

Es ist auf einer durch den Punkt  $o$  gelegten geraden Linie das Stück  $ox$  gleich der halben Peripherie des Kreises vom Halbmesser  $ox'$ , das Stück  $oy$  gleich der halben Summe der Radien  $1a'$ ,  $2a''$ ,  $3a''' \dots$  gemacht, die Linie  $xx'$ , und parallel damit  $yy'$  gezogen;  $oy'$  ist der Radius eines Kreises, dessen Umfang gleich der Summe der Radien  $1a'$ ,  $2a''$ ,  $3a''' \dots$  ist. Auf diesem Umfange ist der Bogen  $y'y^{VIII}$  gleich der Länge des Radius  $8a^{VIII}$ , der Bogen  $y^{VIII}y^{VII}$  gleich der Länge des Radius  $7a^{VII}$ , gemacht, und dadurch die oben gesuchte Eintheilung vollzogen etc.

Verbindet man die gefundenen Projektionen der einzelnen Punkte durch kontinuierliche Kurven, so sind diese die Projektionen der Spirale auf der einen Halbkugel. Für die andere Halbkugel werden die Projektionen ganz ähnlich gefunden. Die Winkeltheilung für die andere Halbkugel ist durch die punktirten Radien angedeutet\*).

Anwendung der Spiralen auf die Theorie von Werkzeugmaschinen.

§ 31. Es ist hier die Bemerkung am Orte, daß, wenn man sich die Steigung einer Spirallinie für eine ganze Umdrehung unendlich klein denkt, offenbar die einzelnen Theile der Spirale unendlich nahe zusammenfallen müssen; sie werden daher eine zusammenhängende Fläche darstellen. Da man andererseits in der Mantelfläche jedes beliebigen Körpers, welcher die Axe der Spirale umschließt, eine Schraubenlinie konstruiren kann (§ 29. No. 3.), so kann man diese Schraubenlinie auch von unendlich kleiner Steigung denken. Es folgt hieraus, daß sich die Oberfläche jedes Körpers, als erzeugt durch eine passende Spirallinie, denken läßt, daß sie also dadurch gebildet werden kann, daß ein Punkt einer passenden Erzeugungslinie sich mit dieser um eine passende Axe dreht, und daß die Erzeugungslinie bei jeder Umdrehung

\*) Obwohl hier vorzugsweise die cylindrische Spirale gebraucht wird, so ist doch zu empfehlen, den Schüler in der Konstruktion auch anderer Spiralen zu üben, damit ihm die oben dargestellten Bedingungen anschaulich und geläufig werden. Es wird nicht schwer werden, zahlreiche Beispiele zu finden. Als passende Beispiele mögen hier angeführt werden: Konstruktion einer Spiralfäche, deren Erzeugungslinie wellenförmig gekrümmt ist, wenn die Axe geradlinig ist; Konstruktion einer Spirallinie auf einem kreisförmigen oder elliptischen Ringe, dessen Querschnitt wieder kreisförmig oder elliptisch sein kann; Konstruktion einer Spirale auf einem Kegel, so daß das Steigungs-Verhältniß konstant ist, oder so, daß die Steigungen für jede Umdrehung konstant sind; dieselbe Konstruktion auf einer paraboloidischen Spindel oder auf einer Kugeloberfläche. Konstruktion einer Spiralfäche, deren Erzeugungslinie gerade ist, deren Axe aber eine gegebene Spirale, etwa eine der vorhin konstruirten ist etc.

unendlich wenig auf der Axe vorrückt, während sich dabei der Abstand des Punktes von der Axe fortwährend in passender Weise ändert oder auch konstant bleibt. Es wird hierbei gleichgiltig sein, ob der Punkt sich in der angedeuteten Weise bewegt und die Mantelfläche mit der Axe feststehend ist, oder ob der Punkt feststeht und man die Mantelfläche mit der Axe die entsprechenden Bewegungen machen läßt, oder endlich, ob man die erforderlichen Bewegungen zum Theil von dem Punkte und zum Theil von der Axe mit der Mantelfläche ausführen läßt.

Diese Betrachtung erklärt die Theorie fast aller Maschinen, welche zur Herstellung bestimmter Körper-Oberflächen dienen. Namentlich beruht hierauf das Prinzip des Abdrehens, des Bohrens und der zahlreichen Vorrichtungen zum Gestalten unregelmässiger Körperformen auf der Drehbank (Ovaldrehen, Drehen von Gewehrkolben etc.). Wenn das Vorrücken der Erzeugungslinie auf der Axe gleich Null gedacht wird, so ist auch das Steigungs-Verhältniß gleich Null; die Erzeugungslinie wird in diesem Falle auf der Axe gar nicht vorrücken, und die Drehung stets um denselben Punkt erfolgen. Auch dieser Fall läßt sich als besonderer der Spirale denken, und erklärt manche mechanische Operationen, z. B. das Plandrehen. Endlich kann man die Drehung als unendlich klein annehmen, während das Fortschreiten in der Axe einen bestimmten meßbaren Werth hat, oder man kann auch den eben bezeichneten Fall denken, daß die Drehung stets um denselben Punkt, aber mit unendlich großem Halbmesser erfolgt. Diese Voraussetzungen würden das Prinzip der Rundhobel-Maschinen und der Planhobel-Maschinen geben. Ueberhaupt ist die obige Darstellung der Entstehung einer Spirale im weitesten Sinne sehr fruchtbar für die Entwicklung der Prinzipien der Werkzeug-Maschinen, und dürfte für die Konstruktion derselben einen wesentlichen Fingerzeig enthalten. — Näher darauf einzugehen, muß für einen andern Ort vorbehalten bleiben. Nur Folgendes sei hier noch zur Ergänzung bemerkt:

Setzt man eine geradlinige Axe und eine gerade Erzeugungslinie voraus, so sind im Allgemeinen vier relative Bewegungen denkbar, welche ein Punkt der Erzeugungslinie annehmen muß, um eine Spirallinie zu erzeugen. Nämlich:

- a) die fortschreitende Bewegung, durch das Weiterrücken der Erzeugungslinie auf der Axe bedingt;

- b) die drehende Bewegung, durch das Rotiren der Erzeugungslinie um die Axe erzeugt;
- c) die centrale Bewegung, durch die Veränderung des Durchschnittspunktes der Erzeugungslinie mit der Axe hervorgebracht;
- d) die Winkel-Bewegung, durch die Veränderung des Neigungswinkels der Erzeugungslinie gegen die Axe veranlaßt.

Man kann diesen vier Bewegungen sehr verschiedene Werthe beilegen, wobei nicht ausgeschlossen ist, daß sie auch den Werth Null annehmen.

Werden drei der Bewegungen gleich Null, so ist die erzeugte Linie eine ebene Kurve, werden zwei der Bewegungen gleich Null, so kann die Kurve eine ebene oder nach Umständen eine doppelt gekrümmte sein. Letzteres tritt ein, wenn die Bewegungen  $a$  und  $b$ , oder  $b$  und  $d$  bestehen bleiben. Wenn endlich nur eine Bewegung gleich 0 wird, so ist die Kurve eine ebene, im Fall daß die Bewegung  $b = 0$  ist, sonst aber eine doppelt gekrümmte. Da die Bewegungen  $a$  und  $d$  in einer und derselben Ebene erfolgen, so kann man sie unter Umständen als identisch ansehen. Die passende Kombination dieser vier relativen Bewegungen, die angemessenen relativen Werthe derselben zu einander, und die Sicherheit in ihrer Ausführung, werden also das Problem sein, welches für jene Werkzeugmaschinen zu lösen ist.

Aus dem Gesagten ist ferner ersichtlich, daß man jede Linie unter den Begriff der Spirale bringen kann und daß in der hier entwickelten Theorie der Zusammenhang zu finden ist für viele äußerlich sehr verschiedene Konstruktionen.

#### Mutter der Spirale.

§ 32. Denkt man eine Spirale und auf derselben einen Punkt, welcher mit ihr so verbunden ist, daß er zwar auf der Spirale gleiten, sich aber nicht von derselben entfernen kann, und ertheilt man dem Punkte durch irgend eine Kraft eine oder mehrere von den Bewegungen, durch welche die Spirale entstanden ist, hindert ihn aber, die andern Bewegungen auszuführen, so muß nothwendig die Spirale die andern Bewegungen machen, wenn sie ihrerseits gehindert ist, den Bewegungen zu folgen, welche der Punkt angenommen hat.