

$dt$  dividiren. Bezeichnen wir das Maafs für die Gröfse der Kraft mit  $K$ , so ergibt sich hiernach:

$$4) dK = dm \frac{d\varphi}{dt} = dm \cdot f.$$

$$5) K = \Sigma \left( dm \frac{d\varphi}{dt} \right) = \Sigma (dm \cdot f).$$

Ist  $f$  eine Funktion von  $m$ , d. h. ändert sich der Aenderungswerth der Kraft in irgend einer Weise mit  $dm$ , so ergibt sich:

$$6) K = \int f_m dm + \text{Const.},$$

wenn dagegen der Aenderungswerth  $f$  für jedes Massenelement derselbe ist, wobei übrigens gar nicht ausgeschlossen bleibt, daß  $f$  eine Funktion von irgend einem andern Variablen als  $m$  sein kann, so ergibt sich:

$$7) K = m \cdot f,$$

und daraus, mit Berücksichtigung von Gleichung 2):

$$8) f = \frac{K}{m} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Ausdruck für die Leistung einer momentan wirkenden Kraft.

§ 10. Von dem eben behandelten Falle haben wir einen andern wesentlich zu unterscheiden. Wir haben nämlich zur Bestimmung der Gröfse einer Kraft die Veränderung in Betracht gezogen, welche die Kraft im nächsten Zeitelemente hervorbringen würde, falls sie frei wäre. Denken wir uns jetzt, die Kraft sei wirklich frei, aber nur während eines einzigen Zeitelementes. Die Wirkung der Kraft würde für diesen Fall sich ausdrücken während eines Zeitelementes für ein Massenelement durch:

$$dm \cdot d\varphi.$$

Diese Wirkung bleibt bestehen, selbst wenn nach Verlauf dieses ersten Zeitelementes die Einwirkung der Kraft wieder aufhörte.

Kräfte, welche in der eben angedeuteten Weise wirksam sind, so nämlich, daß die Dauer ihrer Einwirkung nur ein Zeitelement beträgt, nennen wir momentan oder plötzlich wirkende Kräfte. Wir unterscheiden von denselben solche Kräfte, deren Einwirkung eine endliche Zeit hindurch währt, und nennen diese für die Zeit ihrer Wirkung kontinuierlich oder dauernd wirkende Kräfte.

Zufolge des Beharrungsvermögens der Körper wird, nachdem eine momentan wirkende Kraft dem Massenelement im ersten Zeit-

element die Veränderung  $d\varphi$  erteilt hat, diese Veränderung für jedes folgende Zeitelement, und so lange fortbestehen bleiben, bis durch eine Gegenkraft dieselbe wiederum aufgehoben wird. Aber der Werth  $d\varphi$  kann sich, nachdem die Einwirkung der Kraft aufgehört hat, nicht mehr ändern, denn eine solche Aenderung würde immer wieder eine neue Wirkung der Kraft voraussetzen. Man ist daher gezwungen, von dem Augenblicke der Einwirkung an,  $d\varphi$  für das Massenelement  $dm$  als konstant anzusehen, und folglich ist es von diesem Augenblick an nicht mehr möglich,  $d\varphi$  als eine Funktion der Zeit zu betrachten. Das Maafs der Wirkung einer momentan wirkenden Kraft für eine bestimmte endliche Zeit wird sich ausdrücken durch  $dm \int d\varphi$ , welches Integral von dem Augenblicke der Einwirkung an zu nehmen ist. Bezeichnen wir nun mit  $dW$  die Wirkungsgröfse der Kraft auf ein Massenelement, so haben wir:

$$9) dW = dm \int d\varphi = dm \cdot \varphi,$$

oder für den ganzen Körper:

$$10) W = \Sigma(dm \cdot \varphi),$$

d. h. wir können die Wirkungsgröfse einer momentan wirkenden Kraft bestimmen, indem wir jedes Massenelement mit dem Aenderungswerth in einer bestimmten endlichen Zeit multiplizieren und die Summe der Produkte bilden. Wenn nun auch  $\varphi$  nicht eine Funktion der Zeit sein kann, so bleibt doch nicht ausgeschlossen, dafs es eine Funktion von irgend einem andern Werthe, z. B. von  $m$  sein könne; in diesem Falle hat man:

$$11) W = \int \varphi_m dm + \text{Const.},$$

und endlich, wenn  $\varphi$  für jedes Massenelement dasselbe ist:

$$12) W = m\varphi.$$

Ausdruck für die Leistung einer kontinuierlich wirkenden Kraft.

§ 11. Betrachten wir nunmehr lebendige Kräfte, welche kontinuierlich wirken. Hier hört die Einwirkung nicht nach dem ersten Zeitelement auf, sondern es wird in jedem folgenden Zeitelement immer wieder ein Aenderungszuwachs  $= d\varphi$  stattfinden. Wir sind nach dem Obigen zu der Voraussetzung berechtigt, dafs die Leistung einer auf ein Massenelement kontinuierlich wirkenden Kraft in irgend einem Zeitelement um so gröfser sei, je gröfser die Veränderung ist, welche die Kraft bis zu diesem Zeit-