Schraubenlinie (Spirale).

§ 29. Jeder Schraube liegt eine Schraubenlinie (Spirale) zum Grunde. Denkt man eine beliebige Linie a und eine zweite beliebige Linie b, welche a schneidet, und es werde b auf a kontinuirlich fortbewegt, so daß sie fortwährend die Linie a schneidet, während sie sich dabei gleichzeitig um a kontinuirlich dreht, so ist der Weg, welchen die Linie b bei dieser zwiesachen Bewegung durchläust, eine Schraubensläche (Spiralsläche). Die Linie a heißt die Axe, die Linie b die Erzeugunslinie der Schraubensläche. Denkt man in der Erzeugungslinie irgend einen Punkt, so ist der Weg, welchen dieser Punkt während jener Doppelbewegung beschreibt, eine Schraubenlinie.

Diese eben aufgestellten Definitionen sind die allgemeinsten und umfassendsten, und es sind demnach Schraubenflächen und Schraubenlinien von unendlich verschiedenen Formen denkbar. Es ist aber einleuchtend, dass die Gestalt der Schraubenfläche

bedingt sein wird:

I) durch die Form der Axe, ob dieselbe eine gerade Linie, eine Kurve von einfacher oder von doppelter Krümmung ist. (Als Beispiel einer Schraubenfläche mit geradliniger Axe dienen die gewöhnlichen Schraubenspindeln; als Beispiel für die Axe mit einfacher Krümmung kann man einen Ring denken, welcher mit Draht oder Seide umwickelt ist, und für die Axen mit doppelter Krümmung die Windungen der einzelnen Litzen eines Seils, welches auf eine Windetrommel aufgewickelt ist.) Es kann hier zunächst nur der Fall näher besprochen werden, wo die Axe eine gerade Linie ist.

2) durch die Form der Erzeugungslinie; je nachdem dieselbe geradlinig, einfach oder doppelt gekrümmt ist, wird auch die Schraubenfläche eine windschiefe, oder eine eigenthümlich hohle oder erhabene oder wellenförmige Gestalt bekommen. Für unsere Betrachtung ist zunächst nur die gerade Erzeugungslinie von besonderem Interesse, und soll hier stets vorausgesetzt werden.

3) durch die Art des Durchschnitts der Erzeugungslinie mit der Axe. Es ist denkbar, das bei der Bewegung der
Erzeugungslinie der Winkel, unter welchem sie die Axe schneidet, stets derselbe bleibt, oder das sich dieser Winkel nach
irgend einem Gesetz kontinuirlich ändert. Den letztern Fall
wollen wir für die fernere Behandlung ausschließen, da er in der
Praxis selten vorkommen dürste. Es ist ferner denkbar, das bei
der Bewegung der Erzeugungslinie stets ein und derselbe

Punkt dieser letztern Durchschnittspunkt mit der Axe bleibt, oder, daß nach und nach verschiedene Punkte der Erzeugungslinie zum Durchschnitt mit der Axe gelangen. Dieser letzte Fall würde z. B. Statt finden, wenn die Bedingung gestellt wäre, es solle die Bewegung der Erzeugungslinie so geschehen, daß ein gegebener Punkt derselben sich stets in der Mantelfläche eines, die Axe umschließenden Körpers befinde. Jener Punkt würde dann auf der Mantelfläche dieses Körpers eine Schraubenlinie beschreiben, welche man nach der Form des Körpers benennt, z. B. konische, sphärische, paraboloidische, cylindrische Spirale. Der Körper selbst heißt dann die Spindel der erzeugten Schraubenlinie. Für die Befestigungsschrauben ist nur die cylindrische Spirale von besonderer Wichtigkeit, und zwar für den Fall, daß die Axe des, als Spindel dienenden Cylinders mit der Axe der Schraubenlinie zusammenfällt.

Die Form der Schraubenfläche ist endlich noch bedingt:

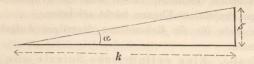
4) durch das Gesetz, welches für das Verhältnis zwischen dem Fortrücken und der Drehung der Erzeugungslinie maaßgebend ist. Es ist denkbar, daß ein Punkt, welcher in einem bestimmten Abstande von der Axe sich befindet, und welcher mit der Erzeugungslinie so verbunden gedacht wird, daß er mit derselben sich gemeinschaftlich dreht, ohne selbst fortzurücken, — bei dieser Drehung in gleichen Zeit-Elementen gleich große Bögen durchläuft, oder, daß diese Bögen sich nach einem bestimmten Gesetz ändern, und daß in denselben Zeit-Elementen die Fortrückung der Erzeugungslinie auf der Axe stets um gleiche Stücke erfolgt, oder endlich daß diese Stücke sich ebenfalls nach einem gewissen Gesetze ändern.

Das Verhältnis zwischen dem Stücke, um welches die Erzeugungslinie auf der Axe in einem bestimmten Zeit-Elemente fortgerückt ist, zu der Länge des Bogenstückes, welches ein bestimmter Punkt der Erzeugungslinie in dem selben Zeitelemente durch Drehung zurücklegen würde, wenn er nicht fortrückte, nennt man das Steigungsverhältnis dieses Punktes für dieses Zeitelement.

Dieses Steigungsverhältnis kann also entweder konstant oder veränderlich sein. Die Länge, um welche die Erzeugungslinie auf der Axe während einer bestimmten Zeit fortgerückt ist, nennt man die Steigung der Spirale für diese Zeit.

Denkt man ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete gleich der Steigung s in einem bestimmten Zeitelemente, dessen andere Kathete gleich dem Bogen k ist, welchen ein

Punkt der Spirale durch Drehung, ohne fortzurücken, in demselben Zeitelemente durchlaufen würde, so nennt man den Winkel a.



welcher der Kathete s gegenüberliegt, den Neigungswinkel der Spirale für dieses Zeitelement; da nun

tang.
$$\alpha = \frac{s}{k}$$

ist, so hat man den Satz: dass die Tangente des Neigungswinkels in irgend einem Zeitelement gleich dem Steigungsverhältnisse in demselben Zeitelemente sei.

Am häufigsten kommen solche Spiralen vor, die in der Mantelfläche eines normalen Cylinders liegen (No. 3.), - deren Axen geradlinig sind (No. 1.) und mit den Axen der Spindeln zusammenfallen, - deren Erzeugungslinie eine gerade ist (No. 2.), welche mit der Axe stets denselben Winkel (No. 3.), vorzugsweise einen rechten Winkel bildet, - deren Steigungsverhältnifs endlich (also auch Neigungswinkel) konstant ist. (No.4.).

Darstellung der Spiralen durch Zeichnung.

§ 30. Nach dem Vorigen wird es nicht schwer sein, eine Spirale zu zeichnen, wenn die Axe, die Erzeugungslinie, die Art des Durchschnitts und das Steigungsverhältnis gegeben sind. Man hat nur nöthig, auf der Axe die in möglichst kleinen Zeiträumen zurückgelegten Wege durch Eintheilung zu bestimmen, aus diesen Theilpunkten mit der jedesmaligen Entfernung des Punktes, dessen Spirale man konstruiren will, Kreise zu beschreiben, auf diesen Kreisen die aus dem Steigungsverhältniss und der Steigung zu findende Länge der Bogenstücke, welche für diese Zeitelemente durchlaufen worden, nach und nach abzutragen und durch die so bestimmten Punkte eine kontinuirliche Kurve zu legen. Die Radien jener Kreise ergeben sich, wenn man die Erzeugungslinie in den einzelnen Theilpunkten der Axe unter dem Winkel, welchen sie eben machen soll (wenn derselbe konstant ist, vereinfacht sich die Konstruktion), anlegt, so dass auch der bestimmte Durchschnittspunkt der Erzeugungslinie in den Theilpunkt der Axe fällt. Soll die Spirale in der Mantelfläche eines bestimmten Körpers liegen, so