ac . Diese Druckspannungen nehmen offenbar für die Richtung AK_1 ihren kleinsten Werth $p_{min} = OK_1$, und für die dazu senkrechte Lage AL_1 der Fläche ihren größten Werth $p_{max} = OL_1$ an. Für beide Flächen ist der Abweichungswinkel δ zwischen Druckkraft und Normale gleich Null, d. h. diese Druckspannungen sind senkrecht zu den Flächen, also für die Ebene AK_1 in AL_1 und für die Ebene AL_1 in AK_1 fallend. Schubspannungen treten in diesen Ebenen also nicht auf. Die größte Abweichung der Druckkraft von der Flächennormale findet für diejenigen beiden Ebenen statt, deren Richtungen durch die Sehnen AU_1 und AV_1 nach den Berührungspunkten der Tangenten OU_1 und OV_1 gehen.

Wie im Obigen wiederholt bemerkt worden, gilt der betreffende Kreis zum Mittelpunkte M_1 nur unter der gemachten Voraussetzung, daß $N_2 = n_2 \text{ tang } \alpha$ die Größe FG_1 habe, d. h. also, wenn hinsichtlich der normalen specifischen Spannung n_2 auf eine zur Terrainoberfläche senkrechte

und zur Z -Axe parallele Ebene, wie bc , eine bestimmte Annahme gemacht wird. Eine andere Annahme in dieser Hinsicht liefert auch einen anderen Kreis, und es ist aus der Figur ersichtlich, wie bei einer Vergrößerung von FG_1 der Schnittpunkt H tiefer rückt, so daß der Kreis kleiner wird, und umgekehrt, wie eine Verringerung von n_2 den Kreis vergrößert.

Um nun die in der Wirklichkeit stattfindenden Verhältnisse zu ermitteln, genügt es, den Reibungscoefficienten der betrachteten Erdmasse zu kennen. Ist derselbe wieder durch φ , der Reibungswinkel ρ also durch $\varphi = \tan \rho$ gegeben, so muß man bemerken, daß der Gleichgewichtszustand der Erdmasse an die Bedingung geknüpft ist, daß nirgendwo die Druckrichtung auf ein Flächenelement von der Normalen derselben um einen größeren Betrag abweiche, als der Reibungswinkel angiebt. Diese Abweichung kann sowohl nach der einen wie nach der anderen Seite, oder allgemeiner innerhalb desjenigen Regelmantels stattfinden, welcher um die Normale als Axe gedacht wird, und dessen halber Spitzenwinkel gleich ρ ist (Reibungskegel). Innerhalb dieser Grenzen giebt es natürlich unendlich viele Zustände, für welche das Gleichgewicht bestehen kann. Für den vorliegenden Zweck kommen indessen besonders diejenigen beiden Grenzzustände in Betracht, in denen das Gleichgewicht bei der geringsten Veränderung gestört wird, d. h. in welchen entweder eine zu stützende Erdmasse abgleitet, wenn die stützende Mauer dem activen Erdbrücke nicht zu widerstehen vermag, oder in welchen durch eine überwiegende Schubkraft der passive Erdwiderstand überwunden wird.

Nach diesen Bemerkungen ist es nun deutlich, daß ein solcher Kreis, für welchen die Tangenten OU_1 und OV_1 mit der Centrallinie OM_1 einen Winkel $M_1OU_1 = M_1OV_1$ gleich dem Reibungswinkel ρ der Erdmasse bilden, einem der besagten Grenzzustände entsprechen muß. Solcher Kreise giebt es nun offenbar zwei, welche durch die Punkte A und B gehen, und die unter dem Reibungswinkel ρ gegen die Centrale geneigten Geraden OU_2 und OV_2 in U_1 und V_1 bezw. U_2 und V_2 berühren.

Die vorstehende Untersuchung zeigt, daß der Kreis M_1 unter der Annahme eines bestimmten specifischen Normaldruckes n_2 auf das zur Terrainfläche senkrechte Flächenelement bc gilt, so zwar, daß die Strecke FG_1 den Normaldruck $n_2 \tan \alpha$ auf das Flächenelement bc darstellt, also

$$n_2 = \frac{FG_1}{\tan \alpha}$$

angenommen werden muß. Würde man n_2 , also auch FG_1 kleiner annehmen, so würde, da H emporrückt, der Kreis M_1 größer werden und das Gleichgewicht gestört sein, weil der Winkel der von O an diesen Kreis gezogenen Tangenten mit der Centrallinie OM_1 größer als der Reibungswinkel ρ wäre. Hiernach würde es in der Erdmasse Flächen geben, für welche der Druck um einen größeren Betrag, als der Reibungswinkel ist, von

der Normalen abweicht. Hieraus geht hervor, daß der Kreis M_1 einem solchen Grenzzustande entspricht, in welchem die geringste Verkleinerung des Druckes n_2 eine Bewegung zur Folge haben müßte, und zwar würde alsdann eine Bewegung der Erdmasse auf den Flächen AU_1 und AV_1 eintreten, für welche die Abweichung der Druckkraft von der Normalen den Reibungswinkel erreicht. Diese beiden Flächen treten demnach als Gleitflächen auf, und es entspricht offenbar der Kreis M_1 demjenigen Gleichgewichtszustande, welcher für die Beurtheilung der von Stützmauern auszuhaltenden Druckkraft in Betracht kommt, da ein Abgleiten des zwischen den beiden Gleitflächen AU_1 und AV_1 befindlichen Erdprismas erfolgen muß, sobald die betreffende Stützmauer ausweicht, d. h. nur einen Druck gegen die Erdmasse auszuüben vermag, welcher geringer ist als derjenige, welcher aus dem angenommenen Drucke

$$n_2 = \frac{FG_1}{\tan \alpha}$$

sich ergibt. Mohr nennt diesen Gleichgewichtszustand den unteren Grenzzustand, zum Unterschiede von dem oberen, welcher durch den Kreis zum Mittelpunkte M_2 dargestellt wird, und welcher, wie leicht zu ersehen ist, sich dadurch charakterisirt, daß die geringste Vergrößerung des Druckes n_2 eine Störung des Gleichgewichts zur Folge hat. Denkt man sich nämlich die Größe n_2 von dem Werthe des unteren Grenzzustandes

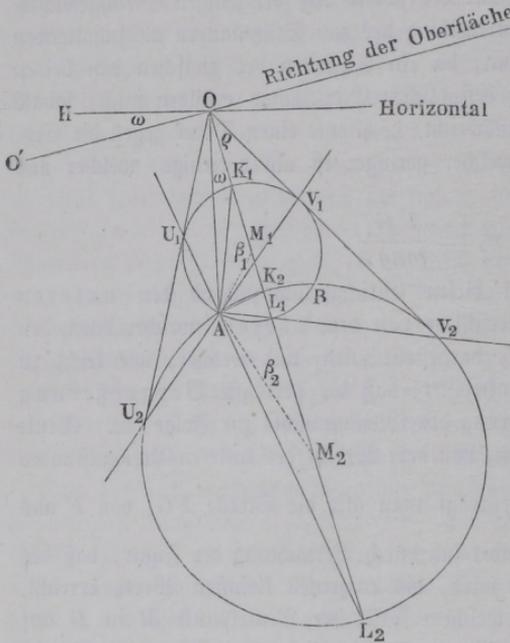
$\frac{FG_1}{\tan \alpha}$ allmählig zunehmend, trägt man also die Strecke FG_1 von F aus

größer und größer an, so findet sich durch Betrachtung der Figur, daß der Kreis M_1 kleiner und kleiner wird, bis er seinen kleinsten Werth erreicht, wenn G_1 nach O trifft, in welchem Falle der Mittelpunkt M in D auf AB fällt, der Kreis also die Gerade BF in B berührt, indem der Durchschnittspunkt H in B hineinfällt. Eine weitere Vergrößerung von n_2 , bei welcher der Endpunkt G der Strecke FG über O hinaus fällt, läßt den Durchmesser des Kreises wieder zunehmen, und man erhält für den zweiten die Geraden OU_2 und OV_2 berührenden Kreis M_2 den Normaldruck $n_2 \tan \alpha$ auf die Fläche bc in der Strecke FG_2 , wenn man durch den Durchschnittspunkt H_2 dieses Kreises mit FB eine zu ac senkrechte Gerade H_2G_2 zieht. Hierdurch ist der erwähnte obere Grenzzustand dargestellt, denn es ist deutlich, daß die geringste fernere Vergrößerung von n_2 oder FG_2 eine Störung des Gleichgewichtes herbeiführen muß, wobei ein Gleiten der Erdmasse in den Gleitflächen AU_2 und AV_2 stattfindet, in welchen die Druckkraft um den Reibungswinkel ϱ von der Normalen abweicht.

Durch die vorstehende Betrachtung hat sich nun ergeben, daß der anfänglich ganz unbekannt Normaldruck N_2 auf das Flächenelement bc nur zwischen den beiden Werthen FG_1 und FG_2 gelegen sein, dazwischen aber

jeden beliebigen Werth haben kann, so daß also für die Erdmasse unendlich viele verschiedene Gleichgewichtszustände möglich sind. Für irgend einen dieser möglichen Gleichgewichtszustände ist der spezifische Druck p nach verschiedenen Richtungen seiner Größe nach verschieden, und es giebt zwei zu einander senkrechte Richtungen, von denen die eine dem maximalen, die andere dem minimalen

Fig. 7.



Drucke entspricht. Von diesen unendlich vielen Zuständen interessieren hier nur die beiden Grenzzustände, für welche die spezifischen Drucke auf irgend ein Flächenelement mit p_1 für den unteren, mit p_2 für den oberen Grenzzustand bezeichnet werden sollen.

Der Uebersichtlichkeit wegen sind die Kreise für die beiden Gleichgewichtszustände in Fig. 7 besonders dargestellt. Man ersieht hieraus, daß AU_1 und AV_1 die Gleitflächen des unteren, sowie AU_2 und AV_2 diejenigen des oberen Grenzzustandes darstellen. Ferner hat man

$$\begin{aligned}
 p_{1 \max} &= OL_1 \text{ in der Richtung } AK_1 \text{ wirkend,} \\
 p_{1 \min} &= OK_1 \text{ " " " } AL_1 \text{ " } \\
 p_{2 \max} &= OL_2 \text{ " " " } AK_2 \text{ " } \\
 p_{2 \min} &= OK_2 \text{ " " " } AL_2 \text{ " }
 \end{aligned}$$

Aus der Figur ist auch ohne Weiteres zu erkennen, daß wegen der Gleichheit der Kreisbögen $KU = KV$ die Richtung von $p_{1 \max}$ den Winkel der Gleitflächen für den unteren Grenzzustand halbirt, während für den oberen Grenzzustand $p_{2 \min}$ den Winkel der Gleitflächen in zwei gleiche Theile theilt. Für die Winkel der Gleitflächen zu einander hat man, da

$$UMK = VMK = 90^\circ - \varrho \quad \text{ist:}$$

$$U_1 A V_1 = 90^\circ - \varrho \quad \dots \dots \dots (1)$$

und

$$U_2 A V_2 = 90^\circ + \varrho \quad \dots \dots \dots (2)$$

Denkt man sich von dem unteren Grenzzustande aus den Druck n_2 größer und größer werdend, so verändert die größte Druckkraft allmählig ihre Richtung aus AK_1 in AK_2 , während die zu p_{max} senkrechte Kraft p_{min} um den gleichen Winkel L_1AL_2 gedreht wird.

Um die Größe der Druckkräfte p_{max} und p_{min} zu bestimmen, seien unter r_1 und r_2 die Halbmesser M_1U_1 und M_2U_2 gleich $\frac{p_{max} - p_{min}}{2}$ und unter m_1 und m_2 die Abstände OM_1 und OM_2 gleich $\frac{p_{max} + p_{min}}{2}$ verstanden, dann hat man:

$$\sin \varrho = \frac{UM}{OM} = \frac{r_1}{m_1} = \frac{r_2}{m_2} = \frac{p_{max} - p_{min}}{p_{max} + p_{min}} \dots (3)$$

Hieraus folgt für beide Grenzzustände:

$$p_{max} (1 - \sin \varrho) = p_{min} (1 + \sin \varrho) \dots (4)$$

also:

$$\begin{aligned} \frac{p_{1min}}{p_{1max}} &= \frac{p_{2min}}{p_{2max}} = \frac{1 - \sin \varrho}{1 + \sin \varrho} = \frac{1 - \cos(90^\circ - \varrho)}{1 + \cos(90^\circ - \varrho)} \\ &= \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} \dots (5) \end{aligned}$$

Ferner hat man, unter β_1 und β_2 die Centriwinkel OM_1A und OM_2A , und unter ω wieder den Neigungswinkel $HO O'$ der Oberfläche gegen den Horizont, also auch den Winkel AOM verstanden, aus den Dreiecken AOM_1 und AOM_2 :

$$\frac{AM_1}{OM_1} = \frac{r_1}{m_1} = \frac{\sin \omega}{\sin(\beta_1 + \omega)} = \sin \varrho \text{ (nach 3)} \dots (6)$$

und

$$\frac{AM_2}{OM_2} = \frac{r_2}{m_2} = \frac{\sin \omega}{\sin(\beta_2 + \omega)} = \sin \varrho \dots (7)$$

Hieraus folgt auch $\sin(\beta_1 + \omega) = \sin(\beta_2 + \omega)$, d. h.:

$$\beta_1 + \beta_2 = 180^\circ - 2\omega \dots (8)$$

Man kann daher allgemein schreiben:

$$\sin(\beta + \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varrho} \dots (9)$$

und hieraus folgt durch einige goniometrische Umformungen:

$$\sin \beta = \frac{\sin \omega}{\sin \varrho} (\cos \omega \pm \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho})^* \dots (10)$$

*) Man erhält diesen Ausdruck durch

$$\sin(\beta + \omega) = \sin \beta \cos \omega + \cos \beta \sin \omega = \sin \beta \cos \omega + \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \cdot \sin \omega = \frac{\sin \omega}{\sin \varrho}$$

worin das obere Zeichen dem Winkel β_1 , das untere dem Winkel β_2 zukommt.

Nun hat man ferner, wenn man für AO den Werth γy setzt:

$$AM = r = AO \frac{\sin \omega}{\sin \beta} = \gamma y \frac{\sin \omega}{\sin \beta} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

und

$$OM = m = AO \frac{\sin(\omega + \beta)}{\sin \beta} = \gamma y \frac{\sin(\omega + \beta)}{\sin \beta} \cdot \quad (12)$$

Setzt man hierin aus (9) und (10) die Werthe für $\sin(\omega + \beta)$ und $\sin \beta$ ein, so erhält man:

$$AM_1 = r_1 = \gamma y \frac{\sin \varrho}{\cos \omega + \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} \cdot \cdot \quad (13)$$

$$AM_2 = r_2 = \gamma y \frac{\sin \varrho}{\cos \omega - \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} \cdot \cdot \quad (14)$$

$$OM_1 = m_1 = \gamma y \frac{1}{\cos \omega + \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} \cdot \cdot \quad (15)$$

$$OM_2 = m_2 = \gamma y \frac{1}{\cos \omega - \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} \cdot \cdot \quad (16)$$

Daraus folgt endlich:

$$OK_1 = m_1 - r_1 = \gamma y \frac{1 - \sin \varrho}{\cos \omega + \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} = p_{1 \min} \cdot \quad (17)$$

$$OL_1 = m_1 + r_1 = \gamma y \frac{1 + \sin \varrho}{\cos \omega + \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} = p_{1 \max} \cdot \quad (18)$$

$$OK_2 = m_2 - r_2 = \gamma y \frac{1 - \sin \varrho}{\cos \omega - \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} = p_{2 \min} \cdot \quad (19)$$

$$OL_2 = m_2 + r_2 = \gamma y \frac{1 + \sin \varrho}{\cos \omega - \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} = p_{2 \max} \cdot \quad (20)$$

oder:

$$1 - \sin^2 \beta = \left(\frac{1}{\sin \varrho} - \sin \beta \frac{\cos \omega}{\sin \omega} \right)^2,$$

welche Gleichung nach $\sin \beta$ geordnet:

$$\sin^2 \beta \left(1 + \frac{\cos^2 \omega}{\sin^2 \omega} \right) - 2 \frac{\cos \omega}{\sin \omega \sin \varrho} \sin \beta = 1 - \frac{1}{\sin^2 \varrho} = - \frac{\cos^2 \varrho}{\sin^2 \varrho}$$

gibt. Hieraus folgt:

$$\sin \beta = \frac{\sin \omega}{\sin \varrho} (\cos \omega \pm \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}).$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich:

$$p_{1 \min} p_{2 \max} = p_{1 \max} p_{2 \min} = (\gamma y)^2 \cdot \cdot \cdot \quad (21)$$

Für den Druck p in den Gleitflächen hat man nach einer bekannten Eigenschaft des Kreises:

$$OU^2 = OK \cdot OL,$$

also:

$$p = \sqrt{p_{\min} \cdot p_{\max}} = \gamma y \frac{\cos \varrho}{\cos \omega \pm \sqrt{\cos^2 \omega - \cos^2 \varrho}} \quad (22)$$

Es kann bemerkt werden, daß diese Gleichungen unmögliche Werthe ergeben würden, wenn man den Neigungswinkel ω der Masse gegen den Horizont größer als den natürlichen Böschungswinkel ϱ voraussetzen wollte.

Die gefundene Gleichung (5)

$$\frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

lehrt, daß das Verhältniß der größten und kleinsten Druckspannung nicht von der Tiefe y des betrachteten Punktes unter der Oberfläche, auch nicht von deren Neigung ω , sondern lediglich von dem Reibungswinkel ϱ abhängt, daß also dieses Verhältniß in allen Punkten einer homogenen unbegrenzten Erdmasse denselben constanten Werth hat. Andererseits erkennt man aus den Gleichungen (17) bis (20), daß die absoluten Größen von p_{\max} und p_{\min} für alle Punkte von gleicher Tiefe y , d. h. für alle Punkte einer mit der Oberfläche parallelen Ebene gleich groß sein müssen. Man ersieht auch aus (22), daß diese Gleichheit nicht nur für die Hauptdrücke p_{\max} und p_{\min} gilt, sondern es sind auch die Druckkräfte p auf alle mit einander parallel gelegten Ebenen in den Punkten gleicher Tiefe (y) von einer und derselben Größe.

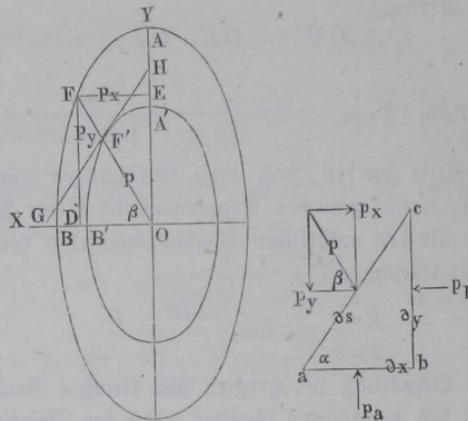
Wenn man die in einem beliebigen Punkte A der Erdmasse nach allen möglichen Richtungen stattfindenden specifischen Druckkräfte ihrer Richtung und Größe nach durch eine von dem Punkte A ausgehende Strecke darstellt, so liegen, wie Winkler*) gezeigt hat, die Endpunkte dieser Strecken in einem Ellipsoid, dessen Axen durch die Hauptdruckkräfte p_{\max} und p_{\min} dargestellt sind, wie man sich in folgender Art überzeugen kann.

Es seien die Coordinatenaxen OY und OX , Fig. 8 (a. f. S.), parallel mit den Richtungen AK_1 und AL_1 in Fig. 7 von p_{\max} und p_{\min} angenommen, und es bedeute abc ein unendlich kleines dreieitiges Prisma, dessen Flächen $ab = dx$ und $bc = dy$ parallel mit den Coordinatenebenen ZOX und ZOY sind; die Z -Axe werde wieder in O senkrecht zur Zeichnung angenommen. Die dritte Fläche $ac = ds$ bilde mit der X -Axe den Winkel α , und auf diese Fläche

*) Dr. G. Winkler, Neue Theorie des Erddruckes. Wien 1872.

wirke der spezifische Druck p in einer Richtung, welche mit der X -Axe den Winkel β bilden möge. Man hat dann, unter p_a und p_b den größten resp.

Fig. 8.



kleinsten spezifischen Druck auf die Flächen ab und bc , und unter p_x und p_y die den Axen parallelen Componenten des Druckes p auf die Fläche ac verstanden, für das Gleichgewicht:

$$p_a \partial x = p_y \partial s,$$

$$p_b \partial y = p_x \partial s;$$

hieraus folgt:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \cos \alpha = \frac{p_y}{p_a},$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \sin \alpha = \frac{p_x}{p_b},$$

und also:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 = \frac{p_y^2}{p_a^2} + \frac{p_x^2}{p_b^2}.$$

Dies ist aber die Gleichung einer Ellipse, deren Axen $OA = p_a$ und $OB = p_b$ sind.

Macht man daher für eine unter dem Winkel $\alpha = cab$ gegen die X -Axe geneigte Ebene ca die Coordinaten

$$FD = p_y = p_a \cos \alpha = OA \cos \alpha$$

und

$$FE = p_x = p_b \sin \alpha = OB \sin \alpha,$$

so erhält man in

$$OF = \sqrt{p_a^2 \cos^2 \alpha + p_b^2 \sin^2 \alpha} = p$$

der Größe und Richtung nach den spezifischen Druck auf die Fläche ac .

Winkler nennt diese Ellipse die Druckellipse, zum Unterschiede von einer anderen, der sogenannten Stellungsellipse, welche man erhält, wenn man bei denselben Azenrichtungen die Größe der Halbachsen

$$OA' = \sqrt{OA} = \sqrt{p_a} \quad \text{und} \quad OB' = \sqrt{OB} = \sqrt{p_b}$$

annimmt. Es ist nämlich leicht zu erweisen, daß diese Ellipse in ihrer Tangente GH an den Durchschnittspunkt F' mit irgend einer Druckrichtung OF die Richtung derjenigen Fläche angeht, welche von dem Drucke OF afficirt wird. Die Gleichung dieser Ellipse ist nämlich unter der gemachten Voraussetzung in Betreff der Größe der Halbachsen:

$$\frac{y^2}{p_a} + \frac{x^2}{p_b} = 1,$$

und man erhält daher durch Differentiation:

$$\frac{y \, \delta y}{p_a} + \frac{x \, \delta x}{p_b} = 0,$$

oder:

$$\frac{p_a}{p_b} \frac{x}{y} = - \frac{\delta y}{\delta x} = \text{tang } HGO \dots \dots \dots (23)$$

oder, da $\frac{x}{y} = \text{cotg } \beta$ ist, hat man:

$$\text{tang } HGO = \frac{p_a}{p_b} \text{cotg } \beta.$$

Nun hat man aber auch:

$$p_y = p \sin \beta = p_a \cos \alpha,$$

$$p_x = p \cos \beta = p_b \sin \alpha;$$

daher ist auch:

$$\text{tang } \alpha = \frac{p_a}{p_b} \text{cotg } \beta \dots \dots \dots (24)$$

Aus dieser Gleichung und (23) folgt daher $HGO = \alpha$, d. h. die Richtung einer beliebigen Fläche ac oder GH und die für dieselbe geltende Druckrichtung OF sind zwei conjugirte Durchmesser der Stellungsellipse. Die Tangente GH der Stellungsellipse in F' giebt sonach die Richtung der Ebene an, für welche der Druck durch OF der Größe und Richtung nach dargestellt ist.

Wenn die Oberfläche der Erdmasse horizontal, also $\omega = 0$ ist, so fallen die beiden Punkte A und B in Fig. 6 zusammen, und man erhält aus den Gleichungen (17) bis (20):

$$p_{1\max} = p_{2\min} = \gamma y;$$

$$p_{1\min} = \gamma y \frac{1 - \sin \varrho}{1 + \sin \varrho} = \gamma y \text{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

und

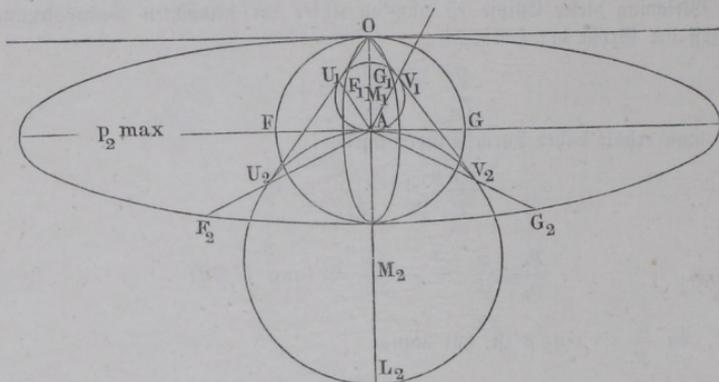
$$p_{2\max} = \gamma y \frac{1 + \sin \varrho}{1 - \sin \varrho} = \gamma y \text{tang}^2 \frac{90^\circ + \varrho}{2}.$$

In Fig. 9 (a. f. S.) sind die den beiden Grenzzuständen entsprechenden Druckellipsen OF_1G_1 und OF_2G_2 dargestellt. Die Gleitflächen sind für den unteren

Grenzzustand durch AF_1 und AG_1 gegeben, welche Flächen von der Verticalen AO nach jeder Seite um den Winkel $\frac{90^\circ - \varrho}{2}$ abweichen, und die auf diese Gleitflächen wirkende spezifische Druckspannung beträgt nach (22):

$$OU_1 = AF_1 = AG_1 = p_{f_1} = \gamma y \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

Fig. 9.



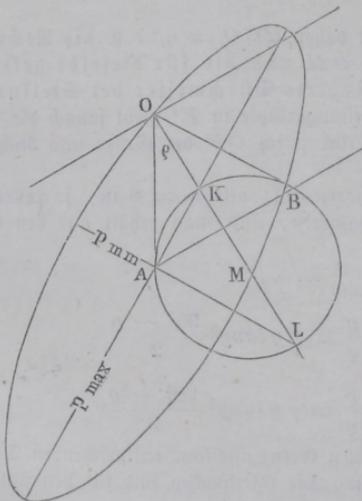
während der Druck auf die Gleitflächen AF_2 und AG_2 für den oberen Grenzzustand durch

$$OU_2 = AF_2 = AG_2 = p_{f_2} = \gamma y \tan \frac{90^\circ + \varrho}{2}$$

ausgedrückt ist.

Wenn man, wie vorstehend erwähnt, durch Vergrößerung des Normaldruckes

Fig. 10.



n_2 auf eine zur Z -Axe parallele verticale Ebene den unteren Grenzzustand in den oberen überführt, so wird der Kreis U_1V_1 kleiner und kleiner, bis er in einem gewissen Augenblicke, wenn $n_2 = \gamma y$ geworden ist, in den Punkt A zusammenschrumpft. Die Druckellipse hat während dieser Zeit unter Beibehaltung ihrer großen Axe $2AO = 2\gamma y$ ihre kleine Axe mehr und mehr vergrößert und ist in dem erwähnten Augenblicke in den Kreis FG übergegangen. Der Zustand der Erdmasse entspricht in diesem Augenblicke demjenigen einer vollkommenen Flüssigkeit ohne Reibungswiderstände und ohne Schubspannungen; der spezifische Druck ist auf jede irgendwie gelegene Ebene senkrecht gerichtet und gleich γy . Bei

noch weiterer Vergrößerung des Druckes n_2 wächst der horizontale Druck unter steter Beibehaltung der constanten Größe γy für den verticalen Druck, welcher nunmehr als $p_{2\min}$ auftritt.

Setzt man eine Neigung der Erdoberfläche unter der natürlichen Böschung voraus, so fällt bei der Ausföhrung der Construction in Fig. 6 die Tangente OU mit der Verticalen OA zusammen, und man erhält in diesem Falle nur einen einzigen Berührungskreis, Fig. 10; es giebt daher hier auch nur einen Grenzzustand. Die beiden Gleitflächen AO und AB sind hier vertical und parallel zur Oberfläche gerichtet, und der Druck auf dieselben ist:

$$p_f = AO = BO = \gamma y.$$

Ferner ergibt sich aus (17) und (19):

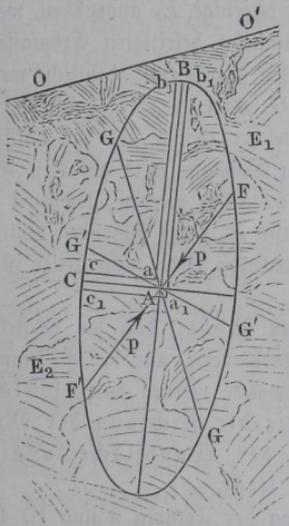
$$p_{\min} = OK = \gamma y \frac{1 - \sin \varrho}{\cos \varrho} = \gamma y \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

und aus (18) und (20):

$$p_{\max} = OL = \gamma y \frac{1 + \sin \varrho}{\cos \varrho} = \gamma y \tan \frac{90^\circ + \varrho}{2}.$$

Druck der Erde gegen Stützmauern. Um nunmehr der vor- §. 5. stehenden Theorie gemäß den Erddruck gegen stützende Wände oder Futtermauern zu ermitteln, kann man folgende Betrachtung anstellen. Es sei CBF , Fig. 11, die Druckellipse für irgend einen Punkt A einer Erdmasse, deren Oberfläche OO' sei, so daß also für den vorauszusetzenden unteren Grenzzustand BA der Größe und Richtung nach den Druck p_{\max} und CA den Druck p_{\min} darstellt. Denkt man sich in den Richtungen BA und CA

Fig. 11.



durch je zwei unendlich nahe liegende Ebenen, wie ba, ca , zwei röhrenförmige oder prismatische Räume begrenzt, so wirkt innerhalb derselben auf die Begrenzungsflächen ba, ca dieser Räume der Druck überall normal, also etwa so, als ob diese Räume mit Flüssigkeiten von bestimmter Dichte gefüllt sein würden. Während indessen bei einer Flüssigkeit der Druck nach allen Richtungen von gleicher Größe ist, so verursacht bei der Erdmasse die zwischen den Theilchen auftretende Reibung, daß in der Richtung CA schon der kleinere Druck p_{\min} ausreicht, um zusammen mit der Reibung dem eine Bewegung anstrebenden Drucke p_{\max} das Gleichgewicht zu halten. Man hat sich daher vorzustellen, daß die Druckkraft p_{\max} als eine active,

d. h. Bewegung anstrebende Kraft auftritt, während der Druck p_{min} einen passiven Widerstand vorstellt, welcher die Bewegung so lange verhindert, als er noch nicht unter den dem Grenzzustande entsprechenden Werth herabgesunken ist. Denkt man sich nun durch den Punkt A irgend welche Ebene AG gelegt, welche die ganze Erdmasse in zwei Theile E_1 und E_2 zerlegt, so ist zunächst deutlich, daß, wenn FA nach dem Vorhergehenden den Druck p auf diese Fläche der Richtung und Stärke nach darstellt, also die Erdmasse E_1 auf die Ebene AG mit einer Kraft $FA = +p$ drückend wirkt, die Erdmasse E_2 mit einer gleich großen entgegengesetzten Reaction $F'A = -p$ auf E_1 zurückwirkt. Man kann daher auch den Druck $-p$ der unteren Erdmasse E_2 als den passiven, durch die Wirkung der oberen Erdmasse E_1 hervorgerufenen Widerstand ansehen, und es ist klar, daß bei einer beliebigen Lage der betrachteten Trennungsebene AG diejenige Erdmasse in dem gedachten Sinne als activ angesehen werden muß, welche die gegen den Punkt A gerichtete Druckkraft p_{max} in sich enthält. Stellt man sich nun vor, die gedachte Trennungsebene werde durch eine feste Wandfläche ersetzt, so kann man die Erdmasse E_2 beseitigen, indem die feste Wand ebenso gut eine Reaction $-p = F'A$ gegen die von oben drückende Erdmasse auszuüben vermag, wie zuvor die Erdmasse E_2 . Wollte man dagegen die Erdmasse E_1 beseitigen, so würden die Verhältnisse wesentlich andere sein, als sie in der unbegrenzten Erdmasse stattfinden, denn die feste Stützmauer, welche wohl im Stande ist, einem auf sie von E_1 ausgeübten activen Drucke p eine gleiche Reaction $-p$ entgegenzusetzen, vermag offenbar nicht, den besagten Druck p der Erdmasse E_1 auf diejenige E_2 auszuüben, welcher Druck lediglich den Schwerkraften der nunmehr beseitigten Erdmasse E_1 seine Entstehung verdankt. Es wird dieses Verhältniß deutlich werden, wenn man z. B. die Trennungsebene AG etwa in AG' unter einem Winkel gegen den Horizont gelegt denkt, welcher kleiner als der natürliche Böschungswinkel ist. In der unbegrenzten Erdmasse wird auf diese Fläche ein bestimmter Druck p' von E_1 auf E_2 ausgeübt werden, wogegen nach Beseitigung von E_1 die verbleibende Erdmasse E_2 einer stützenden Wand in AG' offenbar nicht bedarf, sobald die Begrenzung AG' nicht steiler ist, als die natürliche Böschung.

Aus solchen Betrachtungen folgert daher Mohr, daß die vorstehende Theorie des Erddruckes in unbegrenzten Erdkörpern auf die Bestimmung des Wanddruckes gegen Stützmauern angewandt werden darf, so lange die Gerade, welche nach jener Theorie die Richtung der Maximalpressung gegen den Fußpunkt der Wandfläche angiebt, **innerhalb** des gestützten Erdkörpers liegt.

Hienach wird, wie aus der Betrachtung der Figuren 9 und 10 leicht ersichtlich ist, diese Theorie für verticale Stützflächen AG , Fig. 12, gültig

sein, so lange die Oberfläche GO des Terrains zwischen der Horizontalen GH und der aufsteigenden Ebene der natürlichen Böschung GO_1 gelegen ist, und wenn die Stützfläche AG , wie in Fig. 13, eine gewisse Neigung nach vorn (der Erdmasse abgewendet) hat, so ist die Theorie auch noch gültig bis zu einer gewissen abwärts gerichteten Neigung GO_2 der Erdmasse. Nur wenn die Stützfläche nach Fig. 14 eine der Erdmasse zu-gekehrte Neigung hat, ist die Zulässigkeit der Erddrucktheorie eine für die Lagen der Terrainfläche zwischen GO_1 und GO_2 beschränkte. Die Größe

Fig. 12.

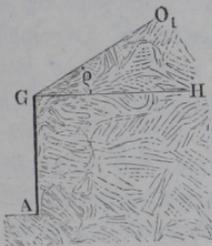


Fig. 13.

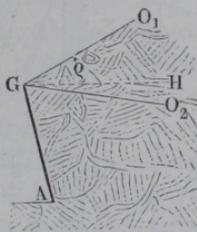
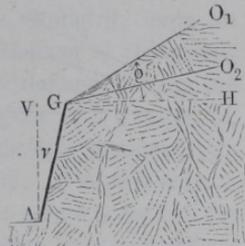


Fig. 14.



des Winkels O_1GO_2 für diesen Geltungsbereich hängt natürlich von der Neigung ν der Wand AG gegen die Verticale AV ab, und man ersieht aus der Figur 10, daß bei einer Zurückneigung der Wand um den Winkel $\nu = VAG = \frac{90^\circ - \rho}{2}$ eine Anwendbarkeit der vorstehenden Erddrucktheorie nur noch zulässig sein wird, wenn das Terrain unter der natürlichen Böschung GO_1 ansteigt (Fig. 14). Für die gewöhnlich in der Praxis vorkommenden Fälle, welche meistens den Figuren 12 und 13 entsprechen, kann daher die vorstehende Theorie des Erddruckes zu Grunde gelegt werden, in den Ausnahmefällen der Fig. 14 dagegen wird man sich der seitherigen Theorie des Prismas vom größten Drucke zur Ermittlung des Wanddruckes bedienen müssen, worüber im folgenden Paragraphen das Nähere enthalten ist.

Unter Zugrundelegung der vorstehend entwickelten Theorie des Erddruckes bestimmt sich nun die auf eine Futtermauer ausgeübte Druckkraft auf graphischem Wege in sehr einfacher Art, bei deren Darstellung hier ebenfalls im Wesentlichen die von Mohr angegebenen Constructionen zu Grunde gelegt sind. Es sei BC , Fig. 15 (a. f. S.), die dem Drucke der Erde ausgesetzte Fläche einer Futtermauer, und es sei $OC = y$ der normale Abstand der untersten Kante C von der ebenen Terrainfläche OO_1 der Erdmasse. Wählt man nun für die graphische Ermittlung das Gewicht γ der Cubikeinheit Erdmasse als Einheit für den Kräftemaßstab (s. Thl. I, Anhang), so stellt offenbar die durch O vertical gezogene Strecke $OA = OC$

zur Wandfläche, so erhält man in F den Angriffspunkt für die mit CD_1 parallele Mittelkraft P aller Einzelpressungen, welche Mittelkraft selbststrebend auch durch den Schwerpunkt des Dreiecks BCD_1 hindurchgeht.

Anstatt die Richtung des Erddruckes durch Antragen des Winkels δ an CD zu erhalten, könnte man auch diese Richtung direct finden, indem man den Durchmesser AH zieht, durch H und J eine Gerade legt und deren Durchschnitt N mit der Oberfläche OO_1 mit dem Durchschnitte E zwischen AJ und OM verbindet. Man erhält dann nach dem Vorhergehenden in EN die Richtung des Erddruckes auf die Wandfläche BC .

Die hier angegebene Construction behält noch ihre Gültigkeit, wenn die Oberfläche OO_1 der Erdmasse durch eine besondere Belastung Q gleichmäßig beschwert ist. In diesem Falle denke man sich diese Belastung Q durch das Gewicht einer ebenso schweren Erdmasse von der Höhe BB' dargestellt, deren durch B' gehende Begrenzung wegen der gleichmäßig vorausgesetzten Vertheilung der Last parallel zu OO_1 anzunehmen ist. Hierdurch wird in dem Gleichgewichtszustande der Erdmasse nichts weiter geändert, als daß für jeden Punkt der Wandfläche der in dem Vorhergehenden mit y bezeichnete normale Abstand von der Erdoberfläche um die Größe OO' vergrößert wird. Daher wird auch für jeden Punkt die mit diesem Abstände y proportionale Pressung um einen constanten von OO' abhängigen Werth vergrößert werden, welcher in $BB_1 = DD'$ gefunden wird, wenn man durch B' die Gerade $B'D'$ parallel zu BD zieht. Die Größe des nunmehr auf die ganze Mauer wirkenden Druckes, dessen Richtung durch die Belastung nicht geändert wird, ist jetzt durch das Trapez CBB_1D' dargestellt, dessen Schwerpunkt S' durch die zur Wandfläche Normale $S'F'$ in F' den Angriffspunkt des Erddruckes P' liefert. Die Figur läßt unmittelbar erkennen, daß durch die Belastung der Oberfläche nicht nur der Wanddruck im Verhältniß der Flächenräume CBD und CBB_1D' , sondern auch der Hebelarm im Verhältniß FC zu $F'C$ vergrößert wird.

Um den Abstand $CF' = a$ des Fußes C von dem Angriffspunkte F' des Erddruckes P' der belasteten Erde zu finden, setze man $CB = l$ und $BB' = l'$, sowie

$$\frac{CD}{CB} = \text{tang } \beta,$$

dann hat man für den Fußpunkt C die Momentengleichung:

$$\frac{l^2}{2} \text{tang } \beta \cdot \frac{l}{3} + ll' \text{tang } \beta \cdot \frac{l}{2} = \left(\frac{l^2}{2} + ll' \right) \text{tang } \beta \cdot a,$$

woraus

$$a = \frac{l^2 + 3ll'}{3l + 6l'} = \frac{l}{3} \frac{l + 3l'}{l + 2l'}$$

folgt, also zwischen $\frac{l}{3}$ für $l' = 0$ und $\frac{l}{2}$ für $l' = \infty$ liegend.

Verbindet man in der Figur den Punkt A mit dem Berührungspunkte U und V der Tangenten an den Kreis, so erhält man die Ebenen, in welchen der Erddruck den Reibungswinkel ϱ mit der Normalen zur Fläche bildet. Man erhält daher im vorliegenden Falle in AV die Richtung der Gleitfläche CG , d. h. derjenigen Ebene, in welcher bei einem Ausweichen der Mauer voraussichtlich ein Erdprisma BCG von der übrigen Erdmasse abgleiten wird. Dieser Gleitfläche kann man sich zur Ermittlung des Wanddruckes bedienen in dem Falle, in welchem die Oberfläche der Erdmasse, Fig. 16, nicht durch eine Ebene gebildet wird. Ist hier z. B. die Erdmasse oben durch $BDEF$ begrenzt, und kann man die Lage CF der Gleitfläche bestimmen, so findet man den Wanddruck genau wie in Fig. 15 angegeben, sobald man jetzt für die wirkliche Erdoberfläche $BDEF$ eine ideale ebene Begrenzung nach BG von solcher Neigung annimmt, daß die beiden Flächenräume CBG und $CBDEF$ gleich groß sind, weil von dem Gewichte des abrutschenden Prismas allein der Wanddruck abhängt. Zu dieser Bestimmung muß allerdings die Lage der Gleitfläche CF zuvörderst bekannt sein, welche nach dem Obigen wiederum von der Neigung der Linie BG abhängt, doch wird man leicht diese Lage mit genügender Schärfe ermitteln können, wenn man sie zuerst schätzungsweise annimmt, dann die Neigung BG ermittelt, und dann für diese Neigung nach Fig. 15 die wahre Gleitfläche bestimmt, um, wenn nöthig, eine entsprechende Correction vornehmen zu können.

Fig. 16.

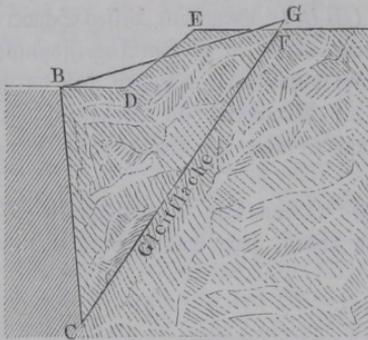
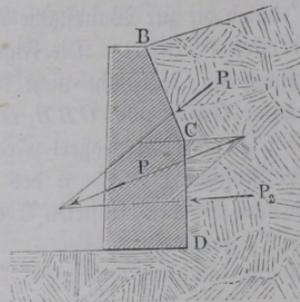


Fig. 17.



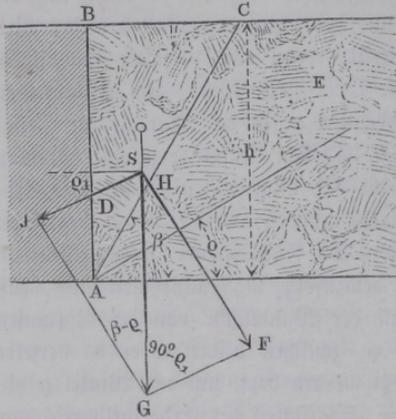
Wenn andererseits die Wandfläche nicht durch eine einzige Ebene begrenzt ist, sondern etwa nach Fig. 17 mehrere Parthien BC , CD von verschiedener Neigung enthält, so ergibt sich von selbst, daß man den gesammten Erddruck auf die Wandfläche nach bekannten Regeln als die Mittelkraft P aus den auf die einzelnen Wandtheile wirkenden Drucken P_1 und P_2 zu ermitteln hat.

Wenn man in der vorgedachten Art den Erddruck auf eine Wandfläche bestimmt, so findet man, daß derselbe, je nach der Lage der Wandfläche, um den mehr oder minder großen Winkel δ von der Normalen zur Wandfläche abweicht. Der Druck wirkt nur dann zur Wandfläche normal, wenn diese die Richtung von p_{max} in sich aufnimmt, wie dies z. B. nach Fig. 9 bei verticaler Wand und horizontaler Oberfläche der Fall ist. Andererseits erreicht der Abweichungswinkel δ einen um so größeren Werth, je mehr sich die Wandfläche einer Gleitfläche nähert, und beim Zusammenfallen beider wird $\delta = \rho$, wie dies nach Fig. 10 eintritt, wenn eine verticale Wandfläche eine Erdmasse mit natürlich geböschter Oberfläche stützt. Im Allgemeinen ist daher der Neigungswinkel des Erddruckes gegen die Normale zur Stützfläche kleiner als der Reibungswinkel ρ . Diesem Umstande zufolge hat man wohl Einwände gegen die Anwendbarkeit der allgemeinen Theorie des Erddruckes zur Bestimmung des Wanddruckes erhoben, welche darauf begründet sind, daß für den Fall des Ausweichens der Futtermauer an derselben ein Herabgleiten der Erdmasse stattfindet, demzufolge man annehmen muß, daß der Druck zwischen dieser Erdmasse und der Wandfläche von der Normalen der letzteren um den Reibungswinkel ρ_1 zwischen beiden, oder da derselbe meistens gleich dem der Erdmasse gesetzt werden darf, um den Winkel ρ abweicht. Demgemäß hat man wohl die Zulässigkeit der Erddrucktheorie nur auf diejenigen höchst seltenen Ausnahmefälle beschränken zu müssen geglaubt, in denen die Wandfläche mit einer Gleitfläche zusammenfällt. Diese Einwände hat schon Mohr durch die Bemerkung widerlegt, daß der gedachte Zustand des Ausweichens der Mauer nicht der bei Stabilitätsuntersuchungen allein in Frage kommende Gleichgewichtszustand der Ruhe, sondern vielmehr ein Zustand der Bewegung ist, und wenn für den letzteren durch die Bewegung selbst jene Richtung der zwischen der Wand und Erdmasse wirkenden Kraft auch bedingt wird, so kann daraus doch nicht geschlossen werden, daß schon vor der Bewegung diese Reibungswiderstände vorhanden waren. Auch aus den Resultaten der über den Erddruck angestellten Versuche läßt sich, insofern hierbei immer der Druck der Erdmasse bei beginnender Bewegung gemessen wird, in dieser Beziehung kein Beweis für die Richtigkeit des gedachten Einwandes herleiten. Man darf daher die hier angeführte Methode der Bestimmung des Erddruckes nach der allgemeinen Theorie desselben in allen den Fällen, für welche nach dem Obigen ihre Anwendbarkeit gezeigt wurde, als zuverlässig und sicher betrachten. Um indessen auch die bisher meist angewendete Bestimmungsart mittelst der Theorie vom Prisma des größten Druckes kennen zu lernen, soll diese Methode in den nächsten Paragraphen noch behandelt werden. Dies erscheint schon mit Rücksicht auf diejenigen Fälle erforderlich, für welche nach dem vorstehend Bemerkten die Anwendbarkeit der Erddrucktheorie nicht zu

läufig ist, und für welche man den Wanddruck nach der Theorie von dem Prisma des größten Erddruckes wird bestimmen müssen.

- §. 6. Das Prisma des grössten Erddruckes. Es sei in Fig. 18 eine Erd-

Fig. 18.



die letztere dem Erddrucke nicht genügenden Widerstand entgegensetzen kann, sondern nach der Seite ausweiche, so wird eine gewisse Erdmasse ABC herabgleiten. Ueber die Form dieser abgleitenden Masse ist nun etwas Bestimmtes nicht anzugeben, und man begnügt sich bei der folgenden Untersuchung damit, anzunehmen, daß die Erdmasse in einer ebenen Trennungsfäche AC abgleite. Zu dieser Annahme ist man veranlaßt, um die an sich schon sehr verwickelten Rechnungen überhaupt durchführen zu können, obwohl, wie oben bereits erwähnt wurde, die

Wahrscheinlichkeit eine viel größere ist, daß die Trennung der Erdmasse in einer gekrümmten Fläche erfolgt.

Setzt man eine ebene Trennungsfäche in AC voraus, so wird also ein dreiseitiges Prisma ABC auf der als feste Ebene zu denkenden Erdmasse E abrutschen und man kann dieses abgleitende Stück vom Gewichte G wie einen Keil ansehen, welcher einen gewissen Druck auf die Gleitfläche AC sowohl wie gegen die Wandfläche AB ausübt. Bei der gedachten Bewegung stellen sich Reibungswiderstände ebenfalls an beiden Flächen AC und AB ein, und man hat sich dann zu denken, daß die resultirende Druckkraft gegen jede dieser Flächen für den Zustand der beginnenden Bewegung um den entsprechenden Reibungswinkel von der Normalen zur Fläche abweicht. Für die Gleitfläche AC hat man den natürlichen Böschungswinkel ρ der Erdmasse als Reibungswinkel anzunehmen, während der Winkel φ_1 für die Wand AB dem Reibungscoefficienten zwischen der Erde und der Mauerfläche entspricht. Dieser Winkel φ_1 wird von verschiedenen Autoren verschieden angegeben. Während nach den Versuchen von Audé für die Reibung von Sand an einer hölzernen Bekleidungs wand

$$\varphi_1 = \text{tang } \varphi_1 = 0,6, \text{ also } \varphi_1 = 31^\circ$$

angenommen wird, ist nach Poncelet für grob behauenen Stein und verschiedene Erdarten φ_1 zwischen $0,51$ und $0,34$ schwankend. Jedenfalls darf

φ_1 niemals größer als φ in Rechnung gestellt werden, denn wenn die Reibung zwischen der Erde und der Wandfläche größer ist, als diejenige zwischen Erde und Erde, so wird der letztere Widerstand überwunden, indem man sich zu denken hat, daß an der Mauerfläche eine unendlich dünne Erdschicht haften wird, an welcher das Erdprisma gleitet. Aus diesem Grunde wird von Rehbann und Scheffler der Reibungscoefficient φ_1 gleich demjenigen φ für die Erdmasse angenommen. Für den gedachten Grenzzustand, d. h. für ein beginnendes Abgleiten des Prismas ABC vom Gewichte G müssen die beiden Reactionen R der Gleitfläche AC und P der Wandfläche AB mit diesem Gewichte G im Gleichgewichte sein. Setzt man diese drei Kräfte, von denen also R und P um die Reibungswinkel φ und φ_1 von den Normalen der Gleitflächen abweichen, zu dem Dreiecke SFG zusammen, in welchem nach der Figur

$$SGF = GSJ = 90^\circ - \varphi_1$$

und

$$FSG = \beta - \varphi$$

ist, so erhält man:

$$\frac{P}{G} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\sin(90 - \varphi_1 + \beta - \varphi)} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]},$$

also den Druck gegen die Wand:

$$P = G \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]} = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]}, \quad (1)$$

da man das Gewicht des Erdprismas

$$G = \gamma \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta$$

zu setzen hat, unter γ wie früher das Gewicht einer Raumeinheit Erde verstanden, und eine Länge des Prismas senkrecht zur Bildebene gleich der Einheit vorausgesetzt.

Der in (1) gefundene Werth für den Wanddruck P ist mit dem Winkel β veränderlich, unter welchem die vorausgesetzte Gleitfläche gegen den Horizont geneigt ist. Jedes von den unzählig vielen Prismen ABC , welche man erhält, wenn man der Ebene AC alle möglichen Lagen ertheilt denkt, wird in dem Bestreben, abzugleiten, einen gewissen von β abhängigen Druck P auf die Wand ausüben, welchem Drucke die letztere widerstehen muß, wenn sie das gedachte Prisma an dem Abgleiten verhindern soll. Damit nun von allen diesen möglichen Prismen kein einziges abgleite, ist es nöthig, daß die Wandfläche einen Gegendruck $-P$ gegen die Erdmasse ausübe, welcher gleich dem größten aller derjenigen Erddrucke ist, die von den verschiedenen Erdprismen auf die Wand ausgeübt werden. Dieses Prisma

nennt man das Prisma des größten Erddruckes, und daher läuft die Bestimmung des Erddruckes gegen die Wandfläche auf die Aufgabe hinaus, in jedem speciellen Falle denjenigen Winkel β für die Neigung der Gleitfläche zu ermitteln, für welchen der Druck P ein Maximum wird.

Diese Bestimmung führt, wenn sie analytisch vorgenommen wird, im Allgemeinen zu verwickelten und wenig übersichtlichen Formeln, so daß man in neuerer Zeit in der Praxis meistens den bequemeren Weg der graphischen Ermittlung einschlägt. Um indessen den Gang des analytischen Verfahrens zu zeigen, soll dasselbe zunächst für den der Fig. 18 zu Grunde gelegten Fall durchgeführt werden, d. h. für eine verticale Wandfläche und horizontale Erdbegrenzung.

Hierfür fand sich die Größe des Erddruckes gegen die Wand zu

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta \frac{\sin(\beta - \varrho)}{\cos[\beta - (\varrho + \varrho_1)]},$$

welcher Ausdruck umgeformt werden möge in:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma h^2 \cos \beta}{2 \sin \beta} \frac{\sin \beta \cos \varrho - \cos \beta \sin \varrho}{\cos \beta \cos(\varrho + \varrho_1) + \sin \beta \sin(\varrho + \varrho_1)} \\ = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin(\varrho + \varrho_1)} \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta} \dots (2) \end{aligned}$$

Setzt man, um P_{max} zu finden, den Differentialquotienten nach β gleich Null, so erhält man:

$$\frac{\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cos^2 \beta} \dots (3)$$

oder

$$\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta = \tang^2 \beta \cotg \varrho - \tang \beta,$$

d. i.

$$\tang^2 \beta - 2 \tang \varrho \tang \beta = \tang \varrho \cotg(\varrho + \varrho_1).$$

Diese quadratische Gleichung liefert den Neigungswinkel β für die Gleitfläche des Prismas vom größten Drucke:

$$\tang \beta = \tang \varrho [1 + \sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg(\varrho + \varrho_1)}] \dots (4)$$

und man erhält durch Einsetzen des so gefundenen Werthes von β in die Gleichung (1) für P den Erddruck, welchen die Wandfläche mindestens aushalten muß, wofür nach einigen Umformungen

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2(\varrho + \varrho_1)} \left[\sqrt{\frac{\cos \varrho_1}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin(\varrho + \varrho_1)} \right]^2 \dots (5)$$

folgt*).

*) Dieser Ausdruck ermittelt sich wie folgt: Man findet aus Gleichung (4) auch

Diese Kraft P ist unter dem Winkel ϱ_1 gegen die Normale zu der Wandfläche geneigt, und greift in einem Punkte D an, welcher von dem Fußpunkte A um die Höhe $DA = \frac{1}{3} h$ entfernt ist. Hiervon überzeugt man sich leicht, wenn man den obigen Werth von P aus (5) durch $P = \gamma \frac{h^2}{2} A$ ausdrückt, unter A den constanten nur von ϱ und ϱ_1 abhängigen Factor verstanden. Für einen beliebigen Punkt der Wandfläche, welcher um y unter B gelegen ist, hat man dann

$$P = \frac{\gamma A}{2} y^2,$$

und daher erhält man den Druck auf ein Element daselbst von der Höhe ∂y zu

$$\partial P = \gamma A y \partial y.$$

Diese elementare Druckkraft hat für den Punkt B als Drehpunkt ein statisches Moment

$$\partial P y \cos \varrho_1 = \gamma A \cos \varrho_1 y^2 \partial y,$$

folglich erhält man das Moment M des gesammten Erddruckes auf die Wand BA durch Integration zu

$$M = \gamma A \cos \varrho_1 \int_0^h y^2 \partial y = \frac{\gamma A}{3} \cos \varrho_1 h^3 \quad . . . \quad (6)$$

Dieses Moment ist nun aber auch, wenn $b = BD$ den Abstand des Angriffspunktes D des Erddruckes von B bezeichnet, durch

$$M = P \cos \varrho_1 b = \frac{\gamma h^2}{2} A \cos \varrho_1 b \quad . . . \quad (7)$$

$$\cotg \beta = \frac{\sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg (\varrho + \varrho_1)} - 1}{\cotg (\varrho + \varrho_1)},$$

und aus Gleichung (3)

$$\cotg^2 \beta = \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg (\varrho + \varrho_1) + \tan \beta},$$

folglich wird nach (2)

$$\begin{aligned} P &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin (\varrho + \varrho_1)} \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg (\varrho + \varrho_1) + \tan \beta} \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin (\varrho + \varrho_1)} \left[\frac{\sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg (\varrho + \varrho_1)} - 1}{\cotg (\varrho + \varrho_1)} \right]^2 \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2 (\varrho + \varrho_1)} \left[\frac{\sqrt{\frac{\sin (\varrho + \varrho_1) \sin \varrho + \cos (\varrho + \varrho_1) \cos \varrho}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin (\varrho + \varrho_1)}}{\sin \varrho} \right]^2 \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2 (\varrho + \varrho_1)} \left[\frac{\sqrt{\frac{\cos \varrho_1}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin (\varrho + \varrho_1)}}{\sin \varrho} \right]^2. \end{aligned}$$

ausgedrückt, so daß man durch Gleichsetzung der beiden Ausdrücke (6) und (7)

$$b = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}AB$$

erhält.

Wenn man, wie dies häufig geschieht, auf die Reibung der Erde an der Futtermauer keine Rücksicht nehmen will, wodurch man den Erddruck größer, das Bauwerk daher entsprechend sicherer erhält, so hat man in obigen Formeln $\varphi_1 = 0$ zu setzen, und erhält dann aus (5):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{1 - \sin \varrho}{1 + \sin \varrho} = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (4):

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{1 + \sin \varrho}{\cos \varrho} = \operatorname{tang} \frac{90^\circ + \varrho}{2},$$

woraus man ersieht, daß unter dieser Voraussetzung die Trennungsebene AC den Winkel zwischen der Wand AB und der natürlichen Böschung AE halbirt.

In ähnlicher Art, wie im Vorstehenden der active Erddruck gegen Futtermauern durch die Ermittlung des Prismas vom größten Drucke bestimmt worden ist, läßt sich auch der passive Erddruck oder der Widerstand bestimmen, welchen die Erdmasse einem gegen dieselbe ausgeübten Schube entgegensezt, indem man von allen verschiedenen Prismen, welche hierbei möglicher Weise fortgeschoben werden können, dasjenige ermittelt, welches seiner Verschiebung den kleinsten Widerstand entgegensezt. In diesem Sinne spricht man von einem Prisma des kleinsten Widerstandes, bei dessen Ermittlung man selbstredend die Reibungswiderstände in einer der oben vorausgesetzten entgegengesetzten Richtung, d. h. ebenfalls in einem der angestrebten Verschiebung entgegenwirkenden Sinne anzunehmen hat. Die Formeln für den activen Erddruck gelten ohne Weiteres auch für den passiven Schub, sobald man darin $\varphi = -\varphi$ und $\varphi_1 = -\varphi_1$ einführt.

Beispiel. Wie groß ist der active Erddruck gegen eine 3 m hohe verticale Futtermauer, hinter welcher die Erde horizontal abgeglichen ist, wenn das spezifische Gewicht der Erdmasse zu 1,5, der natürliche Böschungswinkel zu $\varrho = 36^\circ$ und der Reibungswinkel zwischen der Erde und der Mauerfläche zu $\varphi_1 = 25^\circ$ angenommen wird?

Man erhält den Druck P gegen eine Mauer von 1 m Länge nach (5) zu:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1500 \cdot 3 \cdot 3}{2} \frac{\sin 36^\circ}{\cos^2 61^\circ} \left(\sqrt{\frac{\cos 25^\circ}{\sin 36^\circ}} - \sqrt{\sin 61^\circ} \right)^2 \\ &= 6750 \frac{0,5878}{0,4848^2} (V1,542 - V0,8746)^2 \\ &= 6750 \cdot 2,501 \cdot 0,0942 = 1590 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Für den Gleitwinkel β findet sich aus (4):

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \tan 36^\circ (1 + \sqrt{1 + \cot^2 36^\circ \cot^2 61^\circ}) \\ &= 0,7265 (1 + \sqrt{1 + 1,3764 \cdot 0,5543}) \\ &= 0,7265 \cdot 2,326 = 1,6898 = \tan 59^\circ 23'. \end{aligned}$$

Ohne Berücksichtigung der Reibung an der Wand hätte man:

$$\beta_0 = \frac{90^\circ + 36^\circ}{2} = 63^\circ$$

und den Erddruck:

$$P_0 = \frac{1500 \cdot 9}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - 36^\circ}{2} = 6750 \cdot 0,5095^2 = 1752 \sim 1750 \text{ kg,}$$

also um 162 kg größer als mit Berücksichtigung der Reibung. Von dem gegebenen Erddrucke P wirkt die horizontale Componente

$$H = P \cos 25^\circ = 1590 \cdot 0,9063 = 1441 \text{ kg}$$

auf Umstürzen der Mauer, während die verticale Seitenkraft

$$V = P \sin 25^\circ = 1590 \cdot 0,4226 = 672 \text{ kg}$$

die Mauer belastet und dadurch die Stabilität erhöht.

Der passive Erdschub würde sich, wenn man die Reibung an der Wandfläche vernachlässigt, zu

$$P = \frac{1500 \cdot 9}{2} \tan^2 \frac{90^\circ + 36^\circ}{2} = 6750 \cdot 1,9626^2 = 26000 \text{ kg}$$

berechnen, entsprechend einem Gleitwinkel

$$\beta = \frac{90^\circ - 36^\circ}{2} = 27^\circ.$$

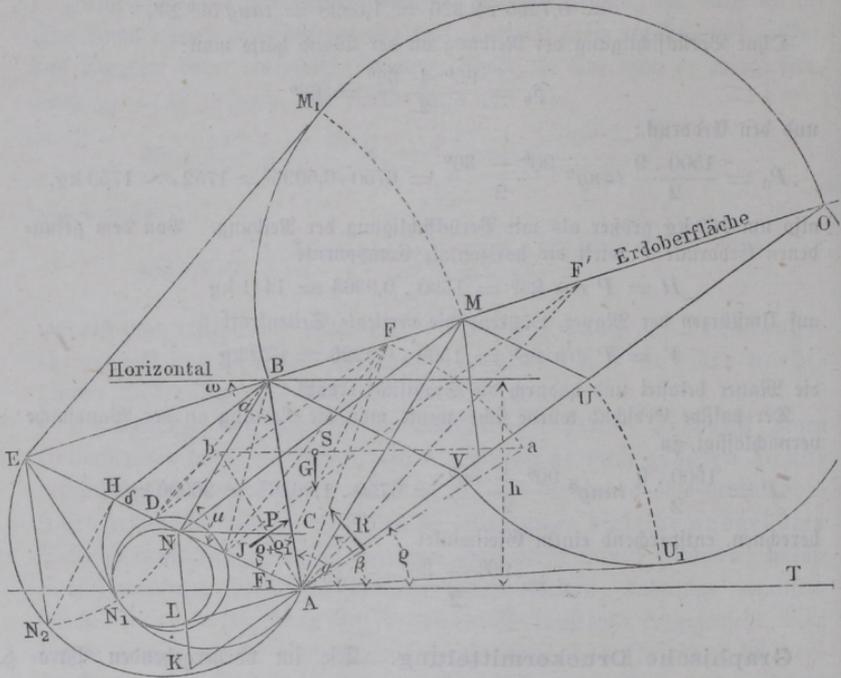
Graphische Druckermitteilung. Die im vorhergehenden Para- §. 7. graphen unter den beschränkenden Voraussetzungen einer verticalen Stützwand und einer horizontalen Erdoberfläche angegebene rechnerische Bestimmung des Erddruckes führt für den allgemeinen Fall einer beliebig geneigten Futtermauer und einer beliebig begrenzten Erdoberfläche zu so verwickelten Formeln, daß es für alle Fälle der Praxis jedenfalls vorzüglicher erscheint, zu dieser Druckermitteilung sich graphischer Methoden zu bedienen, welche in vergleichsweise einfacher Art in fast allen vorkommenden Fällen zum Ziele führen. Deshalb soll hier noch das von Poncelet*) angegebene Verfahren angeführt werden.

Zu dem Behufe sei AB , Fig. 19 (a. f. S.), die stützende Fläche einer unter dem beliebigen Winkel α gegen den Horizont AT geneigten Futtermauer, welche einer Erdmasse zu widerstehen hat, deren ebene Oberfläche BO unter dem Winkel ω gegen den Horizont geneigt ist, wobei ω ebenfalls beliebig groß, wenn nur kleiner als der Böschungswinkel ϱ der Erdmasse

*) Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, von Poncelet, übersetzt von W. Lahmeyer. Braunschweig 1844.

sein kann. Es werde als Gleitfläche eine beliebige Ebene AF angenommen, so hat man sich im Schwerpunkte S des dreiseitigen Prismas ABF das

Fig. 19.



Gewicht G der abrutschenden Erdmasse zu denken. Durch dieses Gewicht G werden Reactionen R und P der Gleitfläche AF und der Mauerfläche AB erzeugt, welche mit G im Gleichgewichte sein müssen. Von den Richtungen dieser Reactionen muß man annehmen, daß sie im Momente des Abgleitens um die Reibungswinkel ρ bzw. ρ_1 von den Normalen der Gleitfläche bzw. der Wandfläche abweichen. Würde man diese Kräfte der Richtung und Größe nach an einander antragen, so erhielte man als Kräftepolygon ein geschlossenes Dreieck, dessen Seiten den Kräften verhältnißgleich sind. Es ist auch deutlich, daß man ein mit diesem Kräfte-dreieck ähnliches Dreieck erhalten wird, wenn man irgendwo zu den Kraft-richtungen senkrechte Gerade zieht; ein solches Dreieck ist z. B. Aab , worin Aa senkrecht zu R , Ab senkrecht zu P und ab senkrecht zu G , also horizontal gezogen ist. Offenbar sind auch die Seiten dieses Dreiecks mit den Kräften proportional, und zwar jede Seite mit derjenigen Kraft, auf welcher sie senkrecht steht, z. B. stellt Ab die Kraft P nach demjenigen Maßstabe vor, nach welchem das Gewicht G durch ab ausgedrückt ist. Von dem Dreiecke Aab bildet ferner

die Seite Aa mit der Gleitfläche AF ebenso den Winkel ϱ , wie die entsprechende Kraft R mit ihrer Flächennormale, und wenn man daher dem besagten Dreiecke Aab eine Linksdrehung um A im Winkelbetrage ϱ erteilt denkt, so fällt die Seite Aa in die Gleitfläche AF hinein, und zwar trifft a nach F , wenn man von vornherein die willkürliche Länge $Aa = AF$ machte. Die das Gewicht G darstellende horizontale Seite ab gelangt durch die Drehung um ϱ in eine Lage FD parallel zur natürlichen Böschung der Erdmasse, während die dritte Seite Ab , welche zuvor den Winkel ϱ_1 mit der Wandfläche AB bildete, nach der Drehung mit der Wandfläche AB offenbar den Winkel $BAD = \varrho + \varrho_1$ einschließt. Das Dreieck AFD repräsentirt also in seinen Seitenlängen die Größen der Kräfte R , G und P , wenn man einen Kräftemaßstab von solcher Eintheilung zu Grunde legt, daß die Länge FD danach dem Gewichte des dreiseitigen Erdprismas ABF entspricht, dabei immer eine Dimension des Prismas senkrecht zur Bildebene gleich 1 m vorausgesetzt. Daher folgt ohne Weiteres die Größe des Erd-
druckes auf die Wandfläche:

$$P = G \frac{AD}{DF} \dots \dots \dots (1)$$

Um das Gewicht G des Erdprismas ABF zu bestimmen, kann man, wenn BJ parallel FA geführt wird, anstatt des Dreiecks ABF das flächengleiche Dreieck AJF setzen, dessen Inhalt durch

$$\frac{1}{2} AJ \cdot FF_1 = \frac{1}{2} AJ \cdot DF \sin \delta$$

gefunden wird, wenn FF_1 die senkrechte Höhe zur Grundlinie AJ und δ der Winkel FDA ist. Man hat daher, unter γ das Gewicht von 1 cbm Erde verstanden, das Gewicht des Prismas:

$$G = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot AJ \cdot DF,$$

und daher den Wanddruck nach (1):

$$P = G \frac{AD}{DF} = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot AJ \cdot AD \dots \dots (2)$$

Man hat also, um das Prisma vom größten Drucke zu erhalten, die Lage der Gleitfläche AF so zu wählen, daß das Product $AJ \cdot AD$ zu einem Maximum wird. Um zu erkennen, unter welcher Bedingung dies der Fall ist, ziehe man noch durch den obersten Punkt B der Wandfläche die Gerade BH parallel zu FD , also unter dem Winkel ϱ gegen den Horizont, alsdann hat man wegen des Parallelismus der beiden von B und F ausgehenden Linienpaare

$$EH : ED = EB : EF = EJ : EA,$$

folglich auch

$$ED \cdot EJ = EH \cdot EA = \text{Const.}$$

Die beiden Punkte D und J , welche sich in vorstehender Art für irgend eine angenommene Gleitfläche AF ergaben, haben also die Eigenschaft, daß das Product ihrer Abstände $ED \cdot EJ$ von dem bekannten Punkte E eine constante Größe, nämlich gleich $EH \cdot EA = EN_1^2$ ist, wenn EN_1 die von E aus an den über AH gezeichneten Halbkreis gezogene Tangente bedeutet. Aus den bekannten Eigenschaften des Kreises geht nunmehr hervor, daß ein Kreis, welcher durch die drei Punkte D, J und N_1 gelegt wird, in N_1 ebenfalls von der Geraden EN_1 berührt werden muß. Zieht man nun von A aus an diesen letztgedachten Kreis die Tangente AL , so hat man:

$$AL^2 = AJ \cdot AD,$$

also auch nach (2) in AL^2 ein Maß für den gefundenen Erddruck:

$$P = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot AJ \cdot AD.$$

Es ist nun aber ersichtlich, daß von allen möglichen Kreisen N_1L , welche die Gerade EN_1 in N_1 berühren und durch zwei Punkte D und J der Geraden AH gehen, derjenige die größte von A aus gezogene Tangente AL hat, welcher AH ebenfalls berührt, d. h. für welchen die beiden Punkte D und J zusammenfallen. Dieser fragliche Kreis berührt offenbar die Gerade AE in einem Punkte N , für welchen $EN = EN_1$ ist, und man findet durch die Tangente AN an diesen Kreis von A aus und zwar in AN^2 das Maximum von $AJ \cdot AD$, und daher das Maß für den größten Erddruck. Es ist nun leicht zu erkennen, daß man das diesem größten Erddrucke entsprechende Prisma erhält, wenn man durch N die Gerade NM parallel mit DF oder HB , d. h. parallel zur natürlichen Böschung der Erdmasse legt, und M mit A verbindet. Man hat dann in ABM das Prisma des größten Druckes erhalten, für welches die Ebene AM als Bruchfläche anzusehen ist. Es ist übrigens leicht ersichtlich, daß diese Gleitfläche AM auch parallel mit NB anfällt, so daß man auch N mit B verbinden und in der durch A zu NB parallelen Geraden AM die Gleitfläche construiren kann. Ebenso ergibt sich, wenn man noch AO parallel zu HB legt, daß auch $EB \cdot EO = EM^2$ sein muß, woraus eine andere Construction von M folgt, indem man EM gleich der mittleren Proportionale EM_1 zwischen EB und EO aufträgt. Selbstredend würde man den Punkt N auch dadurch bestimmen können, daß man in H eine zu AE senkrechte Gerade bis zum Durchschnitte N_2 mit dem über AE beschriebenen Halbkreise zeichnet und $EN = EN_2$ anträgt. Ebenso ist es ersichtlich, daß man zu dem Punkte M gelangt, wenn man BV parallel zu AE zieht, und zu AV und AO die mittlere Proportionale AU_1 sucht, dieselbe nach AU überträgt und durch U eine Parallele zu AE zieht, denn es gilt auch die Gleichung $AU^2 = AV \cdot AO$ u. s. f. Man wird von diesen verschiedenen Con-

structionen zur Ermittlung von N oder M in jedem besonderen Falle die bequemste auswählen.

Wenn man ferner noch durch J eine Parallele zu AO zieht, so findet man einen Punkt F' , von welchem sofort zu erkennen ist, daß das durch die Ebene AF' begrenzte Prisma ABF' denselben Wanddruck P erzeugen muß, wie das Prisma ABF , denn für beide gilt die Beziehung

$$P = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot AJ \cdot AD.$$

Von dem Erddrucke $P = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot \overline{AN}^2$ giebt die Figur ebenfalls eine Darstellung in dem Dreiecke ANK , welches man erhält, wenn man OA rückwärts um $AK = AN$ verlängert, denn der Inhalt dieses Dreiecks NAK ist dann offenbar durch $\frac{1}{2} \sin \delta \cdot \overline{AN}^2$ ausgedrückt, und es verhält sich daher der Erddruck P zu dem Gewichte des abgleitenden Prismas BAM wie der Inhalt des Dreiecks NAK zu demjenigen des Dreiecks BAM .

Man kann bemerken, daß es außer dem gezeichneten Kreise NN_1 noch einen zweiten solchen giebt, welcher AE auf der Verlängerung über E hinaus berührt, und es ist ersichtlich, daß diesem Kreise von allen denjenigen, welche EN_1 in N_1 berühren, und die Verlängerung von AE in zwei Punkten schneiden, die kleinste von A aus gezogene Tangente zukommt, deren Größe durch $AE + EN$ sich ausdrückt. Dieser Kreis entspricht dem oberen Grenzzustande und ist daher zu benutzen, wenn es sich um die Ermittlung des Prismas vom kleinsten Widerstande behufs Bestimmung des passiven Erddruckes handelt.

Nach dem Vorhergehenden ist es nun leicht, die Construction anzugeben, vermöge deren in irgend einem vorliegenden Falle der Erddruck, bezw. der Erdwiderstand in Hinsicht auf eine Futtermauer gefunden wird.

Es sei zu dem Ende AB , Fig. 20 und 21 (a. f. S.), die betreffende Mauerfläche und EO die ebene, beliebig gegen den Horizont geneigte Oberfläche der Erde, deren Druck (Fig. 20) bezw. Widerstand (Fig. 21) zu ermitteln ist. Hierzu lege man durch den Fußpunkt A die beiden Geraden AO unter dem natürlichen Böschungswinkel ϱ gegen den Horizont AH , und AE unter dem Winkel $BAE = \varrho + \varrho_1$ gegen die Mauerfläche, und zwar zur Ermittlung des Erddruckes (Fig. 20) von der Mauerfläche AB nach außen und zur Bestimmung des Erdwiderstandes (Fig. 21) nach der Erdmasse hin gerichtet. Zieht man dann an den über OB gezeichneten Halbkreis die Tangente EM_1 und trägt $EM = EM_1$ auf, so erhält man in AM die Gleitfläche, und wenn man MN parallel der natürlichen Böschung AO führt, so liefert die Strecke AN ein Maß für den Druck auf die Wandfläche, welcher durch

$$P = \frac{1}{2} \sin \delta \cdot \overline{AN}^2$$

ausgedrückt und durch das Dreieck ANK dargestellt ist, in welchem

$AK = AN$ gemacht ist. Es ist nach dem Vorhergehenden deutlich, daß man anstatt des Halbkreises über OB auch denjenigen über AB_1 benutzen kann, nachdem man durch B die zu AO parallele Gerade BB_1 gezogen hat.

Fig. 20.

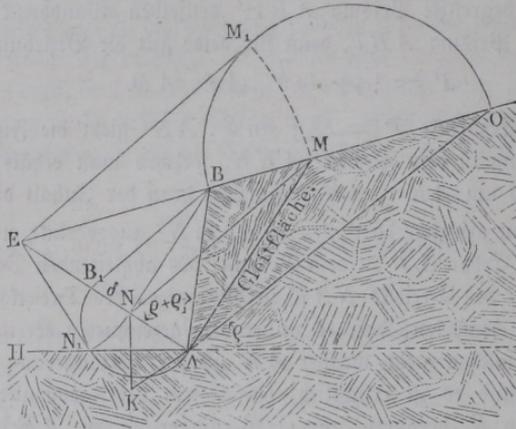
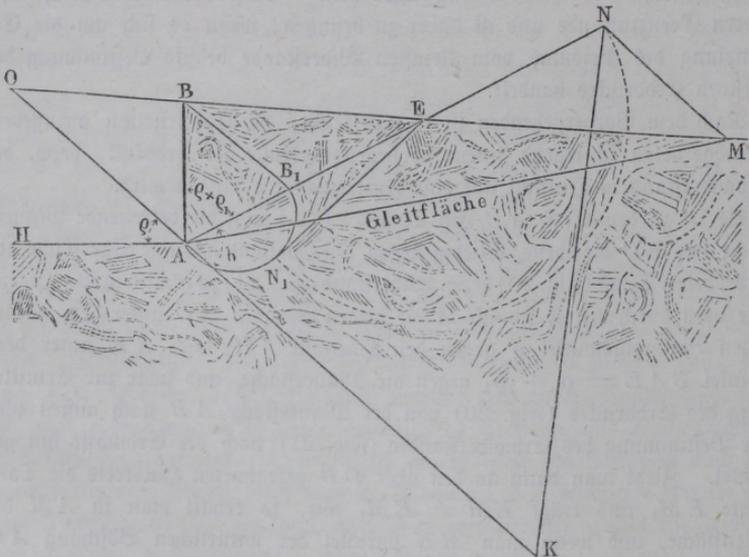


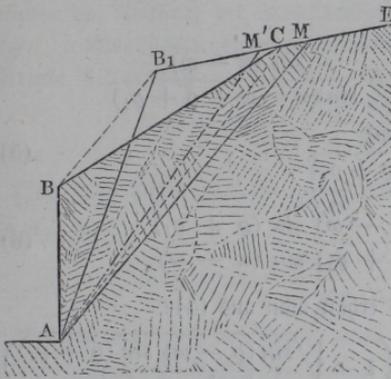
Fig. 21.



Wenn die Oberfläche der Erdmasse nicht, wie bisher angenommen wurde, durch eine einzige Ebene gebildet, sondern etwa nach einer gebrochenen Linie BCE , Fig. 22, profilirt ist, so hat man für die Untersuchung zunächst das

Profil $ABCM$ in ein dreieckiges AB_1M zu verwandeln, dessen Spitze in A und dessen Basis B_1M in die verlängerte Terrainfläche EC hineinfällt, in welcher muthmaßlich die Bruchfläche AM zu Tage tritt. Hierauf ist obiges Verfahren so anzuwenden, daß nunmehr B_1 als obere Kante der Mauer angesehen wird. Wenn sich hierbei herausstellen würde, daß die Bruchfläche nicht zwischen C und E , sondern zwischen B_1 und C , etwa in M' , die Ebene CE schneidet, so hätte man die Construction nur unter Berücksichtigung des Profils ABC zu wiederholen, indem die Begrenzung CE hinterhalb der Gleitfläche alsdann ohne Einfluß auf den

Fig. 22.



Wanddruck ist. Den Punkt B_1 findet man leicht in dem Durchschnitte der verlängerten Terrainlinie EC mit einer von B aus zu AC gezogenen Parallelen.

Wenn ferner die Oberfläche der Erdmasse durch eine gleichmäßig vertheilte Belastung gedrückt wird, so hat man sich diese Last wie eine parallel zur Oberfläche begrenzte Erderhöhung zu denken, deren Höhe so bemessen ist, daß sie dasselbe Gewicht repräsentirt, wie die vorhandene Belastung, der Wanddruck wird dadurch natürlich entsprechend vergrößert, in der Neigung der Bruchfläche und der Richtung des Druckes wird durch die zusätzliche Belastung nichts geändert, wohl aber wird, wie in §. 5 bereits gezeigt wurde, dadurch der Angriffspunkt des Erddruckes höher gerückt.

Formeln für den Erddruck. Vermittelt der im vorigen Paragraphen angegebenen Construction ist es nun leicht, für die Größe des Erddruckes eine allgemeine Formel aufzustellen, da es nur darauf ankommt, in der daselbst für den Erddruck gefundenen Gleichung

$$P = \frac{1}{2} \gamma \sin \delta \cdot \overline{AN^2} \dots \dots \dots (1)$$

die Strecke AN durch die gegebenen Größen auszudrücken. Der Winkel $\delta = MNA = NAK$, Fig. 19, bestimmt sich zunächst nach der Figur durch

$$\delta + \varrho + \varrho_1 + \alpha - \varrho = 180^\circ \text{ zu } \delta = 180^\circ - (\alpha + \varrho_1) \dots (2)$$

so daß man hat

$$\sin \delta = \sin (\alpha + \varrho_1) \dots \dots \dots (3)$$

Ferner ist

$$AN = EA - EN = EA - \sqrt{EH \cdot EA} = EA \left(1 - \sqrt{\frac{EH}{EA}} \right) \quad (4)$$

Nun folgt aus dem Dreiecke ABE :

$$\begin{aligned} EA &= AB \frac{\sin EBA}{\sin AEB} = AB \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \\ &= \frac{h}{\sin \alpha} \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

und

$$\frac{EH}{EA} = \frac{EH \cdot EB}{EB \cdot EA} = \frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)} \quad \dots \quad (6)$$

Mit den Werthen von (5) und (6) erhält man aus (4):

$$\begin{aligned} AN &= \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)}} \right) \\ &= c \frac{h}{\sin \alpha} \quad \dots \quad (7) \end{aligned}$$

wenn man den Coefficienten von $\frac{h}{\sin \alpha}$ der Kürze wegen mit c bezeichnet.

Daher wird schließlich nach (1) und (3) der Erddruck:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\gamma h^2 \sin(\alpha + \varrho_1)}{2 \sin^2 \alpha} \frac{\sin^2(\alpha - \omega)}{\sin^2(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)}} \right)^2 \\ &= \frac{\gamma h^2 \sin(\alpha + \varrho_1)}{2 \sin^2 \alpha} c^2 = k \gamma \frac{h^2}{2} \quad \dots \quad (8) \end{aligned}$$

wenn man

$$\frac{\sin(\alpha + \varrho_1)}{\sin^2 \alpha} c^2 = k \quad \dots \quad (9)$$

setzt.

Dieser Ausdruck für P , welcher allgemein für alle Fälle gilt, in denen die Oberfläche der Erdmasse durch eine Ebene begrenzt ist, läßt die Analogie des Erddruckes mit dem Drucke einer Flüssigkeit erkennen. Da der Werth k nur von den Winkeln α , ω , ϱ und ϱ_1 abhängig ist, also für alle Punkte im Innern der Erdmasse derselbe ist, so kann man der Gleichung (8) zufolge den Druck der Erde gegen die Wandfläche wie den hydrostatischen Druck einer Flüssigkeit ansehen, welche das Gewicht $k\gamma$ pro Cubikeinheit hat. Dem entsprechend wird auch der Angriffspunkt des resultirenden Erddruckes wie bei Flüssigkeiten in $\frac{1}{3}$ der Höhe h über dem Fußpunkte A der gedrückten Wandfläche AB gelegen sein, wie dies auch schon früher gefunden wurde.

Aus der Fig. 19 kann man auch einen analytischen Ausdruck für den Winkel $\beta = MAT$ entnehmen, welchen die Gleitfläche MA mit dem Horizonte bildet. Bezeichnet man zu dem Zwecke mit μ den Winkel BNA , welchen die Richtung der Gleitfläche mit der unter der Neigung $\varrho + \varrho_1$ gegen die Wandfläche gezogenen Geraden AE bildet, so ersieht man aus dem Dreiecke ABN , daß

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{AB \sin (\varrho + \varrho_1)}{AN - AB \cos (\varrho + \varrho_1)} \text{ ist.}$$

Setzt man hierin $AB = \frac{h}{\sin \alpha}$ und nach Gleichung (7) $AN = c \frac{h}{\sin \alpha}$ ein, so folgt:

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{\sin (\varrho + \varrho_1)}{c - \cos (\varrho + \varrho_1)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (10)$$

Da nun aber nach der Figur, wenn NC horizontal ist, $\mu = BNA = BNC + CNA = \beta + 180^\circ - (\alpha + \varrho + \varrho_1)$ ist, so hat man auch:

$$\beta = \alpha + \varrho + \varrho_1 - 180^\circ + \mu,$$

und mit Bezug auf (10):

$$\beta = \alpha + \varrho + \varrho_1 - 180^\circ + \operatorname{arc. tang} \frac{\sin (\varrho + \varrho_1)}{c - \cos (\varrho + \varrho_1)} \quad (11)$$

worin man für c den aus (7) zu entnehmenden Werth:

$$c = \frac{\sin (\alpha - \omega)}{\sin (\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin (\varrho - \omega) \sin (\varrho + \varrho_1)}{\sin (\alpha + \varrho_1) \sin (\alpha - \omega)}} \right) \quad (12)$$

einzuführen hat.

Es mögen noch die obigen Formeln auf einige besondere, häufiger vorkommende Fälle angewendet werden.

Setzt man, wie in §. 6, eine verticale Wandfläche und eine horizontale Oberfläche, also $\alpha = 90^\circ$ und $\omega = 0$ voraus, so erhält man, wenn man auch die Reibung an der Wand vernachlässigt, also mit $\varrho_1 = 0$, aus (12):

$$c = \frac{1 - \sin \varrho}{\cos \varrho} = \operatorname{tang} \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (8):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}.$$

Ferner ist nach (10):

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} \mu &= \frac{\sin \varrho}{c - \cos \varrho} = \frac{\sin \varrho \cos \varrho}{1 - \sin \varrho - \cos^2 \varrho} = \frac{\cos \varrho}{\sin \varrho - 1} \\ &= - \operatorname{cotg} \frac{90^\circ - \varrho}{2}, \end{aligned}$$

daher folgt:

$$\mu = 90^\circ + \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (11):

$$\beta = \frac{90^\circ + \varrho}{2},$$

wie schon früher gefunden.

Setzt man ϱ_1 nicht gleich Null, so wird in diesem Falle:

$$c = \frac{1}{\cos(\varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin \varrho \sin(\varrho + \varrho_1)}{\cos \varrho_1}} \right),$$

und damit

$$k = \left(\frac{\sqrt{\cos \varrho_1} - \sqrt{\sin \varrho \sin(\varrho + \varrho_1)}}{\cos(\varrho + \varrho_1)} \right)^2.$$

Nimmt man ferner bei ebenfalls verticaler Wandfläche $\omega = \varrho$ und $\varrho_1 = 0$ an, so erhält man aus (12) $c = \cos \varrho$, und damit aus (8):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \cos^2 \varrho;$$

ferner aus (10) $\tan \mu = \infty$, also:

$$\mu = 90^\circ \quad \text{und} \quad \beta = \varrho.$$

Würde man im letzteren Falle den Reibungswinkel ϱ_1 für die Wandfläche gleich dem ϱ der Erdmasse annehmen, so erhielte man:

$$c = 1 \quad \text{und} \quad P = \frac{\gamma h^2}{2} \cos \varrho,$$

während auch dann $\beta = \varrho$ bleibt. Diese Resultate stimmen mit den für denselben Fall nach der Mohr'schen Theorie des Erddruckes in §. 4 gefundenen überein, wie es auch in der Natur der Sache ist, da in diesem Falle (s. Fig. 10) die eine Gleitfläche der Erdmasse, in welcher der Druck um den Winkel ϱ gegen die Normale zur Fläche abweicht, mit der Wandfläche zusammenfällt.

Beispiel. Es soll der Druck einer Erdmasse gegen eine 5 m hohe Mauer gefunden werden, deren dem Erddrucke ausgesetzte Fläche einen Anlauf von $\frac{1}{20}$ hat, wenn die Erdoberfläche unter dem Winkel $\omega = 20^\circ$ gegen den Horizont geneigt ist, wenn ferner der Reibungswinkel für die Erde $\varrho = 35^\circ$ und derjenige für die Mauerfläche $\varrho_1 = 25^\circ$ ist, und 1 Cubikmeter Erde 1600 kg wiegt?

Man hat hier für die überhängende Mauerfläche

$$\alpha = 90^\circ + \text{arc tang } 0,05 = 93^\circ \quad \text{und} \quad \omega = 20^\circ.$$

Mit diesen Werthen erhält man zunächst aus (12):

$$c = \frac{\sin 73^\circ}{\sin 133^\circ} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin 15^\circ \sin 60^\circ}{\sin 125^\circ \sin 73^\circ}} \right) = 1,317 \cdot 0,4546 = 0,595,$$

und damit aus (8) den Erddruck für jede Mauerfläche von 1 m Länge:

$$P = \frac{1600 \cdot 25}{2} \frac{\sin 118^\circ}{\sin^2 93^\circ} 0,595^2 = 20000 \cdot 0,885 \cdot 0,354 = 6260 \text{ kg,}$$

welcher Druck unter einem Winkel von $3^\circ + 25^\circ = 28^\circ$ gegen den Horizont in einer Höhe $a = \frac{5}{3} = 1,667 \text{ m}$ über dem Fußpunkte der Mauer wirkt. Zur Bestimmung des Neigungswinkels β der Gleitfläche hat man zunächst nach (10):

$$\tan \mu = \frac{\sin 60^\circ}{0,595 - \cos 60^\circ} = 9,116,$$

womit $\mu = 83^\circ 44'$ und nach (11):

$$\beta = 93^\circ + 35^\circ + 25^\circ - 180^\circ + 83^\circ 44' = 56^\circ 44'$$

folgt.

Cohäsion lockerer Massen. Bei den bisherigen Ermittlungen §. 9.

wurde die Cohäsion ganz außer Acht gelassen, welche gewisse, besonders lehmhaltige Massen ihrer Trennung entgegensetzen. Da diese Kraft indessen bei festgestampfter Erde und bei gewöhnlichem Boden oft nicht unbedeutend ist, so soll hier noch die Untersuchung mit Berücksichtigung der Cohäsion geführt werden. Während die Reibung proportional mit dem Normaldrucke, jedoch unabhängig von der Berührungsfäche ist, hat man dagegen die Cohäsion als von dem Drucke unabhängig und mit der Größe der Trennungsfäche im directen Verhältnisse stehend anzunehmen. Als Maß oder Modul der Cohäsion möge diejenige Kraft c angenommen werden, welche erforderlich ist, um den Zusammenhang der Erdmasse in einer Trennungsfäche gleich 1 Quadratmeter aufzuheben.

Um nun den Druck der durch eine horizontale Ebene BC , Fig. 23, begrenzten Erdmasse gegen die verticale Stütz wand AB zu ermitteln, sei wieder vorausgesetzt, daß ein keilförmiges Prisma ABE vom Gewichte G auf der schiefen Ebene AE vom Neigungswinkel

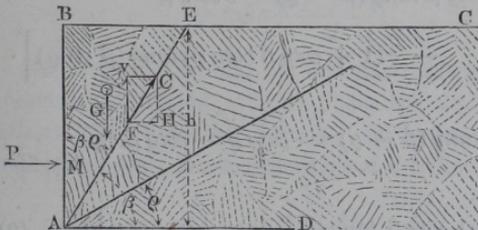
$$EAD = \beta$$

herabzugleiten strebe, und durch die von der Futtermauer AB ausgeübte Reaction P daran verhindert werde. Außer den

beiden Kräften G und P und der Reibung auf der schiefen Ebene wirkt nun hier noch in AE die Cohäsionskraft

$$C = c \cdot AE = c \frac{h}{\sin \beta},$$

Fig. 23.



welche in gleichem Sinne wie die Reibung eine Bewegung zu hindern strebt, also im vorliegenden Falle aufwärts gerichtet ist. Die Cohäsionskraft C läßt sich nun in zwei Componenten, horizontal und vertical, zerlegen, von denen die erstere

$$H = C \cos \beta = ch \cotg \beta$$

in gleichem Sinne mit dem Drucke P der Futtermauer wirkt, während die verticale Componente

$$V = C \sin \beta = ch$$

dem Gewichte G des Erdprismas direct entgegenwirkt. Man kann daher für den vorliegenden Fall die bekannte Gleichung der schiefen Ebene

$$K = Q \tan g (\beta - \varrho)$$

anwenden, wenn man für die vertical wirkende Last Q hier $G - V$ und für die horizontale Kraft K die Summe $P + H$ einführt. Hierdurch erhält man:

$$P + H = (G - V) \tan g (\beta - \varrho),$$

oder, wenn man hierin für H und V die obigen Werthe und

$$G = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta$$

setzt:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta \tan g (\beta - \varrho) - ch \tan g (\beta - \varrho) - ch \cotg \beta \quad (1)$$

Nun hat man wieder denjenigen Werth von β zu ermitteln, für welchen P ein Maximum wird, um den activen Erddruck zu erhalten. Um der Gleichung (1) zu dem Zwecke die geeignete Form zu ertheilen, addire und subtrahire man $ch \cotg \varrho \cotg \beta \tan g (\beta - \varrho)$, so erhält man:

$$P = h \left[\left(\frac{\gamma h}{2} + c \cotg \varrho \right) \cotg \beta \tan g (\beta - \varrho) - c \cotg \beta \right. \\ \left. - c (1 + \cotg \beta \cotg \varrho) \tan g (\beta - \varrho) \right].$$

Nun folgt aber leicht

$$(1 + \cotg \beta \cotg \varrho) \tan g (\beta - \varrho) = \cotg \varrho - \cotg \beta^*,$$

folglich erhält man auch:

$$P = \left[\left(\frac{\gamma h}{2} + c \cotg \varrho \right) \cotg \beta \tan g (\beta - \varrho) - c \cotg \varrho \right] h \quad (2)$$

*) Man erhält diesen Ausdruck durch:

$$\tan g (\beta - \varrho) = \frac{\tan g \beta - \tan g \varrho}{1 + \tan g \beta \tan g \varrho} = \frac{\tan g \beta - \tan g \varrho}{1 + \tan g \beta \tan g \varrho} \frac{\cotg \beta \cotg \varrho}{\cotg \beta \cotg \varrho} \\ = \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg \beta \cotg \varrho + 1}.$$

Um nun das Maximum von P zu finden, setzt man $\frac{\partial P}{\partial \beta} = 0$, und erhält dadurch:

$$\frac{\cotg \beta}{\cos^2 (\beta - \varrho)} = \frac{\tan (\beta - \varrho)}{\sin^2 \beta},$$

woraus

$$\sin 2\beta = \sin 2(\beta - \varrho),$$

also

$$2\beta = 180^\circ - 2(\beta - \varrho),$$

d. i.

$$\beta = \frac{90^\circ + \varrho}{2} \dots \dots \dots (3)$$

folgt.

Die unter diesem Winkel β gegen den Horizont geneigte Gleitfläche bildet also mit der natürlichen Böschung und der Wand gleiche Winkel $\frac{90^\circ - \varrho}{2}$.

Setzt man diesen Werth für β in die Gleichung (1), so erhält man, da hierfür $\cotg \beta = \tan (\beta - \varrho) = \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2}$ ist, die Größe des activen Erddruckes zu:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} - 2ch \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2} \dots \dots (4)$$

Diese Kraft wird gleich Null für

$$\frac{\gamma h}{2} \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2} = 2c,$$

d. h. für die Höhe:

$$h_0 = \frac{4c}{\gamma \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2}} = \frac{4c}{\gamma} \tan \frac{90^\circ + \varrho}{2} \dots \dots (5)$$

Auf diese Höhe h_0 läßt sich also eine cohärente Erdmasse, deren Cohäsionsmodul c ist, senkrecht abstechen, ohne daß ein Nachrollen erfolgt, und umgekehrt läßt sich aus der Höhe h_0 , auf welche man eine Erdmasse senkrecht anschneiden kann, der Cohäsionsmodul c bestimmen durch:

$$c = \frac{\gamma h_0}{4} \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2} \dots \dots \dots (6)$$

Führt man noch diesen Werth für c in die Gleichung (4) ein, so erhält man auch:

$$P = \frac{\gamma h}{2} (h - h_0) \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} \dots \dots \dots (7)$$

Bei Sand, Getreide, Schrot, sowie bei aufgelöster und frisch gegrabener Erde ist h_0 nahezu gleich Null, bei zusammengedrückter oder feucht gewesener

Erde jedoch ist die Höhe h_0 oft beträchtlich, und zwar geringer bei Garten-erde, größer bei thoniger und lehmiger Erdmasse. Für lockere, etwas feuchte Dammerde z. B. fand Martony $h_0 = 0,9$ Fuß (0,285 m), dagegen bei ganz mit Wasser durchweichter Erde $h_0 = 0$. Dichte Pflanzenerde läßt sich höchstens bis 2 m, thonige Erde dagegen etwa 3 bis selbst 4 m hoch senkrecht abgraben. In den meisten Fällen der Anwendung, insbesondere bei angeschütteter Erde, ist es rathsam, die Cohäsionskraft unbeachtet zu lassen.

Zur Bestimmung des passiven Erddruckes hat man in den vorstehenden Formeln nur q und c mit entgegengesetzten Vorzeichen behaftet einzuführen, da sowohl die Reibung, wie die Cohäsion für diesen Fall in entgegengesetzter Richtung wirken. Man erhält daher für den passiven Erddruck oder Erdwiderstand:

$$P' = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ + \varrho}{2} + 2ch \operatorname{tang} \frac{90^\circ + \varrho}{2},$$

oder:

$$P' = \frac{\gamma h}{2} (h + h') \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ + \varrho}{2} \quad \dots \quad (8)$$

wenn man noch:

$$h' = \frac{4c}{\gamma \operatorname{tang} \frac{90^\circ + \varrho}{2}} = \frac{4c}{\gamma} \operatorname{tang} \frac{90^\circ - \varrho}{2} = h_0 \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} \quad (9)$$

setzt.

Durch die Cohäsion der Erdmasse wird nicht nur die Größe, sondern auch der Angriffspunkt der Kraft oder deren Moment verändert. Der Erddruck

$$P = \frac{\gamma h}{2} (h - h_0) \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

besteht aus zwei Theilen, nämlich aus:

$$P_1 = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

dessen Angriffspunkt, wie oben mehrfach gezeigt, um die senkrechte Höhe $\frac{2}{3}h$ unter der Oberfläche der Erdmasse liegt, und aus:

$$P_2 = - \frac{\gamma h h_0}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

dessen Angriffspunkt, entsprechend der in der Mitte F von AE angreifend zu denkenden Cohäsionskraft um $\frac{h}{2}$ unter der oberen Mauerkaute B gelegen ist. Man hat folglich das Moment des ganzen Erddruckes in Bezug auf den Mauerfuß A durch

$$P \cdot AM = \frac{h}{3} \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} - \frac{h}{2} \frac{\gamma h h_0}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

$$= \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} \left(\frac{h}{3} - \frac{h_0}{2} \right).$$

Dividirt man diese Gleichung durch den Werth von P in (7), so folgt für den Abstand des Erddruckes von A :

$$AM = a = \frac{h \left(\frac{h}{3} - \frac{h_0}{2} \right)}{h - h_0} = \frac{2h - 3h_0}{h - h_0} \frac{h}{6} \dots \dots (9)$$

oder annähernd, wenn h_0 klein gegen h ist,

$$a \sim \left(1 - \frac{3}{2} \frac{h_0}{h} \right) \frac{h}{3} \dots \dots \dots (9a)$$

Durch die Cohäsion der Erdmasse wird also der active Erddruck verringert und der Angriffspunkt desselben tiefer gerückt. Für den Erdwiderstand erhält man den Abstand a' des Angriffspunktes vom Fußpunkte der Mauer, ebenso, wenn man die Zeichen von ϱ und c umkehrt, und wieder

$$h' = \frac{4c}{\gamma \tan \frac{90^\circ + \varrho}{2}}$$

setzt. Dadurch wird

$$P' a' = \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ + \varrho}{2} \left(\frac{h}{3} + \frac{h'}{2} \right)$$

und

$$a' = \frac{2h + 3h'}{h + h'} \frac{h}{6} \dots \dots \dots (10)$$

oder annähernd:

$$a' \sim \left(1 + \frac{3}{2} \frac{h'}{h} \right) \frac{h}{3} \dots \dots \dots (10a)$$

Durch die Cohäsion wird also der passive Erddruck vergrößert und sein Angriffspunkt höher gerückt.

Beispiel. Man soll für eine Höhe von 5 m die Größe und den Angriffspunkt des Druckes einer Erdmasse bestimmen, deren Reibungswinkel 40° , und deren spezifisches Gewicht $\gamma = 2000$ kg beträgt, und welche sich, ohne nachzustrzen, 1,2 m hoch senkrecht abstecken läßt.

Ohne Rücksicht auf Cohäsion ist der active Erddruck für die Mauerfläche von 1 m Breite:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 2000}{2} \tan^2 25^\circ = 5435 \text{ kg,}$$

und der passive Erddruck:

$$P_1 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 2000}{2} \tan^2 65^\circ = 114\,972 \text{ kg,}$$

dagegen erhält man mit Rücksicht auf Cohäsion den activen Erddruck, da $h_0 = 1,2$ m ist:

$$P = \frac{\gamma h}{2} (h - h_0) \tan^2 \frac{90^\circ - \rho}{2} = \frac{5 \cdot 2000}{2} (5 - 1,2) \tan^2 25^\circ = 4130 \text{ kg.}$$

Der passive Erddruck folgt, da $h' = h_0 \tan^2 25^\circ = 0,260$ m ist, zu

$$P_1 = \frac{\gamma h}{2} (h + h') \tan^2 65^\circ = \frac{5 \cdot 2000}{2} 5,26 \cdot 4,599 = 120\,950 \text{ kg.}$$

Wenn man von der Cohäsion absieht, kann man den Angriffspunkt des activen wie des passiven Erddruckes um $\frac{h}{3} = 1,667$ m über dem Fuße der Mauer wirkend annehmen. Mit Berücksichtigung der Cohäsion jedoch erhält man für diese Höhe bezw.:

$$a = \frac{2h - 3h_0}{h - h_0} \frac{h}{6} = \frac{10 - 3,6}{5 - 1,2} \frac{5}{6} = 1,403 \text{ m}$$

für den activen Erddruck, und

$$a_1 = \frac{2h + 3h'}{h + h'} \frac{h}{6} = \frac{10 + 3 \cdot 0,260}{5,260} \frac{5}{6} = 1,707 \text{ m}$$

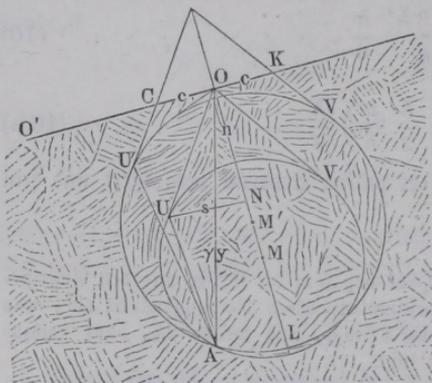
für den passiven Erddruck.

Die Cohäsionskraft der Erde pro 1 qm Trennungsfläche berechnet sich im vorliegenden Falle zu

$$c = \frac{2000 \cdot 1,2}{4} \tan 25^\circ = 280 \text{ kg.}$$

Wenn man sich zur Bestimmung des Erddruckes des graphischen Verfahrens bedient, so kann man nach Mohr die Cohäsion der Erdmasse in folgender Art

Fig. 24.



berücksichtigen. Nach §. 4 hat man, um die Druckspannungen p für irgend einen Punkt A , dessen Tiefe oder normaler Abstand von der Oberfläche gleich y ist, auf der Verticalen OA , Fig. 24, nach einem gewissen Kräftemaßstabe $OA = \gamma y$ zu machen, durch O die Gerade OO' parallel zur Oberfläche und OL senkrecht zu OO' zu ziehen. Trägt man dann den Winkel

$$\rho = UOL = VOL$$

an, so erhält man in dem durch A gehenden, die beiden Geraden OU und OV berührenden Kreise M die Darstellung des unteren Grenz-

zustandes für eine cohäsionslose Erdmasse. Die größte Abweichung ρ des Druckes von der Normalen findet hiernach in der Ebene AU statt, in welcher die Spannung durch $p = OU$ ausgedrückt ist, während die normale Componente nach dem Früheren durch $ON = n$ und die tangentielle Componente durch $UN = s$ dargestellt ist.

vertical abgestochen werden kann, indem für diesen Fall der active Erddruck gleich Null ausfällt.

Wenn die Höhe der Erdmasse größer ist, als dieser Werth h_0 , so kann sich die Masse ohne Stützung nur halten, wenn sie unter einer bestimmten Böschung ansteigt, deren Betrag sich folgendermaßen bestimmen läßt. Es sei AB , Fig. 25 (a. v. S.), die vordere gegen den Horizont unter dem Winkel α ansteigende ebene Fläche einer cohärenten Erdmasse, welche von dem Punkte B in der Höhe $DB = h$ über dem Fuße aus durch eine ebene unter dem Winkel ω gegen den Horizont geneigte Oberfläche begrenzt ist, wobei ω den natürlichen Böschungswinkel ϱ nicht überschreiten soll, sonst aber ganz beliebig sein kann. Damit diese Masse im Gleichgewichte verharre, muß irgend ein keilförmiges Prisma ABE vom Gewichte G an dem Abgleiten auf der Ebene AE von der Länge l durch die Reibung daselbst und die Cohäsion $C = lc$ verhindert werden. Man hat daher, unter $\beta = EAD$ die Neigung dieser Gleitfläche verstanden, die Bedingung:

$$G \sin \beta = \varphi G \cos \beta + lc. \quad (1)$$

Für das Gewicht G kann man setzen:

$$G = \gamma \frac{AB \cdot AE}{2} \sin(\alpha - \beta) = \frac{\gamma}{2} \frac{h}{\sin \alpha} l \sin(\alpha - \beta),$$

und daher erhält man mit diesem Werthe aus (1)

$$\frac{\gamma}{2} \frac{h}{\sin \alpha} l \sin(\alpha - \beta) (\sin \beta - \varphi \cos \beta) = lc$$

oder

$$c = \gamma \frac{h}{2} \frac{\sin(\alpha - \beta) \sin(\beta - \varrho)}{\sin \alpha \cos \varrho} \quad (2)$$

Diese Gleichung muß bestehen, wie groß man auch die Neigung β der Gleitfläche annehmen möge, also muß für ein bestimmtes h und α der Cohäsionsmodul c mindestens einen Werth gleich dem Maximum haben, welches der Gleichung (2) zukommt. Dieser größte Werth von c ergibt sich aus:

$$\frac{\partial c}{\partial \beta} = \sin(\alpha - \beta) \cos(\beta - \varrho) - \cos(\alpha - \beta) \sin(\beta - \varrho) = 0;$$

d. h. für $\sin(\alpha + \varrho - 2\beta) = 0$, woraus für das Prisma, welches die größte Tendenz zum Abgleiten hat,

$$\beta = \frac{\alpha + \varrho}{2} \quad (3)$$

folgt, und zwar erhält man mit diesem Werthe von β aus (2) den Cohäsionsmodul:

$$c = \gamma \frac{h}{2} \frac{\sin^2 \frac{\alpha - \varrho}{2}}{\sin \alpha \cos \varrho} \dots \dots \dots (4)$$

Die Gleitfläche AE halbirt also auch hier den Winkel BAO , welchen die vordere Ebene AB mit der natürlichen Böschung AO bildet, indem sie mit jeder dieser beiden Ebenen den Winkel

$$BAE = OAE = \frac{\alpha - \varrho}{2}$$

einschließt. Die durch (4) bestimmte Größe c muß der Cohäsionsmodul der Masse haben, wenn die Vorderfläche derselben bei einer Neigung α gegen den Horizont die Höhe h erhalten soll, oder aber, die Höhe h darf bei gegebenen Werthen von c und α die Größe

$$h = \frac{2c}{\gamma} \frac{\sin \alpha \cos \varrho}{\sin^2 \frac{\alpha - \varrho}{2}} \dots \dots \dots (5)$$

nicht übersteigen.

Mit $\alpha = 90^\circ$ erhält man wieder den schon oben gefundenen Werth:

$$h = \frac{2c}{\gamma} \frac{\cos \varrho}{\sin^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}} = \frac{4c}{\gamma} \operatorname{tang} \frac{90^\circ + \varrho}{2} = h_0,$$

während man mit $\alpha = \varrho$, $h = \infty$ erhält. Da die Länge $l = AE$ der Trennungsebene aus der Rechnung herausgefallen ist, so folgt, daß das Resultat von dieser Länge, d. h. also von der Neigung ω der Oberfläche ganz unabhängig ist, so lange nur ω nicht größer als ϱ ist, und so lange die obere ebene Begrenzung BO der Erdmasse sich hinreichend weit erstreckt, um den Punkt E zu enthalten, in welchem die Gleitlinie AE zu Tage tritt (s. weiter unten). Mit dem Werthe

$$h_0 = \frac{2c}{\gamma} \frac{\cos \varrho}{\sin^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}}$$

und (5) erhält man auch:

$$\frac{h}{h_0} = \sin \alpha \frac{\sin^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha - \varrho}{2}} \dots \dots \dots (6)$$

Hieraus oder aus (5) kann man jederzeit für einen gegebenen Neigungswinkel α die Höhe h oder umgekehrt berechnen, je nachdem h_0 oder c für die Erdmasse bekannt sind.

Hierzu dient folgende

Tabelle der Werthe von

$$\frac{h}{h_0} = \sin \alpha \frac{\sin^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha - \varrho}{2}}$$

$\alpha =$	80°	70°	60°	50°	45°	40°	35°	30°
$\varrho = 45^\circ$	1,595	2,938	7,444	58,96	∞			
$\varrho = 40^\circ$	1,504	2,511	5,130	18,01	66,38	∞		
$\varrho = 35^\circ$	1,434	2,216	3,942	9,587	19,85	72,03	∞	
$\varrho = 30^\circ$	1,379	2,008	3,232	8,351	10,38	21,16	75,37	∞

Denkt man sich die Höhe h für jeden beliebigen Werth von α aufgetragen, so erhält man als den geometrischen Ort für den oberen Endpunkt B der Böschung eine Parabel, deren Brennpunkt im Fußpunkte A liegt, und deren Axe unter dem natürlichen Böschungswinkel ϱ gegen den Horizont geneigt ist. Um dies zu erkennen, sei der Fußpunkt A als Anfangspunkt rechtwinkliger Coordinaten gewählt, und die Axe AX unter dem Winkel $\varrho = DAX$ gegen den Horizont angenommen. Dann ist:

$$AB = \frac{h}{\sin \alpha} = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\sin(\alpha - \varrho) = \frac{BF}{AB} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

und

$$\cos(\alpha - \varrho) = \frac{AF}{AB} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Schreibt man nun die Gleichung (5)

$$\begin{aligned} \frac{h}{\sin \alpha} &= \frac{2c}{\gamma} \frac{\cos \varrho}{\sin \frac{\alpha - \varrho}{2} \cos \frac{\alpha - \varrho}{2} \tan \frac{\alpha - \varrho}{2}} \\ &= \frac{4c}{\gamma} \frac{\cos \varrho}{\sin(\alpha - \varrho)} \frac{\sin(\alpha - \varrho)}{1 - \cos(\alpha - \varrho)} = \frac{4c}{\gamma} \frac{\cos \varrho}{1 - \cos(\alpha - \varrho)}, \end{aligned}$$

so erhält man mit obigen Werthen:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{4c}{\gamma} \cos \varrho \frac{1}{1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}} = \frac{4c}{\gamma} \cos \varrho \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2} - x},$$

oder

$$\sqrt{x^2 + y^2} = x + \frac{4c}{\gamma} \cos \varrho;$$

woraus

$$y^2 = 2 \frac{4c}{\gamma} \cos \varrho \left(x + \frac{2c}{\gamma} \cos \varrho \right) \dots \dots \dots (7)$$

Diese Gleichung gilt offenbar für eine Parabel, deren Brennpunkt in A gelegen, und deren Scheitel um $AS = \frac{2c}{\gamma} \cos \varrho$ von A in der Richtung der natürlichen Böschung entfernt ist. Da die Tangente der Parabel den Winkel zwischen der Axe und dem an ihren Berührungspunkt gezogenen Brennstrahl halbirt, so folgt ferner nach dem Vorstehenden, daß die einer Begrenzung AB des Terrains entsprechende Gleitfläche AE mit der Tangente der Parabel in B parallel ist.

Aus den bekannten Eigenschaften der Parabel ergibt sich nun leicht, wie man in jedem Falle die zu einem gegebenen Neigungswinkel α der Böschung gehörige Höhe h derselben construiren kann. Zu dem Ende macht man

$AH = \frac{4c}{\gamma}$ und zieht HJ senkrecht zur natürlichen Böschung AF , um in

$AJ = \frac{4c}{\gamma} \cos \varrho$ den Parameter und in JH die Directrix der betreffenden

Parabel zu finden. Für irgend einen Böschungswinkel $DAB = \alpha$ hat man demnach nur den Winkel BAJ durch AL zu halbiren und von dem Durchschnittspunkte L der Halbiringlinie mit der Directrix eine Parallele LB zur natürlichen Böschung zu ziehen, um in dem Durchschnitte B den Endpunkt der Böschung zu erhalten, da dieser auf der gedachten Parabel liegt, weil das Dreieck ALB wegen der Gleichheit der Winkel bei A und L gleichschenkelig ist.

Ebenso findet man für eine gegebene Höhe h den Böschungswinkel α , wenn man in der Höhe h über AD eine Horizontale zieht, und deren Durchschnittspunkt B mit der Parabel durch eine Gerade BA mit dem Brennpunkte der Parabel verbindet.

Wenn von der Erdmasse nur der natürliche Böschungswinkel ϱ gegeben, der Cohäsionscoefficient c aber noch unbekannt ist, so kann man den letzteren leicht finden, sobald man durch Beobachtung festgestellt hat, bis zu welcher Höhe $h = BD$ sich die Erdmasse bei einem beliebigen Böschungswinkel $BAD = \alpha$ noch abgraben läßt, ohne einzustürzen. Zu dem Ende hat man nur mit dem Halbmesser BA um B den Kreis R zu beschreiben und an denselben die zur natürlichen Böschung AO senkrechte Tangente LJ zu ziehen, um darin die Directrix der betreffenden Parabel und in AJ den Werth $\frac{4c}{\gamma} \cos \varrho$ zu erhalten. Zu demselben Werthe gelangt man auch, wenn man nach Culmann $AM = AB$ auf der Linie der natürlichen Böschung AO anträgt, und BF senkrecht zu AO zieht. Dann ist:

$$MN = AH = \frac{4c}{\gamma},$$

wenn MN horizontal gezogen wird.

grenzenden Ebenen BC oder CO die Gleitfläche AE zu Tage tritt, d. h. ob bei einem eintretenden Einsturze ein dreiseitiges Erdprisma ABE in AE , oder ein vierseitiges Prisma $ABCE'$ in AE' von der übrigen Masse sich löst. Zu dieser Untersuchung hat man nur nöthig, das Dreieck ABC in ein flächengleiches $AB'C$ zu verwandeln, welches auf derselben Basis AC steht, und von welchem die Seite CB' in die erweiterte Ebene CO hinein fällt. Zieht man daher durch B eine Parallele zu AC , so erhält man in B' die Spitze dieses Dreiecks, und man hat nun die Untersuchung nach dem Vorstehenden so zu führen, als ob man es mit einer Erdmasse von der Begrenzung $AB'O$ zu thun hätte. Die vorstehend erwähnte, der Erdart zugehörige Parabel SP giebt auch hier ein schnelles Urtheil darüber, an welcher Stelle die Gefahr eines Einsturzes die größere sein wird. Wäre z. B., wie in der Figur, die vordere Begrenzung AB so gewählt, daß der Punkt B in der Parabel liegt und B' außerhalb derselben fällt, so würde ein Abgleiten eines vierseitigen Prismas etwa $ABCE'$ stattfinden müssen, und man hätte, um dasselbe zu vermeiden, das Profil so zu reduciren, daß der Punkt B' aus der Parabel nicht heraustritt, sondern höchstens nach B_1' fällt. Man hat daher, wenn der Punkt C und die Neigung der vorderen Fläche AB festgehalten werden sollen, durch B_1' eine Parallele $B_1'B_1$ zu CA zu ziehen, und die Begrenzung der Erdmasse nach AB_1CO vorzunehmen. Dadurch rückt der Punkt B nach B_1 in das Innere der Parabel, was darauf hindeutet, daß der vordere Theil AB_1C der Erdmasse einen gewissen Ueberschuß an Stabilität besitzt, wenn der Erdkörper AB_1CO an der Grenze des Gleichgewichtes sich befindet, für welche die geringste Verkleinerung der Reibung oder Cohäsion das Abrutschen eines vierseitigen Erdprismas in einer Gleitebene AE' bewirken müßte, welche parallel mit der Tangente der Parabel in B_1' ist. Wenn dagegen bei der Verwandlung des Dreiecks ABC in $AB'C$ der Punkt B' innerhalb der Parabel fiel, so würde die Gefahr in dem Abgleiten eines dreiseitigen Prismas ABE entlang einer Gleitfläche AE zu erkennen sein, welche der Parabeltangente in B parallel wäre.

Wenn endlich der Punkt B' gleichzeitig mit B in die Parabelinie fallen sollte, so wäre die Wahrscheinlichkeit gleich groß, daß ein dreiseitiges Prisma ABE parallel der Tangente in B , oder ein vierseitiges Prisma $ABCE'$ parallel der Tangente in B' zum Abgleiten käme, sobald eine Verringerung der Cohäsion oder Reibung stattfinden würde.

Zur Veranschaulichung dieser Verhältnisse sei in Fig. 27 (a. f. S.) SP die der Erdmasse entsprechende Parabel und $AB = h_0$ die zugehörige verticale Höhe, auf welche sich diese Erdmasse abstecken läßt, wenn ihre Oberfläche durch eine Ebene BO von unbeschränkter Ausdehnung begrenzt ist. Die voraussichtliche Gleitfläche ist dann durch AE parallel der Parabel-

Böschung durch $A_4 C_4$ festgestellt. Man erkennt nun sogleich, daß, während in dem untersten Punkte A_4 die Böschung der Stabilität halber nicht steiler sein darf, doch für jeden darüber liegenden Punkt, wie B_3, B_2 u. s. w., die gefundene Böschung $A_4 C_4$ unnöthigerweise flach ist, und daß die Begrenzung der Erdmasse an irgend welcher Stelle um so steiler gemacht werden darf, je höher diese Stelle gelegen, d. h. je geringer die darüber befindliche Erdmasse ist. Dächte man sich ein Profil von solcher Art, daß an jeder Stelle gerade derjenige Böschungswinkel vorhanden ist, welcher bei der betreffenden Höhenlage aus Stabilitätsrückichten noch möglich ist, so würde offenbar in allen Theilen die Cohäsion der Erdmasse in gleichem Maße in Anspruch genommen, in ähnlicher Art etwa, wie es bei den Körpern gleichen Widerstandes auch der Fall ist. Um ein solches Profil wenigstens annähernd zu zeichnen, sei in Fig. 28, I zur Ase aF , welche mit dem Horizonte den Winkel ϱ bildet, in oben angegebener Art die Parabel $bb_1 b_2 \dots$ entworfen, deren Entfernung zwischen dem Brennpunkte a und dem Scheitel b zu $\frac{2c}{\gamma} \cos \varrho$ anzunehmen ist. Theilt man nun die ganze Höhe h des Einschnittes in eine beliebige Anzahl gleicher Theile (in der Figur vier), und legt durch die Theilpunkte die Horizontalen $B_4 b_1, B_3 b_2 \dots$, so erhält man, wie leicht ersichtlich ist, in den von unten nach oben folgenden Brennstrahlen $ab_1, ab_2, ab_3 \dots$ der Parabel die Neigungen für die Böschungen, welche den von oben nach unten folgenden Sectionen $A_1 B_1, A_2 B_2, A_3 B_3 \dots$ zugehören. Zeichnet man daher zunächst $B_1 A_1$ parallel ab_1 , so erhält man die Begrenzung des Profils für die oberste Section, bei welcher in dem tiefsten Punkte A_1 noch Stabilität vorhanden ist. Die Begrenzung $B_2 A_2$ der zweiten Section ist ebenso parallel mit $b_2 a$ vorzunehmen, doch darf diese Begrenzung nicht an A_1 angeschlossen, sondern sie muß so angeordnet werden, daß die Verlängerung von $A_2 B_2$ das Terrain in einem Punkte C_2 trifft, derartig, daß die beiden Dreiecke $B_1 D_1 C_2$ und $B_2 A_1 D_1$ einander flächengleich sind. In diesem Falle wird nämlich die Böschung $B_2 A_2$ in Wirklichkeit durch die Erdmasse $B_1 A_1 B_2 A_2$ genau so stark belastet, als wenn die Masse durch die Ebene $A_2 C_2$ begrenzt wäre, d. h. also so, wie es die Neigung $B_2 A_2$ verträgt. Es ist aus der Figur ersichtlich, daß in dem Falle, wo die Begrenzung des Banketts $A_1 B_3$ parallel zu der Terrainfläche $B B_1$ genommen wird, die beiden gedachten Dreiecke $B_1 C_2 D_1$ und $A_1 B_2 D_1$ gleich groß werden, sobald der Durchschnittspunkt D_1 in die Mitte von $A_1 B_1$ fällt. In ganz derselben Weise schließt man nun weiter, daß die Begrenzung $B_3 A_3$ der folgenden Section parallel dem folgenden Brennstrahle $b_3 a$ und so angenommen werden muß, daß die Dreiecke $A_2 B_3 D_2$ und $C_2 C_3 D_2$ gleich groß werden, und ebenso ist $B_4 A_4$ parallel mit $b_4 a$ zu ziehen, so daß das Dreieck $A_3 B_4 D_3$ gleich demjenigen $C_3 C_4 D_3$ wird.

Es ergibt sich ohne Weiteres, daß die Banketts hierbei um so geringere Breite erlangen, je niedriger man die Höhe der einzelnen Sectionen annimmt, und daß bei hinreichend großer Anzahl von Sectionen das gebrochene Profil sich dem curvenförmigen Profile gleichen Widerstandes nähert. In Fig. III ist dieselbe Construction für 12 Sectionen wiederholt und die Curve eines Profils von gleichem Widerstande punkirt eingezeichnet. Daß diese Curve oben bei B_0 überhängt und sich der Theorie zufolge asymptotisch an die Horizontale anschließen müßte, hat kein praktisches Interesse, man wird vielmehr das Profil in dem oberen Theile bei B vertical begrenzen.

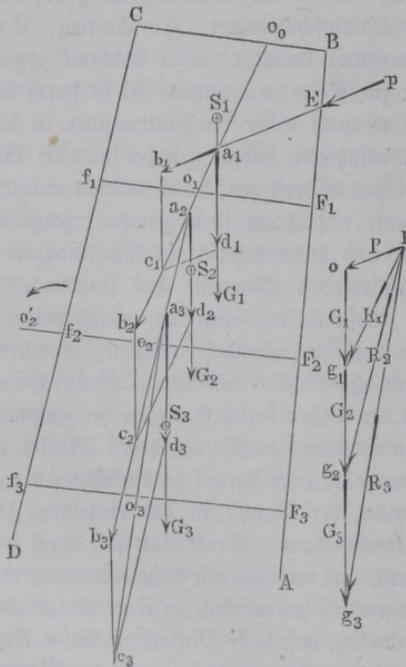
Es ist aus der Figur auch ersichtlich, in welchem Betrage man durch Anwendung eines derartigen gebrochenen oder gekrümmten Profils das Erforderniß des von dem Einschnitte beanspruchten Terrains ermäßigt, indem offenbar B_1C_4 in II oder BC in III diejenige Terrainbreite darstellt, welche durch das gebrochene bezw. gekrümmte Profil im Vergleiche mit dem geradlinig begrenzten A_4C_4 erspart wird. Daß die zur Herstellung des Einschnittes zu bewegenden Erdmassen dagegen in beiden Fällen gleich groß sind, geht aus dem Obigen hervor.

Futtermauern. Zur Stützung von Erdmassen, welche steilere Nei- §. 11.
gungen gegen den Horizont haben, als die natürliche Böschung ist, dienen die Futtermauern, welche bei Dammschüttungen, Einschnitten, Canalbauten u. s. w. vielfach zur Anwendung kommen. Der Erddruck gegen die Futtermauer ist bestrebt, dieselbe zur Seite zu drängen, sei es durch Verschiebung oder Drehung, und es muß daher die Futtermauer in beiden Hinsichten die genügende Widerstandsfähigkeit haben. Hierbei kann die Mauer lediglich vermöge ihres Eigengewichtes widerstehen, durch welches einestheils eine genügende Reibung der Mauer auf ihrem Untergrunde erzeugt wird, um eine Verschiebung zu hindern, und anderentheils ein Krastmoment regemacht wird, welches dem umstürzenden Momente des Erddruckes das Gleichgewicht zu halten vermag. Bestände die Futtermauer aus einem einzigen zusammenhängenden Stücke von hinreichender Festigkeit, so würde es genügen, die Bedingungen des Gleichgewichtes nur für die Grundfläche der Mauer zu erfüllen, in welcher sie den Boden berührt; wegen der Zusammensetzung der Mauer aus einzelnen Steinen, welche durch den Mörtel meist nur lose verbunden sind, wird man aber auch darauf zu rücksichtigen haben, daß möglicher Weise eine Trennung der Mauer in den einzelnen Fugen durch den Erddruck herbeigeführt werden kann. Denkt man sich durch irgend eine Lagerfuge die Mauer getrennt, und vereinigt alle äußeren Kräfte, welche auf den oberhalb dieser Fuge gelegenen Theil wirken, zu einer Resultirenden R , so ist zum Gleichgewichte erforderlich, daß diese Mittelkraft diesen Fugenschnitt selbst innerhalb der Mauer trifft, und daß sie mit der Normalen

der Schnittebene einen Winkel bildet, welcher kleiner ist als der Reibungswinkel für die Theile des Mauerwerkes auf einander. Wenn die Mittelkraft nämlich die Ebene der Lagerfuge außerhalb der Mauer treffen würde, so müßte ein Umkippen des betreffenden oberen Mauertheiles erfolgen, während eine Abweichung der Mittelkraft von der normalen Richtung um einen größeren als den Reibungswinkel ein Fortschieben des oberen Mauertheiles über den unteren zur Folge haben würde, vorausgesetzt, daß man von der Cohäsion des Mörtels absieht. Es wird zwar in den meisten Fällen der Anwendung der unterste Querschnitt, d. h. die Grundfläche der Mauer am meisten gefährdet sein, auch wird in der Regel das Umkippen früher eintreten, als das Fortschieben, doch können auch Ausnahmen hiervon stattfinden, so daß jedenfalls eine dementsprechende Prüfung nöthig ist.

Hierzu bietet die sogenannte Widerstandslinie oder Mittellinie des Druckes, auch Stützl Linie genannt, ein geeignetes Mittel. Man versteht hierunter diejenige Linie, welche man erhält, wenn man für sämtliche Fugen die Angriffspunkte der auf dieselben wirkenden Kräfte durch eine stetige Linie mit einander verbindet. Es sei etwa ein Mauerkörper $ABCD$, Fig. 29, welcher in E von einer Kraft P angegriffen wird, durch die Fugenschnitte F_1, F_2, F_3 in einzelne Theile zerlegt, deren

Fig. 29.



Gewichte G_1, G_2, G_3 zc. in ihren Schwerpunkten $S_1, S_2, S_3 \dots$ wirksam zu denken sind. Eine Vereinigung der Kraft P mit dem Gewichte G_1 des obersten Steines durch das Parallelogramm der Kräfte $a_1 b_1 c_1 d_1$ liefert in $a_1 c_1$ die Mittelkraft R_1 , welche die Fuge F_1 in o_1 trifft. Vereintigt man weiter die Mittelkraft R_1 mit dem Gewichte G_2 des zweiten Steines durch das an den Durchschnitte a_2 beider angelegte Parallelogramm $a_2 b_2 c_2 d_2$, so erhält man in $R_2 = a_2 c_2$ die Mittelkraft aller Kräfte, welche auf den oberhalb der Fuge

F_2 gelegenen Mauerkörper wirken, d. h. die Mittelkraft von P und $G_1 + G_2$, und in o_2 den Angriffspunkt dieser Kraft in der Fuge F_2 . Führt man diese Construction durch Zusammensetzung der Kraft R_2 mit G_3 fort, so erhält man in o_3 den Angriffspunkt der Mittelkraft R_3 von P, G_1, G_2 und G_3 in der Fuge F_3 u. s. w. Eine Verbindung je zweier auf einander folgender Punkte durch gerade Linien liefert das Polygon $o_0 o_1 o_2 o_3 \dots$, welches in eine stetige Curve, nämlich die besagte Mittellinie des Druckes übergeht, sobald man die Fugen unendlich nahe an einander liegend voraussetzt. Es ist übrigens klar, daß man nicht nöthig hat, die einzelnen Parallelogramme wirklich zu construiren, denn wenn man aus den einzelnen Kräften $P, G_1, G_2, G_3 \dots$ das Kräftepolygon $p o g_1 g_2 g_3 \dots$ zeichnet, so erhält man in $p g_1, p g_2, p g_3 \dots$ der Größe und Richtung nach die Mittelkräfte $R_1, R_2, R_3 \dots$, mit denen man bezw. $a_1 c_1, a_2 c_2, a_3 c_3 \dots$ parallel zu ziehen hat.

Damit also die Mauer in jedem Querschnitte hinreichende Sicherheit gegen Umkippen darbiete, muß diese Widerstandslinie in ihrem ganzen Verlaufe innerhalb des Mauerkörpers verbleiben, denn es ist leicht ersichtlich, daß ein Umstürzen des oberen Mauertheiles durch eine Linksdrehung um den Punkt f_2 der Fuge F_2 erfolgen würde, wenn die Stützl原因 diese Fuge in einem Punkte o_2' außerhalb der Mauer treffen sollte. Als äußerste mit dem Gleichgewichte noch verträgliche Grenzlage für den Punkt o_2 hätte man daher die Kante f_2 anzusehen, wenn die Mauer aus absolut festem Material bestände, welches einer Zerbröckelung durch den darauf wirkenden Druck nicht unterworfen wäre. Da aber das Baumaterial nur einen gewissen erfahrungsmäßig zu bestimmenden Druck gestattet, ohne zerstört zu werden, so wird die Mittelkraft in keiner Fuge durch die äußerste Kante gehen dürfen, sondern von dieser Kante so weit zurückstehen müssen, daß der Druck sich auf eine genügend große Fläche vertheilt, wie dies im Folgenden noch näher erläutert werden soll. Damit ferner ein Abgleiten in keiner Fuge stattfinden, ist es, wie schon erwähnt, nöthig, daß in irgend welchem Punkte der Mittellinie des Druckes die Richtung der Kraft von der Normalen zur Druckfläche um weniger als den Reibungswinkel abweicht.

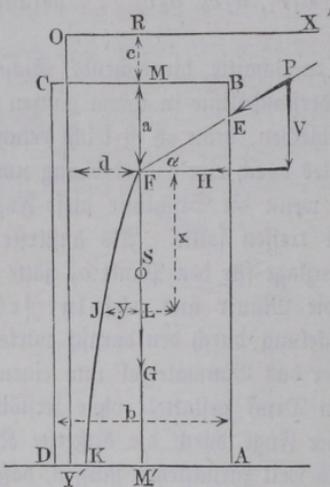
Der für die Sicherheit gegen Verschieben gefundenen Bedingung wird bei der beträchtlichen Größe des Reibungswinkels zwischen Mauerwerk in der Regel leicht genügt werden können, auch hat man in einer entsprechenden Neigung der Lagerfugen gegen den Horizont ein Mittel, um den besagten Abweichungswinkel zwischen der Mittelkraft und der Normalen immer hinreichend klein zu halten.

Es muß hierbei bemerkt werden, daß die Richtung der Mittelkraft in irgend welchem Punkte der Stützl原因 $o_0 o_1 o_2 \dots$ keineswegs mit der Tangente der Stützl原因 daselbst zusammenfällt, da z. B. die Richtung der Kraft

in o_1 nicht durch $o_1 o_2$, sondern durch $a_1 c_1$ gegeben ist. Es hüllen vielmehr die Krastrichtungen $a_1 c_1, a_2 c_2, a_3 c_3 \dots$ eine gewisse andere Curve ein von der Beschaffenheit, daß die Tangente oa an diese Curve von einem beliebigen Punkte o der Stützlinie aus die Druckrichtung in diesem Punkte o der Stützlinie angiebt. Diese Linie $a_1, a_2, a_3 \dots$, welche etwa einem in den Eckpunkten a durch die Gewichte G belasteten Seilpolygone und bei unendlich kleinen Abständen einer Kettenlinie entspricht, wird gewöhnlich die Drucklinie, von Scheffler auch die Richtungslinie des Druckes genannt.

Die Form der Stütz- oder Widerstandslinie hängt, wie aus dem Vorhergehenden ohne Weiteres ersichtlich ist, wesentlich von der Art der Beanspruchung der Mauer durch äußere

Fig. 30.



Kräfte, wie auch von der Vertheilung der Gewichte, d. h. von der Profilform der Mauer ab. Nimmt man etwa ein 1 m langes Stück einer verticalen parallelepipedischen Mauer $ABCD$ von der Breite b , Fig. 30, an, und setzt voraus, dasselbe werde in einem Punkte E durch eine unter dem Winkel α gegen den Horizont wirkende Kraft P angegriffen, so sei die Mittellinie des Druckes durch die Curve FJK dargestellt. Für irgend eine horizontale Fuge LJ in der Tiefe $x = FL$ unter dem Durchschnittpunkte F der Kraft P und des Mauergewichtes G sei der Ab-

stand der Stützlinie von der Mittellinie MM' durch $JL = y$ ausgedrückt. Es muß dann für den Punkt J als Momentenmittelpunkt die Gleichung bestehen

$$P \cos \alpha \cdot x = P \sin \alpha \cdot y + G \cdot y \dots \dots (1)$$

wenn G das Gewicht des oberhalb JL gelegenen Mauertheiles ML bedeutet. Ist nun γ_1 das spezifische Gewicht des Mauerwerks, und wird die Höhe $MF = a$ gesetzt, so hat man

$$G = \gamma_1 b (a + x),$$

mit welchem Werthe obige Gleichung übergeht in

$$P \cos \alpha \cdot x = P \sin \alpha \cdot y + \gamma_1 b (a + x) y \dots \dots (2)$$

Denkt man noch die horizontale und verticale Componente von P durch Mauermassen von der Breite b und den Höhen d und c ersetzt, indem man

$$P \cos \alpha = H = \gamma_1 b d \text{ und } P \sin \alpha = V = \gamma_1 b c$$

setzt, so erhält man auch

$$\gamma_1 b d \cdot x = \gamma_1 b c \cdot y + \gamma_1 b (a + x) y$$

oder

$$x d = (c + a + x) y \dots \dots \dots (3)$$

Diese Gleichung vereinfacht sich, wenn man den Koordinatenanfang für die Ordinate x' und y' von F nach O verlegt, so daß

$$FR = a + c \text{ und } OR = d$$

gewählt wird, also

$$x' = c + a + x \text{ und } y' = d - y$$

zu setzen ist. Hiermit erhält man aus (3) die Gleichung

$$x' d - (c + a) d = x' (d - y')$$

oder

$$x' y' = d (c + a) \dots \dots \dots (4)$$

welche Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel entspricht, für welche $O X'$ und $O Y'$ die Asymptoten sind. Man ersieht hieraus, daß der Abstand der

Stützlinie von der Mitte der Mauer stets kleiner als $d = \frac{P \cos \alpha}{b \gamma_1}$ bleibt,

wie hoch auch die Mauer sein möge, indem erst für $x' = \infty, y = d$ wird. Die Stützlinie wird daher für jede beliebige Höhe noch im Innern der Mauer verbleiben, sobald man die Breite der Mauer aus

$$\frac{b}{2} = d = \frac{P \cos \alpha}{b \gamma_1}$$

zu

$$b = \sqrt{\frac{2 P \cos \alpha}{\gamma_1}} \dots \dots \dots (5)$$

annimmt.

Wenn dagegen die Mauer nicht, wie ein Pfeiler, einer isolirten Kraft in einem Punkte, sondern dem über ihre ganze Fläche vertheilten Drucke einer Flüssigkeit oder einer Erdmasse ausgesetzt ist, so ermittelt sich die Stützlinie durch die folgende Betrachtung. Wählt man für die verticale parallelepipedische Mauer $ABCD$, Fig. 31 (a. f. S.), die Mittellinie OM als X-Axe und O als Anfangspunkt rechtwinkliger Coordinaten, so wirkt auf das Mauerstück COL von der Höhe $OL = x$ außer dem Eigengewichte $G = \gamma_1 b x$, der auf die Fläche BF vertheilte Druck der Flüssigkeit oder Erdmasse. Bei einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte γ_0 ist die resultirende Druckkraft

bekanntlich durch $P = \gamma_0 \frac{x^2}{2}$ gegeben, welche Kraft in einem Abstände

$FE = \frac{x}{3}$ von der Fuge F wirkt. Bei einer Erdmasse ist dieser Druck

außer vom specifischen Gewichte γ noch von der Neigung der Oberfläche und dem Böschungswinkel abhängig. Im Allgemeinen läßt sich nach §. 8 der Erddruck durch $P = \frac{k\gamma x^2}{2}$ ausdrücken, wenn k eine nach Gleichung (9) in §. 8 sich ergebende Größe bedeutet, welche von den dort eingeführten Winkeln α , ω , ϱ und ϱ' abhängig, für einen bestimmten Fall aber für alle Punkte der Erdmasse constant ist. Der Angriffspunkt dieser Kraft liegt ebenfalls wie der Wasserdruck in der Höhe $FE = \frac{x}{3}$ über der betrachteten Fuge. Sieht man von der schrägen Richtung des Erddruckes gegen die Mauerfläche ab, und setzt den normalen Erddruck $P = \frac{k\gamma}{2} x^2$, so geht für den Punkt J der Stützlinie die Gleichung

$$P \frac{x}{3} = Gy$$

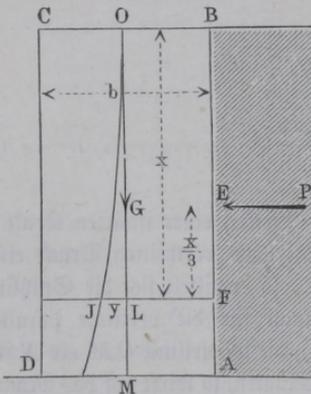
über in

$$\frac{k\gamma}{2} \frac{x^3}{3} = \gamma_1 bxy$$

oder

$$x^2 = 6 \frac{\gamma_1}{\gamma} \frac{b}{k} y \dots \dots \dots (6)$$

Fig. 31.



welche Gleichung einer Parabel angehört, für deren Scheitel O die Mittellinie OM die Tangente ist. Für Wasser würde $k = 1$ und $\gamma = 1000$ kg ausfallen, während man z. B. für Erde mit dem Reibungswinkel ϱ bei horizontaler Oberfläche ($\omega = 0$) und unter Vernachlässigung der Reibung an der Wandfläche, also für $\varrho_1 = 0$, nach §. 8

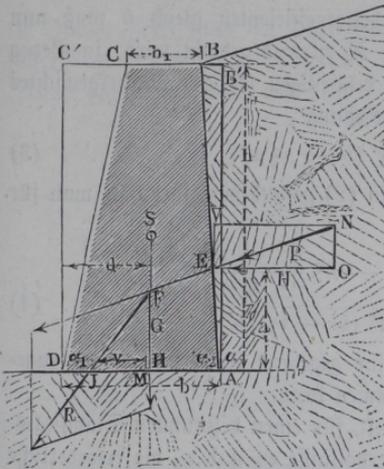
$$k = \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}$$

zu setzen hätte u. s. w.

§. 12. **Kippen der Futtermauern.** Die Stabilität einer Futtermauer gegen Umsturz erfordert nach dem Vorstehenden, daß die Widerstandslinie innerhalb der Mauer und zwar der genügenden Sicherheit halber in gewisser Entfernung von der äußeren Mauerfläche verbleibe. Man pflegt der Construction daher meistens einen gewissen Sicherheits- oder Stabilitätscoefficienten σ , welcher meist zwischen 2 und 3 liegend angenommen

wird, zu Grunde zu legen, derart, daß das durch den Erddruck erzeugte Umstürzmoment den σ fachen Betrag würde annehmen müssen, bevor die Stütz-

Fig. 32.



linie eine horizontale Lagerfuge AD , Fig. 32, in der äußeren Kante D treffen würde. Um dementsprechend die Dimensionen einer Futtermauer zu bestimmen, sei $ABCD$ der verticale Durchschnitt einer Stützmauer von der lothrechten Höhe h und einer Länge gleich 1 m, deren untere Breite $AD = b$ sei. Die vordere Fläche CD sei unter der Neigung

$$v_1 = \cotg \alpha_1$$

und die hintere Fläche AB unter derjenigen

$$v_2 = \cotg \alpha_2$$

gegen die Verticale gerichtet. Man hat dann die obere Breite BC

$$b_1 = b - (v_1 + v_2) h,$$

und es ist, unter γ_1 das spezifische Gewicht des Mauerwerkes verstanden, das Gewicht G des betrachteten Mauerkörpers durch

$$G = \gamma_1 \frac{b + b_1}{2} h = \gamma_1 \left(b - \frac{v_1 + v_2}{2} h \right) h \dots (1)$$

gegeben. Dieses im Schwerpunkte S des Querschnittes angreifende Gewicht geht nur bei einem symmetrischen Profile, d. h. für $v_1 = v_2$, durch die Mitte M der Basis, während im Allgemeinen der Schwerpunkt S seitwärts der Mittellinie gelegen ist. Man erhält das Moment $M = Gd$ des Gewichtes in Bezug auf die äußere Kante D , wenn man die Momente der beiden Dreiecke DCC' und ABB' von demjenigen des Rechteckes $AB'C'D$ abzieht, durch

$$M = Gd = \gamma_1 b h \frac{b}{2} - \gamma_1 \frac{v_1 h^2}{2} \frac{v_1 h}{3} - \gamma_1 \frac{v_2 h^2}{2} \left(b - \frac{v_2 h}{3} \right)$$

311

$$M = \gamma_1 b h \frac{b - v_2 h}{2} - \gamma_1 h^3 \frac{v_1^2 - v_2^2}{6} \dots (2)$$

Es möge nun P der nach dem Vorstehenden zu bestimmende, unter dem Winkel δ gegen den Horizont auf die Mauerfläche AB wirkende Erddruck sein, dessen Angriffspunkt E in verticaler Richtung um die Höhe a über

dem Fußpunkte A gelegen ist, so zerlegt man diesen Erddruck in seine horizontale und verticale Componente

$$H = P \cos \delta \text{ und } V = P \sin \delta.$$

Unter der Voraussetzung eines Sicherheitscoefficienten gleich σ muß nun das Moment der Kraft σP , welche in E wirkend gedacht wird, in Bezug auf den Punkt D ein Moment gleich demjenigen M des Mauergewichtes haben. Man hat also für diese Voraussetzung

$$M = \sigma H a - \sigma V (b - \nu_2 a). \quad (3)$$

Setzt man diesen Ausdruck gleich dem in (2) gefundenen, so erhält man für σ den Ausdruck

$$\sigma = \gamma_1 h \frac{b \frac{b - \nu_2 h}{2} - h^2 \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{6}}{H a - V (b - \nu_2 a)} \quad (4)$$

mittelft welcher Gleichung man für eine gegebene Futtermauer den zugehörigen Stabilitätscoefficienten σ bestimmen kann.

Wenn es sich umgekehrt darum handelt, für einen bestimmten Stabilitätscoefficienten und bestimmte Neigungsverhältnisse ν_1 und ν_2 die erforderliche untere Breite b zu finden, so schreibe man die Gleichung (4)

$$\frac{\sigma}{\gamma_1 h} H a - \frac{\sigma}{\gamma_1 h} V (b - \nu_2 a) = \frac{b^2}{2} - \frac{b}{2} \nu_2 h - h^2 \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{6},$$

also

$$b^2 + b \left(\frac{2\sigma V}{\gamma_1 h} - \nu_2 h \right) = \frac{2\sigma}{\gamma_1 h} (H a + V \nu_2 a) + h^2 \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{3}.$$

Schreibt man diese Gleichung der Kürze wegen $b^2 + b \cdot 2m = n$, so erhält man

$$b = -m + \sqrt{n + m^2} \quad (5)$$

worin

$$m = \frac{\sigma}{\gamma_1 h} V - \frac{\nu_2 h}{2} \quad (6)$$

und

$$n = \frac{2\sigma}{\gamma_1 h} (H + V \nu_2) a + h^2 \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{3} \quad (7)$$

zu setzen ist.

In diesen Formeln hat man für eine vertical stehende Futtermauer von überall gleicher Stärke, Fig. 33, $\nu_1 = \nu_2 = 0$ und $G = \gamma_1 b h$, sowie $d = \frac{b}{2}$ zu setzen, und erhält damit

$$\sigma = \frac{\gamma_1 h}{2} \frac{b^2}{H a - V b} \quad (4^a)$$

punkte A der Mauer ist nach dem Vorstehenden zu bestimmen; diese Höhe ist bei nicht belasteter Erdmasse gleich $\frac{h}{3}$ zu setzen.

Was das specifische Gewicht γ_1 des Mauerwerkes anbelangt, so kann man dasselbe etwa zu

$$\gamma_1 = 2,2 \text{ für Bruchsteinmauerwerk}$$

und

$$\gamma_1 = 1,8 \text{ für Ziegelmauerwerk}$$

annehmen, so daß man das Verhältniß der specifischen Gewichte des Mauerwerkes und der Erde je nach dem Feuchtigkeitsgehalte der letzteren zwischen $\frac{3}{2}$ und $\frac{5}{4}$ wird annehmen können.

Macht man die einfachste Voraussetzung einer verticalen Wandfläche AB und einer horizontalen Oberfläche des Terrains, setzt also $\alpha = 90^\circ$ und $\omega = 0$, so erhält man aus (6) den Erddruck zu

$$\begin{aligned} P &= \gamma \frac{h^2}{2} \frac{\cos \varrho_1}{\cos^2 (\varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin \varrho \sin (\varrho + \varrho_1)}{\cos \varrho_1}} \right)^2 \\ &= \gamma \frac{h^2}{2} \left[\frac{\sqrt{\cos \varrho_1} - \sqrt{\sin \varrho \sin (\varrho + \varrho_1)}}{\cos (\varrho + \varrho_1)} \right]^2, \end{aligned}$$

oder, wenn man auch die Reibung der Erde an der Wandfläche vernachlässigen will, ($\varrho_1 = 0$):

$$P = \gamma \frac{h^2}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

wie auch schon in §. 8 gezeigt wurde. Setzt man etwa für mittlere Erdart $\tan \varrho = 0,8$ entsprechend einem natürlichen Böschungswinkel $\varrho = 38^\circ 40'$, und nimmt der Sicherheit wegen $\tan \varrho_1$ geringer, etwa gleich $0,5$, d. h. $\varrho_1 = 26^\circ 34'$ an, so erhält man

$$\begin{aligned} P &= \gamma \frac{h^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\cos 26^\circ 34'} - \sqrt{\sin 38^\circ 40' \sin 65^\circ 14'}}{\cos 65^\circ 14'} \right)^2 \\ &= 0,210 \gamma \frac{h^2}{2}, \end{aligned}$$

womit

$$H = P \cos 26^\circ 34' = 0,188 \gamma \frac{h^2}{2}$$

und

$$V = P \sin 26^\circ 34' = 0,094 \gamma \frac{h^2}{2}$$

folgt. Dagegen erhält man bei Vernachlässigung der Reibung an der Wandfläche, d. h. unter Annahme eines zu dieser Fläche senkrechten Erddruckes

$$P = \gamma \frac{h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - 38^\circ 40'}{2} = 0,231 \gamma \frac{h^2}{2}.$$

Es ist hieraus ersichtlich, daß die älteren Theorien, welche von der Reibung der Erde an der Wand absehen, größere Druckkräfte der Rechnung zu Grunde legen und folglich unter gleichen sonstigen Verhältnissen zu größeren Mauerstärken führen, als man unter Berücksichtigung der Wandreibung erhält. Da ferner unter der Annahme $\varrho_1 = 0$ bei verticaler Mauerfläche auch $V = 0$ ausfällt, so vereinfachen sich die vorstehend gefundenen Formeln für diesen Fall, und insbesondere erhält man aus (5), wenn man darin noch $a = \frac{h}{3}$ und $H = P = k\gamma \frac{h^2}{2}$ einführt,

$$b = \sqrt{\frac{2\sigma}{\gamma_1 h} H a} = \sqrt{\frac{2\sigma}{3\gamma_1} P} = \sqrt{\frac{2\sigma}{3\gamma_1} k\gamma \frac{h^2}{2}} = \psi h,$$

wenn man den außer von dem Verhältnisse $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ noch von dem Sicherheitscoefficienten σ abhängigen Werth $\sqrt{\frac{\sigma}{3} \frac{\gamma}{\gamma_1} k}$ mit ψ bezeichnet. Dieser Coefficient ψ bestimmt sich z. B. in dem vorliegenden Falle, in welchem $k = 0,231$ gefunden wurde, für ein Verhältniß $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{2}{3}$ und für einen Stabilitätscoefficienten $\sigma = \frac{9}{4}$, wie er der von Baubau angegebenen Regel entspricht, zu

$$\psi = \sqrt{\frac{9}{4 \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,231} = 0,34,$$

und man hätte demnach den verticalen parallelepipedischen Futtermauern eine Stärke $b = 0,34 h$ zu geben. In dieser Art hat man sich die Entstehung der in der Praxis vielfach gebräuchlichen Regeln zu denken, nach denen man die Stärke der Futtermauern gleich einem bestimmten Bruchtheile der Höhe h machen soll, welcher den meisten dieser Regeln zufolge nicht wesentlich von $0,3 h$ abweicht.

Die Ermittlung der Mauerstärken nach den vorstehenden Formeln bleibt dieselbe, auch wenn die Erde überhöht oder künstlich belastet ist, indem in solchen Fällen hierauf nur bei der Ermittlung des Erddruckes Rücksicht genommen werden muß. Wenn dabei die Mauer eine unter einem gewissen Winkel ansteigende Erdmasse zu stützen hat, welche die Mauerkrone BC , Fig. 35 (a. f. S.), ganz oder zum Theil bedeckt, so hat man sich die Mauerfläche AB nach oben fortgesetzt zu denken und das Gewicht des keilförmigen Erdprismas FBB' dem Gewichte der Mauer hinzuzufügen.

Ebenso hat man dann den Erddruck nicht für die Mauerfläche AB , sondern für diejenige AB' zu ermitteln, indem man sich die Durchschnittsfläche BB' als mit der Mauer zusammenhängend vorstellt. Wenn hierbei die Ueberhöhung der Erde nicht bedeutend ist, so wird man keinen merklichen Fehler begehen, wenn man das kleine dreieckige Prisma $B'GE$ ebenfalls als mit Erde gefüllt annimmt, bei größerer Ueberhöhung jedoch hat man das Dreieck $AB'E$ in ein anderes ebenso großes AJE zu verwandeln, dessen Seite EJ in die verlängerte Terrainfläche EH hineinfällt. Zu diesem Ende hat man nur durch B' eine mit AE parallele Gerade zu ziehen, welche in ihrem

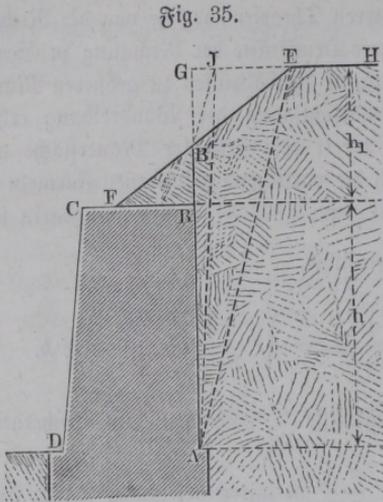


Fig. 35.

Schnittpunkte J mit der Terrainfläche die Ecke des gesuchten Verwandlungsdreiecks liefert. Hierüber wurde bereits früher gehandelt. Eine analytische Untersuchung dieses Falles würde zu weitläufigen Rechnungen führen, es soll derselbe daher in einem der folgenden Paragraphen graphisch behandelt werden. Poncelet giebt für Fälle, in denen die Ueberhöhung $BG = h_1$ die Höhe $AB = h$ der Mauer nicht übersteigt, für parallelepipedische Futtermauern die Annäherungsformel:

$$b = 0,86 (h + h_1) \tan \frac{90^\circ - \varrho}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}.$$

Zur Erleichterung der Rechnung ist von demselben eine Tabelle der erforderlichen Stärken von Futtermauern berechnet, von welcher im Folgenden ein Auszug gegeben ist. Diese Stärken sind nicht nur abhängig von den Werthen von ϱ und $\frac{\gamma_1}{\gamma}$, wofür die Grenzen $\tan \varrho = 0,6$ und $1,4$, sowie

$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1$ und $\frac{5}{3}$ angenommen sind, sondern auch danach verschieden, ob die Krone der Futtermauer in der ganzen Breite BC mit Erde bedeckt ist, oder ob eine Berme oder ein Wallgang von gewisser Breite CF freibleibt. In der Tabelle sind die Werthe für die Voraussetzung einer Berme von der Breite $CF = 0,2h = 0,2AB$ angegeben. Die Werthe der $\frac{b}{h}$ der Tabelle

Werthe von $\frac{b}{h}$ für		Werthe von $\frac{b}{h}$ für							
		$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1; \varphi = 0,6.$		$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1,5; \varphi = 1.$		$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 5/3; \varphi = 0,6.$		$\frac{\gamma_1}{\gamma} = 5/3; \varphi = 1,4.$	
		Berme:		Berme:		Berme:		Berme:	
von	$\frac{h_1}{h}$	$= 0$	$= 0,2 h$	$= 0$	$= 0,2 h$	$= 0$	$= 0,2 h$	$= 0$	$= 0,2 h$
0,0	0,452	0,452	0,258	0,270	0,270	0,270	0,350	0,198	0,198
0,1	0,498	0,507	0,282	0,303	0,306	0,303	0,398	0,222	0,229
0,2	0,548	0,563	0,309	0,336	0,342	0,326	0,445	0,249	0,262
0,3	0,604	0,618	0,338	0,368	0,375	0,343	0,485	0,274	0,283
0,4	0,665	0,670	0,369	0,399	0,405	0,357	0,522	0,303	0,299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,436	0,431	0,368	0,579	0,332	0,314
0,6	0,778	0,754	0,436	0,476	0,457	0,377	0,617	0,360	0,328
0,7	0,824	0,790	0,472	0,512	0,481	0,385	0,645	0,387	0,343
0,8	0,867	0,820	0,510	0,544	0,504	0,391	0,668	0,413	0,357
0,9	0,903	0,848	0,541	0,575	0,523	0,398	0,690	0,437	0,371
1,0	0,930	0,873	0,571	0,605	0,540	0,405	0,707	0,457	0,384
1,4	1,023	0,945	0,684	0,696	0,602	0,416	0,762	0,537	0,428
2,0	1,107	1,060	0,812	0,795	0,655	0,425	0,811	0,705	0,475
3,0	1,180	1,107	0,981	0,892	0,717	0,435	0,852	0,731	0,531
5,0	1,247	1,101	1,206	1,002	0,779	0,445	0,883	0,751	0,596
10,0	1,283	1,137	1,508	1,109	0,839	0,452	0,909	0,771	0,667
20,0	1,309	1,156	1,757	1,171	0,878	0,456	0,922	0,780	0,712
30,0	1,316	1,162	1,866	1,194	0,894	0,458	0,926	0,783	0,730
∞	1,337	1,175	2,144	1,243	0,927	0,461	0,934	1,279	0,769

ergeben die passenden Stärken für parallelepipedische Mauern; wenn den Mauern jedoch eine äußere Böschung von $\frac{1}{5}$ der Höhe gegeben wird, so gilt die aus der Tabelle entnommene Breite nicht für die Sohle, sondern für den Querschnitt bei $\frac{1}{9}$ der Mauerhöhe über der Sohle, auch soll man bei trocken ausgeführten Mauern die Dicke um $\frac{1}{4}$ des Werthes der Tabelle vergrößern. Es ist selbstverständlich, daß man für Größen von $\frac{h_1}{h}$, φ und $\frac{\gamma_1}{\gamma}$ zwischen den der Tabelle zu Grunde gelegten die bezüglichen Werthe durch entsprechende Interpolation finden wird.

Beispiele. 1. Wenn die 5 m hohe Futtermauer, für welche in §. 8 der Erddruck zu 6260 kg bestimmt wurde, entsprechend einem Stabilitätscoefficienten $\sigma = 3$ ausgeführt werden soll, so hat man die untere Mauerstärke b mit Rücksicht darauf zu bestimmen, daß der äußere Anlauf der Mauer $r_1 = 0,1$ angenommen wird, während der Anlauf auf der der Erdmasse zugekehrten Seite zu $r_2 = 0,05$ vorausgesetzt war?

Man findet zunächst aus dem Erddruck $P = 6260$ kg, welcher unter 28° gegen den Horizont geneigt ist, die Componenten

$$H = 6260 \cos 28^\circ = 5527 \text{ kg, wofür rund } H = 5600$$

angenommen werden soll, und

$$V = 6260 \cdot \sin 28^\circ = 2939, \text{ oder rund } 2900 \text{ kg.}$$

Hiermit ergibt sich nach (6) und (7), wenn man das Gewicht eines Cubikmeters Mauerwerk zu $\gamma_1 = 2000$ kg annimmt:

$$m = \frac{3}{2000 \cdot 5} 2900 - \frac{0,05 \cdot 5}{2} = 0,870 - 0,125 = 0,745$$

und

$$n = \frac{2 \cdot 3}{2000 \cdot 5} (5600 + 0,05 \cdot 2900) \frac{5}{3} + 25 \frac{0,01 - 0,0025}{3} \\ = 5,745 + 0,0625 = 5,808,$$

und damit nach (5) die untere Breite

$$b = -0,745 + \sqrt{5,808 + 0,745^2} = 1,77 \text{ m, wofür rund } b = 1,75 \text{ m}$$

gesetzt werden kann. Die obere Breite bestimmt sich dann zu

$$b_1 = 1,75 - 5 (0,1 + 0,05) = 1 \text{ m}$$

und die mittlere Stärke zu

$$\frac{1,75 + 1}{2} = 1,375 \text{ m oder } 0,275 h.$$

Wegen der Abrundung der berechneten Breite $b = 1,77$ in $1,75$ m ergibt sich der wirkliche Stabilitätscoefficient etwas geringer als 3, nämlich nach (4) zu

$$\sigma = 2000 \cdot 5 \frac{1,75 \frac{1,75 - 0,25}{2} - 25 \frac{0,01 - 0,0025}{6}}{5600 \frac{5}{3} - 2900 \left(1,75 - 0,05 \frac{5}{3}\right)} = 2,86.$$

Mauerstück das Gewicht G hat, und einem Erddrucke P mit der horizontalen Componente H und der verticalen Componente V ausgesetzt ist, so geben alle diese Kräfte eine Mittelkraft, welche gegen die Verticale unter einem Winkel β geneigt ist, für welchen man hat

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{H}{G + V}.$$

Um nun eine bestimmte Sicherheit gegen Gleiten zu erlangen, pflegt man auch hier einen gewissen Stabilitätscoefficienten σ' , etwa von der Größe 2, einzuführen, so daß anstatt der einfachen Kraft P diejenige $\sigma'P$ mit der horizontalen und verticalen Componente $\sigma'H$ und $\sigma'V$ wirkend zu denken ist, ehe die Gefahr des Gleitens eintritt. Dieses letztere wird, horizontale Lagerfugen vorausgesetzt, demgemäß der Fall sein, wenn

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{\sigma' H}{G + \sigma' V} = \varphi' = \operatorname{tang} \varphi'$$

ist, wenn wieder φ' den Reibungswinkel für die Lagerfuge bedeutet. Denkt man sich dagegen einer Lagerfuge, z. B. der durch M gehenden, anstatt der horizontalen Lage AD , eine Neigung um den Winkel $D'MD = \lambda$ gegen den Horizont gegeben, so ist aus dem Dreiecke JNH , in welchem JN senkrecht zur Lagerfuge $D'M$ gemacht ist, ersichtlich, daß nun das Gleichgewicht an die Bedingung geknüpft ist:

$$FJN \leq \varphi',$$

d. h.

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{\sigma' H}{G + \sigma' V} = \operatorname{tang} (\lambda + \varphi').$$

Man erkennt hieraus, wie man durch entsprechende Neigung der Fugen die Stabilität des Mauerwerkes gegen Gleiten wesentlich erhöhen kann, ein Mittel, welches bei den Ausführungen häufig angewendet wird, wenn starke Horizontalkräfte es bedingen. In den meisten Fällen wird zwar eine Futtermauer mit Rücksicht auf ihre Stabilität gegen Umkippen (vergl. §. 12) eine größere Stärke erfordern, als in Hinsicht auf Gleiten, doch kann unter Umständen auch das Gegentheil stattfinden, so daß man der Sicherheit wegen die Ermittlung der Mauerstärke nach beiden Hinsichten zu ermitteln und von den beiden erhaltenen Werthen b und b' den größeren für die Mauerstärke zu wählen hat.

Bezeichnet wieder G das Gewicht des Mauerwerkes $ABCD$ über dem Fundamente AG_1 der Mauer, welches nach dem vorigen Paragraphen zu

$$G = \gamma_1 \left(b' - \frac{v_1 + v_2}{2} h \right) h$$

anzunehmen ist, so hat man für die Fuge AD die Bedingung:

$$\text{tang} (\lambda + \varrho') = \frac{\sigma' H}{\gamma_1 h \left(b' - \frac{v_1 + v_2}{2} h \right) + \sigma' V}$$

woraus allgemein folgt:

$$\begin{aligned} \sigma' &= G \frac{\text{tang} (\lambda + \varrho')}{H - V \text{tang} (\lambda + \varrho')} \\ &= \gamma_1 h \left(b' - \frac{v_1 + v_2}{2} h \right) \frac{\text{tang} (\lambda + \varrho')}{H - V \text{tang} (\lambda + \varrho')} \dots (1) \end{aligned}$$

und

$$b' - \frac{v_1 + v_2}{2} h = \frac{\sigma'}{\gamma_1 h} \left(\frac{H}{\text{tang} (\lambda + \varrho')} - V \right) \dots (2)$$

Hierin hat man wieder die Componenten H und V des Erddrucks P nach §. 8 zu ermitteln, und erhält z. B. für eine verticale Mauerfläche und horizontale Begrenzung der Erde, wenn man von deren Reibung an der Futtermauer absieht,

$$V = 0 \text{ und } H = \gamma \frac{h^2}{2} \text{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}.$$

Setzt man noch für eine parallelepipedische lothrechte Futtermauer $v_1 = v_2 = 0$, so wird, wenn man einen horizontalen Fugenschnitt ($\lambda = 0$) voraussetzt:

$$\sigma' = 2 \frac{\gamma_1 b'}{\gamma h} \frac{\text{tang} \varrho'}{\text{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}} \dots (1^a)$$

und

$$b' = \frac{\sigma' \gamma}{2 \gamma_1} h \frac{\text{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}}{\text{tang} \varrho'} \dots (2^a)$$

Da nach dem vorhergehenden Paragraphen unter denselben Bedingungen aus (5^a) die Breite b zu

$$b = h \text{tang} \frac{90^\circ - \varrho}{2} \sqrt{\frac{\sigma \gamma}{3 \gamma_1}} \dots (2^b)$$

sich ergibt, so wird man die Mauerstärke mit Rücksicht auf Gleiten nach (2^a) oder mit Rücksicht auf Tippen nach (2^b) zu bestimmen haben, je nachdem

$$\frac{\sigma' \gamma}{2 \gamma_1} \frac{\text{tang} \frac{90^\circ - \varrho}{2}}{\text{tang} \varrho'} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \sqrt{\frac{\sigma \gamma}{3 \gamma_1}}$$

ist u. s. w.

Um den Widerstand gegen das Fortschieben der Mauer auf dem Boden zu vergrößern, welches sich besonders nöthig macht, wenn dieser Boden leetig oder mit Wasser durchdrungen ist, wobei der Reibungscoefficient zwischen der Mauer und dem Grunde auf 0,3 herabgehen kann, giebt man der Mauer, wie schon erwähnt, ein Fundament von gewisser Tiefe $GG_1 = h'$. Es widersteht dann dem activen Erddrucke gegen die Fläche A_1B nicht allein die Reibung auf der Grundfläche A_1G_1 , sondern auch noch der passive Druck der Erdmasse vor der Mauerfläche GG_1 .

Setzt man, wie dies meistens zutreffen wird, eine verticale Fläche GG_1 des Fundamentsockels voraus, und bezeichnet wieder ϱ_1 den Reibungswinkel der Erde an dieser Fläche, so ist der passive Erddruck Q unter diesem Winkel ϱ_1 gegen den Horizont nach oben geneigt anzunehmen, da bei einem Ausweichen der Mauer das Erdprisma GG_1K nach oben verschoben werden müßte. Dieser passive Erddruck Q hat daher die horizontale Componente $H' = Q \cos \varrho_1$ und die verticale dem Gewichte der Mauer entgegenwirkende Componente $V' = Q \sin \varrho_1$. Bezeichnet nun G das Gewicht der ganzen Mauer BG_1 einschließlich des Fundamentsockels, und werden jetzt unter H und V die Componenten des activen Erddruckes auf die ganze Hinterfläche BA_1 verstanden, so hat man für das Gleichgewicht, unter der Annahme eines Stabilitätscoefficienten σ' die Bedingung:

$$\varphi (G + \sigma' V - V') = \sigma' H - H'. \quad (3)$$

Diese Gleichung kann dazu dienen, die Tiefe $h' = GG_1$ des Fundamentes zu ermitteln, wenn man darin den Erddruck P und Q sowie das Gewicht G durch die Höhen h und h' ausdrückt, und für b den aus dem Vorstehenden gefundenen Werth für AD einführt. Wollte man auch hier von der Reibung der Erde an der Mauerfläche absehen, und also $V = V' = 0$ voraussetzen, so erhielte man für eine parallelepipedische Mauer, deren Fundament ein Bankett von der Breite $DG = e$ hat, die Gleichung

$$\begin{aligned} \varphi \gamma_1 [bh + (b + e) h'] &= \sigma' \gamma \frac{(h + h')^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2} \\ &- \gamma \frac{h'^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ + \varrho}{2} \dots \dots \dots (3^a) \end{aligned}$$

aus welcher quadratischen Gleichung sich h' berechnen läßt.

Man kann bemerken, daß die Anlage eines Fundamentes von gewisser Tiefe bei Mauern noch einen anderen Grund hat, welcher sich aus Folgendem erkennen läßt. Denkt man sich nach dem in §. 11 darüber Gesagten für eine Mauer die Stützlinie gezeichnet, so stellt der Durchschnittspunkt der letzteren mit irgend einer Lagerfuge den Angriffspunkt dar für die Mittelkraft aller von dieser Fuge aufgenommenen Druckkräfte bezw. ausgeübten

Reactionen. Wenn dieser Angriffspunkt in die Mitte der betreffenden Lagerfuge trifft, wie es im Allgemeinen bei solchen Mauern der Fall sein wird, welche nur verticalen Belastungen wie ihrem Eigengewichte, nicht aber seitlichen Kräften ausgesetzt sind, so darf man eine nahezu gleichmäßige Vertheilung des Druckes auf die Fuge voraussetzen. Bei Futtermauern dagegen wird die Stützlinie durch den seitlichen Erddruck um so weiter aus der Schwerlinie der Mauer nach außen gedrängt, je mehr der Erddruck gegen das Eigengewicht vorherrscht, d. h. je tiefer die betrachtete Fuge unter der Erdoberfläche gelegen ist. Wenn z. B. in der Fig. 36 die parabelähnliche Curve L (s. §. 11) die Stützlinie vorstellt, so wird der gesammte Druck auf die Fuge AD in dem Durchschnittspunkte J sich concentriren, und daher werden die der Außenkante D näher liegenden Elemente stärker gepreßt werden, als die der Innenkante A nahe gelegenen. In wie weit eine solche ungleiche Druckvertheilung mit dem Materiale der Mauer verträglich ist, soll im folgenden Paragraphen näher untersucht werden. Dächte man sich nun die Mauer mit der Fläche AD direct auf den Boden gestellt, so würde derselbe vermöge seiner natürlichen Nachgiebigkeit in Folge dieser ungleichen Druckvertheilung einem ungleichen Ausweichen und Setzen unterworfen sein, in Folge wovon der sichere Stand der Mauer bedenklich gefährdet würde. Dies zu vermeiden, benutzt man den passiven Druck oder Schub der Erdmasse GK gegen das Fundament, denn es ist ohne Weiteres klar, wie durch diesen Schub die Stützlinie unterhalb AG von J aus mehr nach dem Innern der Mauer zurückgebogen wird. Man kann, da der passive Erddruck bei gleicher Tiefe viel größer ist als der active, hierdurch erreichen, daß die Stützlinie die Grundfläche A_1G_1 in ihrer Mitte M_1 schneidet, in welchem Falle die Mauer gleichmäßig auf die Bodenfläche drückt. Es ist auch klar, daß bei einer solchen Tiefe des Fundamentes GG_1 , bei welcher die horizontale Componente H' des passiven Erddruckes genau gleich der horizontalen Componente H des activen Druckes auf BA_1 ist, die Bodenfläche von der Stützlinie in demselben Punkte getroffen werden muß, durch welchen auch die verticale Schwerlinie der Mauer nebst ihren verticalen Belastungen V und V' hindurchgeht, indem die horizontalen Erddruckcomponenten H und H' sich gegenseitig aufheben. Letzteres gilt dann auch von den verticalen Componenten V und V' , wenn die beiden gedrückten Mauerflächen parallel sind. Eine hierauf beruhende graphische Bestimmung der Fundamenttiefe soll in einem folgenden Paragraphen angeführt werden.

Beispiel. Wenn man bei der im Beispiele 1 des vorigen Paragraphen berechneten Futtermauer den Reibungswinkel für die Fugen ebenfalls zu $\varrho_1 = 35^\circ$ annimmt, so ermittelt sich der Stabilitätscoefficient dieser Mauer gegen Gleiten auf der horizontalen Fuge in 5 m Tiefe unter der Mauerkrone nach (1) zu

$$\sigma' = G \frac{\tan \varrho'}{H - V \tan \varrho'} = 13750 \frac{0,700}{5600 - 2900 \cdot 0,700} = 2,70,$$

so daß ein Grund nicht vorhanden ist, in diesem Falle die Lagerfugen gegen den Horizont geneigt auszuführen.

§. 14. **Druckvertheilung.** Nachdem in den vorhergehenden Paragraphen die Stabilitätsverhältnisse der Futtermauern untersucht worden sind, handelt es sich noch um die Prüfung der Inanspruchnahme, welcher das Material der Mauern unterworfen ist. Dies ist insbesondere deshalb von Wichtigkeit, weil der zur Verwendung kommende Mörtel nur mäßige Druckkräfte auszuhalten, und der Luftmörtel Zugkräften meist gar nicht zu widerstehen vermag. Nur bei der Verwendung eines vorzüglichen hydraulischen oder Cementmörtels kann man, um unverhältnißmäßig große Mauerstärken zu vermeiden, eine geringe Widerstandsfähigkeit gegen Zugspannungen voraussetzen, welche nach Inge^{*)} etwa bis zu 1 kg pro Quadratcentimeter betragen darf. Nach den Versuchen von Bauschinger^{**}) wurde Ziegelmauerwerk in Cementmörtel bei 117 bis 180 kg Druck pro Quadratcentimeter zerdrückt, während solches in Luftmörtel ausgeführt, zwischen 70 und 111 kg Widerstandsfähigkeit zeigte. Nimmt man hiervon $\frac{1}{10}$ als zulässige Belastung, so wäre dieselbe durchschnittlich

15 kg für Cementmauerwerk

9 kg für Mauerwerk in Luftmörtel.

Dtt giebt für

Mauerwerk aus Kalk- und Sandsteinen 10 kg und für

Mauerwerk aus Ziegeln 5 kg

als zulässige Belastung an. Die von Rondelet für verschiedene kühne Bauten berechneten Belastungen variiren zwischen 44 kg bei der Allerheiligenkirche zu Angers und 16 kg bei der Peterkirche in Rom.

Mit Rücksicht auf eine für eine bestimmte Ausführung anzunehmende größte Beanspruchung des Materials wird sich, wie die folgende Betrachtung zeigen wird, auch der Stabilitätscoefficient σ der Mauer gegen Umfanten ergeben, von welchem im §. 12 nur angegeben wurde, daß er gemeiniglich zwischen 2 und 3 liegend angenommen werde. Ist $ABCD$, Fig. 37, ein Stück einer Futtermauer, und setzt man den in E wirkenden Erddruck P mit dem im Schwerpunkte S wirkenden Gewichte G nach dem Parallelogramm der Kräfte zu einer Mittelkraft R zusammen, so erhält man in dem Durchschnittspunkte J der Mittelkraft mit AD denjenigen Punkt, in welchem die Lagerfuge AD gegen das Mauerstück mit einer Kraft $-R$ reagirend

*) Siehe D. Inge, Quaimauern, Stützmauern, Thalperren. Deutsche Bauzeitung 1875.

***) Siehe Holzhey, Vorträge über Baumechanik.

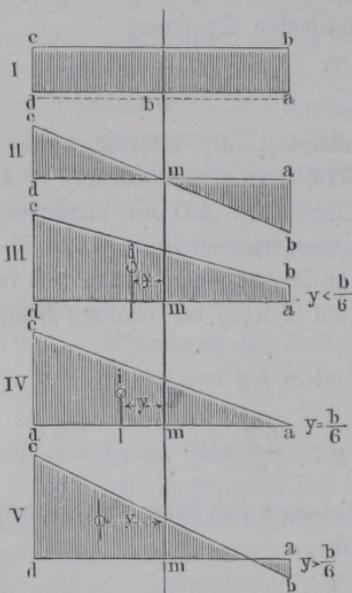
$$dc = ab = s_a = \frac{G + V}{b}$$

aufgetragen, so stellt das Rechteck $abcd$ die gleichmäßige Vertheilung der rückwirkenden Spannungen in Folge des Verticaldruckes $G + V$ vor. Ebenso giebt die durch die Mitte m von ab in II gezogene Gerade cb , für welche

$$dc = ab = s_b = 6 \frac{G + V}{b^2} y$$

gemacht ist, ein Bild von der Vertheilung der Biegungsspannungen, so zwar, daß die Ordinaten unterhalb der Axe am Zugspannungen, diejenigen oberhalb dm Druckspannungen be-

Fig. 38.



deuten. Die Vereinigung der beiden Diagramme I und II durch Summierung der Ordinaten führt sodann ohne Weiteres zu den Figuren III, IV und V, je nachdem

$$y \begin{cases} \leq \\ > \end{cases} \frac{1}{6} b$$

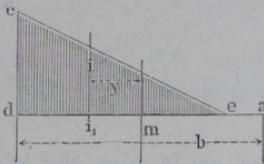
ist. Es ist auch leicht zu ersehen, daß in diesen drei Diagrammen der Schwerpunkt i der schraffirten Flächen von der Mitte m den Abstand y hat, wobei vorausgesetzt werden muß, daß man die in V auf entgegengesetzten Seiten der Axe ad liegenden Flächentheile als in entgegengesetzten Richtungen wirkend ansieht. Aus III und IV ist zu erkennen, daß die Elemente der Fuge durch Zugkräfte nicht in Anspruch genommen

werden, so lange der Abstand y der Stützlinie von der Mitte des Querschnittes den Betrag $\frac{1}{6} b$ nicht überschreitet, also die Stützlinie wenigstens um $\frac{1}{3} b$ von der äußeren Kante d zurückbleibt. Hieraus ergibt sich die für gewöhnliches Mauerwerk, dessen Mörtel Zugkräften nicht unterworfen sein soll, meistens angegebene Regel, wonach die Stützlinie nirgends aus dem mittleren Drittel der Mauer heraustreten soll. Wenn man dagegen in gewissen Fällen bei Anwendung von Cementmörtel Zugspannungen bis zu gewissem Betrage zulassen will, so kann die Mauerstärke entsprechend geringer gehalten werden, so daß (V) y größer als $\frac{1}{6} b$ wird,

und man hat zur Bestimmung von b die Anordnung so zu treffen, daß die Ordinate ab in V nach dem für die Kräfte gewählten Maßstabe dem Werthe der höchstens zulässigen Zugspannung entspricht.

Der letztere Fall, in welchem $y > \frac{1}{6} b$ ist, bedarf noch dann einer besonderen Betrachtung, wenn die Fuge Zugspannungen nicht zu äußern vermag. Alsdann wird nämlich die betreffende Fuge von der inneren Kante a aus bis auf eine bestimmte Erstreckung ae , Fig. 39, sich öffnen, so daß dieser Theil gar nicht zur Herstellung des Gleichgewichtes

Fig. 39.



beiträgt, dasselbe vielmehr nur durch den Einfluß der Druckspannungen in dem übrigen Theile ed des Querschnittes erhalten werden kann. Diese Druckspannungen nehmen von Null in e allmählig nach d hin an Größe zu, und man findet für diesen Fall die größte rückwirkende Spannung $s_1 = dc$ in der Kante d , wenn

man die durch das Dreieck edc dargestellte gesammte Reaction der Fuge gleich dem Verticaldrucke $G + V$ setzt. Für dieses Dreieck hat man, da der Schwerpunkt i einen Abstand $di_1 = \frac{b}{2} - y$ von der äußeren Kante hat, die Länge der Grundlinie $de = 3 \left(\frac{b}{2} - y \right)$, und sonach erhält man für diesen Fall aus

$$G + V = \frac{1}{2} de \cdot dc = \frac{3}{2} \left(\frac{b}{2} - y \right) s_1,$$

die größte Druckspannung in d zu

$$s_1 = \frac{4}{3} \frac{G + V}{b - 2y} \dots \dots \dots (3^a)$$

welche Gleichung, wie bemerkt, nur für Werthe von y , die größer als $\frac{1}{6} b$ sind, und unter der Voraussetzung gänzlicher Widerstandslosigkeit des Mörtels gegen Zugkräfte gilt. Diesen Zustand einer sich unter dem Einflusse des Druckes öffnenden Fuge wird man insbesondere bei Mauern zu vermeiden haben, welche dem Wasserdrucke zu widerstehen haben, wie dies beispielsweise bei den Staudämmen von Hochreservoiriren (Thalsperren) der Fall ist, weil sonst durch in die geöffneten Fugen eintretendes Wasser leicht eine Zerstörung des Bauwerkes herbeigeführt werden kann.

Wenn man für einen beliebigen Querschnitt der Mauer die Entfernung y der Stützlinie von der Mitte des Querschnittes kennt, so ist es leicht, die größte Spannung an der äußeren Mauerseite graphisch zu ermitteln. Wird z. B. eine Mauerfuge von der Breite $bc = b$, Fig. 40 (a. f. S.), in i_1

oder i_2 von der Stützlinie getroffen, so hat man nur nöthig, das Rechteck $abcd$ mit der Höhe $ab = s_a = \frac{G + V}{b}$ darüber zu zeichnen, den um $\frac{1}{6} b$ von der Mitte m' entfernten Punkt i mit m zu verbinden, und

Fig. 40.

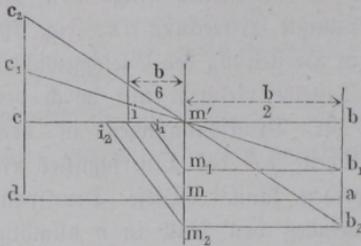
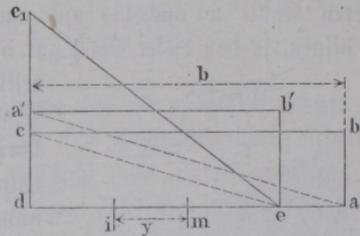


Fig. 41.



durch i_1 bzw. i_2 eine Parallele mit im zu ziehen, um in $m'm_1$ oder $m'm_2$ die maximale Biegungsspannung s_b zu erhalten. Zieht man daher noch m_1b_1 bzw. m_2b_2 parallel mit ad , so erhält man in der Geraden durch b_1 oder b_2 und m' die Begrenzung des Druckdiagramms, und in dc_1 resp. dc_2 die größte Druckspannung s_1 an der äußeren Kante. Diese Construction, deren Richtigkeit aus (1) und (2) ohne Weiteres folgt, gilt für den Fall, daß der Mörtel der Zugspannung $ab_2 = s_2$ widerstehen kann. Ist dies nicht der Fall, so hat man, Fig. 41, entsprechend der Gleichung (3^a) die Länge

$$de = 3 di = 3 \left(\frac{b}{2} - y \right)$$

anzutragen, das Rechteck $abcd$ in das flächengleiche Rechteck $eb'a'd$ zu verwandeln und $dc_1 = 2da'$ zu machen, um in dc_1 die Spannung s_1 und in ede_1 das Druckdiagramm zu erhalten, da dieses Dreieck gleich

$$eb'a'd = abcd = Q + G$$

ist. Zur Umwandlung des Rechtecks $abcd$ zieht man am einfachsten ce und damit durch a die Parallele ad' , so erhält man

$$de : da = dc : da',$$

folglich in da' die gesuchte Höhe.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich auch der Zusammenhang, welcher zwischen dem Abstände y der Stützlinie von der Mitte M des Querschnittes, Fig. 37, und dem Stabilitätscoefficienten σ für Umkanten besteht. Nach §. 12 hat man nämlich

$$\frac{DH}{FH} = \frac{\sigma H}{G + \sigma V}$$

oder, wenn der Abstand HM der Schwerlinie von der Mitte M mit e bezeichnet wird

$$\frac{1/2 b + e}{FH} = \frac{\sigma H}{G + \sigma V}$$

Nach dem Vorstehenden ist aber auch:

$$\frac{JH}{FH} = \frac{y + e}{FH} = \frac{H}{G + V},$$

und man erhält daher durch Division beider Gleichungen:

$$\frac{2(y + e)}{b + 2e} = \frac{G + \sigma V}{\sigma(G + V)} \dots \dots \dots (5)$$

womit σ aus y oder umgekehrt zu bestimmen ist. Beispielsweise wird für eine verticale parallelepipedische Futtermauer $e = 0$, und man erhält mit $V = 0$:

$$\sigma = \frac{b}{2y},$$

d. h. es würde z. B. der Grenzfall, Fig. 38 IV, für welchen $y = 1/6 b$ und $s_2 = 0$ ist, einem Stabilitätscoefficienten $\sigma = 3$ entsprechen. Den Werth von y findet man aus der Momentengleichung in Bezug auf J , nämlich:

$$Ha = G(e + y) + V\left(\frac{b}{2} + y - v_2 a\right)$$

zu

$$y = \frac{Ha - V\left(\frac{b}{2} - v_2 a\right) - Ge}{G + V} \dots \dots \dots (6)$$

Beispiel. Um bei der in §. 8 und §. 12 berechneten Futtermauer die Druckkräfte in der unteren Fuge zu ermitteln, findet man zunächst das Gewicht bei der mittleren Breite 1,375 m zu

$$G = 2000 \cdot 5 \cdot 1,375 = 13750 \text{ kg.}$$

Ferner hat man das Moment dieses Gewichtes in Bezug auf die äußere Mauerfante nach (2) in §. 12:

$$Gd = 2000 \cdot 1,75 \cdot 5 \frac{1,75 - 0,25}{2} - 2000 \cdot 125 \frac{0,01 - 0,0025}{6}$$

$$= 13125 - 312,5 = 12812,5 \text{ mkg,}$$

daher den Abstand der Schwerlinie von der äußeren Mauerfante

$$d = \frac{12812,5}{13750} = 0,932 \text{ m,}$$

d. h. die Schwerlinie der Mauer trifft die Basis derselben in einer Entfernung von deren Mitte

$$e = d - \frac{b}{2} = 0,932 - 0,875 = 0,057 \text{ m.}$$

Es ergibt sich nun weiter aus (6) der Werth von y zu:

$$y = \frac{5600 \cdot \frac{5}{3} - 2900 \left(0,875 - 0,05 \frac{5}{3}\right) - 13750 \cdot 0,057}{13750 + 2900} = \frac{6253}{16650} = 0,374 \text{ m.}$$

Dieselbe Größe von y würde man auch aus (5) erhalten, wenn man darin für σ den in §. 12 berechneten Werth von 2,86 einführt.

Da $y > \frac{1,750}{6}$ ist, so wird an der inneren Mauerfante eine Zugspannung eintreten, und man findet die Spannungen s_1 und s_2 an der äußeren und inneren Mauerfante nach (3) und (4) zu:

$$s_1 = \frac{13750 + 2900}{1,750} \left(1 + 6 \frac{0,374}{1,750}\right) = 9514 (1 + 1,282) = 21710 \text{ kg Druck}$$

und

$$s_2 = \frac{13750 + 2900}{1,750} \left(1 - 6 \frac{0,374}{1,750}\right) = 9514 (1 - 1,282) = 2682 \text{ kg Zugspannung}$$

für 1 qm Querschnittsfläche. Wenn dagegen der Mörtel Zugspannungen gar nicht widerstehen kann, so bestimmt sich die größte Druckspannung an der äußeren Fante nach (3^a) zu:

$$s_1 = \frac{4}{3} \frac{13750 + 2900}{1,750 - 2 \cdot 0,374} = 22150 \text{ kg.}$$

Die vorstehend berechnete Stärke der Futtermauern, für welche

$$y = 0,374 \text{ m} = 0,427 \frac{b}{2}$$

ist, genügt der Bauban'schen Vorschrift, welcher zufolge y nicht größer als höchstens

$$\frac{4}{9} \frac{b}{2} = 0,444 \frac{b}{2}$$

sein soll.

§. 15. **Graphisches Verfahren.** Zum Schlusse möge noch das graphische Verfahren angeführt werden, mittelst dessen die Prüfung bezw. Ermittlung der Stärke von Futtermauern vorgenommen werden kann. Zu dem Ende sei etwa die Aufgabe gestellt, für eine Futtermauer von gegebener Höhe und bei bestimmter Begrenzung der zu stützenden Erde die untere Breite einem vorgeschriebenen Stabilitätscoefficienten σ gemäß zu bestimmen. Es sei eine Futtermauer von 5 m verticaler Höhe vorausgesetzt und angenommen, daß die dem Erddrucke ausgesetzte Wandfläche AB , Fig. 42, unter einer Neigung $\frac{1}{8}$ gegen die Verticale nach hinten begrenzt sein, dagegen auf der Vorderfläche CD eine Böschung von $\frac{1}{5}$ erhalten solle. Das Terrain möge in EE_1 unter irgend einem Winkel gegen den Horizont geneigt und vorausgesetzt sein, daß ein Theil der Mauerkrone etwa in einer Breite FB

von 1 m durch die Erde bedeckt sei, welche daselbst in FE_1 unter einem Winkel von 30° gegen den Horizont ansteige. Der Reibungscoefficient für die Erde an der Wandfläche sei zu

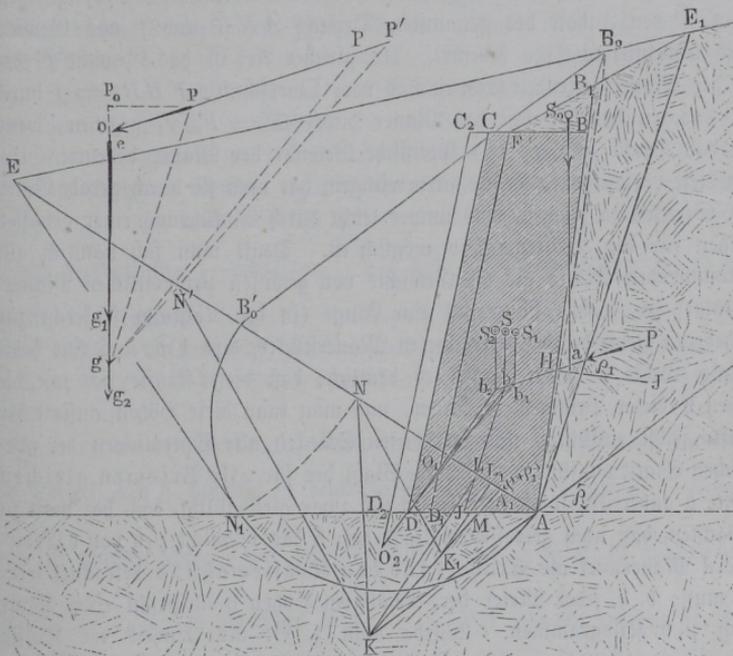
$$\tan \varrho_1 = 0,5, \text{ also } \varrho_1 = 26^\circ 34'$$

vorausgesetzt, während der natürliche Böschungswinkel ϱ entsprechend einer mittleren Beschaffenheit der Erde zu

$$38^\circ 40', \text{ also } \tan \varrho = 0,8$$

angenommen werden möge. Denkt man nun die hintere Wandfläche AB nach oben erweitert, so kann man das dreiseitige Erdprisma FBB_1 als

Fig. 42.



directe Belastung der Mauer ansehen, und hat den Erddruck gegen die Fläche AB_1 zu ermitteln. Hierzu verwandelt man zuerst das Dreieck AB_1E_1 in das flächengleiche AB_0E_1 , dessen Seite B_0E_1 mit der Oberfläche des Terrains zusammenfällt. Die Verwandlung geschieht einfach dadurch, daß man durch B_1 eine Parallele zu AE_1 zieht, wodurch der Punkt B_0 direct erhalten wird. Um nun den Druck der Erdmasse gegen die Wandfläche AB_1 zu erhalten, zieht man nach §. 7 durch A die Gerade AE unter dem

Winkel $BAE = \varrho + \varrho_1 = 65^\circ 14'$ gegen die Wandfläche, während man durch B_0 die Gerade $B_0 B_0'$ unter dem natürlichen Böschungswinkel $\varrho = 38^\circ 40'$ gegen den Horizont zieht. Dann erhält man durch die Tangente EN_1 an den über AB_0' beschriebenen Halbkreis den Abstand des Punktes N von E , welcher die Größe des Erddruckes durch die Beziehung $P = \frac{1}{2} \overline{AN}^2 \sin B_0 B_0' A$ ergibt. Zieht man daher AK parallel mit $B_0 B_0'$, also unter dem natürlichen Böschungswinkel, und macht $AK = AN$, so erhält man in dem Inhalte des Dreiecks ANK die Größe des Erddruckes nach demselben Maßstabe ausgedrückt, nach welchem das Gewicht eines beliebigen Erdprismas, wie z. B. des auf der Mauer lastenden, durch das Profil FBB_1 desselben dargestellt ist. Betrachtet man auch hier wieder ein Mauerstück von 1 m Länge, so ist also der Erddruck $P = F\gamma$ gegeben, wenn F den Inhalt des genannten Dreiecks ANK und γ das Gewicht eines Cubikmeters Erde bedeutet. In gleicher Art ist das Gewicht E des auf der Mauer lastenden Erdprismas vom Querschnitte $FBB_1 = f$ durch $f\gamma$, dagegen das Gewicht der Mauer durch $G = F_m \gamma_1$ gegeben, wenn F_m das Profil und γ_1 das spezifische Gewicht der Mauer bedeutet. Um nun diese verschiedenen Kräfte zu vereinigen, hat man sie durch gerade Linien oder Strecken zu ersetzen, was immer leicht durch Einführung einer gewissen Einheit für den Kräftemaßstab möglich ist. Denkt man sich nämlich alle vorkommenden Kräfte als die Gewichte von gewissen prismatischen Mauerwerkskörpern, welche sämmtlich eine Länge (in der Richtung senkrecht zur Bildebene) gleich der des betrachteten Mauerstückes, also 1 m, und eine horizontale Breite b haben, so ist es deutlich, daß diese Kräfte sich wie die Höhen h dieser Prismen verhalten, und man kann diese Höhen anstatt der Kräfte selbst einführen und mit diesen Strecken alle Operationen der graphischen Statik vollführen. Was die Wahl der für alle Prismen gleichen Breite b anbetrißt, so ist dieselbe an sich zwar gleichgültig, doch hat man zu beobachten, daß nach getroffener Wahl von b das Gewicht $\gamma_1 b$ von b Cubikmetern Mauerwerk als Einheit für den Kräftemaßstab betrachtet werden muß, d. h. jeder Meter der erwähnten Höhen h entspricht einer Kraft gleich $\gamma_1 b$ Kilogrammen. Würde man z. B. als Einheit der Kräfte 1 Tonne = 1000 kg wählen, so hätte man bei einem spezifischen Gewichte des Mauerwerkes von 2000 kg als Breite b oder Basis die Länge 0,5 m, dagegen bei einer Kräfteinheit gleich 10 Tonnen = 10 000 kg eine Basis $b = 5$ m zu wählen. Man wird bei allen graphischen Ermittlungen die Basis b so annehmen, daß die sich daraus ergebenden Höhen h oder Strecken, welche die Kräfte darstellen, innerhalb des Umfanges der Zeichnung bequem sind. Dementsprechend ist in Fig. 42 als Kräfteinheit das Gewicht von 5 Tonnen gewählt, so daß, ein spezifisches Gewicht des Mauerwerkes $\gamma_1 = 2000$ kg zu Grunde gelegt, die Basis

$$b = \frac{5000}{2000} = 2,5 \text{ m}$$

angenommen worden ist. In Folge dessen bedeutet für die ermittelten Höhen oder Strecken und die daraus gebildeten Kräftepolygone zc. jede Länge, welche nach dem der Zeichnung zu Grunde liegenden Maßstabe der Längen 1 m vorstellt, eine Kraft von 5 Tonnen. Dergemäß ist es leicht erklärlich, was man darunter zu verstehen hat, wenn angegeben wird, bei einer graphischen Ermittlung sei ein Kräftemaßstab gewählt, nach welchem 1 cm eine bestimmte Anzahl von Kilogrammen bedeutet. In dem vorliegenden Falle z. B., in welchem die Zeichnung in $\frac{1}{100}$ der natürlichen Größe ausgeführt ist, entspricht jedem Centimeter der Zeichnung, da derselbe eine wirkliche Länge von 1 m repräsentirt, in dem Kräftepolygone eine Kraft von 5000 kg.

Nach diesen Bemerkungen ergibt sich nun leicht die Art, wie die Kräfte durch Strecken, d. h. die Höhen der gedachten Mauerwerkprismen darzustellen sind. Handelt es sich dabei um wirkliche Mauerkörper, so hat man nur deren verticale Profile in Rechtecke von der Breite b zu verwandeln, um in den gefundenen Höhen die betreffenden Strecken zu erhalten. Ist dagegen die Kraft durch das Gewicht eines Erdkörpers von dem specifischem Gewichte γ gegeben, so muß man natürlich entweder das Profil oder die erlangte Höhe in dem Verhältnisse $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ reduciren. Die Art der Verwandlung der Querschnitte in Rechtecke nach den bekannten Regeln der Geometrie bedarf keiner näheren Erläuterung, im Uebrigen kann dieserhalb, sowie hinsichtlich der Operationen mit den Strecken auf das in Thl. I. Anhang, Gesagte verwiesen werden.

Um nun die den Erddruck P darstellende Strecke zu bestimmen hat man das Dreieck ANK zunächst in dem Verhältnisse $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ zu reduciren. Nimmt man für mittlere Erde $\gamma = 1600 \text{ kg}$ also $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{4}{5}$, so erhält man in dem Dreiecke NA_1K , in welchem $NA_1 = \frac{4}{5} NA$ gemacht worden ist, den Querschnitt eines den Erddruck darstellenden Mauerprismas. Um diesen Querschnitt in ein Rechteck von der Basis $b = 2,5 \text{ m}$ zu verwandeln, hat man nur nöthig, die doppelte Basis $2b = 5 \text{ m}$ gleich A_1N' anzutragen und durch N die mit $N'K$ parallele Gerade NK_1 zu ziehen. Man erhält dann offenbar in der Höhe $K_1L_1 = p$ des Dreiecks NK_1A_1 die gesuchte Strecke für den Erddruck, denn es ist:

$$A_1N : A_1N' = K_1L_1 : KL$$

oder

$$A_1 N \cdot KL = A_1 N' \cdot K_1 L_1 = 2bp,$$

folglich

$$bp = \frac{1}{2} A_1 N \cdot KL = \triangle A_1 NK.$$

Diese Kraft greift die Mauer in einem Punkte H an, so daß $AH = \frac{1}{3} AB_1$ ist, und bildet mit der Normalen HJ zur Wandfläche in H den Winkel

$$PHJ = \varrho_1 = 26^\circ 34'.$$

Man zeichnet nunmehr das Kräftepolygon, indem man an einen beliebigen Punkt o den Erddruck P der Richtung und Größe nach gleich po anträgt. Ferner trägt man von o aus vertical die Strecke oe ab, welche dem Gewichte des Erdprismas FBB_1 entspricht, und welche Strecke man in ganz ähnlicher Art gefunden hat, wie vorstehend für p angegeben worden.

Um nun das Gewicht der Mauer festzustellen, kommt man am einfachsten zum Ziele durch vorläufige Annahme einer ganz beliebigen Mauerstärke. Es sei zunächst die obere Mauerdicke gleich der mit Erde bedeckten Breite BF , und durch F unter der vorgeschriebenen Steigung ($\frac{1}{3}$) das Profil FD_1 eingetragen, und dieses Profil in ein Rechteck zur Basis b verwandelt. Die sich ergebende Höhe g_1 , welche das Gewicht der Mauer $ABFD_1$ darstellt, trage man dann im Kräftepolygon gleich eg_1 an; gleichzeitig hat man den Schwerpunkt S_0 des Erdprisma's FBB_1 und denjenigen S_1 der Mauer $ABFD_1$ zu bestimmen. Letzteres geschieht (s. Thl. I. Abschn. III, Cap. 2) am einfachsten, wenn man jede der parallelen Seiten des Trapezes um die andere nach entgegengesetzten Seiten verlängert, und den Durchschnitt der Verbindungsgeraden mit der Mittellinie sucht, welche die parallelen Seiten halbirt.

Wenn nun die Bedingung gestellt ist, die Mauer solle einem Stabilitätscoefficienten σ entsprechend construirt werden, so macht man $oP = \sigma p$, im vorliegendem Falle, in welchem $\sigma = 3$ vorausgesetzt wurde, ist $oP = 3p = 3 K_1 L_1$ gemacht worden. Zeichnet man nun in bekannter Weise das Seilpolygon, indem man durch den Durchschnittspunkt a , in welchem der Erddruck P das Gewicht E des kleinen Erdprismas FBB_1 trifft, eine mit Pe Parallele bis zum Durchschnitte b_1 mit dem Gewichte G_1 der Mauer zieht und dann ferner durch b_1 eine Parallele $b_1 O_1$ zu Pg_1 im Kräftepolygon legt. Diese Gerade $b_1 O_1$, welche die Richtung der Resultirenden aus $\sigma P, E$ und G_1 darstellt, trifft die Mauerkante in O_1 und die unterste Fuge außerhalb der Mauer, woraus ohne weiteres folgt, daß die gewählte Dicke der Mauer nicht genügt. Nimmt man daher, ebenfalls beliebig, eine größere Mauerstärke an, begrenzt etwa die Mauer nach dem

Profil $C_2 D_2$, und wiederholt dieselbe Construction, indem man nunmehr das Gewicht G_2 des Mauerkörpers $ABC_2 D_2$ durch die Strecke eg_2 im Kräftepolygon darstellt, so erhält man das Seilpolygon $ab_2 O_2$. Da hier die in der Richtung $b_2 O_2$ wirkende Resultirende die Grundfläche AD_2 innerhalb der Mauer schneidet, so folgt, daß die gewählte Mauerdicke unnötig stark ist, denn der gestellten Bedingung zufolge soll für den σ fachen Erddruck gerade die Stabilitätsgrenze erreicht werden, d. h. die Stützlinie gerade durch die Außenkante der Grundfläche gehen.

Die der Aufgabe entsprechende äußere Mauerbegrenzung CD wird daher zwischen $C_1 D_1$ und $C_2 D_2$ gelegen sein. Um diese Begrenzung jetzt schnell festzustellen, kann man nach Culmann *) sich der sogenannten Fehlercurve bedienen, von welcher im vorliegenden Falle O_1 und O_2 zwei Punkte sind. Denkt man sich nämlich für alle möglichen zwischen $C_1 D_1$ und $C_2 D_2$ angenommenen, mit diesen parallelen Begrenzungen die Stützlinien construirt und deren Durchschnittspunkte O mit den zugehörigen vorderen Mauerflächen aufgesucht, so legen alle diese Durchschnitte zwischen O_1 und O_2 eine gewisse Curve fest, und derjenige Punkt, in welchem diese Curve die Grundfläche AD_2 schneidet, entspricht offenbar der vorliegenden Aufgabe. Man erhält nun hier das Resultat genau genug, wenn man diese sogenannte Fehlercurve zwischen der kleinen Strecke $O_1 O_2$ als Gerade ansieht, d. h. man erhält im Durchschnittspunkte D der Geraden $O_1 O_2$ mit der Grundfläche den Punkt, durch welchen die Begrenzung der vorderen Mauerfläche DC unter der vorgeschriebenen Neigung zu legen ist. Legt man diese untere Breite $AD = 1,73$ m zu Grunde, und bestimmt hierfür das Gewicht der Mauer $G = eg$ und den Schwerpunkt derselben in S , so erhält man mit Hilfe des Kräftepolygons $Poeg$ ein Seilpolygon abD , welches allerdings durch die äußere Mauerkante D geht, als Beweis, daß die ermittelte Mauerstärke der gestellten Bedingung eines Stabilitätscoefficienten gegen Umfalten gleich σ entspricht.

Will man auch den Stabilitätscoefficienten σ' für das Gleiten der Mauer auf der horizontal angenommenen Lagerfuge AD ermitteln, so hat man unter Annahme des einfachen Erddruckes gleich op das Kräftepolygon $poeg$ zu Grunde zu legen und hiernach das Seilpolygon abJ zu verzeichnen. Die Lagerfuge wird demnach in J von der resultirenden Kraft R unter einem Winkel gegen die Normale getroffen, welcher Winkel durch ogp gegeben ist. Trägt man an og in g die Gerade gP' unter dem Reibungswinkel für die Steine in AD auf einander an, so erhält man in oP' diejenige Größe, welche der Erddruck annehmen müßte, bevor die Grenze der Stabilität in Hinsicht des Gleitens erreicht ist, und man findet den betreffenden Stabilitäts-

*) S. Culmann, Graphische Statik.

coefficienten für Gleiten durch das Verhältniß $\frac{OP}{OP'} = \sigma'$. Aus der Figur, in welcher für die Fuge AD gleichfalls ein Reibungswinkel $\rho = 38^\circ 40'$ angenommen und von der Cohäsion des Mörtels abgesehen ist, ergibt sich $\sigma' = 3,14$, also eine noch größere Stabilität gegen Gleiten, als gegen Umkanteln, so daß man keine Veranlassung haben wird, durch geneigte Lagerfugen die Stabilität gegen Gleiten zu vergrößern.

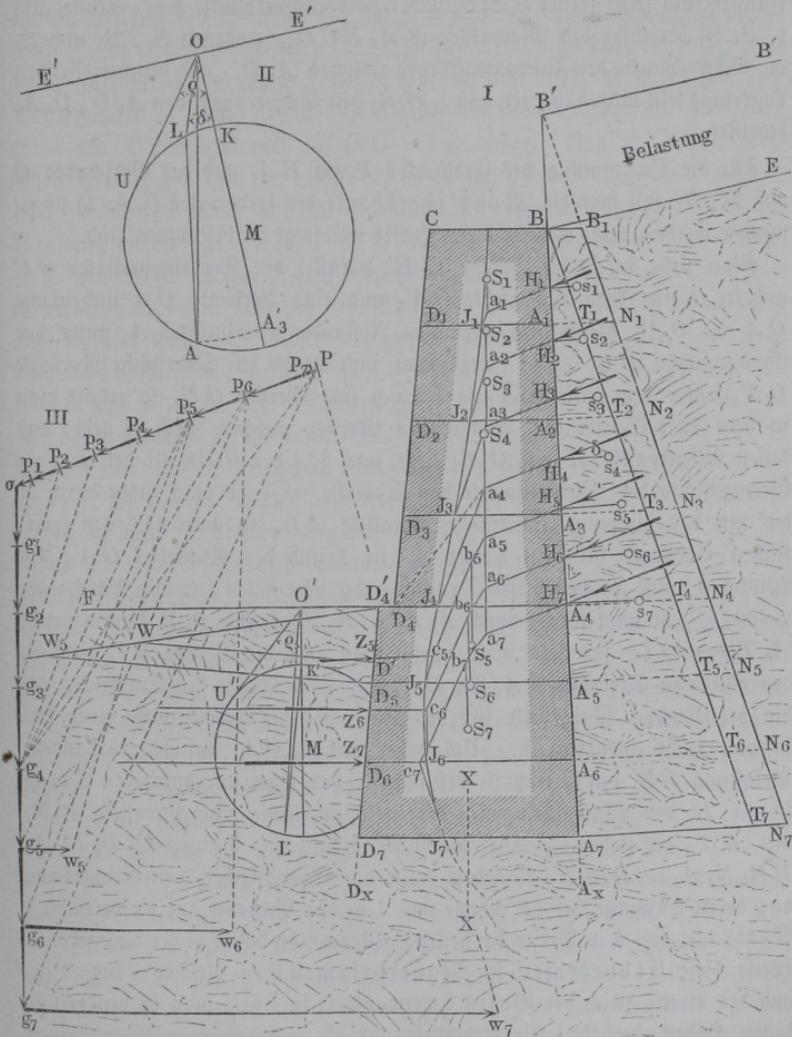
Der Abstand $JM = y$, in welchem die Stützlinie die Lagerfuge AD von deren Mitte M trifft, ergibt sich aus der Figur zu $0,05 AD$, folglich wird, da dieser Werth kleiner als $\frac{1}{6} b$ ist, die Fuge nur durch Druckkräfte beansprucht, deren Größe nach dem im vorhergehenden Paragraphen Angeführten (s. Fig. 40), leicht bestimmt werden kann, wenn man berücksichtigt, daß der auf die Lagerfuge AD kommende Verticaldruck durch die senkrechte Höhe gp_0 des Punktes p über demjenigen \bar{g} dargestellt wird. Es kann bemerkt werden, daß die geringe Größe von y im vorliegenden Falle hauptsächlich der nach rückwärts übergeneigten Stellung der Futtermauer zuzuschreiben ist, in Folge deren die Schwerlinie durch den Schwerpunkt S der Mauer zwischen M und A fällt, und es kann in Folge einer solchen Neigung der Futtermauer der Schnittpunkt J unter gewissen Verhältnissen selbst nach M oder sogar zwischen M und A fallen.

In derselben Art, wie hier für die Grundfläche der Mauer geschehen, kann man auch für jede beliebige Lagerfuge den Durchschnittpunkt der Mittelkraft aller der Kräfte bestimmen, welche auf das oberhalb dieser Fuge gelegene Mauerstück wirken. Denkt man sich diese Schnittpunkte sämmtlich durch einen fortlaufenden Curvenzug verbunden, so erhält man die Stützlinie, welche in ihrem Verlaufe die Stabilitätsverhältnisse und die Druckvertheilung für jedes Stück der Mauer in der angegebenen Weise zur Anschauung bringt. Dehnt man diese Construction auch auf das ganz im Erdinnern gelegene Fundament der Mauer aus, für welches man außer dem Erddrucke auf die hintere Seite auch den Erdschub auf die entgegengesetzte Seite zu berücksichtigen hat, so läßt sich auch leicht die Frage beantworten, wie tief man das Fundament in einem gegebenen Falle zu führen hat, um für die Standfläche desselben auf dem natürlichen Boden gewissen Bedingungen hinsichtlich der Druckvertheilung zu genügen. Hierfür mag in Fig. 43 noch ein Beispiel angeführt werden.

Es sei A_4BCD_4 das Profil einer Futtermauer, welche auf dem Fundamente $A_4D_4D_7A_7$ steht, und gegen welche sich rückwärts die durch die Ebene BE begrenzte Erdmasse lehnt, während die Oberfläche D_4F der Erde vor der Mauer horizontal begrenzt sein soll. Die Erdoberfläche BE soll ferner noch durch Pflaster, Gebäulichkeiten oder dazwischen abgelagerte Waaren einer zusätzlichen Belastung ausgesetzt sein, welche als eine gleichmäßig vertheilte Erdmasse von der oberen Begrenzung $B'B'$ parallel zu

BE gedacht werden kann. Es möge nun die Futtermauer durch eine beliebige Anzahl horizontaler Schnitte $A_1 D_1, A_2 D_2 \dots A_7 D_7$ in ebenso-

Fig. 43.



viele einzelne Stücke zerlegt und es sollen die Gewichte der einzelnen Theile wie im vorigen Beispiele bestimmt werden. Demgemäß mögen die Abschnitte

$og_1, og_2 \dots og_7$ auf der Verticallinie im Kräftepolygon die Strecken sein, welche unter Annahme einer gewissen Basis b die Gewichte der einzelnen Mauerkörper darstellen, die oberhalb der gleichbezeichneten Fugen bis zur horizontalen Mauerkrone BC gelegen sind. Für die Mauer oberhalb des Fundaments seien ferner $S_1 S_2 S_3$ und S_4 die Schwerpunkte dieser Stücke, also z. B. S_3 derjenige des Mauerkörpers $A_3 B C D_3$, wogegen S_5, S_6 und S_7 die Schwerpunkte der Fundamentkörper zwischen $A_4 D'_4$ und der betreffenden Lagerfuge sein mögen, derart, daß z. B. S_6 den Schwerpunkt von $A_4 D'_4 D_6 A_6$ bedeutet.

Für die Bestimmung des Erddruckes P auf BA_7 und des Erdschubes Q auf $D'_4 D_7$ soll hier die Mohr'sche Theorie des Erddruckes (s. §. 4) angewendet werden, nach welcher diese Kräfte wie folgt zu bestimmen sind.

Man ziehe in II die Gerade $E' E'$ parallel der Terrainoberfläche BE und in O eine dazu Senkrechte OA'_3 und eine Verticale OA und mache $OA = OA'_3$ gleich dem normalen Abstände des Punktes A_3 unter der Erdoberfläche BE in I . Legt man nun an die zur Oberfläche Normale OA'_3 unter dem Winkel $A'_3 O U = \varrho$ eine Gerade OU , so erhält man in dem diese Gerade OU berührenden Kreise, welcher durch A geht, und dessen Mittelpunkt M auf OA'_3 liegt, nach §. 4 den Kreis für den unteren Grenzzustand des Gleichgewichts der Erdmasse. Zieht man daher durch A die mit der hinteren Wandfläche Parallele AL , so giebt OL den specifischen Erddruck für den Punkt A_3 in I und der Winkel LOA'_3 den Winkel δ , um welchen dieser Druck von der Normalen zur Wandfläche abweicht. Zieht man ferner durch $A_1 A_2 \dots A_7$ Senkrechte zu BA_7 und macht $A_3 T_3 = OL$, so erhält man, wenn man noch die Gerade BT_3 zieht in den einzelnen Dreiecken $BA_1 T_1, BA_2 T_2 \dots$ die Größe des Erddruckes auf die betreffenden Wandtheile für den Fall, daß die Erdoberfläche einer Belastung nicht ausgesetzt ist. Um daher mit Rücksicht auf die vorhandene Belastung BB' den Druck zu bestimmen, hat man nur durch den Durchschnit B' der Wandfläche mit der Belastungslinie eine Parallele $B' N_7$ mit BT_7 zu ziehen. Die hierdurch erhaltenen Trapeze $BB_1 N_1 A_1, BB_1 N_2 A_2 \dots BB_1 N_7 A_7$ geben dann die Grundflächen von Erdprismen an, deren Gewichte bei der Länge von 1 m den Erddruck auf die betrachtete Wandfläche von 1 m Breite darstellen. Wenn man daher in der angegebenen Weise diese Erdprismen in Mauerprismen von gleicher Länge 1 m, und der Breite gleich der Basis b verwandelt, so erhält man in den gefundenen Höhen derselben die Erddrucke auf die entsprechenden Wandflächen von der Krone B bis zu dem gleichbezeichneten Horizontalschnitte A . Die so ermittelten Strecken sind im Kräftepolygon III als $op_1, op_2, \dots op_7$ an die Verticale unter einem Winkel $KOL = \delta$ gegen die Normale zur Wandfläche $A_7 B$ angetragen. Auch ist es klar, daß man die Angriffspunkte

$H_1 H_2, \dots H_7$ dieser Erddrücke erhält, wenn man die Schwerpunkte $s_1 s_2 \dots s_7$ der besagten Trapeze normal auf die Wandfläche nach $H_1 H_3 \dots H_7$ projectirt. In diesen Punkten wirkt der Erddruck, wie schon erwähnt, unter dem Winkel δ gegen die Normale zur Wandfläche. Ebenso hat man den Erdschub gegen die Vorderfläche des Banketts $D'_4 D_7$ zu bestimmen, indem man durch irgend einen Punkt O' der horizontalen Erdoberfläche die Verticallinie OK' legt und gleich einer beliebigen Länge z macht, worauf man durch K' den Kreis zum Mittelpunkte M' legt, welcher die Gerade OU' berührt, die mit der Verticalen den Böschungswinkel $M'O'U' = \rho$ bildet. Von den beiden möglichen Kreisen gilt hier der größere, da es sich um den Erdschub handelt. Zieht man nun durch K' eine Parallele mit der Vorderfläche $D'_4 D_7$ des Banketts, welche den Kreis M' in L' schneidet, so erhält man in der Strecke $O'L'$ die Größe des specifischen Erddrucks in einer verticalen Tiefe $O'K' = z$ unter der Oberfläche, während der Winkel $M'O'L' = \delta'$ die Abweichung angebt, um welche der Erdschub gegen die Normale zu $D'_4 D_7$, und zwar nach oben gerichtet, geneigt ist. Zieht man daher in dem Punkte D' , welcher um z unter der Erdoberfläche liegt, eine Normale $D'W'$ zu $D'_4 D_7$ und macht $D'W' = O'L'$, und zieht man die Gerade $D'_4 W'$, so begrenzt die letztere zusammen mit der Wandfläche $D'_4 D_7$ und den in D_5, D_6, D_7 auf der Wandfläche Normalen diejenigen Dreiecke, welche dem Erdschube auf die Flächen $D'_4 D_5, D'_4 D_6, D'_4 D_7$ entsprechen. In der Figur ist des beschränkten Raumes wegen nur das Dreieck $D'_4 D_5 W_5$ vollständig gezeichnet, welches den Schub der Erde gegen die Fläche $D'_4 D_5$ darstellt. Die Verwandlung dieser Dreiecke liefert dann wieder die Strecken, welche im Kräftepolygon als $g_5 w_5, g_6 w_6, g_7 w_7$ in den betreffenden zugehörigen Punkten und der durch δ' festgesetzten Richtung angetragen sind.

Die Angriffspunkte $Z_5 Z_6 Z_7$ für den Erdschub liegen unter der Erdoberfläche F um $\frac{2}{3}z$, wenn z die Tiefe der zugehörigen Schnittfläche DA ist. Nunmehr läßt sich die Stützlinie leicht finden, wenn man für die einzelnen, je zwischen der Krone und den verschiedenen Lagerfugen enthaltenen Mauerstücke die Seilpolygone in der vorbeschriebenen Weise zeichnet. Diese Seilpolygone sind in der Figur mit $HabcJ$ bezeichnet, und es genügt, die Construction an einem einzigen, etwa $H_5 J_5$, zu erläutern. Man verlängert dabei die Kraft des Erddrucks in H_5 bis zum Durchschnitte a_5 mit dem durch S_4 gehenden Gewichte g_4 des Mauertheils BA_4 , zieht durch a_5 eine Parallele mit $p_5 g_4$ im Kräftepolygon bis zum Schnittpunkte b_5 mit der in S_5 anzunehmenden Schwerkraft g_5 des Fundamentstückes $A_4 A_5$. Von dem so erhaltenen zweiten Knoten b_5 des Seilpolygons zieht man nunmehr das nächste Seil parallel zu $p_5 g_5$ bis zum Durchschnitte c_5 mit dem Erdschube in Z_5 , und endlich durch c_5 eine Parallele zu $p_5 w_5$, wodurch man in J_5 den Punkt erhält, in welchem die Querschnittsfläche $A_5 D_5$ von der

refultirenden Kraft getroffen wird. Die Verbindung aller so erhaltenen Schnittpunkte $J_1 J_2 \dots J_7$ führt zu der gesuchten Stützlinie.

Man erkennt aus der Figur, daß, während die Stützlinie in der oberen Mauer BA_4 aus der ursprünglich verticalen Richtung bei S_1 , nach unten hin in Folge des zunehmenden Erddruckes P mehr und mehr der äußeren Mauerfläche CD_4 sich nähert, dieselbe im Fundamente durch den sehr schnell wachsenden Erdschub W wieder nach der Mitte hin gedrängt wird. Wollte man etwa die Bedingung stellen, daß die natürliche Bodenfläche, auf welcher die Mauer ruht, in allen Punkten gleichmäßig belastet werden soll, so hätte man offenbar das Fundament bis zu demjenigen Querschnitte $A_x D_x$ zu führen, in welchem die Stützlinie J mit der Mittellinie XX des Fundaments sich schneidet.

Um hier den Stabilitätscoefficienten für die Mauer BA_4 zu bestimmen, hat man nur D_4 mit a_4 durch eine Gerade zu verbinden und im Kräftepolygon durch den Punkt g_4 eine Parallele zu $D_4 a_4$ zu ziehen, welche die Richtung des Erddruckes in P schneidet. Man schließt daraus, daß der Erddruck gegen die Mauerfläche BA_4 die Größe oP annehmen muß, bevor die Grenze der Stabilität für die Fuge $A_4 D_4$ erreicht wird, so daß man den zugehörigen Stabilitätscoefficienten zu $\sigma = \frac{oP}{op_4}$ findet, welches Verhältniß aus der Figur sich im vorliegenden Falle zu 2,41 ergibt. Dieser Werth ist ebenso wie die in Bezug der Fig. 42 vorstehend angegebenen, einer im größeren Maßstabe gezeichneten Figur entnommen. Selbstredend wird ein graphisches Verfahren um so genauere Resultate ergeben, je größer der Maßstab ist, in welchem die Zeichnung ausgeführt ist. Bei der Prüfung der Verhältnisse von Futtermauern wird es in der Regel genügen, den Maßstab für die Zeichnung etwa zwischen $\frac{1}{20}$ und $\frac{1}{40}$ der natürlichen Größe anzunehmen, da diese Größe bei einigermaßen sorgfältiger Ausführung der Zeichnung eine Genauigkeit erzielen läßt, welche diejenige weit übertreffen dürfte, die bei der Ausführung von Mauerwerkskörpern erreichbar ist.

Anmerk. Der erste gründliche Schriftsteller über den Erddruck ist Coulomb, s. Théorie des machines simples par Coulomb. Weiter verfolgte diesen Gegenstand Brony in seinen Leçons sur la poussée des terres (1802); nächstdem findet man den Gegenstand gut und gedrängt bearbeitet in Navier's Leçons sur l'application de la mécanique etc., T. I, sowie in Persy's Cours de Stabilité des constructions. Ein besonderes Werk, in welchem auch die Beobachtungen und Theorien über den Erddruck aller seiner Vorgänger abgehandelt werden, lieferte Mayniel (1808) unter dem Titel: Traité expérimental etc. de la poussée des terres. Neue und in ziemlich großem Maßstabe ausgeführte Versuche sind von G. Martony de Kőszegh angestellt und in folgendem Werke veröffentlicht worden: Versuche über den Seitendruck der Erde, ausgeführt auf höchsten Befehl u. s. w. und verbunden mit den theoretischen Abhandlungen von

Coulomb und Français, Wien 1828. Das vollständigste Werk über den Erddruck u. s. w. hat Poncelet geliefert. Dasselbe ist aus dem *Mémorial de l'officier du génie* (1838) von Lahmeyer übersezt und unter dem Titel herausgegeben: Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, Braunschweig 1844. Gut und zum Theil eigenthümlich behandelt den Erddruck Mosely in seinen *Mechanical principles of Engineering and Architecture*, wovon Scheffler eine Uebersetzung geliefert hat. Auch in des Letzteren Werke: *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken*, 1857, findet sich der Gegenstand eingehend behandelt, ebenso wie in Hagen's *Handbuche der Wasserbaukunst* Thl. II. Ferner ist hier anzuführen: *Nouvelles Expériences sur la pousée des terres*, par Audé Paris 1849. Von neueren Schriften sind bereits im Vorstehenden die Arbeiten von Mohr und Winkler angeführt, welcher Letztere seinem Werke eine kritische Zusammenstellung der verschiedenen Theorien beigefügt hat. Außerdem sind hier die Arbeiten von Guilhelm in den *Annales des ponts et chaussées*, 1858, Levy, *Comptes rendus* LXX, 1870, Considère, *Ann. des ponts et chaussées*, 1870, Rankine, *Manual of civil engineering* 1865, J. Weyrauch, *Theorie des Erddrucks*, Wien 1881, und anderen, sowie das ausführliche Werk Rebhanns, *Theorie des Erddrucks und der Futtermauern* 1871, zu erwähnen. Die graphischen Methoden finden sich in Culmann's bekannter graphischer Statik. Von allgemeinen Lehrbüchern sind zu nennen Ott', *Baumechanik* 1870, und Holzhey, *Baumechanik*, 1879.