

Bestimmung der Wirkungsgröße einer mechanischen Kraft durch den Druck und den Weg.

§ 22. Da sich nach den Gesetzen für die Bewegung ausdrückt ganz allgemein (S. 17 und 18)

$$c = \frac{ds}{dt}; \quad dc = f dt,$$

so läßt sich für eine kontinuierlich wirkende Kraft das Leistungselement für ein Zeitelement auch schreiben:

$$\begin{aligned} dL_{at} &= dm \cdot c \cdot dc = dm \frac{ds}{dt} \cdot f dt. \\ &= dm f \cdot ds, \end{aligned}$$

worin ds das Wegelement ist, welches das Massenelement in einem Zeitelement zurückgelegt hat. Es ist aber $dm \cdot f = dK$ (S. 11. No. 4), folglich:

$$47) \quad dL_{at} = dK ds = dm \cdot c \cdot dc = dm \cdot f \cdot ds.$$

In dieser Gleichung liegt das wichtige Gesetz:

die Leistung einer mechanischen Kraft, welche kontinuierlich, gleichviel ob konstant oder veränderlich auf ein Massenelement wirkt, ist in jedem Zeitelement gleich dem Produkt aus dem Druck der Kraft in den Weg, welchen das Massenelement durch die Kraft bewegt, zurücklegt.

Ist die Kraft für die Zeitdauer ($t-t'$) konstant, so ist auch $f \cdot dm = dK$ konstant, und bezeichnet s den Weg während der Zeit ($t-t'$), welchen das Massenelement, durch die Kraft bewegt, zurücklegt, so hat man:

$$48) \quad dL_{(t-t')} = dm \cdot f \cdot s = dK \cdot s = \frac{1}{2} dm (c^2 - c'^2).$$

Ist endlich für den ganzen Körper, sowohl der Druck auf jedes Massenelement, als auch der Weg konstant, so folgt:

$$49) \quad L = K \cdot s = \frac{1}{2} m (c^2 - c'^2).$$

Fußpfund, Pferdekraft.

§ 23. Das Produkt $K \cdot s$ ist gebildet aus dem Maafs für den Druck K , welcher nach Gewichtseinheiten (Pfund) gemessen ist, und aus dem Maafs für den Weg s , welcher nach Längeneinheiten (Fussen) gemessen wird.

Die Einheit für Ks ist also weder ein Pfund noch ein Fufs, sondern eine ganz neue Einheit, nämlich die Leistungseinheit für eine Kraft. Naturgemäfs nimmt man für diese Einheit eine solche Leistung an, welche in der Bewegung einer Druckeinheit (eines Pfundes) um eine Längeneinheit (einen Fufs) besteht, und

nennt diese Einheit, der Zusammensetzung entsprechend, ein Fufspfund. Drückt man also die Leistung einer Kraft durch das Produkt Ks aus, so sagt man, sie betrage in einer bestimmten Zeit Ks Fufspfund und schreibt der Ausdruck häufig:

$$L = Ks^{(fuf)}.$$

Die Franzosen nehmen als Leistungseinheit die Bewegung eines Drucks von 1 Kilogramme um 1 Mètre an, und bezeichnen dieselbe als Kilogrammètre, geschrieben:

$$L = Ks^{km} \quad \text{oder} \quad L = Ks^k \times m.$$

Es ist:

$$50) \quad \begin{cases} 1^{fuf} = 0,1468^{km} \\ 1^{km} = 6,8121^{fuf}. \end{cases}$$

Ist die Leistung während der Zeitdauer, in welcher sie hervorgebracht wurde, konstant, und bezeichnet man diese Zeitdauer mit t , so ist die Leistung in der Zeiteinheit:

$$51) \quad \frac{L}{t} = \frac{Ks}{t} = K \frac{s}{t}.$$

Wenn nun die Leistung dadurch konstant ist, daß sowohl die in einzelnen Zeitelementen wirkenden Drucke, als auch die Wege dieser Drucke konstant sind, so folgt, daß die Bewegung selbst eine gleichförmige ist. In diesem Fall hat man $\frac{s}{t} = c$, wenn c die konstante Geschwindigkeit bezeichnet, und es folgt die Leistung in der Zeiteinheit:

$$52) \quad \frac{L}{t} = K \cdot c.$$

Die Leistung in einer Zeiteinheit nennen wir die Intensität der Kraft, und es ergibt sich für eine Bewegung mit gleichförmiger Geschwindigkeit die Intensität gleich dem Produkt aus dem Druck in die Geschwindigkeit.

Eine Kraft, deren Intensität 510 Fufspfund oder 75 Kilogrammètres in der Sekunde beträgt, nennt man eine Pferdekraft. Man mißt die Intensität einer Kraft häufig, indem man eine Pferdekraft als Einheit nimmt. Bezeichnet:

N die Anzahl der Pferdekraften, so folgt:

$$53) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{t} = Kc = N \cdot 510 \text{ Fufspfund} = N \cdot 75^{km} \\ N = \frac{Kc^{fuf}}{510} = \frac{Kc^{km}}{75} \\ K = \left(\frac{N \cdot 510}{c \text{ Fufs}} \right) \text{ Pfund} = \left(\frac{N \cdot 75}{c \text{ Mètres}} \right) \text{ Kilogramm.} \\ c = \left(\frac{N \cdot 510}{K \text{ Pfund}} \right) \text{ Fufs} = \left(\frac{N \cdot 75}{K \text{ Kilogr.}} \right) \text{ Mètres.} \end{array} \right.$$

Ist die Leistung während der Zeitdauer, in welcher sie hervorgebracht ist, nicht konstant, so kann man dafür einen gewissen mittleren Werth einführen, insofern man unter dem mittleren Werth einer veränderlichen Gröfse einen solchen konstanten Werth versteht, welcher in irgend einer Beziehung dasselbe Resultat erzeugt, wie der veränderliche Werth. Die obigen Formeln 51 bis 53 geben zugleich die mittleren Werthe für K , $c \frac{L}{t}$ u. s. w., wenn diese Gröfsen während der Zeit t veränderlich waren.

b) Wirkung mehrerer mechanischen Kräfte auf ein Massenelement.

Grundsätze für die Wirkung mehrerer Kräfte auf ein Massenelement — Zusammensetzen, Zerlegen der Kräfte. Allgemeine Bedingungen des Gleichgewichts.

§ 24. In den vorhergehenden Untersuchungen haben wir überall nur eine Kraft auf ein Massenelement wirkend gedacht. Zwar haben wir bei der Bestimmung des Druckes den Zustand des Gleichgewichts und somit nach den früheren Betrachtungen stillschweigend zwei Kräfte, deren Wirkungen sich aufheben, vorausgesetzt, allein wir haben den Gleichgewichtszustand immer nur als einen gegebenen und möglichen Fall betrachtet, ohne zu untersuchen, unter welchen Bedingungen dieser Fall eintreten kann. Gegenwärtig schreiben wir zur Untersuchung der Verhältnisse, welche eintreten, wenn zwei oder mehrere Kräfte auf ein Massenelement wirken. Wir stellen zu diesem Zweck zunächst einige Grundsätze auf, die wir künftig mehrfach brauchen werden.

1) Wenn mehrere Kräfte gleichzeitig auf ein Massenelement wirken, so ist das Resultat ihrer Gesamtwirkung während eines Zeitelementes dasselbe, welches auch erreicht worden wäre, wenn dieselben Kräfte während desselben Zeitelementes in einer beliebigen Reihenfolge gewirkt hätten, so daß das Massenelement während eines Theils des Zeitelementes zuerst der Wirkung und der Richtung der einen Kraft, dann der Wirkung und der Richtung einer folgenden etc. gefolgt wäre.

2) Diese Vorstellung hindert nicht, daß wir uns, anstatt der mehreren Kräfte, welche gleichzeitig auf ein Massenelement wirken, eine einzige Kraft denken können, welche so beschaffen ist, daß sie, wenn sie allein wirkte, während desselben Zeitelementes in dem Massenelement dieselbe Wirkung erzeugen würde, welche die verschiedenen einzelnen Kräfte zusammen erzeugen. Diese Kraft nennt man die