

einzigste Gegenkraft im Gleichgewicht erhalten. Wir können demgemäß unterscheiden eine Resultirende der fortschreitenden Bewegung, und eine Resultirende der drehenden Bewegung des Systems, indem wir unter jener eine solche Kraft verstehen, die, wenn sie in entgegengesetzter Richtung in ihrem Angriffspunkte wirkte, Gleichgewicht gegen fortschreitende Bewegung, und unter der letztgenannten eine solche Kraft verstehen, welche, wenn sie an ihrem Angriffspunkte in entgegengesetzter Richtung wirkte, Gleichgewicht gegen drehende Bewegung herstellen würde.

Grundsätze für die Wirkung mehrer auf ein festes System angebrachten Kräfte.

§ 68. Bevor wir auf die Bestimmung der Resultirenden der Größe und Richtung nach eingehen, stellen wir zunächst folgende Grundsätze auf:

1) Wenn die sämtlichen auf ein festes System wirkenden Kräfte in ihren Angriffspunkten einzeln im Gleichgewicht sind, so ist das ganze System im vollkommenen Gleichgewicht.

In diesem Falle ist nämlich überhaupt keine mechanische Wirkung auf irgend einen Punkt des Systems vorhanden.

2) Wenn die auf ein festes System wirkenden Kräfte in ihren Angriffspunkten nicht im Gleichgewicht sind, so erfolgt Bewegung des ganzen Systems; die Angriffspunkte der Kräfte legen dabei in irgend einem Augenblicke gewisse Wegelemente zurück; soll nun die Gegenkraft im Stande sein, in dem System Gleichgewicht herzustellen, so muß nach den ersten Prinzipien von der Wirkung der Kräfte, die Wirkungsgröße der Gegenkraft gleich und entgegengesetzt sein der Summe sämtlicher Wirkungsgrößen, welche sich bilden, indem man in jedem Angriffspunkte den resultirenden Druck (§ 46. S. 54) der in demselben wirkenden Kräfte für die Richtung, nach welcher die Bewegung des Angriffspunktes erfolgt, bestimmt, und diesen Druck mit dem Wegelemente, welches der Angriffspunkt bei der Bewegung durchläuft, multiplicirt (§ 22. S. 27). Dabei ist wohl zu beachten, daß jedes Produkt negativ zu nehmen ist, für welches der Weg, den der Angriffspunkt durchläuft, der Richtung, in welcher der resultirende Druck für diesen Angriffspunkt wirkt, entgegengesetzt ist, vorausgesetzt nämlich, daß man diejenigen Produkte positiv nimmt, für welche die Richtung des resultirenden Drucks mit der Richtung, in welcher die Bewegung erfolgt, zusammenfällt.

Dieses wichtige Gesetz haben wir hier als Grundsatz aufgestellt. Es bedarf auch in der That keines Beweises, da es unmittelbar aus der Betrachtung fließt, daß die Wirkung irgend einer Kraft nur durch eine eben so große und entgegengesetzte Wirkung aufgehoben werden kann, daß ferner, wenn das System eine Bewegungsänderung erführe, dies nur durch die in den einzelnen Angriffspunkten wirksamen Kräfte geschehen könne; und daß endlich die Wirkungsgrößen dieser Kräfte nach den Richtungen hin, nach welchen sie ihre Angriffspunkte wirklich bewegen, sich summiren müssen.

Anwendung des Prinzips der virtuellen Wege auf Kräfte, die auf ein festes System wirken.

§ 69. Bezeichnet nun K den Druck der Resultirenden für irgend eine der Bewegungen, welche das System annehmen kann; dS das Wegelement, welches der Angriffspunkt dieses Drucks durchlaufen muß, K' , K'' , $K''' \dots$ seien die resultirenden Drucke für verschiedene Angriffspunkte nach der Richtung, in welcher die Bewegung des Systems erfolgt, und ds' , ds'' , ds''' seien die Wegelemente, welche sie bei dieser Bewegung durchlaufen, so ist offenbar in Folge des Gesetzes No. 2 in § 68:

$$101) K \cdot dS = K' \cdot ds' + K'' \cdot ds'' + K''' \cdot ds''' + \dots = \Sigma(K' \cdot ds'),$$

folglich:

$$101 a) \Sigma(K' ds') - K \cdot dS = 0,$$

welche Gleichung den Fall des Gleichgewichts bezeichnet, indem $-K \cdot dS$ das Leistungselement der Gegenkraft ausdrückt. — Diese Gleichungen gelten übrigens ganz allgemein, sowohl wenn das System eine fortschreitende Bewegung erfährt, als auch für eine drehende Bewegung, wenn nämlich dS , $ds' \dots$ die unendlich kleinen Wege sind, welche durch Drehung durchlaufen werden, und welche immer für ein Zeitelement als geradlinigt betrachtet werden können.

Nun läßt sich aber für jeden Angriffspunkt das Gesetz der virtuellen und reellen Wege anwenden § 46. S. 54. Nehmen wir nämlich in der Richtung der resultirenden Drucke, welche in den verschiedenen Angriffspunkten wirksam sind, beliebige Abstände von den Angriffspunkten selbst, und es seien a' , a'' , $a''' \dots$ diese Abstände, denken wir nun, K' sei der resultirende Druck von einer Menge anderer Drucke K'_1 , K'_2 , $K'_3 \dots$, die in demselben Angriffspunkte wirken, und wir projeciren den Abstand a' auf die Richtungen dieser Drucke, so daß a'_1 , a'_2 , $a'_3 \dots$ die Projektionen werden; mit