

# Zustandsschätzung und modellbasierte Regelung einer Biomassefeuerungsanlage

Masterarbeit  
an der  
Technischen Universität Graz

vorgelegt von

**Richard Seeber**

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik  
Technische Universität Graz  
A-8010 Graz

28. August 2012

Betreuer: O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Nicolaos Dourdoumas  
Dipl.-Ing. Dr.techn. Markus Gölles



## Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am \_\_\_\_\_  
Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift



## Vorwort

Diese Arbeit entstand in Kooperation mit dem Kompetenzzentrum BIOENERGY 2020+. An dieser Stelle möchte ich mich daher bei allen Mitarbeitern des Kompetenzzentrums bedanken, die mich im Rahmen meiner Arbeiten unterstützt haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr. Markus Göllles für die ausgezeichnete Betreuung sowie für die tatkräftige Unterstützung bei der Planung und Durchführung der Versuche. Bei Herrn Univ.-Prof. Dr. Nicolaos Dourdoumas möchte ich mich für die fachliche und organisatorische Betreuung dieser Arbeit bedanken. Weiters danke ich Herrn Dipl.-Ing. Christoph Schörghuber für die Unterstützung und die im Laufe der Arbeit geführten Fachgespräche.

Schließlich gilt mein Dank auch meinen Eltern und Geschwistern für ihre Unterstützung während meines Studiums.

Graz, im August 2012

Richard Seeber



# Kurzfassung

Die Verbrennung fester Biomasse gewinnt als nachhaltige Form der Energienutzung zunehmend an Bedeutung. Dabei stellt die Forderung nach einem schadstoffarmen Betrieb von Biomassefeuerungsanlagen bei möglichst hohem Wirkungsgrad eine Herausforderung an deren Regelung dar. Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung und Verbesserung eines existierenden, modellbasierten Regelungskonzepts, welches die Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung zur Regelung sowie einen Erweiterten Kalmanfilter zur Zustandsschätzung vorsieht. Die Arbeiten wurden in Kooperation mit dem Kompetenzzentrum BIOENERGY 2020+ anhand einer Versuchsanlage (Flachschubrostfeuerung mit einer Kesselnennleistung von 180 kW) durchgeführt.

Dabei lassen sich eine Reihe von Störeinflüssen identifizieren, unter anderem etwa die bei dieser Anlage besonders stark ausgeprägten Schwankungen des abgebauten Brennstoffs. Die geeignete Berücksichtigung dieser Störeinflüsse im Kalmanfilter durch Formfilter wird untersucht. Ebenso erfolgt die Modellierung von variablen Totzeiten und Sensordynamiken, die bei der Messung einzelner Größen auftreten, durch zusätzliche Sensormodelle. Auf Basis dieser Ergebnisse wird ein neuer Kalmanfilter vorgeschlagen und implementiert.

Die auftretenden Störeinflüsse führen bei der exakt linearisierten Strecke zu einer Abweichung vom geforderten linearen Übertragungsverhalten. Daher wird auch der Regler dahingehend modifiziert, dass die vom Kalmanfilter rekonstruierten Störgrößen bei der Ermittlung des nichtlinearen Zustandsregelgesetzes verwendet werden.

Das modifizierte Regelungskonzept wurde abschließend an der untersuchten Anlage implementiert und experimentell verifiziert. Dabei wurden gegenüber der ursprünglichen Regelung eine deutliche Verbesserung bei der Stabilisierung von Vorlauf- und Sekundärzonentemperatur sowie eine geringere Abweichung des Verbrennungsluftverhältnisses im Brennstoffbett vom vorgegebenen Sollwert erzielt.

# Abstract

As a sustainable energy source, the combustion of solid biomass becomes more important in comparison to fossil fuels. Thereby, especially the demand for low emission and high efficiency operation of biomass furnaces represents a challenge to their control. The aim of this thesis is the evaluation and improvement of an existing, model-based control strategy, which comprises a controller using the input-output linearization technique and an extended Kalman filter for state estimation. The work was performed on the basis of a moving grate furnace with a nominal boiler capacity of 180 kW, in cooperation with the competence center BIOENERGY 2020+.

In this thesis a series of disturbances is identified. Especially, particularly high fluctuations of the thermal fuel decomposition could be observed in the investigated plant. Subsequently, appropriate shaping filters are discussed to model these disturbances in the Kalman filter. Furthermore, sensor models are developed to take into account delays of the measured variables due to sensor dynamics and dead times. Based on these results a new Kalman filter is designed and implemented.

The disturbances additionally affect the transfer behavior of the plant linearized by means of input-output linearization. Therefore, the disturbances estimated by the extended Kalman filter are also considered in the determination of the non-linear state feedback control-law.

Finally, the implementation and experimental verification of the modified control strategy at the investigated plant are discussed. A comparison to the original strategy shows a significant improvement in the stabilization of the water feed temperature of the boiler and the temperature in the secondary combustion chamber, as well as more precise control of the air-fuel ratio in the fuel bed.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Funktionsweise der betrachteten Biomassefeuerungsanlage . . . . .	3
2.2. Mathematisches Modell . . . . .	5
2.2.1. Brennstoffbett . . . . .	6
2.2.2. Verbrennung . . . . .	7
2.2.3. Speicherwirkung des Schamotts . . . . .	9
2.2.4. Wärmeübertrager . . . . .	9
2.2.5. Zusammengefasstes Modell . . . . .	10
2.3. Regelungskonzept . . . . .	12
2.3.1. Regler . . . . .	12
2.3.2. Kalmanfilter . . . . .	16
2.3.3. Implementierung an der Versuchsanlage . . . . .	18
2.4. Theorie zum Kalmanfilter . . . . .	18
2.4.1. Erweiterter Kalmanfilter . . . . .	19
2.4.2. Formfilter . . . . .	23
<b>3. Arbeiten am Kalmanfilter</b>	<b>25</b>
3.1. Untersuchung des existierenden Kalmanfilters . . . . .	25
3.1.1. Analyse der Prädiktionsfehler . . . . .	25
3.1.2. Untersuchung der Schätzwerte . . . . .	26
3.1.3. Identifikation von Unsicherheiten . . . . .	29
3.2. Approximationsfehler des Prädiktionsschritts . . . . .	29
3.3. Berücksichtigung von Messunsicherheiten . . . . .	30
3.3.1. Untersuchung des Messrauschens . . . . .	30
3.3.2. Modellierung im Kalmanfilter . . . . .	32
3.4. Modellierung von Abbauschwankungen . . . . .	33
3.4.1. Methode 1: Modellierung des Leistungsdichtespektrums . . . . .	35
3.4.2. Methode 2: Modellierung der funktionalen Abhängigkeit . . . . .	39
3.5. Umgang mit näherungsweise konstanten Störeinflüssen . . . . .	43
3.5.1. Auftretende näherungsweise konstante Störeinflüsse . . . . .	43
3.5.2. Modellierung der Störeinflüsse im Kalmanfilter . . . . .	44
3.6. Untersuchung möglicher Ausgangsgrößen . . . . .	45
3.6.1. Sauerstoffgehalt des Rauchgases . . . . .	46
3.6.2. Vorlauftemperatur . . . . .	51

3.6.3.	Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone . . . . .	53
3.6.4.	Rauchgastemperatur am Wärmeübertrageraustritt . . . . .	55
3.6.5.	Rauchgasmassenstrom . . . . .	56
3.7.	Gesamtstruktur und Implementierung . . . . .	57
3.7.1.	Auswahl der Ausgangs- und Störgrößen . . . . .	57
3.7.2.	Auswahl einer Methode zur Modellierung des Abbaufaktors . . .	58
3.7.3.	Modifikation des nichtlinearen Anlagenmodells . . . . .	59
3.7.4.	Erweiterung um Formfilter und Sensormodelle . . . . .	61
<b>4.</b>	<b>Arbeiten am Regler</b>	<b>69</b>
4.1.	Exakte Linearisierung . . . . .	69
4.1.1.	Verwendung von Störgrößen . . . . .	69
4.1.2.	Eingesetztes Modell . . . . .	75
4.1.3.	Regelgesetz und resultierende Dynamik . . . . .	76
4.2.	PI-Regler . . . . .	78
4.2.1.	Strecke aus Sicht der PI-Regler . . . . .	79
4.2.2.	Eingesetzte Struktur . . . . .	79
4.3.	Brennstoffzufuhr . . . . .	80
4.4.	Gesamtstruktur . . . . .	82
<b>5.</b>	<b>Experimentelle Verifikation</b>	<b>85</b>
5.1.	Durchgeführte Versuche . . . . .	85
5.1.1.	Versuchsprogramm . . . . .	85
5.1.2.	Durchführung der Versuche . . . . .	86
5.2.	Versuchsauswertung . . . . .	88
5.2.1.	Überprüfung der Messwerte . . . . .	88
5.2.2.	Vergleich der Regelungen . . . . .	89
<b>6.</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>109</b>
6.1.	Vorgangsweise bei anderen Anlagen . . . . .	109
6.1.1.	Konsistenz des Modells . . . . .	109
6.1.2.	Wahl der Kalmanfilterparameter . . . . .	110
6.1.3.	Wahl der Reglerparameter . . . . .	113
6.2.	Robustheit der Zustandsschätzung . . . . .	115
6.3.	Mögliche Weiterentwicklungen . . . . .	115
<b>7.</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>117</b>
<b>A.</b>	<b>Ursprüngliches nichtlineares Modell</b>	<b>119</b>
<b>B.</b>	<b>Modifiziertes nichtlineares Modell</b>	<b>123</b>
	Symbolverzeichnis	127
	Literaturverzeichnis	133

# 1. Einleitung

Der Einsatz fossiler Brennstoffe zur Energiegewinnung trägt durch den damit verbundenen Kohlendioxid ausstoß maßgeblich zum Klimawandel bei. Aus diesem Grund gewinnt Biomasse als alternativer und bei nachhaltiger Nutzung CO<sub>2</sub>-neutraler Brennstoff zunehmend an Bedeutung. Damit wird auch die Regelung von Biomassefeuerungsanlagen, mit dem Ziel der Erreichung eines möglichst hohen Wirkungsgrades bei gleichzeitiger Einhaltung der Emissionsgrenzen, immer wichtiger.

Systemtechnisch gesehen stellt eine Biomassefeuerungsanlage ein verkoppeltes, nicht-lineares Mehrgrößensystem dar. Gegenwärtig serienmäßig eingesetzte Regelungskonzepte berücksichtigen jedoch die dabei auftretenden Verkopplungen mangels eines mathematischen Modells nur in geringem Maße und schöpfen daher nicht das vollständige hinsichtlich hoher Wirkungsgrade und geringer Emissionen erreichbare Potential aus.

In diesem Zusammenhang gelang am Kompetenzzentrum BIOENERGY 2020+ in Kooperation mit dem Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz erstmals die Entwicklung eines einfachen, mathematischen Modells einer Biomasserostfeuerungsanlage mit Rauchrohr-Wärmeübertrager [2, 4, 6, 9], auf dessen Basis die Implementierung eines modellbasierten Regelungskonzepts [10] erfolgte. Durch die mittels einer Eingangs-Ausgangslinearisierung durchgeführte Linearisierung und Entkopplung der nichtlinearen Systemdynamik wurde dabei eine deutliche Verbesserung gegenüber bislang eingesetzten, nicht modellbasierten Regelungen erzielt [10]. Für die zur Realisierung dieses nichtlinearen Zustandsreglers notwendige Rekonstruktion der Zustandsgrößen kam dabei ein Erweiterter Kalmanfilter zum Einsatz.

Ziel dieser Arbeit ist eine Untersuchung dieses Regelungskonzepts hinsichtlich möglicher weiterer Verbesserungen. Dabei stehen hauptsächlich Struktur und Parameter des Kalmanfilters im Mittelpunkt, da dieser einen entscheidenden Einfluss auf die gesamte Regelung hat. Unter anderem wird dabei auch auf eine möglichst systematische Wahl der Kalmanfilterparameter Wert gelegt, da eine solche vor allem für die Übertragbarkeit des Konzepts auf andere Anlagen und für einen serienmäßigen Einsatz der Regelung interessant ist.

Dazu wird nach einer Beschreibung von bestehendem Modell und Regelungskonzept sowie einem Überblick über die theoretischen Grundlagen zum Kalmanfilter in Kapitel 2 zunächst in Kapitel 3 der Kalmanfilter genauer untersucht. Die am Kalmanfilter durchgeführten Arbeiten lassen sich dabei im Wesentlichen in die Evaluierung des existierenden Kalmanfilters, die Untersuchung und Berücksichtigung von Unsicherheiten und die Untersuchung der verfügbaren Messgrößen hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit

## 1. Einleitung

als Ausgangsgrößen unterteilen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen führen zu einem entsprechend modifizierten Kalmanfilter, dessen Struktur in Abschnitt 3.7 dargelegt wird.

Die Modifikationen beim Kalmanfilter machten auch beim modellbasierten Regler Änderungen notwendig, welche Thema von Kapitel 4 sind. Dabei werden die einzelnen Komponenten des Reglers, nämlich die exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung, die zusätzlichen PI-Regler sowie der zur Vorgabe der Brennstoffzufuhr eingesetzte P-Regler untersucht und die jeweils durchgeführten Änderungen diskutiert.

Das modifizierte Regelungskonzept wurde an einer Versuchsanlage des Kompetenzzentrums BIOENERGY 2020+, einer Flachscharbrostfeuerung mit einer Kesselnennleistung von 180 kW, implementiert und verifiziert. Dabei wurden sowohl die ursprüngliche als auch die neue, modifizierte Regelung einem umfangreichen Versuchsprogramm unterworfen. In Kapitel 5 wird zunächst das durchgeführte Versuchsprogramm näher beschrieben. Anschließend werden im Rahmen der Versuchsauswertung die mit den beiden Regelungen erhaltenen Ergebnisse diskutiert und miteinander verglichen.

Abschließend wird in Kapitel 6 auf die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Anlagen, auf Fragen der Robustheit bei Messwertausfällen und auf mögliche Weiterentwicklungen eingegangen. Dabei wird unter anderem auch die Frage der zum Einsatz des Regelungskonzepts notwendigen Parameterwahl diskutiert.

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird zunächst die Funktionsweise der untersuchten Anlage näher erläutert. Anschließend wird, nach einem Überblick über das mathematische Modell der Anlage, das darauf basierende modellbasierte Regelungskonzept beschrieben, welches den Ausgangszustand für die weiteren Untersuchungen darstellt. Darüber hinaus werden in Abschnitt 2.4 die theoretischen Grundlagen der Zustandsschätzung mit Hilfe eines Kalmanfilters erläutert, da dessen Untersuchung einen Schwerpunkt der Arbeit darstellt.

### 2.1. Funktionsweise der betrachteten Biomassefeuerungsanlage

Abbildung 2.1 stellt die betrachtete Biomassefeuerungsanlage, eine Flachscharrostfeuerung mit einer Kesselnennleistung von 180 kW, schematisch dar. Räumlich unterteilt sie sich in einen Feuerraum, bestehend aus Primär- und Sekundärzone, in welchem die Verbrennung abläuft und in einen Wärmeübertrager zur Nutzung der freigesetzten Energie.

Der Brennstoff wird zunächst von einer (üblicherweise Hackgut-) Förderschnecke in den Feuerraum auf den dort befindlichen Rost befördert. Der Rost selbst ist teilweise beweglich ausgeführt und sorgt durch periodische Vor- und Rückwärtsbewegungen für einen Weitertransport des Brennstoffs am Rost sowie für den Abtransport der Asche. Der am Rost liegende Brennstoff wird unter den dort herrschenden Temperaturen zunächst erwärmt und getrocknet. Anschließend kommt es zur Freisetzung der flüchtigen Komponenten der Biomasse in die Gasphase. Schließlich verbrennt die verbleibende Holzkohle mit der von unterhalb des Rostes zugeführten Primärluft. Dabei wird allerdings nur ein Teil der zur vollständigen Verbrennung erforderlichen Luft zugeführt. Die restliche Luft wird als sogenannte Sekundärluft eingedüst. Durch die damit verbundene bessere Durchmischung kommt es zu einem besseren Ausbrand und somit zu einer Reduktion von Emissionen. Ebenfalls erlaubt diese gestufte Luftzufuhr das Erreichen eines höheren Wirkungsgrades durch Absenken des Luftüberschusses. Um einen vollständigen Ausbrand jedoch prinzipiell zu gewährleisten muss, abgesehen vom Luftüberschuss, das Rauchgas in der Sekundärzone auch eine gewisse, durch den konstruktiven Aufbau

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

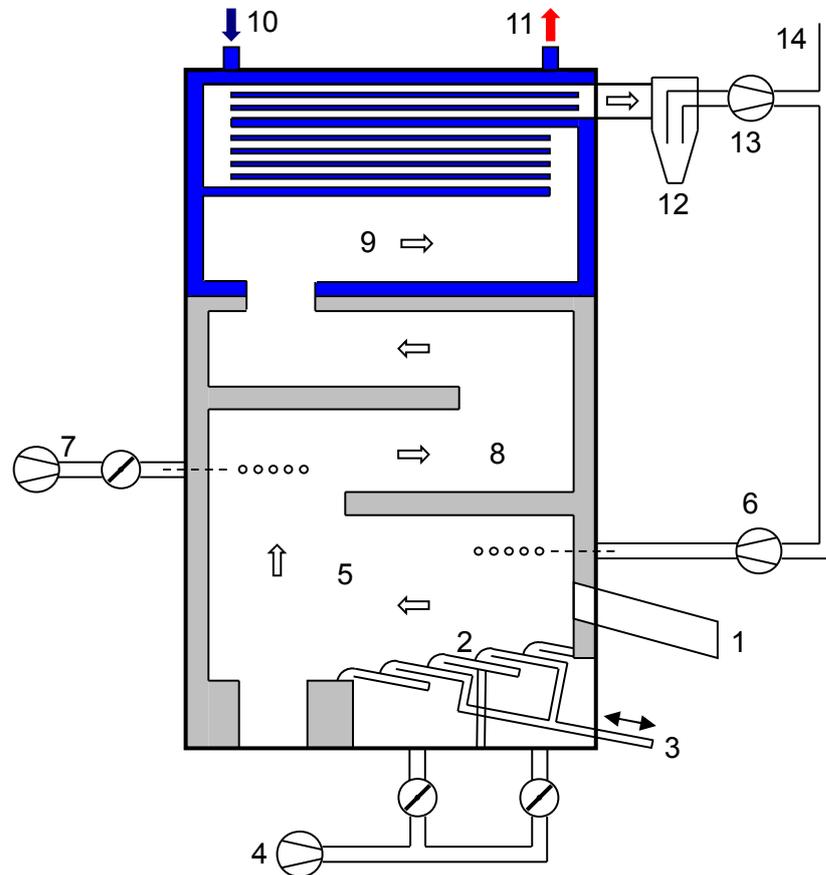


Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung der untersuchten Biomassefeuerungsanlage (1 ... Brennstoffzufuhr, 2 ... Rost, 3 ... Bewegliche Rostelemente, 4 ... Primärluftzufuhr, 5 ... Primärverbrennungszone, 6 ... Rauchgasrezirkulation, 7 ... Sekundärluftzufuhr, 8 ... Sekundärverbrennungszone, 9 ... Wärmeübertrager, 10 ... Rücklauf, 11 ... Vorlauf, 12 ... Zyklonabscheider, 13 ... Rauchgasventilator, 14 ... Kamin)

der Anlage sichergestellte, Mindestverweildauer bei ausreichend hoher Temperatur aufweisen.

Am Ende der Sekundärzone tritt das Rauchgas in einen Wärmeübertrager ein, wo es einen Teil seiner thermischen Energie an einen Wassermassenstrom abgibt. Das aus dem Wärmeübertrager austretende erwärmte Wasser wird dabei als Vorlauf, das eintretende kältere Wasser als Rücklauf bezeichnet.

Um einen Austritt unverbrannter Gase zu unterbinden, sorgt ein Rauchgasventilator für einen konstanten Unterdruck im Feuerraum. Des Weiteren kann zur Beeinflussung der Temperaturen im Feuerraum ein Teil des abgekühlten Rauchgases aus dem Kamin entnommen und in den Feuerraum rezirkuliert werden.

Neben der bereits erwähnten Förderschnecke, welche mit einem frequenzumrichter gespeisten Antrieb eine Beeinflussung des zugeführten Brennstoffmassenstroms erlaubt, weist die Anlage eine Reihe von frequenzumrichtergespeisten Ventilatoren und motor-gesteuerten Klappen zur Vorgabe der übrigen Stoffströme auf. Die Primärluft wird über einen Ventilator und zwei unabhängig voneinander ansteuerbare Klappen an zwei Stellen unterhalb des Rostes zugeführt. Auch die Sekundärluftzufuhr erfolgt mit einem frequenzumrichtergespeisten Ventilator und einer Klappe. Zur Rezirkulation des Rauchgases steht ein weiterer Ventilator zur Verfügung.

## 2.2. Mathematisches Modell

Für die beschriebene Biomassefeuerungsanlage wurde ein mathematisches Modell entwickelt, welches die wesentlichen auftretenden Effekte gut wiedergibt [2]. Dieses Modell ist in die in Abbildung 2.2 dargestellten Teilsysteme Brennstoffbett, Verbrennung, Speicherwirkung des Schamotts und Wärmeübertrager unterteilt und soll im Folgenden erläutert werden.

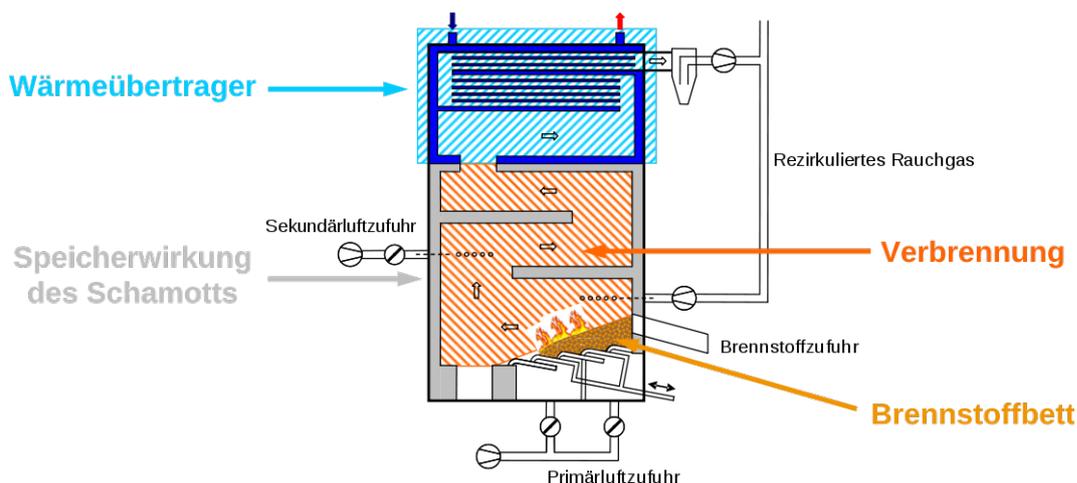


Abbildung 2.2.: Teilsysteme des mathematischen Modells

### 2.2.1. Brennstoffbett

Das Modell für das Brennstoffbett beinhaltet zwei Eingangsgrößen, den vorgebbaren, zugeführten Massenstrom an trockener Biomasse  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$  mit dem auf die Feuchts substanz bezogenen Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$ , sowie den Primärluftmassenstrom  $\dot{m}_{\text{PL}}$ . Der Rost wird dabei zur Modellierung in drei Zonen unterteilt. Der zugeführte Brennstoff durchläuft zunächst eine Totzone, in welcher er lediglich erwärmt wird. Auf diese folgen die Verdampfungs- und die Abbauzone, in welchen die Verdampfung des mit dem feuchten Brennstoff eingebrachten Wassers bzw. der Abbau des Brennstoffs durch Freisetzung der flüchtigen Komponenten und durch Verbrennung der Holzkohle erfolgt. Aus diesem Grund kommt es bei der Brennstoffzufuhr auch zu einer signifikanten Totzeit  $T_{\text{t,BB}}$ , welche im Wesentlichen vom Wassergehalt des Brennstoffs abhängt. Das Modell selbst basiert auf einer Massenbilanz für die Masse an Brennstoff in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}}$  und die Wassermasse in der Verdampfungszone  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  [6].

Diese führt, mit der Abkürzung

$$u_{\text{H}_2\text{O}} := \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (2.1)$$

für den Wassergehalt bezogen auf die Trockensubstanz, zu einer Beschreibung des Verhaltens durch die zwei Differentialgleichungen

$$\frac{dm_{\text{H}_2\text{O}}}{dt} = -\frac{\dot{m}_{\text{Verd}}}{1 + c_{\text{t,BB}}u_{\text{H}_2\text{O}}} + \frac{u_{\text{H}_2\text{O}}\dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{\text{t,BB}}}}{1 + c_{\text{t,BB}}u_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (2.2)$$

$$\frac{dm_{\text{CHO}}}{dt} = -\dot{m}_{\text{Abb}} + \frac{c_{\text{t,BB}}\dot{m}_{\text{Verd}} + \dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{\text{t,BB}}}}{1 + c_{\text{t,BB}}u_{\text{H}_2\text{O}}}. \quad (2.3)$$

Die Massenströme an verdampftem Wasser  $\dot{m}_{\text{Verd}}$  und abgebautem trockenem Brennstoff  $\dot{m}_{\text{Abb}}$  stellen dabei bereits die Ausgangsgrößen dieses ersten Teilmodells dar und hängen über die Beziehung

$$\dot{m}_{\text{Verd}} = \alpha_{\text{Verd}}(t)c_{\text{Verd}}m_{\text{H}_2\text{O}} \quad (2.4)$$

$$\dot{m}_{\text{Abb}} = \alpha_{\text{Abb}}(t)c_{\text{Abb}}m_{\text{CHO}} \cdot [\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}}] \quad (2.5)$$

von den Massen  $m_{\text{CHO}}$  und  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  ab. Dabei gehen neben den Konstanten  $c_{\text{Verd}}$ ,  $c_{\text{Abb}}$  und  $\dot{m}_{\text{PL0}}$  auch die multiplikativen Faktoren  $\alpha_{\text{Abb}}$  und  $\alpha_{\text{Verd}}$  ein, welche im Wesentlichen von der aktuellen Rostposition abhängen und somit aufgrund der Rostbewegung zeitlich schwankende Störgrößen darstellen. Dabei hat der Verdampfungsfaktor  $\alpha_{\text{Verd}}$  allerdings einen verhältnismäßig geringen Einfluss auf das Verhalten des Systems, weshalb er in Folge durch die Vereinfachung

$$\alpha_{\text{Verd}} = 1 \quad (2.6)$$

vernachlässigt wurde.

### 2.2.2. Verbrennung

Ein zweites Teilmodell beschreibt die Verbrennung des abgebauten Brennstoffs mit der zugeführten Primär- und Sekundärluft in der gemeinsam betrachteten Primär- und Sekundärverbrennungszone. Die mathematische Beschreibung erfolgt dabei durch ein statisches Modell, welches im Wesentlichen aus einer einfachen Verbrennungsrechnung, also aus einer Energie- und Stoffmengenbilanz resultiert. Neben den Ausgangsgrößen des Brennstoffbettmodells,  $\dot{m}_{\text{Abb}}$  und  $\dot{m}_{\text{Verd}}$ , stellen hier der Primärluftmassenstrom  $\dot{m}_{\text{PL}}$ , der Sekundärluftmassenstrom  $\dot{m}_{\text{SL}}$  und der rezirkulierte Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Rez}}$  die Eingangsgrößen dar.

Im Rahmen der Stoffmengenbilanz werden die Stoffmengenströme von Sauerstoff  $\dot{n}_{\text{O}_2}$ , Stickstoff  $\dot{n}_{\text{N}_2}$ , Kohlendioxid  $\dot{n}_{\text{CO}_2}$  und Wasser  $\dot{n}_{\text{H}_2\text{O}}$  berechnet, welche zum Vektor

$$\dot{\mathbf{n}} := [\dot{n}_{\text{O}_2} \quad \dot{n}_{\text{N}_2} \quad \dot{n}_{\text{CO}_2} \quad \dot{n}_{\text{H}_2\text{O}}]^T \quad (2.7)$$

zusammengefasst werden. Analog dazu erfolgt auch die Zusammenfassung von Stoffmengenanteilen zu einem Vektor

$$\mathbf{x} := [x_{\text{O}_2} \quad x_{\text{N}_2} \quad x_{\text{CO}_2} \quad x_{\text{H}_2\text{O}}]^T \quad (2.8)$$

welcher in Form der später auftretenden Vektoren  $\mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $\mathbf{x}_{\text{Luft}}$ ,  $\mathbf{x}_{\text{RG}}$  und  $\mathbf{x}_{\text{Rez}}$  die anteilmäßige, molare Zusammensetzung von Wasser, Luft, Rauchgas und rezirkuliertem Rauchgas beschreibt. Außerdem wird auch der Vektor der einzelnen molaren Massen

$$\mathbf{M} := [M_{\text{O}_2} \quad M_{\text{N}_2} \quad M_{\text{CO}_2} \quad M_{\text{H}_2\text{O}}]^T \quad (2.9)$$

eingeführt [2].

Der resultierende Rauchgasstoffmengenstrom ohne das rezirkulierte Rauchgas ist damit durch

$$\dot{\mathbf{n}}_{\text{RG,ohneRez}} = \frac{\mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}} \dot{m}_{\text{Verd}} + \frac{\mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}} \dot{m}_{\text{Abb}} + \frac{\mathbf{x}_{\text{Luft}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}} (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}}) \quad (2.10)$$

gegeben. Der Vektor  $\mathbf{x}_{\text{Brst}}$  enthält dabei die Zusammensetzung der trockenen Biomasse, im Gegensatz zu den bereits erwähnten Vektoren  $\mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $\mathbf{x}_{\text{Luft}}$  und  $\mathbf{x}_{\text{Rez}}$  allerdings in der Form

$$\mathbf{x}_{\text{Brst}} = [x_{\text{C,Brst}} \quad x_{\text{H,Brst}} \quad x_{\text{O,Brst}}]^T \quad (2.11)$$

mit den molaren Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Sauerstoffanteilen  $x_{\text{C,Brst}}$ ,  $x_{\text{H,Brst}}$  und

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

$x_{\text{O,Brst}}$ . Die ebenfalls auftretende Verbrennungsmatrix

$$\mathbf{R}_{\text{Verbr}} := \begin{bmatrix} -1 & -0.25 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

beschreibt die chemischen Reaktionen, welche bei einer vollständigen Verbrennung ablaufen.

Aus diesem Stoffmengenstrom lässt sich die Rauchgaszusammensetzung

$$\mathbf{x}_{\text{RG}} = \frac{\dot{\mathbf{n}}_{\text{RG,ohneRez}}}{\mathbf{1}^T \dot{\mathbf{n}}_{\text{RG,ohneRez}}} \quad (2.13)$$

ermitteln, wobei insbesondere deren erste Komponente, der Sauerstoffgehalt des feuchten Rauchgases

$$x_{\text{O}_2,\text{RG}} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{RG}} \quad (2.14)$$

als Messgröße von Bedeutung ist.

Die Energiebilanz der im Rahmen der Verbrennung freigesetzten, der zur Verdampfung benötigten sowie der durch die eingebrachten Massenströme zugeführten Energie führt zu einem resultierenden Enthalpiestrom

$$\dot{H}_{\text{RG}} = -\dot{m}_{\text{Verd}} \Delta h_v + \dot{m}_{\text{Abb}} H_{\text{u,CHO}} + (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}}) h_{\text{Luft}} + \dot{m}_{\text{Rez}} h_{\text{Rez}} \quad (2.15)$$

des Rauchgases. Dabei sind  $\Delta h_v$  die spezifische Verdampfungsenthalpie von Wasser,  $H_{\text{u,CHO}}$  der Heizwert der trockenen Biomasse und  $h_{\text{Luft}}$  sowie  $h_{\text{Rez}}$  die spezifischen Enthalpien der eingebrachten Luft sowie des rezirkulierten Rauchgases, die mittels einer Geradennäherung aus den gemessenen Temperaturen  $T_{\text{Luft}}$ , bzw.  $T_{\text{Rez}}$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} h_{\text{Luft}} &= \frac{\mathbf{x}_{\text{Luft}}^T (\mathbf{k}_{\text{kalt}} T_{\text{Luft}} + \mathbf{d}_{\text{kalt}})}{\mathbf{x}_{\text{Luft}}^T \mathbf{M}} \\ h_{\text{Rez}} &= \frac{\mathbf{x}_{\text{Rez}}^T (\mathbf{k}_{\text{kalt}} T_{\text{Rez}} + \mathbf{d}_{\text{kalt}})}{\mathbf{x}_{\text{Rez}}^T \mathbf{M}}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dabei enthalten  $\mathbf{x}_{\text{Luft}}$  und  $\mathbf{x}_{\text{Rez}}$  die Stoffzusammensetzungen, und  $\mathbf{k}_{\text{kalt}}$  sowie  $\mathbf{d}_{\text{kalt}}$  sind konstante Koeffizienten der Geradennäherung, welche für niedrige Temperaturen von 0 °C bis 400 °C Gültigkeit besitzen und in [2] zu finden sind.

Aus dem resultierenden Enthalpiestrom (2.15) ergibt sich mit dem gesamten Rauchgasmassenstrom

$$\dot{m}_{\text{RG}} = \dot{m}_{\text{Verd}} + \dot{m}_{\text{Abb}} + \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} + \dot{m}_{\text{Rez}} \quad (2.17)$$

die spezifische Enthalpie

$$h_{\text{RG}} = \frac{\dot{H}_{\text{RG}}}{\dot{m}_{\text{RG}}} \quad (2.18)$$

des resultierenden Rauchgases, woraus durch Auflösung der erwähnten Geradennäherung (2.16) nach der Temperatur die adiabate Verbrennungstemperatur

$$T_{\text{ad}} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{M} \cdot h_{\text{RG}} - \mathbf{d}_{\text{heiss}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}}. \quad (2.19)$$

berechnet werden kann, welche ebenso wie  $\dot{m}_{\text{RG}}$  und  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  eine Ausgangsgröße dieses Teilmodells darstellt. Der Einfachheit halber wird dabei zur Berechnung eine mittlere, konstante Rauchgaszusammensetzung  $\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}$  anstatt jener aus (2.13) verwendet. Ebenfalls werden zur Geradennäherung andere Koeffizienten  $\mathbf{k}_{\text{heiss}}$  und  $\mathbf{d}_{\text{heiss}}$  eingesetzt, welche für den hier auftretenden hohen Temperaturbereich von 800 °C bis 1200 °C gültig sind.

### 2.2.3. Speicherwirkung des Schamotts

Beim Durchströmen des Feuerraums kommt es durch Konvektion und Strahlung zu einem Energieaustausch zwischen den Feuerraumwänden aus Schamott und dem heißen Rauchgas, was zu einer Beeinflussung der Rauchgastemperatur führt. Dieser Effekt wurde durch ein Modell erster Ordnung

$$\frac{dT_{\text{Sch}}}{dt} = a_{\text{Sch}} (T_{\text{ad}} - T_{\text{Sch}}) \quad (2.20)$$

mit einer fiktiven, mittleren Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  modelliert [2]. Die Rauchgastemperatur am Eintritt in den Wärmeübertrager  $T_{\text{RG, ein}}$ , die Ausgangsgröße dieses Teilsystems, ergibt sich daraus als Linearkombination

$$T_{\text{RG, ein}} = c_{\text{Sch}} T_{\text{Sch}} + (1 - c_{\text{Sch}}) T_{\text{ad}} \quad (2.21)$$

von  $T_{\text{Sch}}$  und  $T_{\text{ad}}$ . Die Größen  $c_{\text{Sch}}$  und  $a_{\text{Sch}}$  sind dabei konstante Parameter dieses Modells.

### 2.2.4. Wärmeübertrager

Die Modellierung des Wärmeübertragers erfolgte durch zwei getrennte Teilsysteme für den durch das Rauchgas übertragenen Wärmestrom  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  und für das Verhalten der Wassertemperatur des Vorlaufs  $T_{\text{VL}}$  [4]. Dabei konnten Rückwirkungen von Vorlauf-temperaturänderungen auf  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  vernachlässigt werden.

Für den übertragenen Wärmestrom wurde in [4] ein statisches Modell abhängig von

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

Temperatur  $T_{\text{RG,ein}}$  und Massenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  des in den Wärmeübertrager eintretenden Rauchgases vorgeschlagen, welches für den Reglerentwurf noch etwas vereinfacht wurde [2, 9]. Der Wärmestrom wird dabei durch

$$\dot{Q}_{\text{WT}} = c_{\text{WT}} \dot{m}_{\text{RG}} (T_{\text{RG,ein}} - T_{\text{W}}) \quad (2.22)$$

beschrieben.  $T_{\text{W}}$  stellt dabei die mittlere Wassertemperatur dar und ist, ebenso wie  $c_{\text{WT}}$ , ein konstanter Modellparameter.

Das Verhalten der Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$ , welche zugleich auch die Ausgangsgröße dieses Teilsystems darstellt, konnte näherungsweise durch die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{dT_{\text{VL}}}{dt} = \frac{\dot{Q}_{\text{WT}}}{c_{\tau,\text{WT}} c_{\text{W}}} + \frac{\dot{m}_{\text{W}}}{c_{\tau,\text{WT}}} \left( T_{\text{RL}} \Big|_{t-T_{\text{t,WT}}} - T_{\text{VL}} \right) \quad (2.23)$$

beschrieben werden. Der Wassermassenstrom im Wärmeübertrager stellt dabei eine messbare Störgröße dar. Bei  $c_{\text{WT}}$  und der Wärmekapazität von Wasser  $c_{\text{W}}$  handelt es sich um konstante Modellparameter. Änderungen der Rücklaufumtemperatur  $T_{\text{RL}}$  wirken sich um die Totzeit

$$T_{\text{t,WT}} = \frac{c_{\text{t,WT}}}{\dot{m}_{\text{W}}} \quad (2.24)$$

verzögert aus, wobei  $c_{\tau,\text{WT}}$  einen weiteren konstanten Parameter dieses Modells darstellt.

### 2.2.5. Zusammengefasstes Modell

Die beschriebenen Teilsysteme, deren Verkopplung untereinander in Abbildung 2.3 dargestellt ist, wurden anschließend, wie in [2] beschrieben, zu einem nichtlinearen Gesamtmodell in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

mit den Zustandsvariablen

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [m_{\text{H}_2\text{O}} \quad m_{\text{CHO}} \quad T_{\text{Sch}} \quad T_{\text{VL}}]^T \quad (2.26)$$

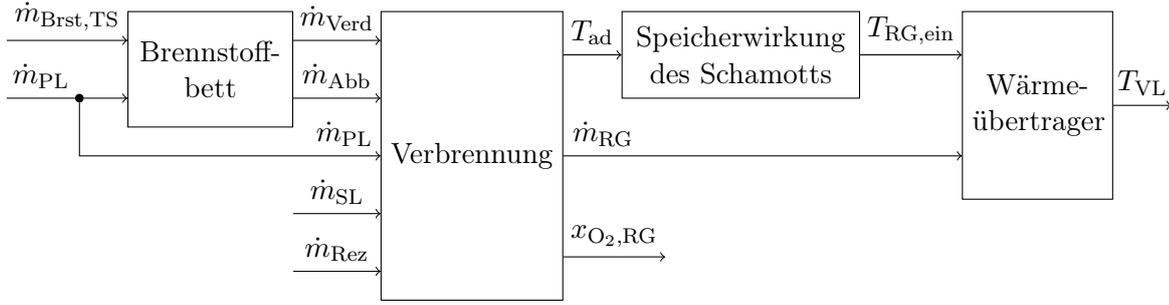


Abbildung 2.3.: Blockschaltbild des Gesamtmodells

zusammengefasst. Der Vektor der Eingangsgrößen

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{t,\text{BB}}} \\ \alpha_{\text{Abb}} (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL}0}) \\ \dot{m}_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

wurde dabei so festgelegt, dass er die durch die Regelung beeinflussbaren Massenströme von trockenem Brennstoff  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$ , Primärluft  $\dot{m}_{\text{PL}}$ , Sekundärluft  $\dot{m}_{\text{SL}}$  und rezirkuliertem Rauchgas  $\dot{m}_{\text{Rez}}$  enthält. Eine Reihe von Größen, welche ebenfalls einen Einfluss auf das Verhalten der Anlage haben, allerdings nicht direkt beeinflusst werden können, wurden zum Störgrößenvektor

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\text{H}_2\text{O}} \\ h_{\text{Luft}} \\ h_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}} \Big|_{t-T_{t,\text{WT}}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

zusammengefasst. Dieser besteht aus dem Wassergehalt des Brennstoffs bezogen auf die Trockensubstanz  $u_{\text{H}_2\text{O}}$ , den spezifischen Enthalpien der Luft und des rezirkulierten Rauchgases,  $h_{\text{Luft}}$  und  $h_{\text{Rez}}$ , dem Wassermassenstrom im Wärmeübertrager  $\dot{m}_{\text{W}}$  sowie der um  $T_{t,\text{WT}}$  verzögerten Rücklauftemperatur  $T_{\text{RL}}$ . Als Ausgangsgrößen

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [x_{\text{O}_2,\text{RG}} \ T_{\text{RG,ein}} \ T_{\text{VL}}]^T \quad (2.29)$$

wurden der Sauerstoffgehalt des Rauchgases  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$ , die Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt  $T_{\text{RG,ein}}$  sowie die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$  festgelegt, da diese wesentliche Betriebsparameter der Anlage darstellen und daher für eine spätere Regelung interessant sind.

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

Das so zusammengefasste Modell hat die Form

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1 \\
 \frac{dx_2}{dt} &= \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1 \\
 \frac{dx_3}{dt} &= \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35} - c_{36}x_3 \\
 \frac{dx_4}{dt} &= c_{41}x_3x_1 + c_{42}x_1 + c_{43}x_3x_2u_2 + c_{44}x_2u_2 + c_{45}x_3u_3 \\
 &\quad + c_{46}u_3 + c_{45}x_3u_4 + c_{47}u_4 + c_{48}d_4d_5 - c_{48}d_4x_4
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{c_{51}x_2u_2 + c_{52}u_4}{c_{53}x_1 + c_{54}x_2u_2 + c_{55}u_4} \\
 y_2 &= \frac{-c_{71}x_1 + c_{72}x_2u_2 + c_{73}u_3 + c_{74}u_4}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{75} + c_{76}x_3 \\
 y_3 &= x_4
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

mit den in Anhang A aufgeführten Modellkonstanten  $c_{ij}$ . Dabei wurden die Störgrößen  $\mathbf{d}$  teilweise in die Modellkonstanten hineingezogen.

## 2.3. Regelungskonzept

Mithilfe des besprochenen mathematischen Modells wurde das in [10] beschriebene modellbasierte Regelungskonzept entworfen<sup>1</sup>. Diese in Abbildung 2.4 schematisch dargestellte Regelung besteht im Wesentlichen aus einem Regler, welcher zur Entkopplung und Linearisierung des nichtlinearen Systems eine Eingangs-Ausgangslinearisierung [1] mit zusätzlichen PI-Reglern einsetzt, und einem Erweiterten Kalmanfilter [8] zur Rekonstruktion der nicht messbaren Zustandsgrößen. Die Vorgabe der vom Regler geforderten Stellgrößen erfolgt durch unterlagerte Regelkreise.

### 2.3.1. Regler

#### Eingesetztes Modell

Für den Reglerentwurf wurde das Modell (2.30) zunächst um eine weitere Differentialgleichung

$$\frac{dT_{\text{Sek}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\text{Sek}}} (T_{\text{RG,ein}} - T_{\text{Sek}}) \tag{2.32}$$

<sup>1</sup>Abweichend von [10] kamen dabei allerdings PI-Regler anstelle der dort beschriebenen Integratoren zum Einsatz.

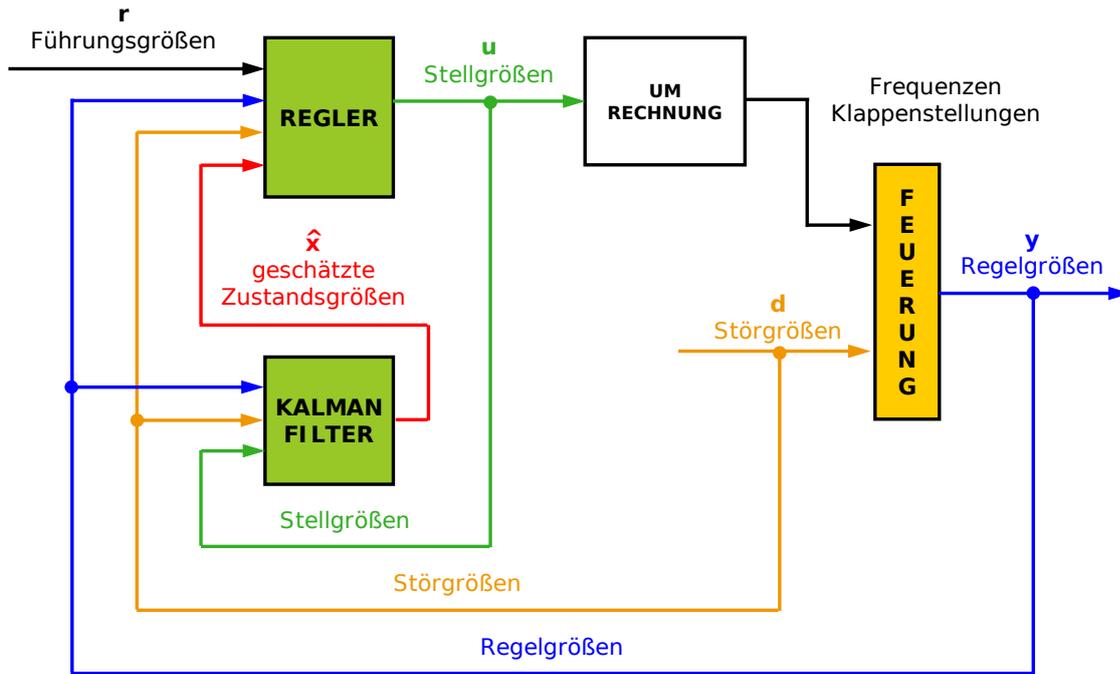


Abbildung 2.4.: Eingesetztes Regelungskonzept

zur näherungsweise Modellierung der Dynamik des zur Messung der Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone  $T_{\text{Sek}}$  eingesetzten Sensors erweitert. Die Sensorzeitkonstante  $\tau_{\text{Sek}}$  wurde dabei experimentell ermittelt. Weiters wurde die Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  in die Konstanten hineingezogen, da sie sich nur sehr langsam ändert und daher als näherungsweise konstant betrachtet werden kann. Die entsprechende Differentialgleichung wurde dabei entfernt, womit sich ein neues Modell mit den Zustandsvariablen  $m_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $m_{\text{CHO}}$ ,  $T_{\text{VL}}$  und  $T_{\text{Sek}}$  ergab.

### Exakte Linearisierung

Als Regelgrößen wurden zunächst der Sauerstoffgehalt des Rauchgases  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$ , die Sekundärzonentemperatur  $T_{\text{Sek}}$  und die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$  gewählt. Zusätzlich ergab sich zur Stabilisierung einer internen Dynamik die Notwendigkeit, auch die trockene Brennstoffmasse in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}}$  zu regeln. Diese stellt zwar keine Messgröße dar, wird aber vom Kalmanfilter rekonstruiert. Damit waren die Ausgangsgrößen aus Sicht des Reglers durch

$$\begin{aligned}
 y_1 &= x_{\text{O}_2,\text{RG}} & y_3 &= T_{\text{VL}} \\
 y_2 &= T_{\text{Sek}} & y_4 &= m_{\text{CHO}}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

festgelegt. Im Zuge der exakten Linearisierung ergab sich damit eine stabile interne Dynamik erster Ordnung, und es wurde das lineare Übertragungsverhalten

$$\begin{aligned} y_1 &= w_{1,0}v_1 \\ w_{2,1}y_2 + \frac{dy_2}{dt} &= w_{2,0}v_2 \\ w_{3,1}y_3 + \frac{dy_3}{dt} &= w_{3,0}v_3 \end{aligned} \quad (2.34)$$

mit den wählbaren Parametern  $w_{i,j}$  gefordert. Die Eingangsgrößen  $v_1$  bis  $v_3$  stellen dabei noch nicht die Führungsgrößen dar, sondern werden von den im folgenden Abschnitt beschriebenen PI-Reglern vorgegeben. Nach Einsetzen der aus dem Zustandsraummodell ermittelten Ableitungen  $\frac{dy_2}{dt}$  und  $\frac{dy_3}{dt}$ , stellte die Forderung (2.34) ein nichtlineares Gleichungssystem für die Stellgrößen  $u_2$ ,  $u_3$  und  $u_4$  dar, dessen Lösung zu dem Regelgesetz

$$\begin{bmatrix} u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T = \mathbf{u}_{234}(\mathbf{x}, v_1, v_2, v_3) \quad (2.35)$$

führte.

Da die akausale Definition von  $u_1$  in (2.27) als um  $T_{t,\text{BB}}$  verzögerter trockener Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$  eine Anwendung der exakten Linearisierung zur Berechnung dieser Eingangsgröße nicht erlaubt, konnte eine Linearisierung der Dynamik für  $y_4$  auf diesem Weg noch nicht durchgeführt werden. Aus diesem Grund wurde zur Vorgabe des zugeführten trockenen Brennstoffmassenstroms und zur Regelung von  $y_4$  das Regelgesetz

$$\dot{m}_{\text{Brst,TS}} = \dot{m}_{\text{Brst,RL}} + k_{\text{P,BZ}}(y_4 - m_{\text{CHO,soll}}) \quad (2.36)$$

eingesetzt, bestehend aus einer Vorsteuerung mit dem in der Ruhelage notwendigen mittleren trockenen Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst,RL}}$  und einem P-Regler mit dem einstellbaren Parameter  $k_{\text{P,BZ}}$ . Dabei ist anzumerken, dass die Führungsgröße  $m_{\text{CHO,soll}}$  nicht direkt vorgegeben wird, sondern so berechnet wird, dass sich im eingeschwungenen Zustand ein gewünschtes mittleres Verbrennungsluftverhältnis  $\lambda_{\text{BB,soll}}$  im Brennstoffbett einstellt. Dieses Luftverhältnis ist dabei als das Stoffmengenverhältnis von zugeführter Primärluft  $\dot{n}_{\text{PL}}$  und minimal zur Verbrennung benötigter Luft  $\dot{n}_{\text{Luft,min}}$

$$\lambda_{\text{BB}} := \frac{\dot{n}_{\text{PL}}}{\dot{n}_{\text{Luft,min}}} \quad (2.37)$$

definiert [2]. Dies führt zu einer Berechnungsvorschrift der Form

$$\begin{aligned} m_{\text{CHO,soll}} &= m_{\text{CHO,soll}}(r_1, r_2, r_3, \lambda_{\text{BB,soll}}) \\ \dot{m}_{\text{Brst,RL}} &= \dot{m}_{\text{Brst,RL}}(r_1, r_2, r_3) \end{aligned} \quad (2.38)$$

für die Größen der Ruhelage. Dabei stellen  $r_1$  bis  $r_3$  die Führungsgrößen

$$\mathbf{r} = [r_1 \quad r_2 \quad r_3]^T = [x_{\text{O}_2, \text{RG, soll}} \quad T_{\text{Sek, soll}} \quad T_{\text{VL, soll}}]^T \quad (2.39)$$

und zugleich Eingangsgrößen der im folgenden Abschnitt beschriebenen PI-Regler dar.

### PI-Regler

Zum Erreichen stationärer Genauigkeit wurden zusätzlich PI-Regler

$$R_i(s) = \frac{v_i(s)}{r_i(s) - y_i(s)} = k_{\text{P},i} + \frac{k_{\text{I},i}}{s} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.40)$$

in dem in Abbildung 2.5 dargestellten Standardregelkreis [14], mit den Streckenübertragungsfunktionen  $P_i(s)$  der exakt linearisierten Strecke, eingesetzt. Damit ergaben sich für die geschlossenen Kreise die Führungsübertragungsfunktionen

$$T_1(s) = \frac{k_{\text{P},1}w_{1,0}s + k_{\text{I},1}w_{1,0}}{(k_{\text{P},1}w_{1,0} + 1)s + k_{\text{I},1}w_{1,0}} \quad (2.41)$$

$$T_2(s) = \frac{k_{\text{P},2}w_{2,0}s + k_{\text{I},2}w_{2,0}}{s^2 + (k_{\text{P},2} + w_{2,1})s + k_{\text{I},2}w_{2,0}} \quad (2.42)$$

$$T_3(s) = \frac{k_{\text{P},3}w_{3,0}s + k_{\text{I},3}w_{3,0}}{s^2 + (k_{\text{P},3} + w_{3,1})s + k_{\text{I},3}w_{3,0}}. \quad (2.43)$$

Durch eine entsprechende Anti-Windup Strategie wurde die Funktion der Regelung auch beim Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen sichergestellt.

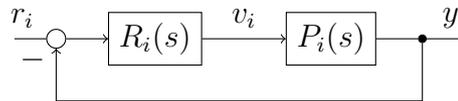


Abbildung 2.5.: Regelkreisstruktur, bestehend aus den exakt linearisierten Streckenübertragungsfunktionen  $P_i(s)$  und den PI-Reglern  $R_i(s)$

### Vorgabe der Massenströme

Die von der exakten Linearisierung geforderten Massenströme werden, abgesehen vom trockenen Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst, TS}}$ , mithilfe unterlagerter Massenstromregler durch Variation der Ventilatorfrequenzen und Klappenstellungen eingestellt. Da der Brennstoffmassenstrom nicht gemessen werden kann, wird dort eine reine Steuerung des Brennstoffvolumenstroms über die Schneckendrehzahl unter Verwendung einer typischen Schüttdichte eingesetzt.

### 2.3.2. Kalmanfilter

Da die Anwendung der exakten Linearisierung die Kenntnis der Zustandsvariablen des Systems voraussetzt, müssen diese durch einen geeigneten Beobachter aus Messungen rekonstruiert werden. Zu diesem Zweck wurde hier ein Erweiterter Kalmanfilter eingesetzt.

#### Verwendetes Modell

Der Kalmanfilter basiert, wie auch das zum Reglerentwurf verwendete Modell, im Wesentlichen auf dem ursprünglichen Modell aus (2.30). Da die Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  selbst eine zu schätzende Zustandsgröße darstellt, konnte sie hier nicht in die Konstanten hineingezogen werden. Auch auf das zusätzliche Sensormodell für  $T_{\text{Sek}}$  wurde hier verzichtet.

Das Modell wurde jedoch um zwei Zustandsvariablen erweitert, um unbekannte Parameter mitzuschätzen. Dies sind einerseits die unbekannte Schüttdichte des Brennstoffs, welche durch einen multiplikativen Brennstoffzufuhrfaktor  $k_{\text{BZ}}$  berücksichtigt wurde, sowie die unbekannte Falschluf  $\dot{m}_{\text{FL}}$ . Bei letzterer handelt es sich um Luft, welche beispielsweise durch Ritzen in den Feuerraum gelangt, und so hauptsächlich als zusätzliche Sekundärluft wirkt.

Von den Messgrößen wurden bei diesem Modell – aufgrund einer Verfälschung der Messung der Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt  $T_{\text{RG,ein}}$  durch Strahlungseffekte sowie der variierenden Zeitverzögerung des Messsignals – nur der Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$  und die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$  als Ausgangsgrößen verwendet.

Damit hatte das zum Kalmanfilterentwurf eingesetzte Modell die Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (2.44)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [m_{\text{H}_2\text{O}} \quad m_{\text{CHO}} \quad T_{\text{Sch}} \quad T_{\text{VL}} \quad \dot{m}_{\text{FL}} \quad k_{\text{BZ}}]^T \\ \mathbf{y} &= [x_{\text{O}_2,\text{RG}} \quad T_{\text{VL}}]^T. \end{aligned} \quad (2.45)$$

#### Implementierung als Erweiterter Kalmanfilter

Für das so festgelegte Modell wurde ein zeitdiskreter Erweiterter Kalmanfilter implementiert. Dazu sollen hier nur kurz die eingesetzten Berechnungsvorschriften beschrieben werden, eine etwas ausführlichere Betrachtung der Theorie zum Kalmanfilter ist in Abschnitt 2.4 zu finden.

Ausgangspunkt ist das nichtlineare Modell (2.44) welches zunächst in jedem Zeitschritt  $k$  im aktuellen Schätzwert  $\mathbf{x}_k^*$  linearisiert und anschließend diskretisiert wird.

Dies führt zu dem affinen, zeitdiskreten Modell

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}_0 + \Phi \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{g}_0 + \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k\end{aligned}\quad (2.46)$$

mit

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_0 &= T_d \cdot \mathbf{f} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k} & \mathbf{g}_0 &= \mathbf{g} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k} \\ \Phi &= \mathbf{E} + T_d \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k} & \mathbf{C} &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k} \\ \mathbf{H} &= T_d \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k} & \mathbf{D} &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{x}_k^*, \mathbf{u}_k}.\end{aligned}\quad (2.47)$$

In der Realität auftretende Störungen und Messunsicherheiten werden durch das weiße Zustands- und Messrauschen  $\mathbf{w}_k$  und  $\mathbf{v}_k$  modelliert.

Darauf folgt die Anwendung der Kalmanfiltergleichungen, wobei hier zunächst die Korrektur

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k^* + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_0) \quad (2.48)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^* - \mathbf{K}_k \mathbf{C} \mathbf{P}_k^* \quad (2.49)$$

des Schätzwerts  $\mathbf{x}_k^*$  mit dem aktuellen Messwert  $\mathbf{y}_k$  erfolgt. Dabei ist

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^* \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_k^* \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.50)$$

die sogenannte Kalman-Verstärkungsmatrix. Anschließend wird mit dem Modell (2.46) eine Prädiktion durchgeführt und damit

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1}^* &= \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{f}_0 + \Phi (\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k^*) \\ &= \mathbf{x}_k^* + \mathbf{f}_0 + \Phi \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{g}_0)\end{aligned}\quad (2.51)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^* = \Phi^T \mathbf{P}_k \Phi + \mathbf{Q} \quad (2.52)$$

berechnet.

Die wesentlichen Einstellparameter sind dabei die Kovarianzmatrizen von Zustands- und Messrauschen

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} \\ \mathbf{R} &= E \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \},\end{aligned}\quad (2.53)$$

sowie die Anfangswerte  $\mathbf{P}_0^*$  und  $\mathbf{x}_0^*$ .

### 2.3.3. Implementierung an der Versuchsanlage

An der Versuchsanlage wurde das beschriebene Regelungskonzept in LABVIEW<sup>®</sup> umgesetzt, wobei für den Regler und den Kalmanfilter eine Abtastzeit von

$$T_d = 1 \text{ s} \quad (2.54)$$

verwendet wurden. Ein wesentliches Implementierungsdetail dabei ist, dass die Schätzwerte des Kalmanfilters aus Sicherheitsgründen in jedem Zeitschritt auf plausible Werte

$$\begin{aligned} 0 \text{ kg} &\leq m_{\text{H}_2\text{O}} \\ 0 \text{ kg} &\leq m_{\text{CHO}} \\ T_{\text{Sek}} - 500 \text{ K} &\leq T_{\text{Sch}} \leq T_{\text{Sek}} + 500 \text{ K} \\ -90 \text{ kg/h} &\leq \dot{m}_{\text{FL}} \leq 1080 \text{ kg/h} \\ 0.8 &\leq k_{\text{BZ}} \leq 1.2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

begrenzt wurden.

## 2.4. Theorie zum Kalmanfilter

Um im folgenden Kapitel den Kalmanfilter näher untersuchen zu können, ist zunächst ein grundlegendes Verständnis seiner Arbeitsweise wichtig. Aus diesem Grund folgt hier eine kurze Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen des Kalmanfilters, wobei davon ausgegangen wird, dass der Leser mit den Grundbegriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und stochastischen Prozesse, wie man sie etwa in [16] findet, vertraut ist.

Beim Kalmanfilter handelt es sich um einen linearen Zustandsschätzer, welcher unter bestimmten Voraussetzungen – konkret bei Vorliegen linearer Systeme mit normalverteilten, weißen (also zeitlich unkorrelierten) Rauscheinflüssen – optimal im Sinne der minimalen Varianz des auftretenden Schätzfehlers ist [8]. Sein Funktionsprinzip kann anschaulich durch zwei Schritte, Prädiktion und Korrektur, beschrieben werden. Dabei erfolgt im Prädiktionsschritt zunächst die Berechnung der erwarteten Werte der Zustandsvariablen anhand eines vorliegenden Modells, welche anschließend im Korrekturschritt unter Verwendung von Messwerten korrigiert werden<sup>2</sup>.

Da es sich bei den hier betrachteten Modellen um nichtlineare Systeme handelt, wird der sogenannte Erweiterte Kalmanfilter eingesetzt, der zusätzlich eine Linearisierung des nichtlinearen Systems unter Verwendung der jeweils aktuellen Schätzwerte vorsieht. Es folgt nun eine kurze, anschauliche Herleitung der dabei auftretenden Zusammenhänge, für ausführlichere Betrachtungen sei auf [8, 7] verwiesen.

---

<sup>2</sup>Beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter in Abschnitt 2.3.2 erfolgen diese Schritte in umgekehrter Reihenfolge, weshalb dieser streng genommen als Kalmanprädiktor zu bezeichnen wäre.

### 2.4.1. Erweiterter Kalmanfilter

Ausgegangen werden soll hier von einem zeitdiskreten, nichtlinearen Modell in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k).\end{aligned}\tag{2.56}$$

Dass dabei nicht, wie in Abschnitt 2.3.2, zunächst ein zeitkontinuierliches System der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}_{\text{kont}}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\tag{2.57}$$

betrachtet wird, stellt keine Einschränkung dar, da ein solches problemlos auf verschiedene Arten diskretisiert werden kann. Im einfachsten Fall geschieht dies durch das Vorwärts-Euler Verfahren [17], bei welchem sich die Zustandsübergangsfunktion  $\mathbf{f}$  des zeitdiskreten Systems (2.56) mit der Diskretisierungszeit  $T_d$  über die Beziehung

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = \mathbf{x}_k + T_d \cdot \mathbf{f}_{\text{kont}}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)\tag{2.58}$$

ergibt. Diese Vorgehensweise liefert dieselben Ergebnisse wie die beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter eingesetzte Linearisierung und anschließende Diskretisierung (2.47) in Abschnitt 2.3.2, erlaubt aber eine anschaulichere Herleitung der Gleichungen.

Das zeitdiskrete Modell (2.56) ist ein deterministisches Modell, welches das Verhalten bei Kenntnis der tatsächlichen Zustandsvariablen  $\mathbf{x}_k$  und der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_k$  im Idealfall exakt, oder bei Diskretisierung nach (2.58) mit entsprechend kleiner Abtastzeit  $T_d$  zumindest hinreichend genau beschreibt. Tatsächlich kommt es jedoch durch Störungen und Rauscheinflüsse, etwa bei der Messung, zu Abweichungen von diesem idealen Verhalten. Die Zusammenhänge zwischen den Abweichungen der hier zunächst noch beliebigen Schätzwerte  $\mathbf{x}$  bzw.  $\mathbf{u}$  von ihren wahren Werten  $\mathbf{x}_k$  bzw.  $\mathbf{u}_k$  werden mit

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{u}_k &:= \mathbf{u}_k - \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{x}_k &:= \mathbf{x}_k - \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{x}_{k+1} &:= \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\end{aligned}\tag{2.59}$$

näherungsweise durch das sogenannte stochastische Modell

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k \\ \Delta \mathbf{y}_k &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{2.60}$$

beschrieben. Dieses ergibt sich beim Erweiterten Kalmanfilter aus einer Linearisierung

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

von (2.56)

$$\begin{aligned}\Phi &:= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & \mathbf{C} &:= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \\ \mathbf{H} &:= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}_k} \right|_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} & \mathbf{D} &:= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}_k} \right|_{\mathbf{x}, \mathbf{u}}.\end{aligned}\quad (2.61)$$

Störungen und Unsicherheiten werden dort durch das additive Zustandsrauschen  $\mathbf{w}_k$  und das Messrauschen  $\mathbf{v}_k$  modelliert. Dabei wird die Annahme getroffen, dass es sich um normalverteiltes, weißes Rauschen mit den bekannten Kovarianzmatrizen

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &:= E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} \\ \mathbf{R} &:= E \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \}\end{aligned}\quad (2.62)$$

handelt. Die Forderung nach weißem – also zeitlich unkorreliertem – Rauschen, bedeutet dabei, dass

$$\begin{aligned}E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_{k+l}^T \} &= \mathbf{0} & \text{für } l \neq 0 \\ E \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_{k+l}^T \} &= \mathbf{0} & \text{für } l \neq 0\end{aligned}\quad (2.63)$$

gelten muss.

### Anfangswerte

Zu Beginn wird davon ausgegangen, dass ein Schätzwert  $\hat{\mathbf{x}}_0$  für die Zustandsgrößen, sowie die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (2.64)$$

als Differenz zwischen tatsächlichem Wert  $\mathbf{x}_0$  und Schätzwert in Form von

$$\mathbf{P}_0 = E \{ \Delta \hat{\mathbf{x}}_0 \Delta \hat{\mathbf{x}}_0^T \} \quad (2.65)$$

vorliegt.

### Prädiktion

Ausgehend vom aktuellen Schätzwert  $\hat{\mathbf{x}}_k$  für den Zeitschritt  $k$  erfolgt zunächst mit (2.56) die Ermittlung eines prädizierten Schätzwerts  $\mathbf{x}_{k+1}^*$ , sowie des prädizierten aktuellen Ausgangswerts  $\mathbf{y}_k^*$

$$\mathbf{x}_{k+1}^* = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{u}}_k) \quad (2.66)$$

$$\mathbf{y}_k^* = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{u}}_k). \quad (2.67)$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass auch die tatsächlich wirksamen Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_k$  nicht bekannt sind, sondern nur in Form von  $\hat{\mathbf{u}}_k$ , verfälscht um ein weißes Rauschen

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}_k = \mathbf{u}_k - \hat{\mathbf{u}}_k \quad (2.68)$$

mit bekannter Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_u := E \{ \Delta \hat{\mathbf{u}}_k \Delta \hat{\mathbf{u}}_k^T \} \quad (2.69)$$

vorliegen.

Unter diesen Annahmen werden die Auswirkungen der Prädiktion auf die Fehler der prädizierten Größen

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{k+1}^* &:= \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^* \\ \Delta \mathbf{y}_k^* &:= \mathbf{y}_k - \mathbf{y}_k^* \end{aligned} \quad (2.70)$$

von dem durch Linearisierung nach (2.61) um

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \hat{\mathbf{x}}_k \\ \mathbf{u} &= \hat{\mathbf{u}}_k \end{aligned} \quad (2.71)$$

erhaltenen stochastischen Modell (2.60)

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{k+1}^* &= \Phi \Delta \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{H} \Delta \hat{\mathbf{u}}_k + \mathbf{w}_k \\ \Delta \mathbf{y}_k^* &= \mathbf{C} \Delta \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D} \Delta \hat{\mathbf{u}}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (2.72)$$

beschrieben. Daraus lässt sich unter Verwendung der Tatsache, dass  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_k$ ,  $\Delta \hat{\mathbf{u}}_k$  und  $\mathbf{w}_k$  keine Korrelation aufweisen und somit

$$\begin{aligned} E \{ \Delta \hat{\mathbf{x}}_k \Delta \hat{\mathbf{u}}_k^T \} &= \mathbf{0} \\ E \{ \Delta \hat{\mathbf{x}}_k \mathbf{w}_k^T \} &= \mathbf{0} \\ E \{ \Delta \hat{\mathbf{u}}_k \mathbf{w}_k^T \} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.73)$$

ist, die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers des prädizierten Schätzwerts  $\mathbf{x}_{k+1}^*$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^* &= E \{ \Delta \mathbf{x}_{k+1}^* \Delta \mathbf{x}_{k+1}^{*T} \} \\ &= E \{ \Phi \Delta \hat{\mathbf{x}}_k \Delta \hat{\mathbf{x}}_k^T \Phi^T \} + E \{ \mathbf{H} \Delta \hat{\mathbf{u}}_k \Delta \hat{\mathbf{u}}_k^T \mathbf{H}^T \} + E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} + \underbrace{E \{ \dots \}}_{= \mathbf{0} \text{ (unkorreliert)}} \\ &= \Phi \mathbf{P}_k \Phi^T + \mathbf{H} \mathbf{Q}_u \mathbf{H}^T + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (2.74)$$

ermitteln.

## Korrektur

Im nächsten Schritt erfolgt nun die Korrektur dieses prädizierten Schätzwerts unter Verwendung der Messwerte  $\mathbf{y}_k$ , sodass die Varianz des resultierenden Schätzfehlers minimal wird<sup>3</sup>. Dazu wird zunächst der Prädiktionsfehler der Ausgangsgrößen, die sogenannte Innovation

$$\Delta \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{y}_k^* \quad (2.75)$$

berechnet<sup>4</sup>.

Eine kompakte, allgemeine Formulierung der nun notwendigen Korrektur ist etwa in [7, 16] in der Form

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{x}_{k+1}^* + \mathbf{K}_k \Delta \mathbf{y}_k \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{R}_{xy} \mathbf{R}_{yy}^{-1} \end{aligned} \quad (2.76)$$

mit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}_{yy}$  und der Kreuzkovarianzmatrix  $\mathbf{R}_{xy}$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xy} &:= E \{ \Delta \mathbf{x}_{k+1}^* \Delta \mathbf{y}_k^{*T} \} \\ \mathbf{R}_{yy} &:= E \{ \Delta \mathbf{y}_k^* \Delta \mathbf{y}_k^{*T} \} \end{aligned} \quad (2.77)$$

zu finden, welche sich im vorliegenden Fall aus (2.72) ermitteln lassen:

$$\mathbf{R}_{xy} = \Phi \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T + \mathbf{H} \mathbf{Q}_u \mathbf{D}^T \quad (2.78)$$

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{C} \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T + \mathbf{D} \mathbf{Q}_u \mathbf{D}^T + \mathbf{R}. \quad (2.79)$$

Die dabei auftretende Matrix (2.76)

$$\mathbf{K}_k = (\Phi \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T + \mathbf{H} \mathbf{Q}_u \mathbf{D}^T) (\mathbf{C} \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T + \mathbf{D} \mathbf{Q}_u \mathbf{D}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.80)$$

wird als Kalman-Verstärkungsmatrix bezeichnet.

Zum besseren Verständnis soll hier kurz die Bedeutung von (2.76) im eindimensionalen Fall betrachtet werden. Mit den dann skalaren Faktoren

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xy} &= r \cdot \sigma_x \sigma_y \\ \mathbf{R}_{yy} &= \sigma_y^2 \end{aligned} \quad (2.81)$$

<sup>3</sup>Tatsächlich wird Optimalität in diesem Sinne natürlich nur beim Einsatz an linearen Systemen erreicht.

<sup>4</sup>Alternativ kann man die Messwerte auch mit  $\hat{\mathbf{y}}_k$  bezeichnen und das Messrauschen  $\mathbf{v}_k$  anstatt im stochastischen Modell (2.60) hier als Abweichung der Messung vom wahren Wert durch  $\mathbf{v}_k = \hat{\mathbf{y}}_k - \mathbf{y}_k$  berücksichtigen.

und dem Korrelationskoeffizienten  $r$  ist die notwendige Korrektur in diesem Fall durch

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1}^* + r \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \Delta \mathbf{y}_k \quad (2.82)$$

gegeben. Sie wird also neben einer Skalierung, welche sich aus den unterschiedlichen Varianzen der Unsicherheiten von  $\mathbf{x}_{k+1}^*$  und  $\mathbf{y}_k^*$  ergibt, im Wesentlichen vom Korrelationskoeffizienten  $r$  bestimmt.

Damit verbleibt nur noch, die Auswirkung dieser Korrektur (2.76) auf die Kovarianz des Schätzfehlers von  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$  zu berücksichtigen. Dabei ergibt sich für ein allgemeines  $\mathbf{K}_k$  aus

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \Delta \mathbf{x}_{k+1}^* - \mathbf{K}_k \Delta \mathbf{y}_k^* \quad (2.83)$$

die Beziehung

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^* - \mathbf{R}_{xy} \mathbf{K}_k^T - \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{xy}^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{yy} \mathbf{K}_k^T \quad (2.84)$$

welche sich mit dem optimalen  $\mathbf{K}_k$  aus (2.76) zu

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^* - \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{xy}^T \quad (2.85)$$

vereinfachen lässt.

## Optimalität

Der herkömmliche Kalmanfilter ist bei Einsatz an einem linearen System mit korrekt modelliertem, normalverteiltem Rauschen erwartungstreu und optimal im Sinne einer minimalen Varianz des Schätzfehlers. Bei nichtlinearen Systemen und dem Erweiterten Kalmanfilter ist dies in der Regel nicht mehr der Fall. Da sich die Konstruktion eines optimalen Zustandsschätzers in diesem Fall aber meist als sehr schwierig oder unmöglich herausstellt, stellt der Einsatz des Erweiterten Kalmanfilters dennoch eine sinnvolle Alternative dar.

### 2.4.2. Formfilter

Da die Rauschgrößen  $\mathbf{w}_k$  und  $\mathbf{v}_k$  nur ein weißes Rauschen darstellen können, muss zur Berücksichtigung von zeitlich korrelierten Störeinflüssen das Modell um sogenannte Formfilter erweitert werden [8]. Dabei handelt es sich in der Regel um lineare, zeitin-

## 2. Ausgangszustand und theoretische Grundlagen

variante Systeme der Form

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{\text{FF},k+1} &= \Phi_{\text{FF}}\mathbf{x}_{\text{FF},k} + \mathbf{H}_{\text{FF}}\mathbf{w}_{\text{FF},k} \\ \mathbf{y}_{\text{FF},k} &= \mathbf{C}_{\text{FF}}\mathbf{x}_{\text{FF},k} + \mathbf{D}_{\text{FF}}\mathbf{w}_{\text{FF},k}\end{aligned}\quad (2.86)$$

wobei  $\mathbf{w}_{\text{FF},k}$  ebenfalls ein weißes Rauschen mit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_{\text{FF}}$  ist. Die Ausgangsgröße  $\mathbf{y}_{\text{FF},k}$  dieses Formfilters ist allerdings kein weißes Rauschen mehr, sondern es gilt

$$E\{\mathbf{y}_{\text{FF},k+l}\mathbf{y}_{\text{FF},k}^T\} = \begin{cases} \mathbf{C}_{\text{FF}}\mathbf{P}_{\text{FF}}\mathbf{C}_{\text{FF}}^T + \mathbf{D}_{\text{FF}}\mathbf{Q}_{\text{FF}}\mathbf{D}_{\text{FF}}^T & l = 0 \\ \mathbf{C}_{\text{FF}}\Phi_{\text{FF}}^l\mathbf{P}_{\text{FF}}\mathbf{C}_{\text{FF}}^T + \mathbf{C}_{\text{FF}}\Phi_{\text{FF}}^{l-1}\mathbf{H}_{\text{FF}}\mathbf{Q}_{\text{FF}}\mathbf{D}_{\text{FF}}^T & l > 0 \\ E\{\mathbf{y}_{\text{FF},k-l}\mathbf{y}_{\text{FF},k}^T\}^T & l < 0 \end{cases}\quad (2.87)$$

wobei  $\mathbf{P}_{\text{FF}}$  die Lösung der zeitdiskreten Ljapunov-Gleichung [1]

$$\Phi_{\text{FF}}\mathbf{P}_{\text{FF}}\Phi_{\text{FF}}^T - \mathbf{P}_{\text{FF}} + \mathbf{H}_{\text{FF}}\mathbf{Q}_{\text{FF}}\mathbf{H}_{\text{FF}}^T = \mathbf{0}\quad (2.88)$$

ist und die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{x}_{\text{FF}}$  im eingeschwungenen Zustand darstellt. Für  $l = 0$  ergibt sich aus (2.87) die Kovarianzmatrix des resultierenden Rauschens.

Um den Formfilter zu verwenden muss zunächst der um  $\mathbf{x}_{\text{FF}}$  erweiterte Zustandsvektor

$$\tilde{\mathbf{x}} := \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_{\text{FF}} \end{bmatrix}\quad (2.89)$$

eingeführt werden. Weiters ist auch das deterministische Modell (2.56) entsprechend zu modifizieren. Geht man beispielsweise davon aus, dass das in (2.60) auftretende Zustandsrauschen  $\mathbf{w}_k$  vollständig durch das gefilterte, zeitlich korrelierte Rauschen  $\mathbf{y}_{\text{FF},k}$  ersetzt werden soll, so ergibt sich aus (2.56) und (2.86) das um den Formfilter erweiterte Zustandsraummodell

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{x}_{\text{FF},k+1} \end{bmatrix} &= \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{C}_{\text{FF}}\mathbf{x}_{\text{FF},k} \\ \Phi_{\text{FF}}\mathbf{x}_{\text{FF},k} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k).\end{aligned}\quad (2.90)$$

Das im stochastischen Modell dieses erweiterten Systems auftretende Zustandsrauschen ist dabei durch

$$\tilde{\mathbf{w}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\text{FF}} \\ \mathbf{H}_{\text{FF}} \end{bmatrix} \mathbf{w}_{\text{FF},k}\quad (2.91)$$

gegeben.

# 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Um den existierenden Kalmanfilter zu verbessern wird dieser zunächst in Abschnitt 3.1 hinsichtlich seiner Arbeitsweise und Ergebnisse genauer untersucht. Ausgehend von dieser Untersuchung werden am Ende dieses Abschnitts eine Reihe von auftretenden Störungen und Unsicherheiten identifiziert, welche in den darauf folgenden Abschnitten 3.2 bis 3.5 untersucht und bezüglich ihrer Berücksichtigung im Kalmanfilter diskutiert werden. Anschließend erfolgt in Abschnitt 3.6 eine Untersuchung der verfügbaren Messgrößen hinsichtlich ihrer Verwendung als Ausgangsgrößen des Kalmanfilters. Dabei werden für einige Messgrößen Sensormodelle zur Berücksichtigung von maßgeblichen Totzeiten und Sensordynamiken entwickelt. Abschließend wird in Abschnitt 3.7 unter Einsatz der gewonnenen Erkenntnisse ein entsprechend verbesserter Kalmanfilter formuliert.

## 3.1. Untersuchung des existierenden Kalmanfilters

Um die Ergebnisse des existierenden Kalmanfilters beurteilen zu können, werden zunächst sowohl der bei der Prädiktion der Ausgangsgrößen auftretende Fehler, als auch die erhaltenen Schätzwerte genauer untersucht.

### 3.1.1. Analyse der Prädiktionsfehler

Eine Möglichkeit zur Untersuchung der im Kalmanfilter eingestellten Kovarianzparameter hinsichtlich ihrer Konsistenz mit den tatsächlich auftretenden Störeinflüssen ist die Analyse des beim Korrekturschritt auftretenden Innovationsvektors  $\Delta \mathbf{y}_k$ , welcher beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter (2.48) durch

$$\Delta \mathbf{y}_k := \mathbf{y}_k - \mathbf{g}_0 \tag{3.1}$$

gegeben ist. Dieser stellt den bei der Prädiktion des aktuellen Messwerts  $\mathbf{y}_k$  auftretenden Fehler, zusammengesetzt aus Unsicherheit von Prädiktion und Messung, dar.

Aus dem Modell (2.46) ergibt sich für diesen Prädiktionsfehler bei dem in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen, ursprünglich implementierten Kalmanfilter die Kovarianz-

matrix

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{yy} &= E \{ \Delta \mathbf{y}_k \Delta \mathbf{y}_k^T \} \\
 &= E \{ \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}_k^* \Delta \mathbf{x}_k^{*T} \mathbf{C}^T \} + E \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \} + \underbrace{E \{ \dots \}}_{\text{unkorreliert}} \\
 &= \mathbf{C} \mathbf{P}_k^* \mathbf{C}^T + \mathbf{R},
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

aus der Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  des linearisierten Modells und den Kovarianzmatrizen  $\mathbf{P}_k^*$  und  $\mathbf{R}$  des Schätzfehlers und des Messrauschens. Die Diagonalelemente dieser Matrix  $\mathbf{R}_{yy}$  stellen somit die vom Kalmanfilter erwarteten Varianzen der einzelnen Elemente von  $\Delta \mathbf{y}_k$  dar. Durch Vergleich dieser Werte mit der empirischen Varianz der einzelnen Komponenten von  $\Delta \mathbf{y}_k$  lässt sich die grundsätzliche Plausibilität des vom Kalmanfilter modellierten Rauschens überprüfen.

Außerdem müsste laut dem Modell des Kalmanfilters idealerweise auch

$$E \{ \Delta \mathbf{y}_{k+l} \Delta \mathbf{y}_k^T \} = \mathbf{0} \quad \text{für } l \neq 0 \tag{3.3}$$

gelten, das heißt  $\Delta \mathbf{y}_k$  müsste ein weißes Rauschen darstellen. Wenn dies beim tatsächlich auftretenden Prädiktionsfehler nicht zumindest näherungsweise zutrifft, so deutet das zusätzlich auf eine fehlende Modellierung von nicht-weißen Rauscheinflüssen hin.

Ein solcher Vergleich ist in Abbildung 3.1 für die mit dem ursprünglich implementierten Kalmanfilter erhaltenen Verläufe der Prädiktionsfehler des gemessenen Sauerstoffgehalts des Rauchgases  $\Delta y_1$  sowie der Vorlauftemperatur  $\Delta y_2$  zu sehen. Um einen visuellen Vergleich zu ermöglichen ist dabei neben dem Signal auch der erwartete  $2\sigma$  Vertrauensbereich dargestellt, in welchem das Signal in 95 % der Fälle liegen sollte. Dabei ist  $\sigma$  die jeweils vom Kalmanfilter erwartete Standardabweichung, welche sich als Wurzel des entsprechenden Hauptdiagonalelements von  $\mathbf{R}_{yy}$  ergibt. Es ist zu erkennen, dass bei  $\Delta y_2$  eine klare Diskrepanz zwischen erwarteter und tatsächlicher Varianz vorliegt und dass sich  $\Delta y_1$  deutlich von einem weißen Rauschen unterscheidet. Als Ursache für letztere Beobachtung lässt sich die fehlende Berücksichtigung des Störeinflusses von Abbauschwankungen identifizieren, welche in Abschnitt 3.4 diskutiert werden.

### 3.1.2. Untersuchung der Schätzwerte

Weiters können auch die Verläufe der geschätzten Zustandsgrößen, welche ja physikalischen Ursprungs sind, selbst auf Plausibilität hin untersucht werden. Dabei zeigt sich etwa beim geschätzten Brennstoff in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}}$  sowie beim Brennstoffzufuhrfaktor  $k_{\text{BZ}}$  das in Abbildung 3.2 dargestellte Verhalten. Man kann bei beiden Größen sehr starke Schwankungen in jeweils sehr kurzer Zeit erkennen, wobei nicht anzunehmen ist, dass die durch den Brennstoffzufuhrfaktor letztlich modellierte Schüttdichte des Brennstoffs tatsächlich so stark schwankt. Dieser Umstand deutet, ebenso wie der im vorigen Abschnitt diskutierte, zeitlich korrelierte Verlauf von  $\Delta y_1$  auf die

### 3.1. Untersuchung des existierenden Kalmanfilters

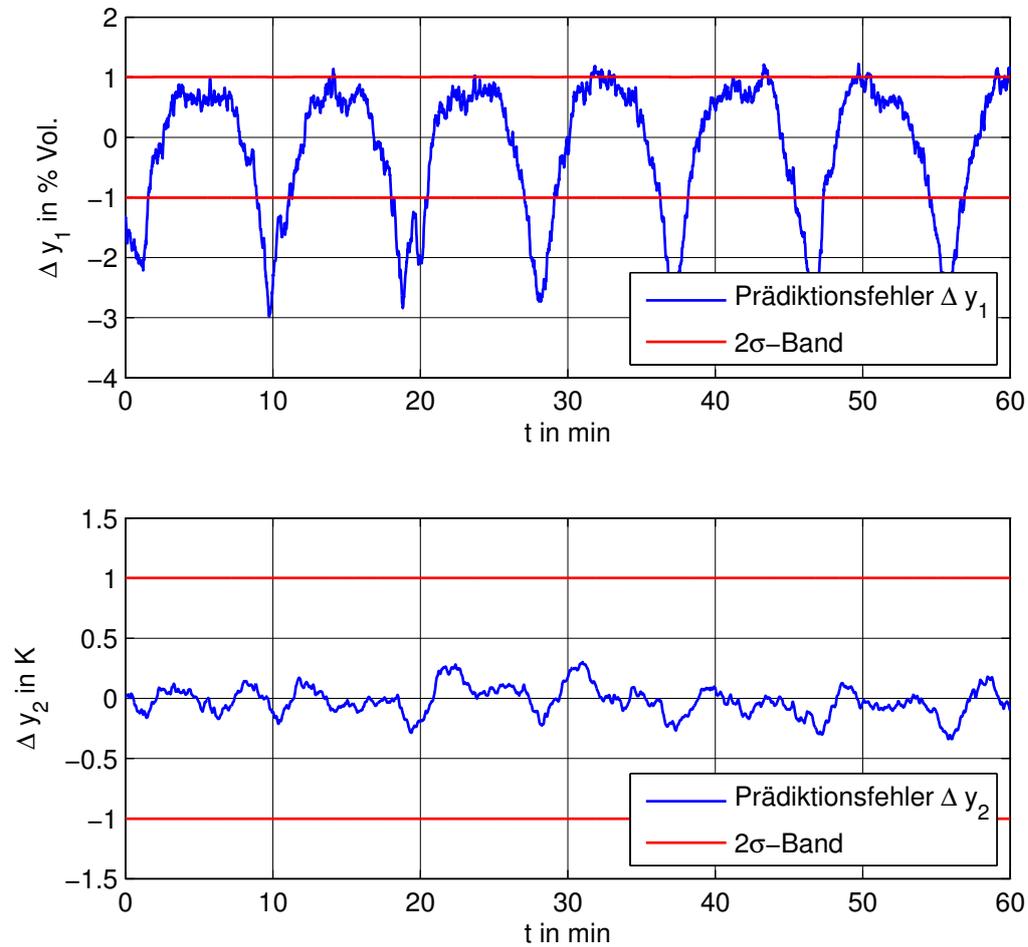


Abbildung 3.1.: Prädiktionsfehler für Sauerstoffgehalt  $\Delta y_1$  und Vorlauftemperatur  $\Delta y_2$  des ursprünglich implementierten Kalmanfilters im stationärem Betrieb bei 140 kW

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

fehlende Berücksichtigung einer Störgröße hin.

Weiters kann man beim Verlauf von  $k_{BZ}$  die in Abschnitt 2.3.3 beschriebene Beschränkung der Zustandsvariablen erkennen. Da diese außerhalb des Kalmanfilters durchgeführt wird, führt sie zu zusätzlichen Problemen. Bei Wirksamwerden der Beschränkung wird damit nämlich die vom Kalmanfilter durchgeführte Korrektur von  $k_{BZ}$  wieder rückgängig gemacht. Dadurch kommt effektiv eine suboptimale Kalman-Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_k$  zum Einsatz, mit welcher ein Abklingen des Schätzfehlers nicht mehr gesichert ist. Bei der Berechnung von  $\mathbf{P}_k$  wird dieser Umstand jedoch nicht berücksichtigt, wodurch es zusätzlich zu einer inkonsistenten Kovarianzmatrix des Schätzfehlers kommt. Auch wenn das Problem hier weniger im Einsatz der Beschränkungen – diese sind in Ausnahmefällen sicher sinnvoll – als vielmehr in deren Wirksamwerden im regulären Betrieb liegt, ist dieses im Sinne des Wunsches nach plausiblen Schätzwerten des Kalmanfilters unbedingt zu beheben.

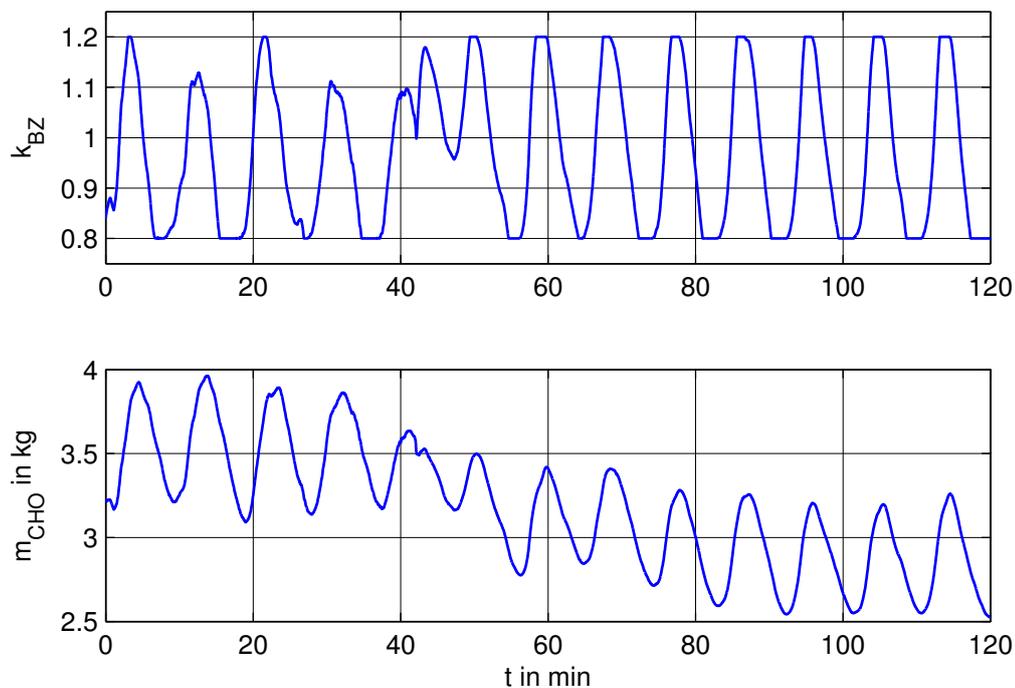


Abbildung 3.2.: Schätzwerte des ursprünglich implementierten Kalmanfilters für den Brennstoff in der Abbauzone  $m_{CHO}$  und den Brennstoffzufuhrfaktor  $k_{BZ}$

### 3.1.3. Identifikation von Unsicherheiten

Ausgehend von den beschriebenen Untersuchungen von Prädiktionsfehlern und Schätzwerten, sowie durch physikalische Überlegungen können eine Reihe von Unsicherheiten identifiziert werden. Diese lassen sich im Wesentlichen in bei der Prädiktion auftretende Approximationsfehler, Einflüsse des Messrauschens, Schwankungen des Brennstoffabbaus durch die Rostbewegung sowie weitgehend konstante Störeinflüsse unterteilen. Deren Behandlung soll in den folgenden Abschnitten 3.2 bis 3.5 diskutiert werden.

Diese Vorgehensweise erlaubt, neben einer Minderung der in den Abschnitten 3.1.1 und 3.1.2 dargestellten Probleme des ursprünglich implementierten Kalmanfilters, auch eine systematischere Parameterwahl in dem Sinne, dass nicht mehr die volle Kovarianzmatrix des Zustandsrauschens  $\mathbf{Q}$  sondern nur mehr einzelne, bei den jeweiligen Modellen auftretende Parameter einzustellen sind.

## 3.2. Approximationsfehler des Prädiktionsschritts

Eine erste Abweichung des Simulationsmodells von der Realität ergibt sich bereits aus den bei der Implementierung als Erweiterter Kalmanfilter durchgeführten Vereinfachungen. Die in Abschnitt 2.4 für den Prädiktionsschritt (2.66) eingesetzte Funktion (2.58) bzw. der erste Teil von (2.51) beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter

$$\mathbf{x}_{k+1}^* = \hat{\mathbf{x}}_k + T_d \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{u}}_k) \quad (3.4)$$

stellt nämlich, wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, eine numerische Lösung der Differentialgleichung nach dem Vorwärts-Euler Verfahren dar. Der dabei auftretende lokale Approximationsfehler als Differenz zwischen exakter und approximierter Lösung

$$\delta \mathbf{x}_k := \int_{kT_d}^{(k+1)T_d} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt - T_d \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k) \quad (3.5)$$

wirkt dadurch als Störung auf das Simulationsmodell des Kalmanfilters. Dabei handelt es sich zwar um einen systematischen Fehler, dieser kann jedoch prinzipbedingt nicht korrigiert werden und muss daher als additives weißes Zustandsrauschen berücksichtigt werden. Dazu wurde dieser zunächst näherungsweise aus Simulationen der nichtlinearen Differentialgleichung für typische Betriebszustände ermittelt. Daraus lässt sich eine typische Varianz  $\sigma_{\text{Approx},i}^2$  für jede Zustandsvariable bestimmen womit die Berücksichtigung durch eine Diagonalmatrix

$$\mathbf{Q}_{\text{Approx}} = \text{diag}(\sigma_{\text{Approx},i}^2) \quad (3.6)$$

als additive Komponente von  $\mathbf{Q}$  erfolgen kann. Es hat sich allerdings gezeigt, dass die in den folgenden Abschnitten betrachteten Störeinflüsse gegenüber dem Approximationsfehler deutlich überwiegen, sodass in der Praxis auf die Addition von  $\mathbf{Q}_{\text{Approx}}$  auch

verzichtet werden kann.

## 3.3. Berücksichtigung von Messunsicherheiten

Eine weitere zentrale Unsicherheit stellen natürlich Messunsicherheiten dar. Dazu zählen prinzipiell Verfälschungen der Messwerte durch zufällige Rauscheinflüsse sowie durch unbekannt systematische Abweichungen, wie etwa Offsetfehler von Sensoren. Auf letztere wird in Abschnitt 3.5 noch näher eingegangen, weshalb sich die Betrachtungen in diesem Abschnitt auf den Einfluss des zufälligen Messrauschens beschränken.

### 3.3.1. Untersuchung des Messrauschens

Bevor das Messrauschen in den folgenden beiden Abschnitten geeignet im Kalmanfilter berücksichtigt werden kann, ist es notwendig, dessen Varianz zu ermitteln. Dabei ist anzumerken, dass für die beschriebene Vorgehensweise das Messrauschen nicht zeitlich korreliert sein darf, was hier auch in hinreichend guter Näherung der Fall war.

Eine Schwierigkeit ergibt sich jedoch beim rezirkulierten Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Rez}}$ . Dort kommt es durch den Einsatz eines Prandtl-Rohres zu einem nichtlinearen Zusammenhang [9]

$$\dot{m}_{\text{Rez}} \propto \sqrt{\Delta p_{\text{PR,Rez}}} \quad (3.7)$$

zwischen dem eigentlich gemessenen Differenzdruck  $\Delta p_{\text{PR,Rez}}$  und dem daraus berechneten Massenstrom. Durch diese nichtlineare Kennlinie wirkt sich das Messrauschen von  $\Delta p_{\text{PR,Rez}}$  abhängig vom Massenstrom unterschiedlich stark aus, wobei die Empfindlichkeit mit kleiner werdenden Massenströmen zunimmt. Der Einfachheit halber wurde daher die Varianz des Messrauschens von  $\dot{m}_{\text{Rez}}$  beim minimal möglichen Massenstrom bestimmt, was sich in diesem Fall aufgrund einer Begrenzung von  $\dot{m}_{\text{Rez}}$  nach unten als ausreichend erwiesen hat. Alternativ dazu könnte man aber natürlich auch die Varianz von  $\Delta p_{\text{PR,Rez}}$  ermitteln und daraus die Auswirkung auf die Varianz des Rauschens von  $\dot{m}_{\text{Rez}}$  mittels einer Fehlerfortpflanzung [13] berechnen.

### Messung konstanter Größen

Eine Möglichkeit zur Ermittlung des Messrauschens und dessen Varianz besteht darin, eine Reihe von Messwerten  $x_k$  bei konstanter Messgröße aufzunehmen. In diesem Fall kann bei Vorliegen von  $N$  Messwerten die empirische Varianz des Signals  $x_k$  [16]

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 \quad (3.8)$$

mit dem Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (3.9)$$

als Varianz des Rauschens herangezogen werden.

Diese Vorgehensweise ist etwa bei den gemessenen Luftmassenströmen und dem rezirkulierten Rauchgasmassenstrom möglich, da hier durch konstante Klappenstellungen und Ventilatorfrequenzen leicht die Vorgabe konstanter Messgrößen erreicht werden kann.

### Leistungsdichtespektrum

Alternativ dazu ist es möglich, aus vorliegenden Messdaten auch bei langsamen Änderungen der Messgröße eine Varianz des Messrauschens zu bestimmen, indem man das Leistungsdichtespektrum des Signals betrachtet.

Das Leistungsdichtespektrum eines Zufallssignals<sup>1</sup>  $x_k$  ist als die Fouriertransformation dessen Autokorrelationsfolge  $E \{x_{k+l}x_k\}$

$$P_{xx}(f) := 2T_d \cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} E \{x_{k+l}x_k\} \cdot e^{-jl2\pi fT_d} \quad (3.10)$$

mit der Frequenz  $f$  und der Diskretisierungszeit  $T_d$  definiert [15]. Mit dieser von [15] nur hinsichtlich des Skalierungsfaktors abweichenden Definition kann die Rauschleistung in einem Bandbereich von  $f_1$  bis  $f_2$  durch Integration der Rauschleistungsdichte  $P_{xx}$

$$P = \int_{f_1}^{f_2} P_{xx}(f) df \quad (3.11)$$

berechnet werden. Die Varianz des Signals, welche zugleich die gesamte Rauschleistung darstellt, ist durch

$$P = \int_0^{\frac{1}{2T_d}} P_{xx}(f) df \quad (3.12)$$

gegeben.

Mit der Periodogrammanalyse [15] ist es möglich das Leistungsdichtespektrum eines gemessenen Signals zu schätzen. In Abbildung 3.3 ist dazu das Leistungsdichtespektrum der mittelwertbefreiten Rücklauftemperatur bei – im Verhältnis zur Abtastzeit – langsamen Änderungen der Messgröße dargestellt. Man sieht, dass in diesem Fall die Bestimmung der Varianz des Messrauschens aus der Rauschleistungsdichte bei hohen Frequenzen möglich ist, da die langsame Änderung der Messgröße nur niederfrequente

<sup>1</sup>Hierbei wird ein stationärer Zufallsprozess vorausgesetzt.

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Signalanteile aufweist. Die Varianz berechnet sich in diesem Fall aus der ablesbaren, konstanten Rauschleistungsdichte  $|P_{xx,hf}|_{\text{dB}}$  dieses Grundrauschens nach (3.12) zu

$$\sigma^2 = \frac{1}{2T_d} \cdot 10^{\frac{1}{10} \cdot |P_{xx,hf}|_{\text{dB}}}. \quad (3.13)$$

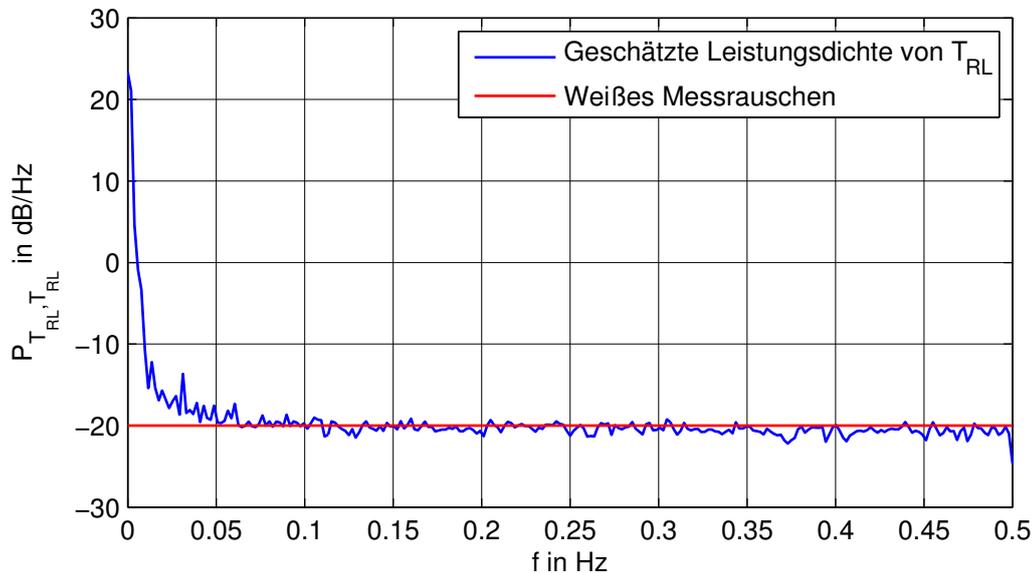


Abbildung 3.3.: Ermittlung der Leistungsdichte des Messrauschens aus dem Leistungsdichtespektrum der mittelwertbefreiten Rücklauf­temperatur  $T_{\text{RL}}$  bei langsamer Änderung der Messgröße

#### 3.3.2. Modellierung im Kalmanfilter

Bezüglich der Berücksichtigung des Messrauschens im Kalmanfilter ist zu unterscheiden, ob es die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  oder die ebenfalls gemessenen Eingangs- und Störgrößen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{d}$  betrifft.

##### Ausgangsgrößen

Das Messrauschen der Ausgangsgrößen wird im Kalmanfilter durch die Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}$  beschrieben. Da es sich hier um unabhängige Sensoren handelt, kann eine Korrelation des Rauschens der einzelnen Sensoren untereinander ausgeschlossen werden und  $\mathbf{R}$  in Form einer Diagonalmatrix

$$\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_{y_i}^2) \quad (3.14)$$

gewählt werden. Dabei stellen  $\sigma_{y_i}^2$  die für die einzelnen Sensoren bestimmten Varianzen des Messrauschens dar.

### Eingangs- und Störgrößen

Neben den Ausgangsgrößen der Strecke werden aber auch die Eingangsgrößen des Systems in Form der gegenwärtigen Luft- und Rezirkulationsmassenströme gemessen. Bezeichnet man die gemessenen Stellgrößen mit  $\hat{\mathbf{u}}$ , während  $\mathbf{u}$  die unbekannt, tatsächlich wirksamen Stellgrößen darstellen, so wirkt das Messrauschen

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}_k := \hat{\mathbf{u}}_k - \mathbf{u}_k \quad (3.15)$$

als Störung auf das Modell des Systems. Dieses Rauschen kann auf die in Abschnitt 2.4 bereits vorgesehene Weise, durch Vorgabe der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_u$  berücksichtigt werden. Die in  $\mathbf{Q}_u$  enthaltene Varianz des Messrauschens kann wie im vorangegangenen Abschnitt 3.3.1 beschrieben ermittelt werden.

Da auch eine Reihe von Störgrößen gemessen wird, ist auch dort die Messunsicherheit auf die beschriebene Art und Weise zu berücksichtigen. Dazu ist es sinnvoll den Vektor der Eingangsgrößen für das im Kalmanfilter verwendete Modell um die Störgrößen  $\mathbf{d}$  auf

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

zu erweitern. Dies hat unter anderem auch zur Folge, dass es bei der Implementierung nicht mehr möglich sein wird, die Störgrößen wie bisher als Teil der Modellkonstanten anzusehen.

## 3.4. Modellierung von Abbauschwankungen

Wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben unterliegt der Massenstrom an abgebautem Brennstoff  $\dot{m}_{\text{Abb}}$  zeitlichen Schwankungen. Grund dafür sind die Bewegungen des Rostes, welcher in fixen Zeitabständen die Position wechselt und dabei insgesamt

$$N_{\text{Rost}} = 25 \quad (3.17)$$

Rostpositionen anfährt. Danach beginnt der Zyklus von neuem. Maßgeblich für die Rostbewegung ist ihre Dauer

$$T_{\text{Rost,Lauf}} = 2 \text{ s} \quad (3.18)$$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

und die zwischen den Rostbewegungen liegende Pausezeit von

$$T_{\text{Rost,Pause}} = 20 \text{ s.} \quad (3.19)$$

Damit weist ein Rostzyklus eine Periodendauer von

$$T_{\text{Rost}} = N_{\text{Rost}} (T_{\text{Rost,Pause}} + T_{\text{Rost,Lauf}}) = 550 \text{ s} \quad (3.20)$$

auf.

Die Abbauschwankungen kommen nun im Wesentlichen dadurch zustande, dass der gegenwärtige Abbau maßgeblich von der aktuellen Rostposition abhängt. Modelliert ist dies in (2.5) durch den multiplikativen Abbaufaktor  $\alpha_{\text{Abb}}$ , welcher näherungsweise eine Funktion der aktuellen Rostposition  $n_{\text{Rost}}$

$$\alpha_{\text{Abb}} \approx f_{\alpha}(n_{\text{Rost}}) \quad (3.21)$$

ist. Bedingt durch die Periodizität von  $n_{\text{Rost}}$  ist damit auch  $\alpha_{\text{Abb}}$  näherungsweise eine periodische Größe, wobei die Modellkonstanten in (2.5) so gewählt sind, dass der Mittelwert von  $\alpha_{\text{Abb}}$  über eine Periode

$$\bar{\alpha}_{\text{Abb}} = 1 \quad (3.22)$$

ist.

In Abbildung 3.4 ist dazu ein typischer Verlauf von  $\alpha_{\text{Abb}}$  dargestellt, wie er im Rahmen der Modellbildung identifiziert wurde. Diese funktionale Abhängigkeit stellt jedoch, wie bereits angedeutet, nur eine Näherung dar, da es auch bei konstanter Rostposition zu ständigen Schwankungen von  $\alpha_{\text{Abb}}$  kommt, die allerdings von der Amplitude her deutlich geringer sind.

Ursprünglich wurde versucht, das aktuelle  $\alpha_{\text{Abb}}$  zu jedem Zeitpunkt aus diesem identifizierten Verlauf der Rostposition zu berechnen und diesen Wert im Modell von Kalmanfilter und Regler zu verwenden. Dabei hat sich jedoch gezeigt, dass sich der Zusammenhang zwischen der Rostposition  $n_{\text{Rost}}$  und dem Abbaufaktor  $\alpha_{\text{Abb}}$  über einen längeren Zeitraum und teilweise auch von Rostperiode zu Rostperiode so stark ändert, dass eine direkte Verwendung der Daten aus der Modellbildung unpraktikabel ist. Als Ausweg wurde daher letztlich im Modell nur der Mittelwert

$$\alpha_{\text{Abb}} = \bar{\alpha}_{\text{Abb}} = 1 \quad (3.23)$$

verwendet.

Da der Abbaufaktor damit zu einer unbekanntten Störgröße wird, muss er im Kalmanfilter natürlich geeignet durch ein Rauschen modelliert werden. Dabei kann es sich jedoch nicht um ein weißes Rauschen handeln. Dies kann man einerseits anhand des typischen Verlaufes des Abbaufaktors (Abbildung 3.4) erkennen, es folgt aber auch aus

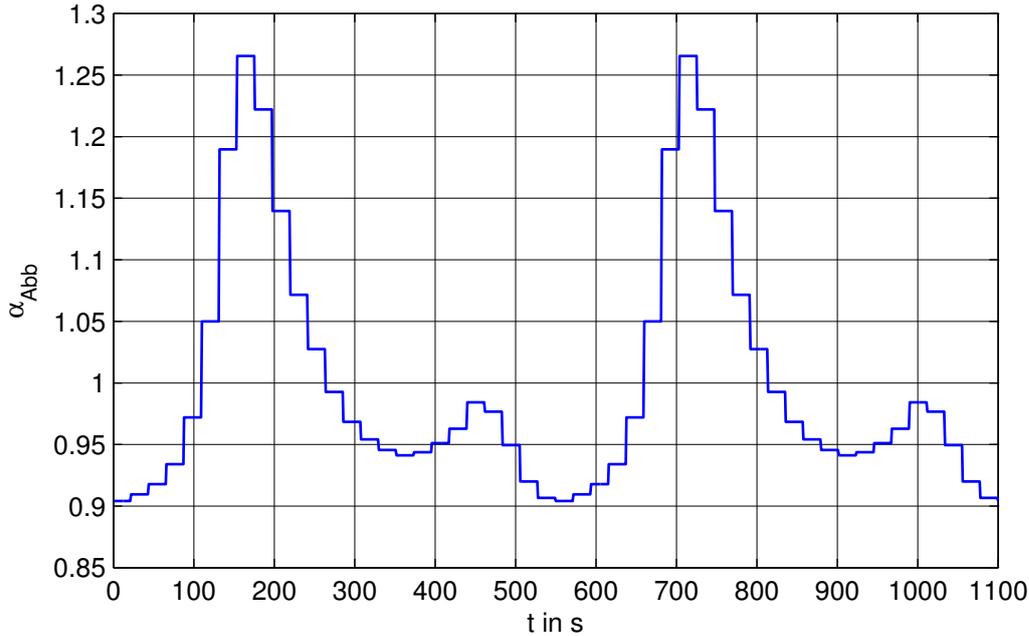


Abbildung 3.4.: Im Rahmen der Modellbildung identifizierter, typischer Verlauf von  $f_{\alpha}(n_{\text{Rost}})$

der Überlegung, dass bei konstanter Rostposition auch  $\alpha_{\text{Abb}}$  näherungsweise konstant und damit sicher nicht zeitlich unkorreliert ist. Die Auswirkung der fehlenden Berücksichtigung des Abbaufaktors kann daher auch bei dem in Abschnitt 3.1.1 diskutierten Prädiktionsfehler  $\Delta y_1$  (Abbildung 3.1) beobachtet werden.

Die Modellierung dieses nicht-weißen Rauschens erfordert, wie in Abschnitt 2.4.2 diskutiert, den Einsatz eines Formfilters. Für diesen wurden zwei unterschiedliche Ansätze betrachtet, welche im Folgenden beschrieben werden. Die Auswahl eines dieser Ansätze für den Einsatz im endgültigen Kalmanfilter wird in Abschnitt 3.7.2 diskutiert.

### 3.4.1. Methode 1: Modellierung des Leistungsdichtespektrums

Eine Motivation für einen ersten Formfilteransatz liefert das in Abbildung 3.5 dargestellte Leistungsdichtespektrum des mittelwertbefreiten Signals  $\alpha_{\text{Abb}} - 1$ . Da es sich beim zugrundeliegenden Verlauf um ein periodisches Signal handelt, setzt sich das Spektrum hier aus Dirac-Impulsen zusammen, welche in der Abbildung als senkrechte Linien dargestellt sind. Man erkennt, dass sich die Leistung des Signals hauptsächlich in einem Bandbereich um die Grundwelle

$$f_{\alpha_{\text{Abb}},0} = \frac{1}{T_{\text{Rost}}} = \frac{1}{550} \text{ Hz} \quad (3.24)$$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

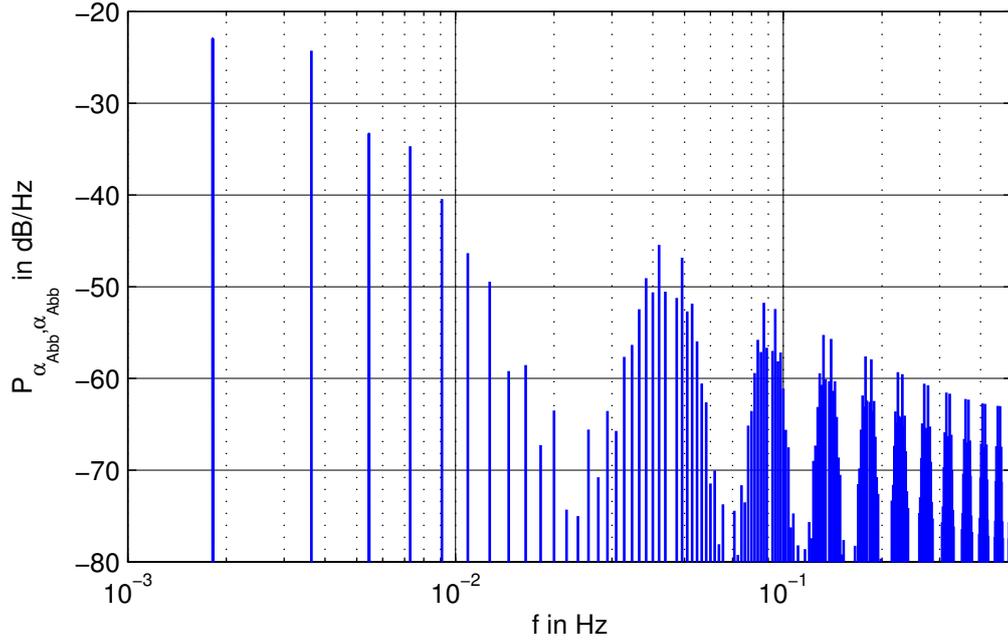


Abbildung 3.5.: Aus Dirac-Impulsen bestehendes Leistungsdichtespektrum des periodischen, rostpositionsabhängigen Abbaufaktors  $f_\alpha(n_{\text{Rost}})$

konzentriert.

Diese Tatsache legt den Einsatz eines Bandpassfilters als Formfilter nahe. In Abbildung 3.6 ist dazu das durch einen Bandpassfilter modellierte Rauschleistungsdichtespektrum zu sehen. Zum Vergleich ist auch das Leistungsdichtespektrum von  $\alpha_{\text{Abb}}$  dargestellt, wobei aufgrund dessen Zusammensetzung aus Dirac-Impulsen ein Vergleich der Verläufe natürlich nur qualitativ erfolgen kann.

Hinsichtlich der Form des Bandpassfilters wurden für die untere Grenzfrequenz

$$f_{g,u} = \frac{1}{850} \text{ Hz} \quad (3.25)$$

und für die obere

$$f_{g,o} = \frac{1}{250} \text{ Hz} \quad (3.26)$$

gewählt. Die Anpassung der Grenzfrequenzen erfolgte visuell, könnte aber auch mittels numerischer Optimierung geschehen.

Der so dimensionierte Formfilter modelliert damit näherungsweise die rostpositionsabhängige Komponente von  $\alpha_{\text{Abb}}$ , welche im Folgenden mit  $\Delta\alpha_{\text{Abb,Rost}}$  bezeichnet werden soll. Wie zuvor erwähnt, treten aber zusätzlich noch ständige, zufällige Schwankun-

gen von  $\alpha_{\text{Abb}}$  auch bei unveränderter Rostposition auf. Um auch diese zu modellieren wird dem bandpassgefilterten Rauschen  $\Delta\alpha_{\text{Abb,Rost}}$  daher zusätzlich noch ein davon unabhängiges, weißes Rauschen  $\Delta\alpha_{\text{Abb,weiss}}$  überlagert:

$$\alpha_{\text{Abb}} = \bar{\alpha}_{\text{Abb}} + \Delta\alpha_{\text{Abb,Rost}} + \Delta\alpha_{\text{Abb,weiss}}. \quad (3.27)$$

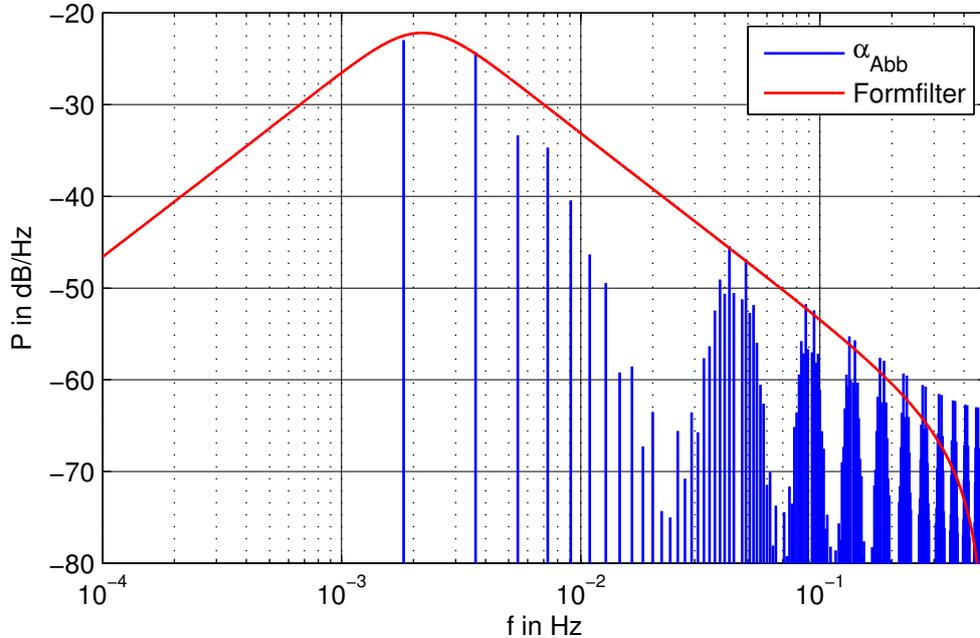


Abbildung 3.6.: Qualitativer Verlauf der Rauschleistungsdichte eines bandpassgefilterten weißen Rauschens, angepasst an das Leistungsdichtespektrum des periodischen Abbaufaktors  $f_{\alpha}(n_{\text{Rost}})$

### Struktur des Formfilters

Für einen späteren Einsatz im Kalmanfilter muss der Formfilter in Form eines Zustandsraummodells vorliegen. Für den bandpassgefilterten Anteil  $\Delta\alpha_{\text{Abb,Rost},k}$  geht man dazu von einem mit geeigneten Filterentwurfsmethoden, wie etwa der Bilineartransformation eines zeitkontinuierlichen Butterworth-Filters in MATLAB<sup>®</sup>, ermittelten Bandpassfilter in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{FF},k+1} &= \mathbf{\Phi}_{\text{BP}}\mathbf{x}_{\text{FF},k} + \mathbf{h}_{\text{BP}}w_{1,k} \\ \Delta\alpha_{\text{Abb,Rost},k} &= \beta\mathbf{c}_{\text{BP}}^T\mathbf{x}_{\text{FF},k} + \beta d_{\text{BP}}w_{1,k} \end{aligned} \quad (3.28)$$

aus. Dabei stellen  $\mathbf{x}_{\text{FF}}$  die Zustandsvariablen,  $w_{1,k}$  ein weißes Einheitsrauschen und  $\beta$  einen noch zu bestimmenden Skalierungsfaktor dar.

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Letzterer wird so gewählt, dass das resultierende Signal eine vorgebbare Varianz  $\sigma_{\text{Abb,Rost}}^2$  aufweist. Dazu muss, wie in Abschnitt 2.4.2 beschrieben, zunächst durch Lösung der zeitdiskreten Ljapunov-Gleichung

$$\Phi_{\text{BP}} \mathbf{P}_{\text{BP}} \Phi_{\text{BP}}^T - \mathbf{P}_{\text{BP}} + \mathbf{h}_{\text{BP}} \mathbf{h}_{\text{BP}}^T = 0 \quad (3.29)$$

die Kovarianzmatrix im eingeschwungenen Zustand  $\mathbf{P}_{\text{BP}}$  ermittelt werden. Damit erhält man für die Varianz der Ausgangsgröße nach (2.87) den Ausdruck

$$E \{ \Delta \alpha_{\text{Abb,Rost},k}^2 \} = \beta^2 ( \mathbf{c}_{\text{BP}} \mathbf{P}_{\text{BP}} \mathbf{c}_{\text{BP}}^T + d_{\text{BP}}^2 ), \quad (3.30)$$

woraus der für  $\beta$  zu wählende Wert

$$\beta = \frac{\sigma_{\text{Abb,Rost}}}{\sqrt{\mathbf{c}_{\text{BP}} \mathbf{P}_{\text{BP}} \mathbf{c}_{\text{BP}}^T + d_{\text{BP}}^2}} \quad (3.31)$$

berechnet werden kann.

Der zusätzlich überlagerte, weiße Anteil  $\Delta \alpha_{\text{Abb,weiss},k}$  ist mit der einstellbaren Varianz  $\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$  durch

$$\Delta \alpha_{\text{Abb,weiss},k} = \sigma_{\text{Abb,weiss}} w_{2,k} \quad (3.32)$$

gegeben. Dabei stellt  $w_{2,k}$  ein weiteres, von  $w_{1,k}$  unabhängiges, weißes Rauschen mit Varianz eins dar.

Überlagert man nun die beiden Anteile  $\Delta \alpha_{\text{Abb,Rost},k}$  und  $\Delta \alpha_{\text{Abb,weiss},k}$  und berücksichtigt zusätzlich den Mittelwert  $\bar{\alpha}_{\text{Abb}}$  so erhält man das affine, zeitinvariante Zustandsraummodell des gesamten Formfilters

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{FF},k+1} &= \Phi_{\text{BP}} \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{\text{BP}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \alpha_{\text{Abb},k} &= \bar{\alpha}_{\text{Abb}} + \beta \mathbf{c}_{\text{BP}}^T \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \begin{bmatrix} \beta d_{\text{BP}} & \sigma_{\text{Abb,weiss}} \end{bmatrix} \mathbf{w}_k \end{aligned} \quad (3.33)$$

wobei  $\beta$  nach (3.31) zu berechnen ist und die Kovarianzmatrix des Rauschens

$$\mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} w_{1,k} & w_{2,k} \end{bmatrix}^T \quad (3.34)$$

durch

$$E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} = \mathbf{E} \quad (3.35)$$

gegeben ist.

Einstellbare Parameter sind dabei die Varianzen  $\sigma_{\text{Abb,Rost}}^2$  und  $\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$  der rostabhängigen und zufälligen Anteile von  $\alpha_{\text{Abb}}$ . Davon kann  $\sigma_{\text{Abb,Rost}}^2$  als empirische Varianz des in Abbildung 3.4 dargestellten, typischen Verlaufs von  $\alpha_{\text{Abb}}$  aus bei der Modellbildung gewonnenen Daten ermittelt werden. Die Varianz  $\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$  der zufälligen

Abbauschwankungen bei gleichbleibender Rostposition kann ebenfalls aus bei der Modellbildung gewonnen Daten ermittelt oder aber auch anhand der Schwankungen des Sauerstoffgehalts bei konstanten Luftmassenströmen abgeschätzt werden.

Weiters enthalten die Zustandsraumparameter  $\Phi_{BP}$ ,  $\mathbf{h}_{BP}$ ,  $\mathbf{c}_{BP}^T$  und  $d_{BP}$  auch die ebenfalls einstellbaren Grenzfrequenzen  $f_{g,u}$  und  $f_{g,o}$  des Bandpassfilters. Deren Wahl speziell bei anderen Anlagen oder einer anderen Roststeuerung wird in Abschnitt 6.1.2 noch diskutiert. Der beim Entwurf des Bandpassfilters ebenfalls wählbare Verstärkungsfaktor des Filters hat aufgrund der mit (3.31) durchgeführten Normierung keinen Einfluss auf das Ergebnis.

### 3.4.2. Methode 2: Modellierung der funktionalen Abhängigkeit

Ein Problem des zuvor beschriebenen Ansatzes ist, dass das Vorwissen, dass  $\alpha_{Abb}$  näherungsweise eine Funktion der Rostposition ist, nicht verwendet wird. Um auch diese Information zu verwenden, wurde ein weiterer Formfilter getestet, welcher auch die bekannte, aktuelle Rostposition  $n_{Rost}$  zur Modellierung von  $\alpha_{Abb}$  heranzieht.

Grundgedanke dieses Ansatzes ist es dabei, die unbekannt Funktion

$$\alpha_{Abb} \approx f_{\alpha}(n_{Rost}) \quad (3.36)$$

im Formfilter zu rekonstruieren. Da  $n_{Rost}$  nur ganzzahlige Werte

$$1 \leq n_{Rost} \leq N_{Rost} \quad (3.37)$$

annehmen kann, ist eine vollständige Beschreibung der Funktion durch ihre Funktionswerte

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{Abb,1} &= f_{\alpha}(1) \\ &\vdots \\ \tilde{\alpha}_{Abb,N_{Rost}} &= f_{\alpha}(N_{Rost}) \end{aligned} \quad (3.38)$$

möglich, welche zur Unterscheidung vom zeitlichen Verlauf  $\alpha_{Abb,k}$  hier mit  $\tilde{\alpha}_{Abb,n}$  bezeichnet werden sollen. Der bekannte zeitliche Mittelwert (3.23) bedingt dabei natürlich auch einen Funktionsmittelwert von

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{Abb} &= \frac{1}{T_{Rost}} \sum_{k=1}^{N_{Rost}} [(T_{Rost,Pause} + T_{Rost,Lauf}) \tilde{\alpha}_{Abb,k}] \\ &= \frac{1}{N_{Rost}} \sum_{k=1}^{N_{Rost}} \tilde{\alpha}_{Abb,k} = 1 \end{aligned} \quad (3.39)$$

und reduziert damit die Anzahl der Freiheitsgrade um eins, weshalb die ersten  $N_{Rost} - 1$  Werte aus (3.38) zur Beschreibung der Funktion ausreichen. Der jeweils aktuelle Wert

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

von  $\alpha_{\text{Abb}}$  lässt sich damit über

$$\alpha_{\text{Abb}} = \begin{cases} \tilde{\alpha}_{\text{Abb}, n_{\text{Rost}}} & 1 \leq n_{\text{Rost}} \leq N_{\text{Rost}} - 1 \\ N_{\text{Rost}} - \sum_{k=1}^{N_{\text{Rost}}-1} \tilde{\alpha}_{\text{Abb}, k} & n_{\text{Rost}} = N_{\text{Rost}} \end{cases} \quad (3.40)$$

aus der aktuellen Rostposition  $n_{\text{Rost}}$  berechnen.

Auch hier ist es natürlich notwendig, die ständig auftretenden, zufälligen Schwankungen von  $\alpha_{\text{Abb}}$  zusätzlich zu berücksichtigen. Dies geschieht auf dieselbe Weise wie bei der ersten Methode, nämlich durch Überlagerung eines zusätzlichen weißen Rauschens  $\Delta\alpha_{\text{Abb}, \text{weiss}}$ .

#### Struktur des Formfilters

Die Zustandsvariablen des Formfilters müssen hier prinzipiell die einzelnen zu rekonstruierenden Funktionswerte  $\tilde{\alpha}_{\text{Abb}, 1}, \dots, \tilde{\alpha}_{\text{Abb}, N_{\text{Rost}}-1}$  enthalten. Wie beim ersten Ansatz soll auch hier der Mittelwert  $\bar{\alpha}_{\text{Abb}}$  erst nachträglich überlagert werden, weshalb als Zustandsvariablen die mittelwertbefreiten Größen

$$\mathbf{x}_{\text{FF}} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{\text{Abb}, 1} - \bar{\alpha}_{\text{Abb}} \\ \vdots \\ \tilde{\alpha}_{\text{Abb}, N_{\text{Rost}}-1} - \bar{\alpha}_{\text{Abb}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

gewählt werden.

Formt man (3.40) dementsprechend um, so erhält man

$$\alpha_{\text{Abb}} = \begin{cases} \bar{\alpha}_{\text{Abb}} + (\tilde{\alpha}_{\text{Abb}, n_{\text{Rost}}} - \bar{\alpha}_{\text{Abb}}) & 1 \leq n_{\text{Rost}} \leq N_{\text{Rost}} - 1 \\ \bar{\alpha}_{\text{Abb}} - \sum_{k=1}^{N_{\text{Rost}}-1} (\tilde{\alpha}_{\text{Abb}, k} - \bar{\alpha}_{\text{Abb}}) & n_{\text{Rost}} = N_{\text{Rost}} \end{cases} \quad (3.42)$$

was mit dem rostpositionsabhängigen Ausgangsvektor

$$\mathbf{c}^T(n_{\text{Rost}}) := \begin{cases} \mathbf{e}_{n_{\text{Rost}}}^T & n_{\text{Rost}} \neq N_{\text{Rost}} \\ -\mathbf{1}^T & n_{\text{Rost}} = N_{\text{Rost}} \end{cases} \quad (3.43)$$

kompakt in der Form

$$\alpha_{\text{Abb}} = \bar{\alpha}_{\text{Abb}} + \mathbf{c}^T(n_{\text{Rost}}) \mathbf{x}_{\text{FF}} \quad (3.44)$$

angeschrieben werden kann. Dabei bezeichnet  $\mathbf{e}_i$  den  $i$ -ten Standardbasisvektor.

Da die Form der so von  $\mathbf{x}_{\text{FF}}$  verkörperten Funktion, wie eingangs erwähnt, zeitlichen Schwankungen unterliegt, ist es sinnvoll, eine Störung bzw. eine Drift der einzelnen Funktionswerte zu erlauben. Dies geschieht in der Differenzgleichung des Formfilters

$$\mathbf{x}_{\text{FF}, k+1} = \mathbf{x}_{\text{FF}, k} + \mathbf{s}_k \quad (3.45)$$

durch das hier mit  $\mathbf{s}_k$  bezeichnete, weiße Rauschen.

Um die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{s}_k$  nun sinnvoll festlegen zu können ist es notwendig, deren Auswirkung auf die Drift aller Funktionswerte  $\tilde{\alpha}_{\text{Abb},n}$ , also auch auf die Drift des in  $\mathbf{x}_{\text{FF}}$  nicht enthaltenen letzten Funktionswertes, zu betrachten. Dazu wird zunächst  $\mathbf{s}_k$  um eine  $\tilde{\alpha}_{\text{Abb},N_{\text{Rost}}}$  zugeordnete, nach (3.44) berechnete Driftkomponente erweitert und damit der Vektor  $\tilde{\mathbf{s}}_k$

$$\tilde{\mathbf{s}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_k \\ -\mathbf{1}^T \mathbf{s}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\mathbf{1}^T \end{bmatrix} \mathbf{s}_k \quad (3.46)$$

gebildet. Mit der vorgebbaren Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_{\text{Drift}} = E \{ \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \} \quad (3.47)$$

ist die Kovarianz dieses erweiterten Vektors

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{Drift}} = E \{ \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_k^T \} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{Drift}} & -\mathbf{Q}_{\text{Drift}} \mathbf{1} \\ -\mathbf{1}^T \mathbf{Q}_{\text{Drift}} & \mathbf{1}^T \mathbf{Q}_{\text{Drift}} \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

klarerweise nicht mehr beliebig, insbesondere nicht in Form einer Diagonalmatrix vorgebar.

Eine sinnvolle Forderung ist jedoch, dass die Struktur der Matrix  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{Drift}}$  nicht von der konkreten Nummerierung der Rostpositionen abhängt, dass also für die einzelnen Komponenten von  $\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{Drift}}$

$$E \{ \tilde{s}_{i,k} \tilde{s}_{j,k} \} = \begin{cases} 1 \cdot \sigma_{\text{Abb,Drift}}^2 & i = j \\ r \cdot \sigma_{\text{Abb,Drift}}^2 & i \neq j \end{cases} \quad (3.49)$$

mit einer vorgebbaren Varianz  $\sigma_{\text{Abb,Drift}}^2$  gilt, wobei der Koeffizient  $r$  von den Indizes  $i$  und  $j$  unabhängig ist. Diese Forderung ist für

$$r = -\frac{1}{N_{\text{Rost}} - 1} \quad (3.50)$$

durch die Wahl der  $(N_{\text{Rost}} - 1) \times (N_{\text{Rost}} - 1)$  Matrix

$$\mathbf{Q}_{\text{Drift}} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & \cdots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} \\ -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} \\ -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & \cdots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & 1 \end{bmatrix} \sigma_{\text{Abb,Drift}}^2 \quad (3.51)$$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

erfüllbar, welche mit (3.48) zur  $N_{\text{Rost}} \times N_{\text{Rost}}$  Matrix

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{Drift}} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & \cdots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} \\ -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} \\ -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & \cdots & -\frac{1}{N_{\text{Rost}}-1} & 1 \end{bmatrix} \sigma_{\text{Abb,Drift}}^2 \quad (3.52)$$

führt. Anschaulich bedeutet dies, dass eine Änderung etwa von  $\tilde{\alpha}_{\text{Abb},1}$  um  $\sigma_{\text{Abb,Drift}}$  bei allen anderen  $\tilde{\alpha}_{\text{Abb},n \neq 1}$  zu einer Änderung um  $-\frac{\sigma_{\text{Abb,Drift}}}{N_{\text{Rost}}-1}$  führt, um den geforderten Mittelwert beizubehalten.

Schließlich wird auch hier dem bisherigen Formfilterausgang (3.44) noch zusätzlich ein weißes Rauschen

$$\Delta \alpha_{\text{Abb,weiss},k} = \sigma_{\text{Abb,weiss}} w_{2,k} \quad (3.53)$$

überlagert. Zusammengefasst erhält man somit das affine, durch die Abhängigkeit von der Rostposition allerdings zeitvariante, Zustandsraummodell des Formfilters

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{FF},k+1} &= \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w}_k \\ \alpha_{\text{Abb},k} &= \bar{\alpha}_{\text{Abb}} + \mathbf{c}^T(n_{\text{Rost},k}) \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \sigma_{\text{Abb,weiss}} \end{bmatrix} \mathbf{w}_k \end{aligned} \quad (3.54)$$

wobei

$$\mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_k \\ w_{2,k} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

ein Rauschen mit der Kovarianzmatrix

$$E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{Drift}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

ist.

Zusammengefasst treten als Einstellparameter hier die Varianz der Driften  $\sigma_{\text{Abb,Drift}}^2$  sowie die Varianz des überlagerten weißen Rauschens  $\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$  auf. Letztere kann dabei wie auch bei der ersten Methode aus Daten der Modellbildung gewonnen werden. Die Parameterwahl von  $\sigma_{\text{Abb,Drift}}^2$  dagegen gestaltet sich schwieriger, kann aber auch auf systematischem Wege erfolgen, sofern Informationen über die zeitlichen Änderungen des Verlaufs von  $\alpha_{\text{Abb}}$  über mehrere Rostperioden hinweg vorliegen. In diesem Fall kann  $\sigma_{\text{Abb,Drift}}^2$  als empirische Varianz der beobachteten Änderungsgeschwindigkeiten ermittelt werden.

## 3.5. Umgang mit näherungsweise konstanten Störeinflüssen

Neben dem verhältnismäßig schnell schwankenden Abbaufaktor existieren noch eine Reihe von weiteren, nicht messbaren Störgrößen, welche sich jedoch in der Regel nur langsam ändern.

### 3.5.1. Auftretende näherungsweise konstante Störeinflüsse

Im Folgenden sollen zunächst die prinzipiell auftretenden Störgrößen und deren mögliche Berücksichtigung im mathematischen Modell aus Abschnitt 2.2 kurz erläutert werden.

#### Falschlufft

Die Falschlufft  $\dot{m}_{\text{FL}}$  ist Luft, welche wegen des herrschenden Unterdrucks durch unerwünschte aber nicht vollständig vermeidbare Öffnungen in den Feuerraum gelangt. Sie wirkt als zusätzliche Sekundärluft und kann im Modell, wie bereits beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter, durch die Ersetzung von  $\dot{m}_{\text{SL}}$  durch  $\dot{m}_{\text{SL}} + \dot{m}_{\text{FL}}$  berücksichtigt werden.

#### Unbekannte Brennstoffschüttdichte

Die tatsächliche Schüttdichte des zugeführten Brennstoffs  $\rho_{\text{Brst,Real}}$  ist ebenfalls unbekannt. Weicht diese von der Modellannahme  $\rho_{\text{Brst,Modell}}$  ab, so führt dies zu einem entsprechenden falschen Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$ . Mit der Einführung eines Brennstoffzufuhrfaktors<sup>2</sup>

$$k_{\text{BZ}} := \frac{\rho_{\text{Brst,Real}}}{\rho_{\text{Brst,Modell}}} \quad (3.57)$$

als weitere Störgröße kann im Modell der korrigierte Brennstoffmassenstrom  $k_{\text{BZ}} \cdot \dot{m}_{\text{Brst,TS}}$  verwendet werden.

#### Wassergehalt des Brennstoffs

Der Wassergehalt des Brennstoffs ist bereits in Form des Wassergehalts bezogen auf die Trockensubstanz  $u_{\text{H}_2\text{O}}$  als Störgröße im Modell enthalten. Diese wird allerdings im Gegensatz zu den übrigen in  $\mathbf{d}$  enthaltenen Störgrößen nicht gemessen, sondern typischerweise auf einen konstanten, mittleren Wert eingestellt. Es ist daher sinnvoll als zusätzliche, unbekannte Störgröße einen Offset  $\Delta u_{\text{H}_2\text{O}}$  vom vorgegebenen  $u_{\text{H}_2\text{O}}$  in Betracht zu ziehen.

<sup>2</sup>Auf diese Weise werden auch Abweichungen des Heizwertes des Brennstoffs erfasst, welche in der Praxis von einer geänderten Schüttdichte kaum zu unterscheiden sind (siehe dazu auch Abschnitt 3.7.1).

#### Verschmutzung des Wärmeübertragers

Bei Verschmutzung des Wärmeübertragers durch die im Betrieb stattfindende Ablagerung von Asche wird die Genauigkeit des mathematischen Modells zunehmend schlechter [2]. Um die dadurch auftretende Reduktion der übertragenen Leistung zu modellieren, kann im Modell ein „Verschmutzungsfaktor“  $k_{\text{WT}}$  berücksichtigt werden, welcher  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  skaliert. Dazu ist der übertragene Wärmestrom  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  im Modell durch  $k_{\text{WT}} \cdot \dot{Q}_{\text{WT}}$  zu ersetzen.

#### Offsetfehler der Sensoren

Auch Offsetfehler der verwendeten Sensoren führen zu einer Diskrepanz zwischen Realität und Modell. Daher sollten sie natürlich zunächst soweit als möglich durch geeignete Maßnahmen, wie etwa durch einen Offsetabgleich, vermieden werden. Wo dies nicht möglich ist, treten sie aber auch als zusätzliche, näherungsweise konstante Störgrößen auf. Auf die Frage, welche Offsetfehler in dieser Hinsicht relevant sind, wird in Abschnitt 3.6 eingegangen.

#### Weitere Abweichungen

Neben den genannten Störeinflüssen kommt es auch noch zu weiteren Abweichungen, welche jedoch nicht konkret zugeordnet werden können. Diese ergeben sich hauptsächlich durch Abweichungen der Modellkonstanten und den bei der Modellbildung durchgeführten Vereinfachungen, wie etwa die Geradennäherung für die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Enthalpie und können daher prinzipbedingt ohne genauere Modellierung nicht explizit berücksichtigt werden.

## 3.5.2. Modellierung der Störeinflüsse im Kalmanfilter

### Formfilter

Da es sich bei all diesen Größen um Störungen handelt, die nicht durch ein weißes Rauschen modelliert werden können<sup>3</sup>, ist auch hier der Einsatz eines Formfilters notwendig. Da sich die Störungen nur durch die zufälligen Driften ändern, ansonsten aber ihren Wert beibehalten, lassen sie sich durch eine Zufallsbewegung modellieren [8], wie das auch bereits beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter für die Größen  $k_{\text{BZ}}$  und  $\dot{m}_{\text{FL}}$  geschehen ist. Diese Zufallsbewegung wird bei Zusammenfassung der berücksichtigten weitgehend konstanten Störgrößen im Vektor  $\mathbf{x}_{\text{WK}}$  durch die Differenzgleichung

$$\mathbf{x}_{\text{WK},k+1} = \mathbf{x}_{\text{WK},k} + \mathbf{w}_{\text{WK},k} \quad (3.58)$$

---

<sup>3</sup>Für konstante Größen gilt  $E\{x_{k+1}x_k\} = E\{x_k^2\}$ .

beschrieben<sup>4</sup>. Dabei stellt  $\mathbf{w}_{\text{WK},k}$  ein weißes Rauschen dar, dessen Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_{\text{WK}}$  eine Diagonalmatrix ist. Als Diagonalelemente von  $\mathbf{Q}_{\text{WK}}$  treten die Varianzen der Driften der einzelnen, in  $\mathbf{x}_{\text{WK}}$  zusammengefassten Störgrößen auf.

#### Einschränkungen

Prinzipiell wäre natürlich eine Berücksichtigung aller oben genannten Störgrößen auf diese Art und Weise wünschenswert. Dass dies jedoch leider nicht ohne Weiteres möglich sein wird, macht das folgende Beispiel klar.

Dazu soll davon ausgegangen werden, dass einerseits eine bestimmte Falschluff  $m_{\text{FL}}$  auftritt, andererseits der eingesetzte Sensor zur Messung des Sauerstoffgehalts des Rauchgases aber auch einen Offsetfehler  $\Delta x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  aufweist. Steht nun in einem stationären Betriebszustand nur der Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  als Ausgangsgröße zur Verfügung, so wird es klarerweise unmöglich sein, diese beiden Störgrößen unabhängig voneinander zu bestimmen.

Verallgemeinert man diesen Zusammenhang, so ergibt sich, dass die Anzahl der mit einem Formfilter wie in (3.58) modellierten Störgrößen nach oben durch die Anzahl der vom Kalmanfilter verwendeten Ausgangsgrößen beschränkt ist. Systemtechnisch ist dieser Umstand auf einen Verlust der Beobachtbarkeit des linearisierten, um den Formfilter erweiterten Modells<sup>5</sup> zurückzuführen. Da dem Erweiterten Kalmanfilter genau dieses Modell zugrunde liegt, führt dessen Nichtbeobachtbarkeit natürlich zu Problemen hinsichtlich der Konvergenz des Schätzfehlers  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_k$ , sowie hinsichtlich der Beschränktheit der Elemente der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_k$  von  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_k$  [8].

Bedingt durch diese Einschränkung wird ein Teil der zuvor beschriebenen Störgrößen keine Berücksichtigung im Kalmanfilter finden. Diese unberücksichtigten Störungen führen damit zu einer entsprechenden Verfälschung der übrigen Schätzwerte des Kalmanfilters. Im Fall des obigen Beispiels wird etwa die fehlende Berücksichtigung eines positiven Offsets des Sauerstoffmesswerts zu einem entsprechend höheren Schätzwert für den Falschluffmassenstrom führen.

## 3.6. Untersuchung möglicher Ausgangsgrößen

Neben der geeigneten Berücksichtigung von Störungen ist für die Funktion des Kalmanfilters auch die Auswahl der verwendeten Ausgangs- bzw. Messgrößen von Bedeutung. Dabei ist es grundsätzlich wünschenswert, Messwerte mit möglichst hohem Informationsgehalt, also mit möglichst geringem Messrauschen bei hoher Signaldynamik zu verwenden. Außerdem ist dabei neben der Verfügbarkeit der Messwerte natürlich auch die Verfügbarkeit eines entsprechenden mathematischen Modells für die verwendeten Ausgangsgrößen wichtig.

<sup>4</sup>Der Index WK steht für weitgehend konstante Störgrößen.

<sup>5</sup>Dies entspricht einem Verlust der lokalen Beobachtbarkeit [1].

### 3.6.1. Sauerstoffgehalt des Rauchgases

Der Sauerstoffgehalt des feuchten Rauchgases  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$  ist zweifellos der wichtigste verfügbare Messwert, da er einerseits als Regelgröße in allen Biomassefeuerungsanlagen verfügbar ist und von den im Folgenden betrachteten Messwerten die höchste Dynamik aufweist. Aus diesem Grund wurden hier auch die bei der Messung auftretenden Effekte sehr genau analysiert.

#### Maßgebliche Effekte bei der Messung

Die Messung des Sauerstoffgehalts erfolgt im kühlen Rauchgas nach dem Austritt aus dem Wärmeübertrager. Grund dafür ist der zulässige Temperaturbereich des Sauerstoffsensors, der eine Messung direkt in der Sekundärzone ausschließt.

Durch diese räumlich von der Verbrennungsreaktion in der Sekundärzone getrennte Messung kommt es zu einer signifikanten Totzeit  $T_{\text{t},\text{O}_2}$ , da das Rauchgas nach Durchmischung mit der Sekundärluft in der Sekundärzone erst den Wärmeübertrager durchströmen muss. Je nach Rauchgasgeschwindigkeit kann die Totzeit dabei zwischen 2 s und 7 s variieren. Zusätzlich besitzt der eingesetzte Sauerstoffsensor selbst eine Sensordynamik und erlaubt so auch nach der Totzeit keine verzögerungsfreie Messung. In Abbildung 3.7 ist der Verlauf des Sauerstoffgehalts bei plötzlicher Erhöhung der Sekundärluft dargestellt. Man erkennt deutlich die auftretende Verzögerung sowie den Einfluss der Sensordynamik.

Da die beschriebenen Effekte, insbesondere die Totzeit, bei der eingesetzten Abtastzeit von einer Sekunde einen signifikanten Einfluss auf den Messwert haben, dürfen sie im Kalmanfilter nicht unberücksichtigt bleiben. Die Modellierung geschieht dabei, ähnlich wie bei den Formfiltern, in Form eines zusätzlichen Teilsystems, welches dem bisherigen mathematischen Modell der Strecke, wie in Abbildung 3.8 dargestellt, nachgeschaltet wird. Zur Unterscheidung der Größen wird dazu der reale, unverzögerte und in Abschnitt 2.2.2 modellierte Sauerstoffgehalt im Folgenden mit  $x_{\text{O}_2,\text{RG},\text{Sys}}$ , der um die Totzeit verzögerte mit  $x_{\text{O}_2,\text{RG},\text{Tt}}$  und der Messwert des Sensors mit  $x_{\text{O}_2,\text{RG},\text{Sens}}$  bezeichnet.

#### Ermittlung der Totzeit

Um die auftretende Totzeit zu berücksichtigen, war zunächst deren Ermittlung notwendig. Dazu wurde durch Sprungversuche mit dem Sekundärluftmassenstrom  $\dot{m}_{\text{SL}}$  und anschließende Untersuchung des Verlaufs von  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$  die Totzeit in unterschiedlichen Betriebszuständen der Anlage bestimmt. Abbildung 3.9 zeigt die so ermittelten Totzeiten in Abhängigkeit vom Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$ . Der Zusammenhang zwischen Rauchgasmassenstrom und Totzeit kann näherungsweise durch den Ansatz

$$T_{\text{t},\text{O}_2} = T_{\text{t},\text{O}_2,0} + \frac{c_{\text{t},\text{O}_2}}{\dot{m}_{\text{RG}}} \quad (3.59)$$

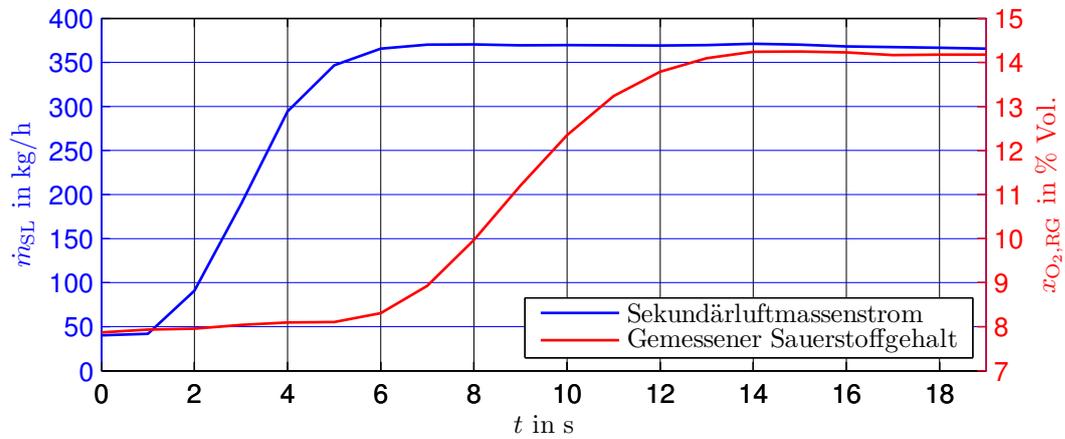


Abbildung 3.7.: Gemessener Sauerstoffgehalt des Rauchgases bei sprunghafter Erhöhung der Sekundärluft bei mittlerer Last

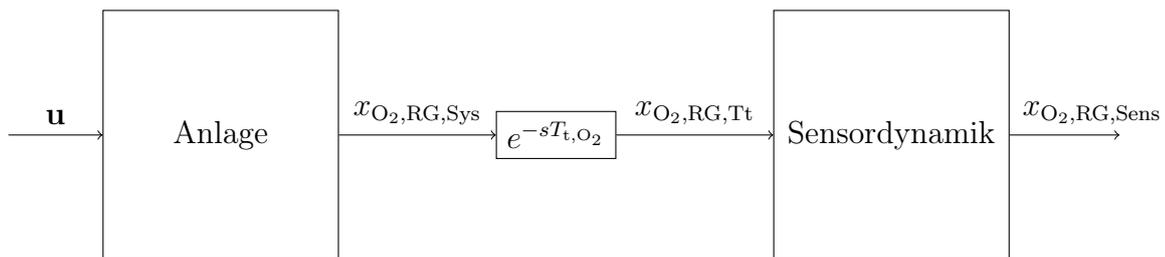


Abbildung 3.8.: Erweiterung des nichtlinearen Modells der Anlage um ein Sensormodell für  $x_{O_2, RG}$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

mit den Konstanten  $T_{t,O_2,0}$  und  $c_{t,O_2}$  beschrieben werden.

Die Verwendung des Rauchgasmassenstroms mag an dieser Stelle dabei zunächst unplausibel erscheinen, da aufgrund der Abhängigkeit der Totzeit von der Rauchgasgeschwindigkeit eher eine Abhängigkeit vom Rauchgasvolumenstrom  $\dot{V}_{RG}$  zu erwarten wäre. Es wurde jedoch auch damit gegenüber einer Verwendung von  $\dot{m}_{RG}$  keine bessere Näherung erzielt, da sich bei  $\dot{V}_{RG}$  die zusätzliche Problematik der mit der Abkühlung des Rauchgases im Wärmeübertrager verbundenen Dichteänderung, sowie der unterschiedlichen im Wärmeübertrager auftretenden Querschnittsflächen ergibt. Außerdem stand für den Rauchgasmassenstrom über eine Messung des Druckabfalls über den Wärmeübertrager [5] bereits ein Messwert zur Verfügung, weshalb dieser letztlich auch aus praktischen Gründen zur Ermittlung der Totzeit herangezogen wurde.

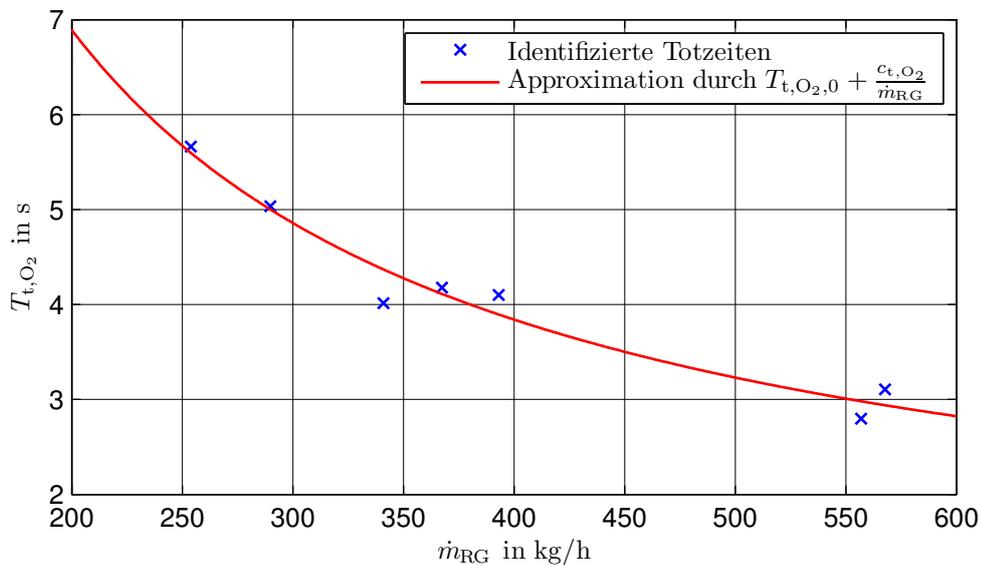


Abbildung 3.9.: Bei der Messung von  $x_{O_2,RG}$  auftretende Totzeit  $T_{t,O_2}$  in Abhängigkeit vom Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{RG}$

#### Modellierung der Totzeit

Eine konstante Totzeit  $T_t$ , welche ein Vielfaches der Abtastzeit  $T_d$  ist, lässt sich leicht als Hintereinanderschaltung von  $\frac{T_t}{T_d}$  zeitdiskreten Verzögerungselementen modellieren. Im vorliegenden Fall kann jedoch eine beliebige, variable Totzeit auftreten. Um diesen Umstand zu berücksichtigen wird zunächst eine Hintereinanderschaltung der maximal benötigten Anzahl

$$N_{t,O_2,\max} = \left\lceil \frac{T_{t,O_2,\max}}{T_d} \right\rceil \quad (3.60)$$

an Verzögerungselementen durchgeführt, welche sich aus der größten, bei der Messung des Sauerstoffgehalts jemals auftretenden Totzeit  $T_{t,O_2,max}$  ergibt. Anschließend kann der um die nicht notwendigerweise ganzzahlige Totzeit  $T_{t,O_2}$  aus (3.59) verzögerte Sauerstoffgehalt  $x_{O_2,RG,Tt,k}$  durch lineare Interpolation der verzögerten Werte von  $x_{O_2,RG,Sys,k}$  berechnet werden. Diese ist mit der Abkürzung

$$l := \left\lceil \frac{T_{t,O_2}}{T_d} \right\rceil \quad (3.61)$$

durch

$$\begin{aligned} x_{O_2,RG,Tt,k} = & \left( l - \frac{T_{t,O_2}}{T_d} \right) x_{O_2,RG,Sys,k-l+1} \\ & + \left( \frac{T_{t,O_2}}{T_d} - l + 1 \right) x_{O_2,RG,Sys,k-l} \end{aligned} \quad (3.62)$$

gegeben.

Fasst man die Zustände der Verzögerungselemente zum hier mit  $\mathbf{x}_M$  bezeichneten Zustandsvektor

$$\mathbf{x}_{M,k} = \begin{bmatrix} x_{O_2,RG,Sys,k-1} \\ \vdots \\ x_{O_2,RG,Sys,k-N_{t,O_2,max}} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

zusammen, und führt man außerdem den totzeitabhängigen Ausgangsvektor  $\mathbf{c}^T(T_{t,O_2})$  ein, für dessen Elemente

$$\mathbf{c}^T(T_{t,O_2}) \cdot \mathbf{e}_i := \begin{cases} l - \frac{T_{t,O_2}}{T_d} & i = l - 1 \\ \frac{T_{t,O_2}}{T_d} - l + 1 & i = l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.64)$$

gilt, so kann (3.62) kompakt in der Form

$$x_{O_2,RG,Tt,k} = \mathbf{c}^T(T_{t,O_2}) \cdot \mathbf{x}_{M,k} \quad (3.65)$$

angeschrieben werden.

### Approximation der Sensordynamik

Für das Verhalten des eingesetzten Sauerstoffsensors existierte kein mathematisches Modell. Aus diesem Grund wurde zur Modellierung der Dynamik des Sensors eine

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Approximation durch ein zeitdiskretes PT1-Glied

$$x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k+1} = \varphi_{O_2} x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k} + (1 - \varphi_{O_2}) x_{O_2, \text{RG}, \text{Tt}, k} + w_k \quad (3.66)$$

gewählt, welches das Verhalten auch einigermaßen gut wiedergibt. Der dazu notwendige Parameter  $\varphi_{O_2}$  wurde durch numerische Optimierungsverfahren an vorhandene Messdaten angepasst und kann etwa durch die Impulsinvarianztransformation [15] eines zeitkontinuierlichen Systems über

$$\varphi_{O_2} = e^{-\frac{T_d}{\tau_{O_2}}} \quad (3.67)$$

auch zu einer Zeitkonstante  $\tau_{O_2}$  in Beziehung gesetzt werden.

Das im Sensormodell ebenfalls vorgesehene Zustandsrauschen  $w_k$  mit der vorgebaren Varianz  $\sigma_{O_2, \text{Sens}}^2$  erlaubt dabei die Berücksichtigung der Abweichungen, welche aufgrund der nur näherungsweise Gültigkeit des Modells auftreten. Fasst man diese Modellungenauigkeiten als zufälliges Rauschen  $\Delta\varphi_{O_2}$  von  $\varphi_{O_2}$  mit der Varianz  $\sigma_{\varphi_{O_2}}^2$  auf, so kann aus einer Linearisierung von (3.66) mittels einer Fehlerfortpflanzung [13], wie sie vom Prinzip her auch bei der Herleitung des Erweiterten Kalmanfilters in (2.60) zur Anwendung kommt, das dadurch verursachte Zustandsrauschen

$$w_k = \Delta x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k+1} = \frac{\partial x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k+1}}{\partial \varphi_{O_2}} \Delta \varphi_{O_2} \quad (3.68)$$

und damit auch dessen Varianz

$$\begin{aligned} \sigma_{O_2, \text{Sens}}^2 &= \left| \frac{\partial x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k+1}}{\partial \varphi_{O_2}} \right|^2 \cdot \sigma_{\varphi_{O_2}}^2 \\ &= (x_{O_2, \text{RG}, \text{Sens}, k} - x_{O_2, \text{RG}, \text{Tt}, k})^2 \cdot \sigma_{\varphi_{O_2}}^2 \end{aligned} \quad (3.69)$$

näherungsweise ermittelt werden. Die Varianz  $\sigma_{\varphi_{O_2}}^2$  kann dabei beispielsweise im Rahmen der Anpassung von  $\varphi_{O_2}$  an die Messdaten, in Form einer Schwankungsbreite des Parameters  $\varphi_{O_2}$  über verschiedene Betriebszustände und Messbereiche gewonnen werden. Da der Sauerstoffgehalt, wie zu Beginn des Abschnitts erwähnt, die wichtigste verfügbare Messgröße darstellt, wurde die Beziehung (3.69) zur Berechnung von  $\sigma_{O_2, \text{Sens}}^2$  in jedem Zeitschritt eingesetzt.

#### Offsetfehler des Sauerstoffsensors

Neben den besprochenen dynamischen Effekten ist es auch möglich, dass der Messwert einen Offset  $\Delta x_{O_2, \text{RG}}$  gegenüber dem tatsächlichen Sauerstoffgehalt aufweist. Dieser stellt, sofern er nicht durch einen Offsetabgleich vermieden wird, eine weitgehend konstante Störgröße dar, deren Behandlung im Abschnitt 3.5 besprochen wurde.

### 3.6.2. Vorlauftemperatur

Die Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  stellt als Zustandsvariable des Wärmeübertragermodells die einzige messbare Zustandsgröße dar. Um ihre Qualität als Ausgangsgröße zur Rekonstruktion der übrigen Zustandsvariablen besser beurteilen zu können, wurde zunächst das Wärmeübertragermodell genauer untersucht.

#### Untersuchung des Wärmeübertragermodells

Dazu wurden die im Rahmen der Modellbildung [4] ermittelten modellierten und realen Verläufe der Vorlauftemperatur betrachtet. Prinzipiell zeigt sich zwar eine gute Übereinstimmung des Verhaltens, bei genauerer Betrachtung in Abbildung 3.10 sieht man jedoch eine gewisse Abweichung zwischen den beiden Verläufen. Insbesondere zeigte sich eine leicht verzögerte Reaktion der gemessenen Vorlauftemperatur gegenüber dem Modell, die als eine Totzeit  $T_{t,VL}$  von etwa 10 s erscheint.

Bei der Untersuchung der Sauerstoffgehaltsmessung in Abschnitt 3.6.1 wurde eine ähnliche Totzeit durch eine Kette von Verzögerungselementen modelliert. Allerdings weist die Vorlauftemperatur eine wesentlich niedrigere Signaldynamik und ohnehin zusätzlich zu berücksichtigende, in Abbildung 3.10 erkennbare Modellabweichungen auf. Aus diesem Grund ist eine Modellierung der Totzeit bei dieser Messgröße nicht unbedingt notwendig und es wurde daher, auch angesichts der damit verbundenen weiteren Erhöhung der Komplexität des Kalmanfilters, auf eine solche Maßnahme verzichtet.

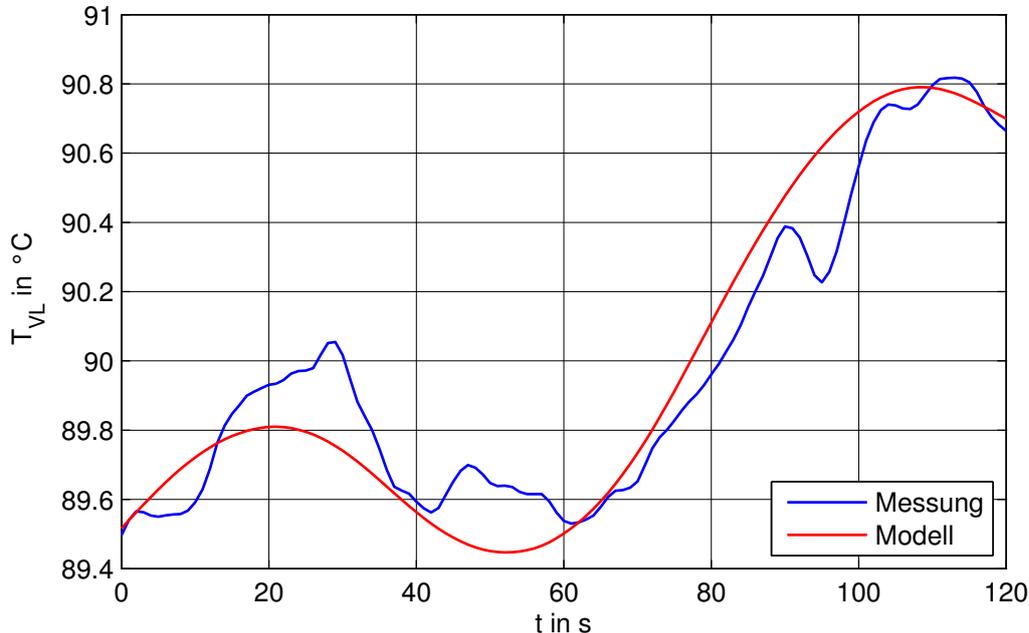


Abbildung 3.10.: Vergleich von modellierter und gemessener Vorlauftemperatur

### Berücksichtigung der Modellabweichungen

Eine Berücksichtigung dieser Modellabweichung erfordert ein zusätzliches Zustandsrauschen bei der Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$ . Deren Verhalten wird, nach der Vorwärts-Euler Diskretisierung (2.58) des Modells (2.23), durch eine Differenzgleichung der Form

$$T_{\text{VL},k+1} = \left(1 - \frac{\dot{m}_{\text{W},k}}{c_{\tau,\text{WT}}}\right) T_{\text{VL},k} + q_k \quad (3.70)$$

beschrieben, wobei die Einflüsse von Rücklauftemperatur  $T_{\text{RL}}$  und übertragenem Wärmestrom  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  hier der Einfachheit halber zur kombinierten Eingangs- und Störgröße  $q_k$  zusammengefasst wurden. Das im Kalmanfilter zu berücksichtigende additive Zustandsrauschen  $w_{T_{\text{VL}},k}$  kann damit als Differenz zwischen den im Modell und in der Realität auftretenden Werten von  $q_k$

$$w_{T_{\text{VL}},k} = q_{\text{Modell},k} - q_{\text{Real},k} \quad (3.71)$$

aufgefasst werden. Mit (3.70) lässt sich diese Beziehung, mit der Abkürzung

$$\varphi_k := 1 - \frac{\dot{m}_{\text{W},k}}{c_{\tau,\text{WT}}} \quad (3.72)$$

zu

$$w_{T_{\text{VL}},k} = (T_{\text{VL,Modell},k+1} - \varphi_k \cdot T_{\text{VL,Modell},k}) - (T_{\text{VL,Real},k+1} - \varphi_k \cdot T_{\text{VL,Real},k}) \quad (3.73)$$

umformen. Auf diese Weise kann das auftretende Zustandsrauschen aus bei der Modellbildung ermittelten Verläufen von  $T_{\text{VL,Modell},k}$  und den zugehörigen Messergebnissen  $T_{\text{VL,Real},k}$  näherungsweise rekonstruiert werden.

In Abbildung 3.11 ist das geschätzte Leistungsdichtespektrum dieses rekonstruierten Zustandsrauschens dargestellt. Dabei handelt es sich jedoch nur um einen möglichen Verlauf, da die Verläufe der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  natürlich einen maßgeblichen Einfluss auf diesen systematischen Fehler und seine spektralen Eigenschaften haben. Aus diesem Grund wurde hier auch auf die Modellierung durch einen zusätzlichen Formfilter verzichtet und die Modellabweichung stattdessen durch ein zusätzliches weißes Zustandsrauschen mit der vorgebbaren Varianz  $\sigma_{\text{ZR,VL}}^2$  nur näherungsweise berücksichtigt.

Dabei hat es sich jedoch gezeigt, dass die Vorgabe einer Leistungsdichte von  $-15 \text{ dB/Hz}$ , wie sie zur Überdeckung des gesamten, in Abbildung 3.11 dargestellten Spektrums notwendig wäre, zu Problemen führt. Dadurch würde die Vorlauftemperatur nämlich kaum mehr zur Korrektur der übrigen Zustandsgrößen herangezogen werden. Letztlich hat sich daher in Simulationsstudien die in Abbildung 3.11 eingezeichnete Leistungsdichte als guter Kompromiss erwiesen. Durch dieses weiße Rauschen werden zumindest hochfrequente Anteile vom Kalmanfilter als Störeinfluss bewertet, während bei niedrigen Frequenzen eine – ohne genauere Modellierung ohnehin nicht vermeidbare – Beein-

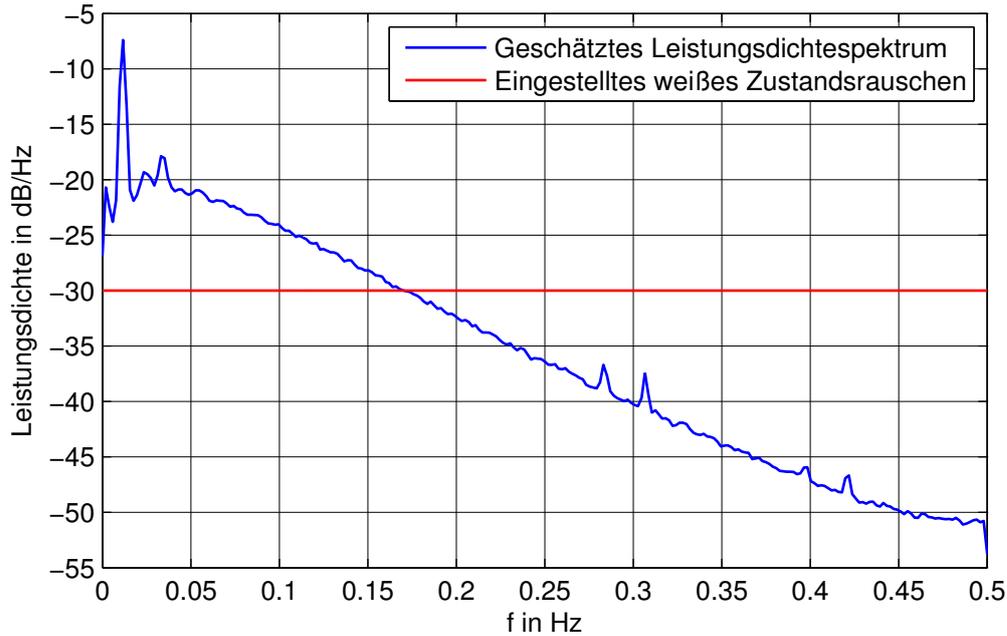


Abbildung 3.11.: Leistungsdichtespektrum des näherungsweise ermittelten Zustandsrauschens bei  $T_{VL}$

trächtigkeit der Schätzergebnisse durch die Modellabweichungen in Kauf genommen wird.

### 3.6.3. Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone

Die mit einem Thermoelement gemessene Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone  $T_{Sek}$  steht als Regelgröße dem Kalmanfilter ebenfalls als mögliche Ausgangsgröße zur Verfügung. Die diesem Messwert zugrunde liegende physikalische Größe stellt die Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt  $T_{RG,ein}$  dar. Die tatsächliche Messung dieser Rauchgastemperatur ist jedoch, wie in [3] beschrieben, aufgrund der bei so hohen Temperaturen maßgeblichen Strahlungseffekte problematisch.

#### Existierendes Sensormodell

Um diese Temperatur dennoch zu Zwecken der Modellbildung ermitteln zu können, wurde in [3] das folgende komplexe nichtlineare Modell gebildet, welches den Zusammenhang von Rauchgastemperatur  $T_{RG,ein}$  und Sensortemperatur  $T_{Sek}$  durch vier nicht-

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

lineare Differentialgleichungen beschreibt:

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{T}_{\text{Sch}}}{dt} &= \tilde{c}_1(T_{\text{RG,ein}} - \tilde{T}_{\text{Sch}}) + \tilde{c}_2(T_{\text{RG,ein}}^4 - \tilde{T}_{\text{Sch}}^4) + \tilde{c}_3(T_{\text{M}} - \tilde{T}_{\text{Sch}}) \\
\frac{dT_{\text{M}}}{dt} &= \tilde{c}_4(\tilde{T}_{\text{Sch}} - T_{\text{M}}) + \tilde{c}_5(\tilde{T}_{\text{Umgebung}} - T_{\text{M}}) \\
\frac{dT_{\text{SR}}}{dt} &= \tilde{c}_6(T_{\text{RG,ein}} - T_{\text{SR}}) + \tilde{c}_7\left([1 - \varepsilon_{\text{RG}}]\tilde{T}_{\text{Sch}}^4 + \varepsilon_{\text{RG}}T_{\text{RG,ein}}^4 - T_{\text{SR}}^4\right) \\
&\quad + \tilde{c}_8(T_{\text{Sek}} - T_{\text{SR}}) + \tilde{c}_9(T_{\text{Sek}}^4 - T_{\text{SR}}^4) \\
\frac{dT_{\text{Sek}}}{dt} &= \tilde{c}_{10}(T_{\text{SR}} - T_{\text{Sek}}) + \tilde{c}_{11}(T_{\text{SR}}^4 - T_{\text{Sek}}^4)
\end{aligned} \tag{3.74}$$

Dabei stellt  $\tilde{T}_{\text{Sch}}$  eine aus Sicht des Sensors wirksame Schamottoberflächentemperatur<sup>6</sup> dar, welche für den Strahlungsaustausch maßgeblich ist. Die Bedeutung der Modellkonstanten  $\tilde{c}_1$  bis  $\tilde{c}_{11}$  sowie von  $\varepsilon_{\text{RG}}$  ist in [2] zu finden.

Ein Problem dabei ist allerdings, dass ein Teil der auftretenden Modellkonstanten sowohl von der Position des Sensors abhängt, als auch einer starken Drift unterworfen ist. Dies würde eine laufende Ermittlung dieser Parameter in regelmäßigen Abständen notwendig machen, was in der Praxis bei dauerhaftem Betrieb der Anlage nicht praktikabel ist. Aus diesem Grund ist eine Verwendung des Modells (3.74) als Sensormodell im Kalmanfilter nicht sinnvoll. Tatsächlich ist die Verwendung eines derart genauen Modells im Kalmanfilter auch gar nicht unbedingt notwendig, sofern die durch eine vereinfachte Modellierung auftretenden Abweichungen geeignet in Form von Rauschen modelliert werden.

#### Vereinfachte Modellierung

Durch den Strahlungseinfluss kommt es im Wesentlichen zu einer Verfälschung des Messwerts, sodass er auch im stationären Zustand einen Offset von der tatsächlichen Rauchgastemperatur aufweist. Dieser Umstand lässt sich in Form eines fiktiven Sensoroffsets  $\Delta T_{\text{Sek}}$  als weitgehend konstante Störgröße, wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, berücksichtigen. Approximiert man das dynamische Verhalten des Sensors durch ein PT1-Glied wie dies auch beim ursprünglichen Reglerentwurf [10] zur Modellierung der Sensordynamik geschehen ist, so ist das gesamte Sensormodell durch

$$T_{\text{Sek},k+1} = \varphi_{\text{Sek}}T_{\text{Sek},k} + (1 - \varphi_{\text{Sek}})\tilde{T}_{\text{RG,ein},k} + w_k \tag{3.75}$$

mit der um den Offset verfälschten Rauchgaseintrittstemperatur

$$\tilde{T}_{\text{RG,ein}} = T_{\text{RG,ein}} + \Delta T_{\text{Sek}}, \tag{3.76}$$

---

<sup>6</sup>Die Temperatur  $\tilde{T}_{\text{Sch}}$  steht dabei in keiner Beziehung zur als Zustandsgröße des mathematischen Modells auftretenden, mittleren Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$ .

dem Parameter  $\varphi_{\text{Sek}}$  und dem Zustandsrauschen  $w_k$  gegeben.

Die durch diese doch sehr starke Vereinfachung bedingte Abweichung des Modells von den tatsächlichen Verhältnissen muss natürlich durch die Varianz  $\sigma_{\text{Sek,Sens}}^2$  des Zustandsrauschens  $w_k$  berücksichtigt werden. Ermittelt man dazu aus Messdaten für typische Betriebszustände zusätzlich zum Parameter  $\varphi_{\text{Sek}}$  auch die Varianzen typischer Schwankungen von  $\varphi_{\text{Sek}}$  und  $\tilde{T}_{\text{RG,ein}}$ , so kann man, in Anlehnung an die Vorgehensweise beim Sauerstoffsensormodell (3.69), als einen sinnvollen Parameterwert für die Varianz des Zustandsrauschens  $w_k$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Sek,Sens}}^2 &= E \left\{ \left( T_{\text{Sek}} - \tilde{T}_{\text{RG,ein}} \right)^2 \right\} \cdot \sigma_{\varphi_{\text{Sek}}}^2 \\ &= \sigma_{\tilde{T}_{\text{RG,ein}}}^2 \sigma_{\varphi_{\text{Sek}}}^2\end{aligned}\quad (3.77)$$

wählen. Die mit dieser Beziehung ermittelte Varianz sollte jedoch vorwiegend als Richtwert verstanden werden, von welchem ausgehend eine allfällige weitere Parameteranpassung erfolgen kann. Einige Richtlinien dazu werden in Abschnitt 6.1.2 diskutiert.

### 3.6.4. Rauchgastemperatur am Wärmeübertrageraustritt

Eine weitere, bei allen Anlagen verfügbare Messgröße stellt die Temperatur des aus dem Wärmeübertrager austretenden Rauchgases  $T_{\text{RG,aus}}$  dar. Dafür existiert allerdings im mathematischen Modell noch keine entsprechende Ausgangsgröße. Um den Messwert hinsichtlich einer Verwendung im Kalmanfilter zu untersuchen, wurde daher zunächst das Modell entsprechend erweitert.

Dazu geht man von Rauchgastemperatur und -massenstrom am Wärmeübertrager-eintritt,  $T_{\text{RG,ein}}$  und  $\dot{m}_{\text{RG}}$ , aus und berechnet damit zunächst den in den Wärmeübertrager eintretenden Enthalpiestrom

$$\dot{H}_{\text{RG,ein}} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{k}_{\text{heiss}} T_{\text{RG,ein}} + \mathbf{d}_{\text{heiss}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}} \dot{m}_{\text{RG}}. \quad (3.78)$$

Damit folgt dann aus der Energiebilanz mit dem an das Wasser abgegebenen Wärmestrom  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  aus (2.22) eine Beziehung für den Enthalpiestrom am Wärmeübertrageraustritt

$$\begin{aligned}\dot{H}_{\text{RG,aus}} &= \dot{H}_{\text{RG,ein}} - \dot{Q}_{\text{WT}} \\ &= \left[ \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{k}_{\text{heiss}} T_{\text{RG,ein}} + \mathbf{d}_{\text{heiss}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}} - c_{\text{WT}} (T_{\text{RG,ein}} - T_{\text{W}}) \right] \dot{m}_{\text{RG}}\end{aligned}\quad (3.79)$$

woraus sich durch erneute Umrechnung und Verwendung der Beziehung

$$\dot{H}_{\text{RG,aus}} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{k}_{\text{kalt}} T_{\text{RG,aus}} + \mathbf{d}_{\text{kalt}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}} \dot{m}_{\text{RG}}. \quad (3.80)$$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

schließlich für die Rauchgasaustrittstemperatur

$$T_{\text{RG,aus}} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{kalt}}} T_{\text{RG,ein}} + \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{heiss}} - \mathbf{d}_{\text{kalt}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{kalt}}} - \frac{c_{\text{WT}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{kalt}}} T_{\text{RG,ein}} + \frac{c_{\text{WT}} T_{\text{W}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{kalt}}} \quad (3.81)$$

ergibt.

Auch der zur Messung dieser Temperatur eingesetzte Sensor weist eine Dynamik auf, welche sich durch ein PT1-Glied modellieren lässt. Allerdings hat sich beim Versuch, diese Messgröße als Ausgangsgröße im Kalmanfilter zu verwenden, gezeigt, dass es durch die in Abschnitt 3.6.2 beschriebenen Probleme mit dem Modell des Wärmeübertragers, sowie durch die bei der Enthalpieberechnung verwendeten Geradennäherungen zu einer problematischen Inkonsistenz der vom Modell prädizierten Vorlauf- und Rauchgasaustrittstemperaturen kommt. Da die Rauchgasaustrittstemperatur im Gegensatz zur Vorlaufstemperatur keine Regelgröße darstellt, wurde die Rauchgasaustrittstemperatur letztlich nicht als Ausgangsgröße im Kalmanfilter verwendet.

#### 3.6.5. Rauchgasmassenstrom

Weiters kann an der betrachteten Anlage der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  aus einem Druckabfall über den Wärmeübertrager berechnet werden [5], sodass dieser ebenfalls als mögliche Ausgangsgröße für den Kalmanfilter zur Verfügung steht. Die Vorteile der Verwendung dieses Messwerts liegen auf der Hand. Es existiert dafür mit der Massenbilanz

$$\dot{m}_{\text{RG}} = \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} + \dot{m}_{\text{Rez}} + \dot{m}_{\text{FL}} + \dot{m}_{\text{Abb}} + \dot{m}_{\text{Verd}} \quad (3.82)$$

nämlich bereits ein sehr einfaches mathematisches Modell. Dieses enthält die unbekannt, vom Kalmanfilter typischerweise zu rekonstruierenden Verläufe von Falschluff  $\dot{m}_{\text{FL}}$  und Abbau  $\dot{m}_{\text{Abb}}$ , über welche der Messwert damit prinzipiell zusätzliche Informationen liefern würde.

Dabei ist jedoch zu beachten, dass die bekannten zugeführten Massenströme  $\dot{m}_{\text{PL}}$ ,  $\dot{m}_{\text{SL}}$  und  $\dot{m}_{\text{Rez}}$ , wie in Abbildung 3.12 zu sehen, den Großteil des Rauchgasmassenstroms ausmachen. Damit wird deren Differenz, der unbekannte Abbau  $\dot{m}_{\text{Abb}}$  sowie die Falschluff  $\dot{m}_{\text{FL}}$  weitgehend vom Messrauschen überdeckt, weshalb durch Verwendung dieser Ausgangsgröße auch keine Verbesserung bei der Rekonstruktion dieser Größen erzielt werden konnte. Tatsächlich führt die Verwendung sogar zu weiteren Problemen, da die in Abbildung 3.12 ebenfalls erkennbare, teilweise auftretende negative Differenz von Gesamtmassenstrom und zugeführten Massenströmen

$$\dot{m}_{\text{RG}} - (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} + \dot{m}_{\text{Rez}}) = \dot{m}_{\text{FL}} + \dot{m}_{\text{Abb}} \quad (3.83)$$

aufgrund der Tatsache, dass der Abbau  $\dot{m}_{\text{Abb}}$  immer positiv ist, einen unplausiblen

negativen Falschlufthmassenstrom  $\dot{m}_{FL}$  erfordern würde. Aus diesem Grund, und da die Verfügbarkeit des Messwerts bei anderen Anlagen auch nicht immer gegeben ist, wurde dieser letztlich nicht als Ausgangsgröße im Kalmanfilter verwendet.

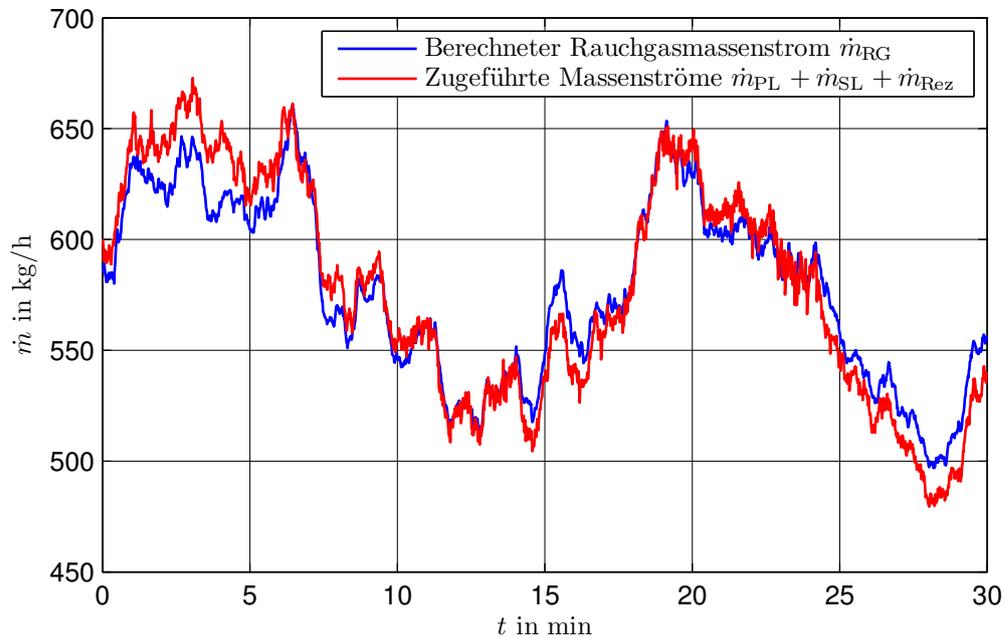


Abbildung 3.12.: Gegenüberstellung des aus dem Druckabfall über den Wärmeübertrager berechneten Rauchgasmassenstrom und den zugeführten Luft- und Rezirkulationsmassenströmen

## 3.7. Gesamtstruktur und Implementierung

Ausgehend von den bisherigen Überlegungen wird in Folge der letztlich implementierte, verbesserte Kalmanfilter beschrieben. Dazu wird zunächst die Auswahl der berücksichtigten Ausgangs- und Störgrößen sowie der Methode zur Modellierung des Abbau-faktors  $\alpha_{Abb}$  diskutiert. Anschließend wird auf die notwendigen Modifikationen des nichtlinearen mathematischen Modells eingegangen. Schließlich wird die Struktur des Kalmanfilters, erweitert um Sensormodelle und Formfilter, beschrieben.

### 3.7.1. Auswahl der Ausgangs- und Störgrößen

Wie bereits bei der Untersuchung der einzelnen Ausgangsgrößen in Abschnitt 3.6 erwähnt, wurden die gemessene Rauchgasaustrittstemperatur sowie der gemessene Rauchgasmassenstrom aus den dort genannten Gründen nicht im Kalmanfilter verwendet.

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Damit ergeben sich drei Ausgangsgrößen für das Modell des Kalmanfilters, nämlich der Sauerstoffgehalt des Rauchgases  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$ , die Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone  $T_{\text{Sek}}$  sowie die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$ :

$$\mathbf{y} = [x_{\text{O}_2, \text{RG}} \quad T_{\text{Sek}} \quad T_{\text{VL}}]^T. \quad (3.84)$$

Die Festlegung auf drei Ausgangsgrößen beschränkt, wie in Abschnitt 3.5.2 beschrieben, auch die maximale Anzahl der durch Formfilter modellierbaren, weitgehend konstanten Störgrößen auf drei und es ist somit auch für diese eine Auswahl zu treffen. Dabei ist, aufgrund der in Abschnitt 3.6.3 besprochenen Verfälschung des Messwertes  $T_{\text{Sek}}$  durch Strahlungseffekte, jedenfalls der zur Modellierung dieser Effekte eingeführte fiktive Sensoroffset  $\Delta T_{\text{Sek}}$  zu wählen. Für die übrigen beiden Störgrößen wurden die bereits beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter verwendeten Größen Brennstoffzufuhrfaktor  $k_{\text{BZ}}$  und Falschluf  $\dot{m}_{\text{FL}}$  beibehalten.

Ein ebenfalls untersuchter, möglicher Ersatz von  $k_{\text{BZ}}$  durch den Offset  $\Delta u_{\text{H}_2\text{O}}$  des auf die Trockensubstanz bezogenen Wassergehalts des Brennstoffs  $u_{\text{H}_2\text{O}}$  hat sich als nicht zielführend erwiesen, da dabei eine höhere Schüttdichte und die damit verbundene höhere Energiedichte zu einem problematischen negativen Wassergehalt führen würde. Umgekehrt führt dagegen ein unberücksichtigter Offset beim Wassergehalt nur zu einer geringen Verfälschung von  $k_{\text{BZ}}$  und  $\dot{m}_{\text{FL}}$ . Der ebenfalls beschriebene Verschmutzungsfaktor des Wärmeübertragers  $k_{\text{WT}}$  wurde ursprünglich im Zusammenhang mit einer Verwendung der Rauchgasaustrittstemperatur in Erwägung gezogen und wird daher hier ebenfalls nicht verwendet. Abgesehen davon erfolgt in der Praxis im Interesse einer hohen Effizienz üblicherweise ohnehin eine regelmäßige Reinigung des Wärmeübertragers, sodass  $k_{\text{WT}}$  auch einen wesentlich geringeren Einfluss als  $\dot{m}_{\text{FL}}$  und  $k_{\text{BZ}}$  haben wird.

Gemeinsam mit dem in Abschnitt 3.4 diskutierten Abbaufaktor<sup>7</sup>  $\alpha_{\text{Abb}}$  sind die Ausgangsgrößen der Formfilter damit durch

$$\mathbf{y}_{\text{FF}} = [\dot{m}_{\text{FL}} \quad k_{\text{BZ}} \quad \Delta T_{\text{Sek}} \quad \alpha_{\text{Abb}}]^T \quad (3.85)$$

gegeben.

#### 3.7.2. Auswahl einer Methode zur Modellierung des Abbaufaktors

Um aus den beiden in Abschnitt 3.4 beschriebenen Methoden zur Modellierung des Abbaufaktors eine zum Einsatz an der realen Anlage geeignete auszuwählen, wurden die beiden Methoden zunächst in einer Simulation miteinander verglichen. Abbildung 3.13 zeigt die Schätzergebnisse des Kalmanfilters aus einer solchen Simulation bei Verwen-

---

<sup>7</sup>Da der Abbaufaktor keine weitgehend konstante Störgröße darstellt ist er nicht von der in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen Beschränkung betroffen.

dung realer Messdaten der Anlage in einem typischen, stationären Betriebszustand. Man erkennt, dass in beiden Fällen eine Rekonstruktion des Abbaufaktors stattfindet.

Vergleicht man allerdings die ebenfalls in Abbildung 3.13 dargestellten Verläufe des Brennstoffzufuhrfaktors, so erkennt man, dass dieser bei Verwendung der zweiten Methode – der in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Modellierung der funktionalen Rostpositionsabhängigkeit von  $\alpha_{\text{Abb}}$  – deutlich stärkeren Schwankungen unterliegt, welche bei der ersten Methode – der in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Modellierung von  $\alpha_{\text{Abb}}$  durch ein Bandpassfilter – nicht auftreten. Weiters erkennt man bei der zweiten Methode im Prädiktionsfehler des Sauerstoffgehalts hohe, beim Wechsel der Rostposition auftretende Spitzen, während dieser bei der ersten Methode einen gleichmäßigeren Verlauf zeigt. Aus diesen Gründen wurde letztlich die erste Methode, die Verwendung eines Bandpassfilters zur Modellierung des schwankenden Abbaufaktors, gewählt.

### 3.7.3. Modifikation des nichtlinearen Anlagenmodells

Aus den Überlegungen der Abschnitte 3.3, 3.4 und 3.6 ergibt sich, dass das in Abschnitt 2.2 beschriebene, zusammengefasste nichtlineare Modell der Anlage (2.30) zunächst etwas modifiziert werden muss. Insbesondere dürfen die gemessenen Störgrößen  $\mathbf{d}$  aufgrund der in Abschnitt 3.3.2 durchgeführten Betrachtungen nicht mehr als Teil der Modellkonstanten betrachtet werden, sondern müssen explizit als Argument der Funktion

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_S}{dt} &= \mathbf{f}_S(\mathbf{x}_S, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{\text{FF}}) \\ \mathbf{y}_S &= \mathbf{g}_S(\mathbf{x}_S, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{\text{FF}}) \end{aligned} \quad (3.86)$$

auftreten. Der Index S (**S**ystem) wird dabei zur Unterscheidung von den im Folgenden ebenfalls betrachteten Sensormodellen mit Index M (**M**essung) und Formfiltern mit Index FF (**F**ormfilter) eingeführt.

Da der Abbaufaktor  $\alpha_{\text{Abb}}$  Teil von  $\mathbf{y}_{\text{FF}}$  ist, wurden auch die Eingangsgrößen

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{t,\text{BB}}} \\ (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}}) \\ \dot{m}_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

gegenüber (2.27) modifiziert, während die Zustandsgrößen und Störgrößen  $\mathbf{d}$  aus (2.26) und (2.28) beibehalten wurden. Das so modifizierte Modell ist in Anhang B zu finden.

Zum Einsatz des Erweiterten Kalmanfilters, wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, musste dieses System nun zunächst diskretisiert werden. Weiters konnte dabei auch die

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

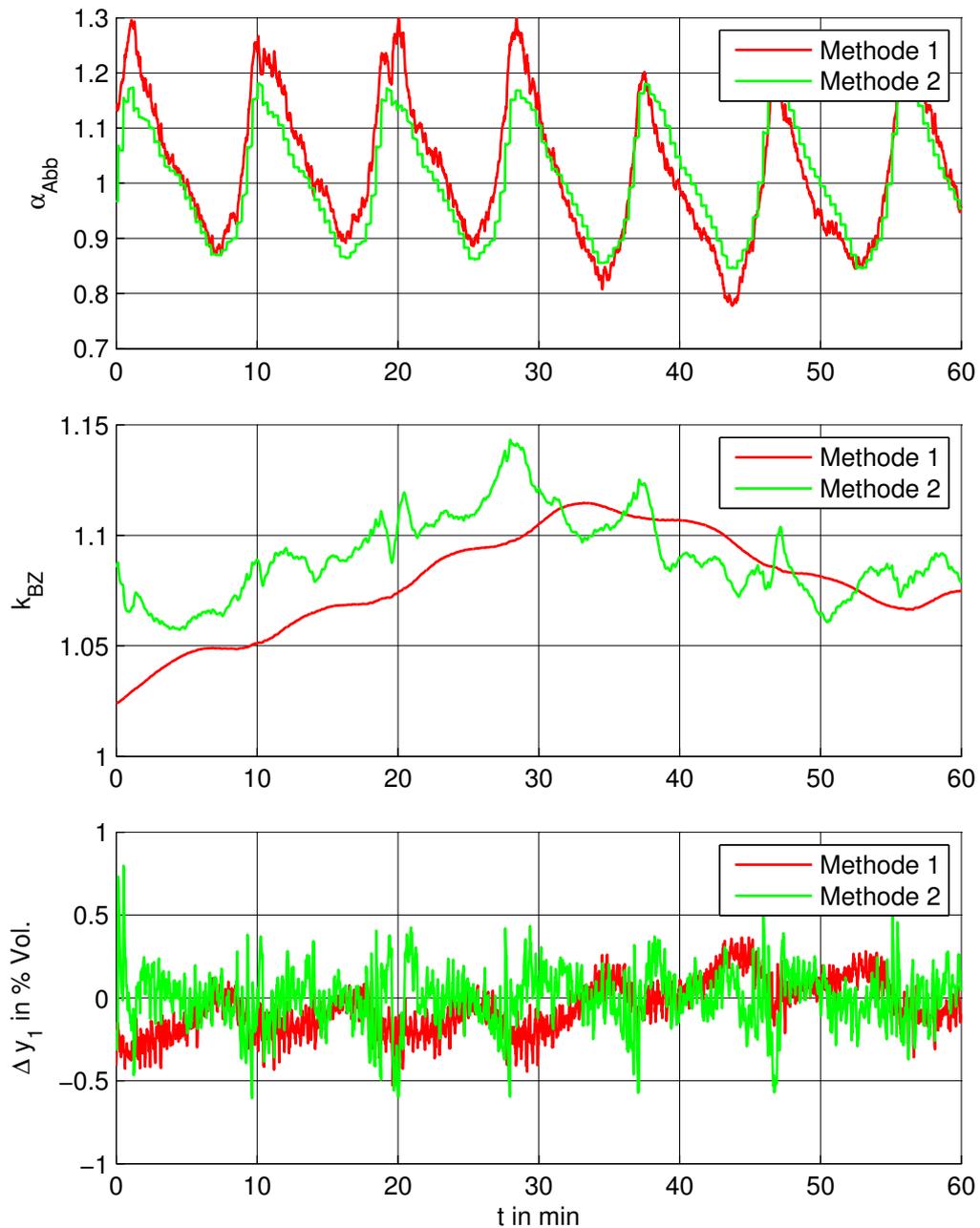


Abbildung 3.13.: Vergleich der Verwendung eines bandpassgefilterten weißen Rauschens (Methode 1) und einer expliziten Berücksichtigung der funktionalen Rostabhängigkeit (Methode 2) zur Modellierung des Abbau-faktors  $\alpha_{Abb}$ : Verläufe der Schätzwerte für  $\alpha_{Abb}$  und  $k_{BZ}$ , sowie des Fehlers bei der Prädiktion des Sauerstoffgehalts  $\Delta y_1$

Zusammenfassung

$$\tilde{\mathbf{u}} := \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

erfolgen, da aus Sicht des Kalmanfilters sowohl  $\mathbf{u}$  als auch  $\mathbf{d}$  Eingangsgrößen des Systems darstellen. Durch eine Diskretisierung nach dem Vorwärts-Euler Verfahren mit der Abtastzeit  $T_d$  ergibt sich damit das nichtlineare, zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{S,k+1} &= \tilde{\mathbf{f}}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{FF,k}) := \mathbf{x}_{S,k} + T_d \mathbf{f}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k, \mathbf{y}_{FF,k}) \\ \mathbf{y}_{S,k} &= \tilde{\mathbf{g}}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{FF,k}) := \mathbf{g}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k, \mathbf{y}_{FF,k}). \end{aligned} \quad (3.89)$$

### 3.7.4. Erweiterung um Formfilter und Sensormodelle

Dieses nichtlineare Zustandsraummodell ist nun um die in den Abschnitten 3.4 und 3.5 beschriebenen Formfilter, sowie die in Abschnitt 3.6 entwickelten Sensormodelle zu erweitern. Aufgrund der teilweise recht umfangreichen Modelle – das Sensormodell des Sauerstoffsensors etwa umfasst 8 Zustandsvariablen – wurde bei der Implementierung des Kalmanfilters von der in Abbildung 3.14 gezeigten Zusammenschaltung von drei zeitdiskreten Teilsystemen ausgegangen. Das sind, neben dem nichtlinearen Anlagenmodell mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_S$  auch die Formfilter mit den Zustandsvariablen  $\mathbf{x}_{FF}$  und die Sensormodelle mit  $\mathbf{x}_M$ .

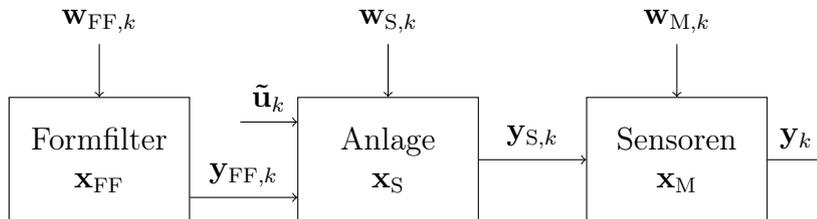


Abbildung 3.14.: Dem Kalmanfilter zugrundeliegendes Modell

#### Anlagenmodell

Das Anlagenmodell ist durch (3.89), erweitert um ein Zustandsrauschen  $\mathbf{w}_{S,k}$  gegeben:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{S,k+1} &= \tilde{\mathbf{f}}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{FF,k}) + \mathbf{w}_{S,k} \\ \mathbf{y}_{S,k} &= \tilde{\mathbf{g}}_S(\mathbf{x}_{S,k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{FF,k}). \end{aligned} \quad (3.90)$$

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

Die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{w}_{S,k}$  hat dabei die Form

$$\mathbf{Q}_S = \begin{bmatrix} \sigma_{\text{Approx},1}^2 & & & & \\ & \sigma_{\text{Approx},2}^2 & & & \\ & & \sigma_{\text{Approx},3}^2 & & \\ & & & \sigma_{\text{Approx},4}^2 + \sigma_{\text{ZR,VL}}^2 & \\ & & & & \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

mit der Varianz  $\sigma_{\text{ZR,VL}}^2$  des in Abschnitt 3.6.2 diskutierten zusätzlichen Zustandsrauschens bei  $T_{\text{VL}}$ . Die in Abschnitt 3.2 diskutierten Varianzen des bei der Prädiktion auftretenden Approximationsfehlers  $\sigma_{\text{Approx},i}^2$  können, wie dort angemerkt, vernachlässigt werden und sind hier nur der Vollständigkeit halber angegeben.

### Formfilter

Für die Formfilter ergibt sich durch Zusammenfassung der Ansätze für die weitgehend konstanten Störgrößen (3.58) und die Abbauschwankungen (3.33) das affine, zeitinvariante Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{FF},k+1} &= \mathbf{\Phi}_{\text{FF}} \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \mathbf{H}_{\text{FF}} \mathbf{w}_{\text{FF},k} \\ \mathbf{y}_{\text{FF},k} &= \mathbf{C}_{\text{FF}} \mathbf{x}_{\text{FF},k} + \mathbf{D}_{\text{FF}} \mathbf{w}_{\text{FF},k} + \bar{\mathbf{y}}_{\text{FF}} \end{aligned} \quad (3.92)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{\Phi}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \\ & \mathbf{\Phi}_{\text{BP}} \end{bmatrix} & \mathbf{H}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} \sigma_{\text{Drift,FL}} & & & & \\ & \sigma_{\text{Drift,BZ}} & & & \\ & & \sigma_{\text{Drift,Sek}} & & \\ & & & \mathbf{h}_{\text{BP}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \\ & \beta \mathbf{c}_{\text{BP}}^T \end{bmatrix} & \mathbf{D}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & \\ & \beta d_{\text{BP}} & \sigma_{\text{Abb,weiss}} \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{y}}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\alpha}_{\text{Abb}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.93)$$

Die Kovarianzmatrix des Zustandsrauschens  $\mathbf{w}_{\text{FF},k}$  ist durch

$$\mathbf{Q}_{\text{FF}} := E \{ \mathbf{w}_{\text{FF},k} \mathbf{w}_{\text{FF},k}^T \} = \mathbf{E} \quad (3.94)$$

gegeben.

Die in  $\mathbf{H}_{\text{FF}}$  enthaltenen Parameter  $\sigma_{\text{Drift,FL}}$ ,  $\sigma_{\text{Drift,BZ}}$  und  $\sigma_{\text{Drift,Sek}}$  stellen dabei die Standardabweichungen der in Abschnitt 3.5 diskutierten Driften der berücksichtigten weitgehend konstanten Störgrößen  $\dot{m}_{\text{FL}}$ ,  $k_{\text{BZ}}$  und  $\Delta T_{\text{Sek}}$  dar. Einige Richtlinien zur Wahl dieser Parameter werden in Abschnitt 6.1.2 diskutiert.

## Sensormodelle

Die in den Abschnitten 3.6.1 und 3.6.3 eingesetzten Sensormodelle für  $x_{O_2,RG}$  und  $T_{Sek}$  werden zusammen mit einem dynamiklosen Durchgriff für  $T_{VL}$  – dieser ist notwendig, da für die Vorlauftemperatur kein zusätzliches Sensormodell vorgesehen wurde – durch ein lineares Zustandsraummodell in der Form

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{M,k+1} &= \mathbf{\Phi}_M \mathbf{x}_{M,k} + \mathbf{H}_M \mathbf{y}_{S,k} + \mathbf{w}_{M,k} \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}_M \mathbf{x}_{M,k} + \mathbf{D}_M \mathbf{y}_{S,k} + \mathbf{v}_{M,k}\end{aligned}\quad (3.95)$$

beschrieben, dessen Parameter  $\mathbf{\Phi}_M$ ,  $\mathbf{H}_M$ ,  $\mathbf{C}_M$  und  $\mathbf{D}_M$  im Folgenden erörtert werden.

Das Modell ergibt sich aus der Zusammenfassung der  $N_{t,O_2,max}$  Verzögerungselemente, welche zur Modellierung der Totzeit  $T_{t,O_2}$  bei der Sauerstoffmessung eingesetzt werden, mit den beiden zur Modellierung von Sensordynamiken eingesetzten PT1-Gliedern. Der Zustandsvektor

$$\mathbf{x}_{M,k} = \begin{bmatrix} x_{O_2,RG,Sys,k-1} \\ \vdots \\ x_{O_2,RG,Sys,k-N_{t,O_2,max}} \\ x_{O_2,RG,Sens,k} \\ T_{Sek,k} \end{bmatrix}\quad (3.96)$$

besteht damit aus  $N_{t,O_2,max}$  verzögerten Werten des vom mathematischen Modell beschriebenen Sauerstoffgehalts  $x_{O_2,RG,Sys}$ , dem vom Sensor gemessenen Sauerstoffgehalt  $x_{O_2,RG,Sens}$  und dem Messwert des Temperatursensors in der Sekundärzone  $T_{Sek}$ .

Die Matrix  $\mathbf{\Phi}_M$  muss die  $N_{t,O_2,max} \times N_{t,O_2,max}$  Systemmatrix der Verzögerungselemente enthalten, welche hier mit

$$\mathbf{S} := \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}\quad (3.97)$$

abgekürzt werden soll. Weiters ist die Differenzgleichung für das PT1-Glied des Sauerstoffsensors (3.66) mit dem in (3.64) definierten totzeitabhängigen Ausgangsvektor  $\mathbf{c}^T(T_{t,O_2})$  durch

$$\begin{aligned}x_{O_2,RG,Sens,k+1} &= \varphi_{O_2} x_{O_2,RG,Sens,k} + (1 - \varphi_{O_2}) x_{O_2,RG,Tt,k} \\ &= [\mathbf{0}^T \quad \varphi_{O_2} \quad 0] \mathbf{x}_{M,k} + [(1 - \varphi_{O_2}) \cdot \mathbf{c}^T(T_{t,O_2}) \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}_{M,k}\end{aligned}\quad (3.98)$$

gegeben. Zusammen mit dem PT1-Glied für den Sekundärzonentemperatursensor (3.75) und dem erwähnten Durchgriff für die Vorlauftemperatur sind die Parameter des Zu-

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

standsraummodells (3.95) somit durch

$$\begin{aligned}\Phi_M &= \begin{bmatrix} \mathbf{S} & & \\ (1 - \varphi_{O_2}) \cdot \mathbf{c}^T(T_{t,O_2}) & \varphi_{O_2} & \\ \mathbf{0}^T & 0 & \varphi_{\text{Sek}} \end{bmatrix} & \mathbf{H}_M &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \varphi_{\text{Sek}} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_M &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & 1 & 0 \\ \mathbf{0}^T & 0 & 1 \\ \mathbf{0}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_M &= \begin{bmatrix} 0 & \\ & 0 \\ & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.99)$$

gegeben. Das Zustandsrauschen  $\mathbf{w}_{M,k}$  dieses Teilsystems setzt sich aus den Zustandsrauschen der beiden PT1-Glieder (3.66) und (3.75) zusammen und wird durch die Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & \\ & \sigma_{O_2,\text{Sens}}^2 & \\ & & \sigma_{\text{Sek},\text{Sens}}^2 \end{bmatrix}\quad (3.100)$$

beschrieben. Da die Ausgänge dieses Teilsystems den Messwerten entsprechen, tritt hier, im Gegensatz zu den übrigen Teilsystemen, auch das mit  $\mathbf{v}_{M,k}$  bezeichnete Messrauschen mit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}$  auf.

### Gesamtsystem

Um das Gesamtsystem mit den in Abschnitt 2.4 beschriebenen Kalmanfiltergleichungen behandeln zu können, werden die Zustandsgrößen zunächst zu

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{FF}} \\ \mathbf{x}_{\text{S}} \\ \mathbf{x}_{\text{M}} \end{bmatrix}\quad (3.101)$$

und die deterministischen Teile der Systembeschreibungen zu

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k) = \begin{bmatrix} \Phi_{\text{FF}} \mathbf{x}_{\text{FF},k} \\ \tilde{\mathbf{f}}_{\text{S}}(\mathbf{x}_{\text{S},k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{\text{FF},k}) \\ \Phi_{\text{M}} \mathbf{x}_{\text{M},k} + \mathbf{H}_{\text{M}} \mathbf{y}_{\text{S},k} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}_k) = \mathbf{C}_{\text{M}} \mathbf{x}_{\text{M},k} + \mathbf{D}_{\text{M}} \mathbf{y}_{\text{S},k}\end{aligned}\quad (3.102)$$

mit

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{\text{FF},k} &= \mathbf{C}_{\text{FF}} \mathbf{x}_{\text{FF},k} \\ \mathbf{y}_{\text{S},k} &= \tilde{\mathbf{g}}_{\text{S}}(\mathbf{x}_{\text{S},k}, \tilde{\mathbf{u}}_k, \mathbf{y}_{\text{FF},k})\end{aligned}\quad (3.103)$$

zusammengefasst. Weiters werden die partiellen Ableitungen dieser Funktionen nach  $\mathbf{x}$  und  $\tilde{\mathbf{u}}$  (2.61), die Matrizen  $\Phi$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{D}$ , benötigt. Diese lassen sich mit der Linearisierung des diskretisierten, nichtlinearen Anlagenmodells (3.90)

$$\begin{aligned}\Phi_S &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_S}{\partial \mathbf{x}_{S,k}} & \mathbf{C}_S &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}_S}{\partial \mathbf{x}_{S,k}} \\ \mathbf{H}_S &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_S}{\partial \tilde{\mathbf{u}}_k} & \mathbf{D}_S &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}_S}{\partial \tilde{\mathbf{u}}_k} \\ \mathbf{H}_{\text{SFF}} &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_S}{\partial \mathbf{y}_{\text{FF},k}} & \mathbf{D}_{\text{SFF}} &:= \frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}_S}{\partial \mathbf{y}_{\text{FF},k}}\end{aligned}\quad (3.104)$$

und den ohnehin bereits linearen übrigen Modellen (3.92) und (3.95) durch Anwenden der Kettenregel folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned}\Phi &= \begin{bmatrix} \Phi_{\text{FF}} & & \\ \mathbf{H}_{\text{SFF}} \mathbf{C}_{\text{FF}} & \Phi_S & \\ \mathbf{H}_M \mathbf{D}_{\text{SFF}} \mathbf{C}_{\text{FF}} & \mathbf{H}_M \mathbf{C}_S & \Phi_M \end{bmatrix} & \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_S \\ \mathbf{H}_M \mathbf{D}_S \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}_M \mathbf{D}_{\text{SFF}} \mathbf{C}_{\text{FF}} & \mathbf{D}_M \mathbf{C}_S & \mathbf{C}_M \end{bmatrix} & \mathbf{D} &= \mathbf{D}_M \mathbf{D}_S.\end{aligned}\quad (3.105)$$

Zur Anwendung der Kalmanfiltergleichungen aus Abschnitt 2.4.1 fehlen damit nur noch die Kovarianzmatrizen des Zustands- und Messrauschens. Ersteres ist bei Zusammenschaltung der Teilsysteme (3.92), (3.90) und (3.95) durch

$$\mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{FF}} \mathbf{w}_{\text{FF},k} \\ \mathbf{w}_{S,k} \\ \mathbf{w}_{M,k} \end{bmatrix}\quad (3.106)$$

gegeben, woraus sich für die Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{FF}} \mathbf{Q}_{\text{FF}} \mathbf{H}_{\text{FF}}^T & & \\ & \mathbf{Q}_S & \\ & & \mathbf{Q}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{FF}} \mathbf{H}_{\text{FF}}^T & & \\ & \mathbf{Q}_S & \\ & & \mathbf{Q}_M \end{bmatrix}\quad (3.107)$$

ergibt.

Für das Ausgangsrauschen  $\mathbf{v}_k$  ergibt sich streng genommen durch die vorgesehenen Durchgriffsterme die Summe

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{M,k} + \mathbf{D}_M \mathbf{D}_{\text{SFF}} \mathbf{D}_{\text{FF}} \mathbf{w}_{\text{FF},k}\quad (3.108)$$

was zu einer nach den in Abschnitt 2.4.1 hergeleiteten Kalmanfiltergleichungen verbotenen Korrelation von Zustandsrauschen  $\mathbf{w}_k$  und Ausgangsrauschen  $\mathbf{v}_k$  führen würde. Da jedoch der Durchgriff bei den Sensormodellen nur die Vorlauftemperatur, beim Anlagenmodell hingegen nur Sauerstoffgehalt und Rauchgaseintrittstemperatur betrifft

### 3. Arbeiten am Kalmanfilter

zeigt sich, dass immer

$$\mathbf{D}_M \mathbf{D}_{\text{SFF}} = \mathbf{0} \quad (3.109)$$

gilt und damit für das Ausgangsrauschen aus (3.108) nur

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{M,k} \quad (3.110)$$

verbleibt. Die Kovarianzmatrix dieses Messrauschens kann, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, mit den vorab bestimmten, empirischen Varianzen  $\sigma_{y_i}^2$  als Diagonalmatrix

$$\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_{y_i}^2) \quad (3.111)$$

vorgegeben werden.

Die Vorgabe von  $\mathbf{Q}_u$  erfordert dagegen eine Umrechnung für den Teil, welcher den in (3.87) festgelegten Stellgrößen  $\mathbf{u}$  zugeordnet ist, um die Korrelation von  $u_2$  und  $u_4$  durch die in beiden auftretende Primärluft  $\dot{m}_{\text{PL}}$  zu berücksichtigen. Diese ist mit der Abkürzung

$$\mathbf{M} := \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial [\dot{m}_{\text{PL}} \quad \dot{m}_{\text{SL}} \quad \dot{m}_{\text{Rez}}]^T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

durch

$$E \{ \Delta \mathbf{u} \Delta \mathbf{u}^T \} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \sigma_{\dot{m}_{\text{PL}}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{m}_{\text{SL}}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\dot{m}_{\text{Rez}}}^2 \end{bmatrix} \mathbf{M}^T \quad (3.113)$$

gegeben. Die Parameter  $\sigma_{\dot{m}_{\text{PL}}}^2$ ,  $\sigma_{\dot{m}_{\text{SL}}}^2$  und  $\sigma_{\dot{m}_{\text{Rez}}}^2$  bezeichnen dabei die Varianzen des Messrauschens der entsprechenden Eingangsgrößen. Bei den Störgrößen kann dagegen direkt die Diagonalmatrix

$$E \{ \Delta \mathbf{d} \Delta \mathbf{d}^T \} = \text{diag}(\sigma_{d_i}^2) \quad (3.114)$$

vorgegeben werden, mit den ebenfalls experimentell bestimmten Varianzen  $\sigma_{d_i}^2$  des Messrauschens der einzelnen Störgrößen.

Die gesamte Matrix  $\mathbf{Q}_u$  hat damit aufgrund der Zusammenfassung (3.88) von  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{d}$  zu  $\tilde{\mathbf{u}}$  die Struktur

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_u &= E \{ \Delta \tilde{\mathbf{u}} \Delta \tilde{\mathbf{u}}^T \} \\ &= \begin{bmatrix} E \{ \Delta \mathbf{u} \Delta \mathbf{u}^T \} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E \{ \Delta \mathbf{d} \Delta \mathbf{d}^T \} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.115)$$

### Vorzugebende Parameter

In der vorliegenden Form weist der Kalmanfilter eine Reihe von Parametern auf. Bei den Formfiltern sind dies die Varianzen der Driften der weitgehend konstanten Störgrößen  $\sigma_{\text{Drift,FL}}^2$ ,  $\sigma_{\text{Drift,BZ}}^2$  und  $\sigma_{\text{Drift,Sek}}^2$  sowie die Varianz  $\sigma_{\text{Abb,Rost}}^2$  des rostabhängigen Anteils von  $\alpha_{\text{Abb}}$ , die Varianz  $\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$  des weißen Rauschanteils von  $\alpha_{\text{Abb}}$  und die beiden Grenzfrequenzen des Bandpassfilters  $f_{g,u}$  und  $f_{g,o}$ . Bei den Sensormodellen treten die Varianzen des Zustandsrauschens der beiden Modelle  $\sigma_{\text{O}_2,\text{Sens}}^2$  bzw.  $\sigma_{\varphi_{\text{O}_2}}^2$  und  $\sigma_{\text{Sek,Sens}}^2$  sowie die Varianzen des Messrauschens der Eingangs-, Ausgangs- und Störgrößen als Einstellparameter auf. Schließlich stellt auch die Varianz  $\sigma_{\text{ZR,VL}}^2$  des zusätzlichen Zustandsrauschens bei  $T_{\text{VL}}$  einen einstellbaren Parameter dar.

Die Wahl der Formfilterparameter für  $\alpha_{\text{Abb}}$  sowie des Zustandsrauschens der Sensormodelle wurde bereits in Abschnitt 3.4 bzw. in den Abschnitten 3.6.1 und 3.6.3 diskutiert. Einige weitere Richtlinien zur Parameterwahl sowie zur Vorgabe der ebenfalls einstellbaren Anfangswerte des Kalmanfilters werden in Abschnitt 6.1.2 erörtert.



# 4. Arbeiten am Regler

Im Anschluss an die Verbesserung des Kalmanfilters wurde auch der Regler genauer untersucht. Die grundsätzliche Reglerstruktur, wie sie in Abschnitt 2.3 beschrieben ist, wurde dabei beibehalten. Es wurden allerdings bei der exakten Linearisierung, den PI-Reglern und der Vorgabe der Brennstoffzufuhr jeweils einige Anpassungen vorgenommen, auf welche in diesem Kapitel eingegangen werden soll.

## 4.1. Exakte Linearisierung

Hier soll zunächst auf die Frage eingegangen werden, ob eine Verwendung des vom Kalmanfilter rekonstruierten Abbaufaktors  $\alpha_{\text{Abb}}$  im Regler sinnvoll ist. Ausgehend von diesen Überlegungen wird anschließend auf das zum Reglerentwurf eingesetzte Modell und das resultierende Regelgesetz eingegangen.

### 4.1.1. Verwendung von Störgrößen

Während zunächst unklar war, ob der vom Kalmanfilter rekonstruierte Verlauf von  $\alpha_{\text{Abb}}$  im Regler verwendet werden kann, hat sich im Laufe der Untersuchungen gezeigt, dass nicht nur dessen Verwendung, sondern die Verwendung sämtlicher vom Kalmanfilter durch Formfilter modellierter Störgrößen beim Entwurf der exakten Linearisierung sinnvoll ist.

#### Motivation

Zunächst soll die Motivation für die Verwendung der vom Kalmanfilter rekonstruierten Störgrößen  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  anhand eines Beispiels erläutert werden. Dazu wird das Übertragungsverhalten der exakt linearisierten Strecke für den Sauerstoffgehalt des Rauchgases von  $v_1$  nach  $y_1$  betrachtet, welches idealerweise nach (2.34) bei Wahl von

$$w_{1,0} = 1 \tag{4.1}$$

durch den statischen Zusammenhang

$$y_1 = v_1 \tag{4.2}$$

gegeben sein sollte.

#### 4. Arbeiten am Regler

Abbildung 4.1 zeigt unter anderem diesen idealen, linearen Zusammenhang. Weiters ist dort auch die aus Simulationen ermittelte Übertragungskennlinie der exakt linearisierten Strecke zu sehen, wenn die Störgrößen  $\hat{y}_{FF}$  – diese beinhalten ja insbesondere die  $x_{O_2, RG}$  maßgeblich beeinflussende Falschlucht  $\dot{m}_{FL}$  – dort nicht berücksichtigt werden. Dadurch kommt es offenbar bereits bei konstantem Abbaufaktor zu einem deutlichen Offset sowie zu einer leichten Verzerrung der Kennlinie.

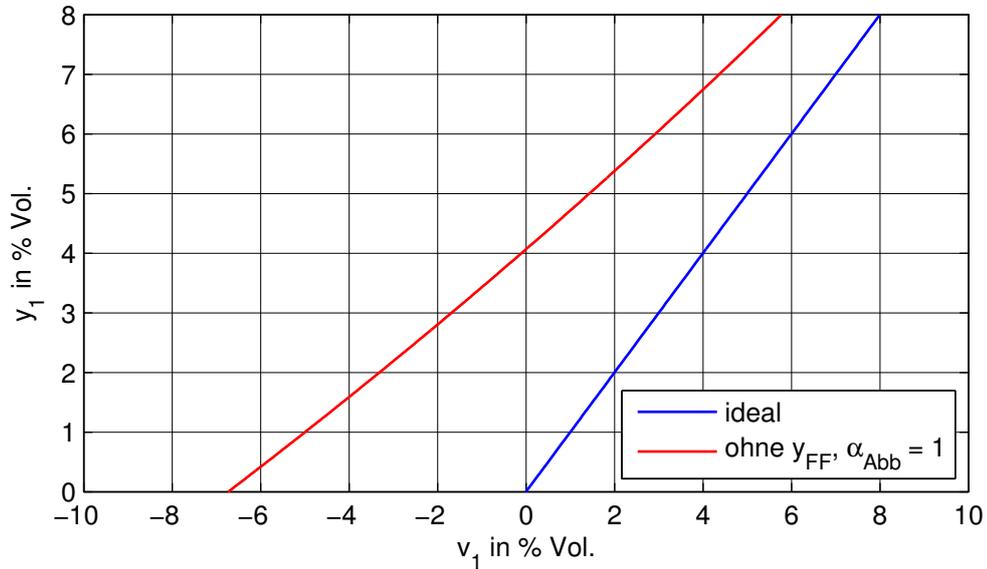


Abbildung 4.1.: Vergleich von idealer und realer Kennlinie  $y_1(v_1)$  der ursprünglichen exakt linearisierten Strecke aus einer Simulation bei mittlerer Last mit  $\alpha_{Abb} = 1$

In der Realität unterliegt jedoch der Abbaufaktor  $\alpha_{Abb}$  zusätzlich ständigen Schwankungen, welche wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, im Bereich

$$0.8 \leq \alpha_{Abb} \leq 1.2 \quad (4.3)$$

liegen. Das führt bei Nichtberücksichtigung dieses, ebenfalls in  $\hat{y}_{FF}$  enthaltenen Abbaufaktors bei der exakten Linearisierung zusätzlich zu Schwankungen der Kennlinie in dem in Abbildung 4.2 dargestellten Bereich.

Der dadurch auftretende, schwankende Offset muss durch den eingesetzten PI-Regler ausgeglichen werden, was beim bisherigen Ansatz den Einsatz von integrierenden Reglern zur Erreichung stationärer Genauigkeit unabdingbar machte. Noch wesentlich dramatischer ist aber die mit diesen Kennlinienschwankungen verbundene Änderung der Kennliniensteigung der so linearisierten Strecke. Diese ist in Abbildung 4.3 dargestellt und unterliegt, wie dort erkennbar, Schwankungen um bis zu 30 %.

Abschließend ist dazu noch anzumerken, dass natürlich auch bei Verwendung der

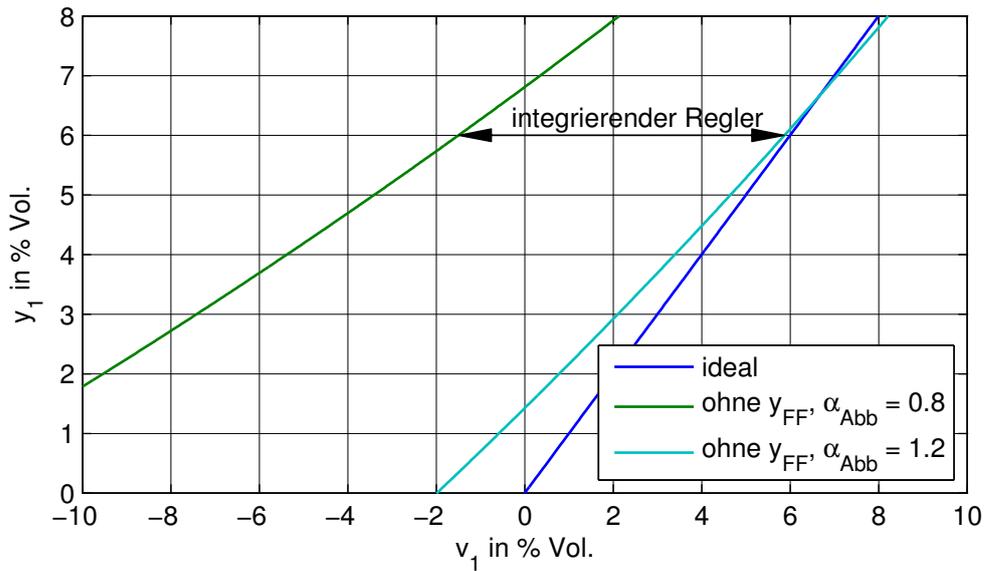


Abbildung 4.2.: Vergleich von idealer und realer Kennlinie  $y_1(v_1)$  der ursprünglichen exakt linearisierten Strecke aus einer Simulation bei mittlerer Last mit zusätzlichen Abbauschwankungen

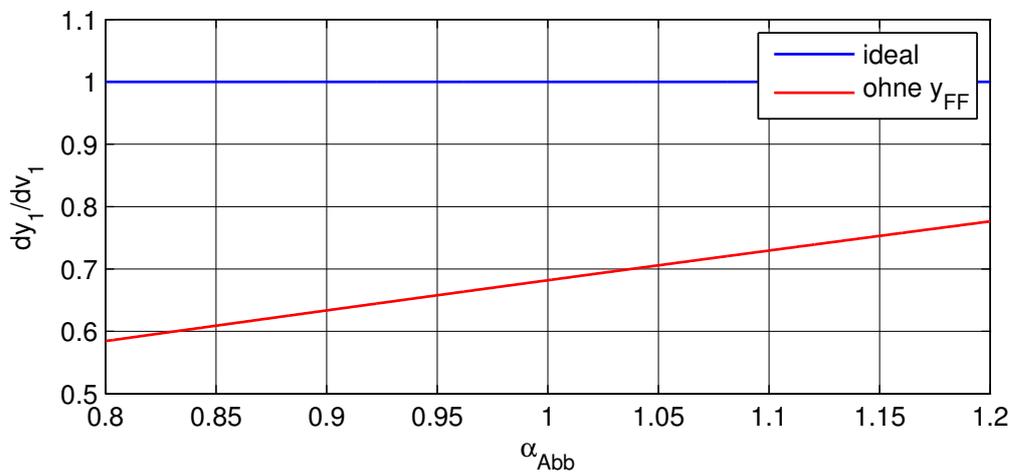


Abbildung 4.3.: Steigung  $\frac{dy_1}{dv_1}$  der in Abbildung 4.2 dargestellten Kennlinien in Abhängigkeit von  $\alpha_{Abb}$  bei  $y_1 = 6\%$  Vol.

#### 4. Arbeiten am Regler

rekonstruierten Störgrößen  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  im Gegensatz zur hier durchgeführten Simulation nicht die in Abbildung 4.1 dargestellte, ideale Kennlinie erreicht werden wird. Dies ist allein schon aufgrund der in Abschnitt 3.5 beschriebenen Verfälschung der geschätzten Störgrößen durch die Unmöglichkeit der Berücksichtigung sämtlicher Störungen unvermeidbar. Trotzdem ist aber dadurch jedenfalls eine deutliche Verbesserung des Zustands im Sinne einer Annäherung an das ideale Verhalten zu erwarten, weshalb eine Verwendung von  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  im Regler zweifelsfrei sinnvoll ist.

#### Stationäre Genauigkeit

Es zeigt sich, dass durch Verwendung der rekonstruierten Störgrößen  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  theoretisch bereits stationäre Genauigkeit zwischen den Eingängen  $\mathbf{v}$  und den Ausgängen  $\mathbf{y}$  der exakt linearisierten Strecke – also ohne Einsatz eines zusätzlichen integrierenden Reglers – erreicht werden kann. Voraussetzung dafür ist eine Verwendung zumindest aller Regelgrößen als Ausgangsgrößen des Kalmanfilters sowie die Berücksichtigung der maximalen Anzahl der in Abschnitt 3.5 diskutierten, weitgehend konstanten Störgrößen. Diese in  $\mathbf{y}_{\text{FF}}$  enthaltenen, mit  $\mathbf{x}_{\text{WK}}$  bezeichneten Störgrößen sind der Grund für die stationäre Genauigkeit, da sie, wie in Abschnitt 3.5 besprochen, durch den Formfilter

$$\mathbf{x}_{\text{WK},k+1} = \mathbf{x}_{\text{WK},k} + \mathbf{w}_{\text{WK},k} \quad (4.4)$$

modelliert werden, welcher einen zeitdiskreten Integrator darstellt. Außerdem ist anzumerken, dass diese Vorgehensweise auch der in [12] für lineare Systeme beschriebenen, als Anti-Windup Maßnahme eingesetzten Beobachertechnik entspricht, bei welcher der eingesetzte Beobachter ebenfalls neben dem Streckenmodell auch ein Störmodell enthält.

Dass auf diese Weise auch hier tatsächlich stationäre Genauigkeit erreicht wird, soll im Folgenden gezeigt werden. Dazu wird von einer Ruhelage der Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}$  des Kalmanfilters ausgegangen. Damit muss auch für die in  $\hat{\mathbf{x}}$  enthaltenen Schätzwerte der Zustandsgrößen  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{S}}$  des nichtlinearen Anlagenmodells

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{S}} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{S},k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{S},k} \quad (4.5)$$

gelten, was unter Berücksichtigung deren Prädiktion nach (2.66) und (3.89), sowie deren Korrektur nach (2.76) zu

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{S}} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{S}} + T_{\text{d}} \cdot \mathbf{f}_{\text{S}}(\hat{\mathbf{x}}_{\text{S}}, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}) + \mathbf{K}_{\text{S}} \Delta \mathbf{y} \quad (4.6)$$

führt. Dabei bezeichnet  $\mathbf{K}_{\text{S}}$  die Zeilen der Kalman-Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$ , welche  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{S}}$  zugeordnet sind. Ist der Korrekturterm  $\mathbf{K}_{\text{S}} \Delta \mathbf{y}$  in dieser Gleichung gleich null – ein Umstand der mit der Gültigkeit von (4.12) noch gezeigt werden wird – so muss es sich bei der betrachteten Ruhelage des Kalmanfilters auch um eine Ruhelage des mathema-

tischen Modells handeln, welche durch

$$\mathbf{f}_S(\hat{\mathbf{x}}_S, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{FF}) = \mathbf{0} \quad (4.7)$$

charakterisiert wird.

Bei Verwendung der rekonstruierten Störgrößen gibt die exakte Linearisierung die (unbeschränkten) Stellgrößen

$$\mathbf{u}_{234} = \mathbf{u}_{234}(\hat{\mathbf{x}}_S, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{FF}, \mathbf{v}) \quad (4.8)$$

vor, welche auch die Eingangsgrößen des mathematischen Modells des Kalmanfilters darstellen<sup>1</sup>. Dessen Verhalten ist damit, da es Grundlage des Reglerentwurfs war, durch die bei der exakten Linearisierung festgelegten, linearen Systeme (2.34) vorgegeben und weist somit auch in der betrachteten Ruhelage dieselben Ausgangsgrößen wie diese auf. Dazu soll nun davon ausgegangen werden, dass die Übertragungsfunktionen der exakt linearisierten Strecke alle einen Verstärkungsfaktor von eins aufweisen, was beim ursprünglichen Regler leicht durch die Parameterwahl

$$\begin{aligned} w_{1,0} &= 1 \\ w_{2,0} &= w_{2,1} \\ w_{3,0} &= w_{3,1} \end{aligned} \quad (4.9)$$

in (2.34) erreicht werden kann. Damit sind die Ausgänge des mathematischen Anlagenmodells (3.86) mit dessen Ausgangsgleichung  $\mathbf{g}_S$  durch

$$\mathbf{g}_S(\hat{\mathbf{x}}_S, \mathbf{u}_{234}, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{FF}) = \mathbf{v}. \quad (4.10)$$

gegeben. Dieser Zusammenhang gilt auch für die vom Kalmanfilter prädizierten Ausgangswerte  $\mathbf{y}^*$ , da die Sensormodelle im stationären Zustand keinen Einfluss haben. Damit ist zunächst also

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{v} \quad (4.11)$$

gewährleistet.

Für stationäre Genauigkeit und für die Gültigkeit von (4.7) muss nun noch für die Innovation

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{y}^* = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

gelten, was im Folgenden gezeigt wird. Betrachtet man dazu den Teil  $\hat{\mathbf{x}}_{WK}$  der Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}$  des Kalmanfilters, welcher den weitgehend konstanten Störgrößen zugeordnet

---

<sup>1</sup>Dabei wird von unbeschränkten Stellgrößen ausgegangen, auf die bei Stellgrößenbeschränkungen auftretenden Probleme wird in Abschnitt 4.2 eingegangen.

#### 4. Arbeiten am Regler

ist, so ist klar, dass für stationäre Genauigkeit unter Berücksichtigung der Prädiktion (4.4) und des Korrekturschritts (2.76)

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},k} &= \hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},k+1} = \mathbf{x}_{\text{WK},k}^* + \mathbf{K}_{\text{WK}}\Delta\mathbf{y} \\ &= \hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},k} + \mathbf{K}_{\text{WK}}\Delta\mathbf{y}\end{aligned}\quad (4.13)$$

gelten muss, wobei  $\mathbf{K}_{\text{WK}}$  die den  $\mathbf{x}_{\text{WK}}$  zugeordneten Zeilen der Kalman-Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  bezeichnet. Dies entspricht der Forderung, dass

$$\mathbf{0} = \mathbf{K}_{\text{WK}}\Delta\mathbf{y}\quad (4.14)$$

ist.

Weiters muss auch für die Kovarianzmatrix des Kalmanfilters im stationären Zustand

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k\quad (4.15)$$

gelten. Bei der Prädiktion des  $\mathbf{x}_{\text{WK}}$  betreffenden Teils  $\mathbf{P}_{\text{WK}}$  dieser Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{\text{WK},k+1}^* &= E \left\{ \Delta\mathbf{x}_{\text{WK},k+1}^* \Delta\mathbf{x}_{\text{WK},k+1}^{*T} \right\} \\ &= E \left\{ \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},k} \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},k}^T \right\} + E \left\{ \mathbf{w}_{\text{WK},k} \mathbf{w}_{\text{WK},k}^T \right\} \\ &= \mathbf{P}_{\text{WK},k} + \mathbf{Q}_{\text{WK}}\end{aligned}\quad (4.16)$$

kommt es zur Addition der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_{\text{WK}}$  des Rauschens  $\mathbf{w}_{\text{WK},k}$ , was im Korrekturschritt (2.85) wieder ausgeglichen werden muss. Dies führt zur Forderung, dass

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{WK}} & * \\ * & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{WK}} \\ * \end{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{xy}}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{WK}} \cdot E \left\{ \Delta\mathbf{y}_k^{*T} \Delta\mathbf{x}_{\text{WK},k+1}^* \right\} & * \\ * & * \end{bmatrix}\quad (4.17)$$

gilt. Zur Erfüllung dieser Beziehung muss<sup>2</sup>

$$\text{rang } \mathbf{K}_{\text{WK}} \geq \text{rang } \mathbf{Q}_{\text{WK}} = n_{\text{WK}}\quad (4.18)$$

gelten, wobei der Rang der positiv definiten Matrix  $\mathbf{Q}_{\text{WK}}$  durch die Anzahl der weitgehend konstanten Größen  $n_{\text{WK}}$  gegeben ist. Da hier, wie in Abschnitt 3.7.1 erläutert,  $n_{\text{WK}}$  gleich der Anzahl der Ausgangsgrößen  $n_Y$  ist, muss die  $n_{\text{WK}} \times n_Y$  Matrix  $\mathbf{K}_{\text{WK}}$  quadratisch und somit regulär sein. Dadurch folgt aus (4.14), dass im stationären Zustand

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{0}\quad (4.19)$$

---

<sup>2</sup>Es gilt allgemein  $\text{rang } \mathbf{AB} \leq \min(\text{rang } \mathbf{A}, \text{rang } \mathbf{B})$ .

ist, und daher mit (4.11) stationäre Genauigkeit

$$\mathbf{y} = \mathbf{v} \quad (4.20)$$

gegeben sein muss.

Die hier auftretende Rangbedingung (4.18) ist zugleich auch der Grund für die in Abschnitt 3.5.2 beschriebene Einschränkung, dass die Anzahl der weitgehend konstanten Störgrößen  $n_{\text{WK}}$  nicht größer als die Anzahl der Ausgangsgrößen  $n_Y$  sein kann, da der Rang von  $\mathbf{K}_{\text{WK}}$  durch die Anzahl der Spalten

$$n_Y \geq \text{rang } \mathbf{K}_{\text{WK}} \quad (4.21)$$

beschränkt wird. Andernfalls kann nämlich (4.17) nicht erfüllt werden, und die Addition der positiv definiten Matrix  $\mathbf{Q}_{\text{WK}}$  führt zu einem unbeschränkten Wachstum der Elemente von  $\mathbf{P}_k$ .

#### 4.1.2. Eingesetztes Modell

Die im vorigen Abschnitt 4.1.1 besprochene Vorgehensweise erfordert prinzipiell den Einsatz desselben Modells für Kalmanfilter und Regler. Auf eine Neudefinition der Konstanten, wie sie beim ursprünglich zum Reglerentwurf eingesetzten Modell erfolgte, wurde hier daher verzichtet.

Es ist anzumerken, dass dabei, anders als im ursprünglichen Modell, auch die Zustandsdifferentialgleichung für die mittlere Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  nicht eliminiert wurde. Dies hat allerdings nur kosmetische Auswirkungen, da das resultierende Regelgesetz nicht davon beeinflusst wird, ob  $T_{\text{Sch}}$  nun Teil einer „Konstante“ ist, welche sich in jedem Zeitschritt entsprechend ändert. Dadurch erhöht sich bei konstantem relativen Grad einzig die Ordnung der internen Dynamik, da dann auch die bei der exakt linearisierten Strecke nicht mehr beobachtbare Schamotttemperatur zu einem Teil der internen Dynamik wird.

Weiters wurden auch die Sensormodelle, im Gegensatz zum ursprünglichen Regler, für den Entwurf der exakten Linearisierung nicht als Teil der Strecke betrachtet, da dies insbesondere im Falle der Totzeit bei der Sauerstoffmessung nicht möglich ist und es sich sowieso bereits um lineare Modelle handelt. Abgesehen davon ist die Änderung der Eigenwerte der Sensordynamik durch das Zustandsregelgesetz der exakten Linearisierung auch aus praktischer Sicht problembehaftet. Insbesondere bei der Sekundärzonentemperatur ist man nämlich nicht direkt am Messwert des Sensors  $T_{\text{Sek}}$  sondern vielmehr am Verlauf der internen, diesem Messwert zugrunde liegenden wirksamen Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt  $\tilde{T}_{\text{RG, ein}}$  interessiert. Würde man nun etwa dem Verlauf der gemessenen Sekundärzonentemperatur  $y_2 = T_{\text{Sek}}$  eine

#### 4. Arbeiten am Regler

deutlich kleinere Zeitkonstante

$$\tau \ll \tau_{\text{Sek}} \quad (4.22)$$

als die vom Sensor vorgegebene  $\tau_{\text{Sek}}$  aufprägen wollen, so müsste für  $\tilde{T}_{\text{RG,ein}}$

$$\begin{aligned} \frac{dy_2}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\text{Sek}}} \left( \tilde{T}_{\text{RG,ein}} - y_2 \right) = \frac{1}{\tau} (v_2 - y_2) \\ \tilde{T}_{\text{RG,ein}} &= \left( \frac{\tau_{\text{Sek}}}{\tau} - 1 \right) \cdot (v_2 - y_2) + v_2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

gelten. Dies würde bei einem Sprung von  $v_2$  wegen

$$\frac{\tau_{\text{Sek}}}{\tau} \gg 1 \quad (4.24)$$

zu

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{\text{RG,ein}} &\gg v_2 \\ \text{bzw. } \tilde{T}_{\text{RG,ein}} &\ll v_2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

also zu einer viel höheren oder niedrigeren Rauchgastemperatur als eigentlich gefordert führen. Da Sinn und Zweck der Regelung aber wie gesagt letztlich die gezielte Beeinflussung dieser internen Größe  $\tilde{T}_{\text{RG,ein}}$  ist, kann eine solche Vorgehensweise nicht zielführend sein.

Damit entspricht das zum Entwurf der exakten Linearisierung eingesetzte Modell dem, bereits in Abschnitt 3.7.3 beschriebenen, modifizierten nichtlinearen Anlagenmodell, welches dort durch

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_S}{dt} &= \mathbf{f}_S(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{\text{FF}}) \\ \mathbf{y}_S &= \mathbf{g}_S(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{\text{FF}}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

mit den Regelgrößen

$$\mathbf{y}_S = [x_{\text{O}_2, \text{RG}} \quad \tilde{T}_{\text{RG,ein}} \quad T_{\text{VL}}]^T \quad (4.27)$$

gegeben war.

#### 4.1.3. Regelgesetz und resultierende Dynamik

Den Ausgangspunkt der exakten Linearisierung stellt, wie beim ursprünglichen Regler in Abschnitt 2.3.1, eine geforderte, lineare Dynamik der Ausgangsgrößen dar. Unter Berücksichtigung der Überlegungen aus Abschnitt 4.1.1 werden die Verstärkungsfaktoren

dabei auf eins festgelegt. Die geforderte Dynamik ist damit durch

$$\begin{aligned} y_{S,1} &= v_1 \\ y_{S,2} &= v_2 \\ \frac{dy_{S,3}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{VL}} (-y_{S,3} + v_3) \end{aligned} \quad (4.28)$$

gegeben, wobei die Zeitkonstante  $\tau_{VL}$  einen frei wählbaren Parameter darstellt.

Wie in Abschnitt 2.3.1 erfolgt die Ermittlung des Regelgesetzes durch Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems, welches sich aus der geforderten Dynamik (4.28) nach Einsetzen von

$$\frac{dy_{S,3}}{dt} = \frac{dx_{S,4}}{dt} \quad (4.29)$$

ergibt. Dieses Gleichungssystem ist durch drei Funktionen in den Stellgrößen

$$\mathbf{u}_{234} = [u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T \quad (4.30)$$

gegeben. Es hat, unter Verwendung des in Anhang B angegebenen, auch beim Kalmanfilterentwurf eingesetzten Zustandsraummodells, die Form

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{c_{51}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{52}(u_4 + y_{FF,1})}{c_{53}x_{S,1} + c_{54}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{55}(u_4 + y_{FF,1})} \\ v_2 &= \frac{-c_{71}x_{S,1} + c_{72}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{73}d_3u_3 + c_{73}d_2(u_4 + y_{FF,1})}{c_{11}x_{S,1} + c_{22}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + u_3 + u_4 + y_{FF,1} \\ &\quad + c_{74}x_{S,3} - c_{75} + y_{FF,3}} \\ \frac{1}{\tau_{VL}}v_3 - \frac{1}{\tau_{VL}}x_{S,4} &= c_{41}d_4d_5 - c_{41}d_4x_{S,4} + c_{42}x_{S,3}x_{S,1} + c_{43}x_{S,1} + c_{44}x_{S,3}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 \\ &\quad + c_{45}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{46}x_{S,3}u_3 + c_{47}u_3 + c_{48}d_3u_3 + c_{46}x_{S,3}(u_4 + y_{FF,1}) \\ &\quad + c_{47}(u_4 + y_{FF,1}) + c_{48}d_2(u_4 + y_{FF,1}) \end{aligned} \quad (4.31)$$

und kann durch Multiplikation mit den jeweiligen Nennern zu einem linearen Gleichungssystem

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_S, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{FF}, \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u}_{234} - \mathbf{k}(\mathbf{x}_S, \mathbf{d}, \mathbf{y}_{FF}, \mathbf{v}) = 0 \quad (4.32)$$

umgeformt werden<sup>3</sup>. Dabei hängen die Koeffizienten  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{k}$  von den Eingangsgrößen der exakten Linearisierung

$$\mathbf{v} = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]^T, \quad (4.33)$$

<sup>3</sup>Für eine ausführlichere Ableitung siehe [2].

#### 4. Arbeiten am Regler

von den Störgrößen  $\mathbf{d}$  und  $\mathbf{y}_{\text{FF}}$  sowie vom Zustand  $\mathbf{x}_S$  ab. Die zur Ermittlung dieser Koeffizienten notwendigen Umformungen wurden mit dem Computeralgebrasystem MAXIMA durchgeführt. Das Gleichungssystem (4.32) muss zur Berechnung von  $\mathbf{u}_{234}$  in jedem Zeitschritt gelöst werden und führt bei Verwendung der Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}_S$  und  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  des Kalmanfilters zum Regelgesetz

$$\mathbf{u}_{234} = \mathbf{M}^{-1}(\hat{\mathbf{x}}_S, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}, \mathbf{v}) \cdot \mathbf{k}(\hat{\mathbf{x}}_S, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}, \mathbf{v}) \quad (4.34)$$

mit welchem sich für die linearisierte Strecke die durch (4.28) festgelegte entkoppelte, lineare Dynamik in Form der Übertragungsfunktionen

$$\begin{aligned} G_1(s) &= 1 \\ G_2(s) &= 1 \\ G_3(s) &= \frac{1}{1 + s\tau_{\text{VL}}} \end{aligned} \quad (4.35)$$

ergibt.

## 4.2. PI-Regler

Wie in Abschnitt 4.1.1 gezeigt wurde, ist die exakt linearisierte Strecke bereits ohne zusätzlichen integrierenden Regler stationär genau. Damit wären prinzipiell PI-Regler, wie sie bei der ursprünglichen Regelung zusätzlich zur exakten Linearisierung eingesetzt wurden, eigentlich nicht mehr erforderlich.

Ein Problem dabei ist allerdings, dass bei den bisherigen Überlegungen immer davon ausgegangen wurde, dass keine Beschränkungen der Stellgrößen auftreten. Werden diese Beschränkungen wirksam, so versagt die exakte Linearisierung, da sich dann die vom Regler geforderten Stellgrößen von den auf das reale System und den Kalmanfilter wirkenden Eingangsgrößen unterscheiden. Treten die Beschränkungen zusätzlich nicht nur vorübergehend, sondern auch im stationären Zustand auf, so geht auch die stationäre Genauigkeit verloren, da die Voraussetzung (4.10) aus Abschnitt 4.1.1 dann nicht mehr gegeben ist.

Abhilfe könnte dabei, wie auch in [10] erörtert, ein Führungsgrößenformer schaffen, welcher die Führungsgrößen so modifiziert, dass zumindest im stationären Betrieb Stellgrößenbeschränkungen vermieden werden. Ein solcher war jedoch nicht verfügbar, weshalb die Sicherstellung der gewünschten stationären Genauigkeit bei Stellgrößenbeschränkungen auch hier den Einsatz integrierender Regler erfordert. Zusätzlich hat sich außerdem bei Versuchen gezeigt, dass die Einstellung der Störunterdrückung der exakt linearisierten Strecke ohne zusätzliche Regler sehr schwierig ist. Aus diesen Gründen wurden daher nach wie vor PI-Regler zusätzlich zur exakten Linearisierung eingesetzt.

### 4.2.1. Strecke aus Sicht der PI-Regler

In Abbildung 4.4 sind die Streckenübertragungsfunktionen zu sehen, wie sie sich aus Sicht der PI-Regler darstellen. Diese bestehen neben der bei der exakten Linearisierung vorgegebenen Dynamik auch aus den in Abschnitt 3.6 beschriebenen, bei der Messung auftretenden Totzeiten und aus dem Übertragungsverhalten der Sensoren. Damit sind die Streckenübertragungsfunktionen durch

$$\begin{aligned} P_1(s) &= \frac{1}{1 + s\tau_{O_2}} \cdot e^{-sT_{t,O_2}} \\ P_2(s) &= \frac{1}{1 + s\tau_{Sek}} \\ P_3(s) &= \frac{1}{1 + s\tau_{VL}} \cdot e^{-sT_{t,VL}} \end{aligned} \quad (4.36)$$

gegeben.

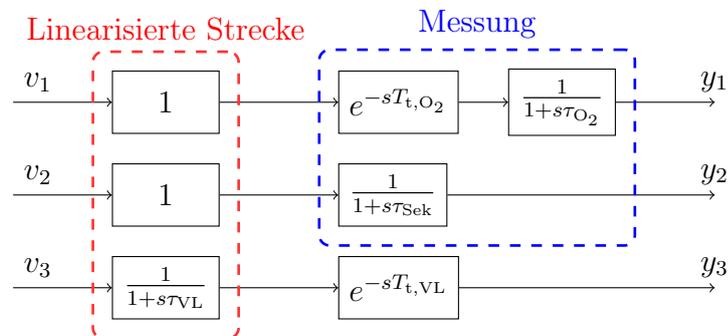


Abbildung 4.4.: Streckenübertragungsverhalten aus Sicht der PI-Regler

### 4.2.2. Eingesetzte Struktur

Ziel des Einsatzes der PI-Regler ist, wie eingangs erwähnt, hauptsächlich die Verbesserung des Störverhaltens des geschlossenen Kreises. Dabei soll natürlich gleichzeitig das Führungsverhalten, welches ja bereits bei der exakten Linearisierung vorgegeben wurde, nicht beeinträchtigt werden.

Dazu wurde die ursprüngliche Struktur der PI-Regler, wie in Abbildung 4.5 dargestellt, um eine Vorsteuerung mit der jeweiligen Führungsgröße  $r_i$  erweitert. Dadurch ergibt sich im Durchlassbereich von  $P_i(s)$ , welcher im Frequenzbereich durch

$$P_i(j\omega) \approx 1 \quad (4.37)$$

#### 4. Arbeiten am Regler

gekennzeichnet ist, keine Beeinträchtigung bei der Führungsübertragungsfunktion

$$T_i(s) = \frac{1 + R_i(s)}{1 + R_i(s)P_i(s)} P_i(s) \quad \text{für } P_i(s) \approx 1 \approx P_i(s) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.38)$$

während die Störübertragungsfunktion

$$S(s) = \frac{1}{1 + R_i(s)P_i(s)} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.39)$$

durch diese Maßnahme nicht verändert wird. Die Reglerübertragungsfunktion ist dabei natürlich durch

$$R_i(s) = k_{P,i} \left( 1 + \frac{1}{T_{N,i}s} \right) \quad i = 1, 2, 3, \quad (4.40)$$

mit den einstellbaren Parametern Verstärkungsfaktor  $k_{P,i}$  und Nachstellzeit  $T_{N,i}$  gegeben.

Bei den ursprünglichen PI-Reglern war außerdem bisher eine Initialisierung der Integratoren auf den eingeschwungenen Zustand notwendig, um sonst beim Start der Regelung auftretende, unerwünschte Einschwingvorgänge zu vermeiden. Durch das Hinzufügen der Vorsteuerung können die Integratoren immer auf null initialisiert werden, was zusätzlich die Implementierung des Reglers vereinfacht.

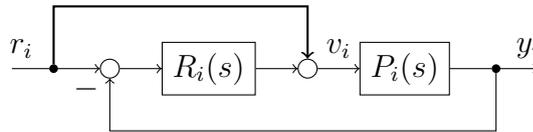


Abbildung 4.5.: Struktur der einzelnen PI-Regler mit zusätzlicher Vorsteuerung

### 4.3. Brennstoffzufuhr

Zur Vorgabe des Brennstoffmassenstroms wurde der ursprüngliche, in Abschnitt 2.3.1 beschriebene Ansatz bestehend aus einem P-Regler für die trockene Brennstoffmasse in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}}$  und einer Vorsteuerung mit dem in der Ruhelage benötigten Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst,RL}}$  beibehalten. Die Berechnung der Ruhelage erfolgte dabei durch Lösen des Gleichungssystems

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{S,1} \\ x_{S,2} \\ x_{S,4} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} m_{\text{H}_2\text{O}} \\ m_{\text{CHO}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.41)$$

also wie auch beim ursprünglichen Regler ohne Berücksichtigung der Differentialgleichung für die Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$ , da sich diese nur sehr langsam ändert und damit ohnehin näherungsweise

$$\frac{dx_{\text{S},3}}{dt} = \frac{dT_{\text{Sch}}}{dt} \approx 0 \quad (4.42)$$

ist. Als „Ruhelage“ für  $T_{\text{Sch}}$  wurde daher jeweils der aktuelle Schätzwert  $\hat{T}_{\text{Sch}}$  verwendet.

Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben erfolgt die Ermittlung der Ruhelage für die trockene Brennstoffmasse in der Abbauzone, welche die Führungsgröße  $m_{\text{CHO,soll}}$  darstellt, dabei aus einem geforderten mittleren Luftverhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{\text{BB,soll}}$ . Diese Berechnungsvorschrift wurde auch hier insofern abgeändert, dass die vom Kalmanfilter rekonstruierten Störgrößen  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  in die Berechnung eingehen. Motivation ist dabei ebenfalls, wie in Abschnitt 4.1.1 für die exakte Linearisierung erörtert, die damit bessere Übereinstimmung des Modells mit der Realität, da auch hier die real auftretenden Störeinflüsse bei Nichtberücksichtigung die berechnete Ruhelage verfälschen.

Die konkrete Ermittlung der neuen Berechnungsvorschrift

$$\begin{aligned} m_{\text{CHO,soll}} &= m_{\text{CHO,soll}} \left( \hat{T}_{\text{Sch}}, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}, \mathbf{r}, \lambda_{\text{BB,soll}} \right) \\ \dot{m}_{\text{Brst,RL}} &= \dot{m}_{\text{Brst,RL}} \left( \hat{T}_{\text{Sch}}, \mathbf{d}, \hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}, \mathbf{r} \right), \end{aligned} \quad (4.43)$$

welche sich analog zu Abschnitt 4.1.3 auch hier, wie in [2] beschrieben, als Lösung eines linearen Gleichungssystems in jedem Zeitschritt ergibt, erfolgte dabei wieder mit dem Computeralgebrasystem MAXIMA. Zusammen mit dem P-Regler ist das Regelgesetz damit durch

$$\dot{m}_{\text{Brst,TS}} = \dot{m}_{\text{Brst,RL}} + k_{\text{P,BZ}} (\hat{m}_{\text{CHO}} - m_{\text{CHO,soll}}) \quad (4.44)$$

gegeben.

Ursprünglich wurde die Berechnung dieser Ruhelage in jedem Zeitschritt mit den aktuellen Werten aller Größen durchgeführt. Dadurch kommt es vor allem bei Schwankungen der Rücklaftemperatur, welche in der Praxis häufig auftreten, zu entsprechenden Schwankungen der so berechneten Führungsgröße für die Brennstoffmasse in der Abbauzone  $m_{\text{CHO,soll}}$ . Diese führen, wie in Abbildung 4.6 dargestellt, zu sehr schnellen, teilweise auch sprunghaften Änderungen des letztlich vorgegebenen Brennstoffmassenstroms  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$ . Sie sind allerdings einerseits unnötig, da eine Reaktion auf kurzfristige Leistungsschwankungen mit  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$  sowieso nicht möglich ist, und führen zugleich auch zu zusätzlichen Störungen, da die bei  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$  wirksame Totzeit  $T_{\text{t,BB}}$  nicht genau bekannt ist.

Aus diesem Grund wurde der bisherige Ansatz insofern abgeändert, dass nicht die aktuellen Werte der Störgrößen  $\mathbf{d}$  und  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  direkt verwendet, sondern deren Verläufe zuvor noch tiefpassgefiltert werden. Diese tiefpassgefilterten Störgrößen  $\bar{\mathbf{d}}$  und  $\bar{\hat{\mathbf{y}}}_{\text{FF}}$ , die

#### 4. Arbeiten am Regler

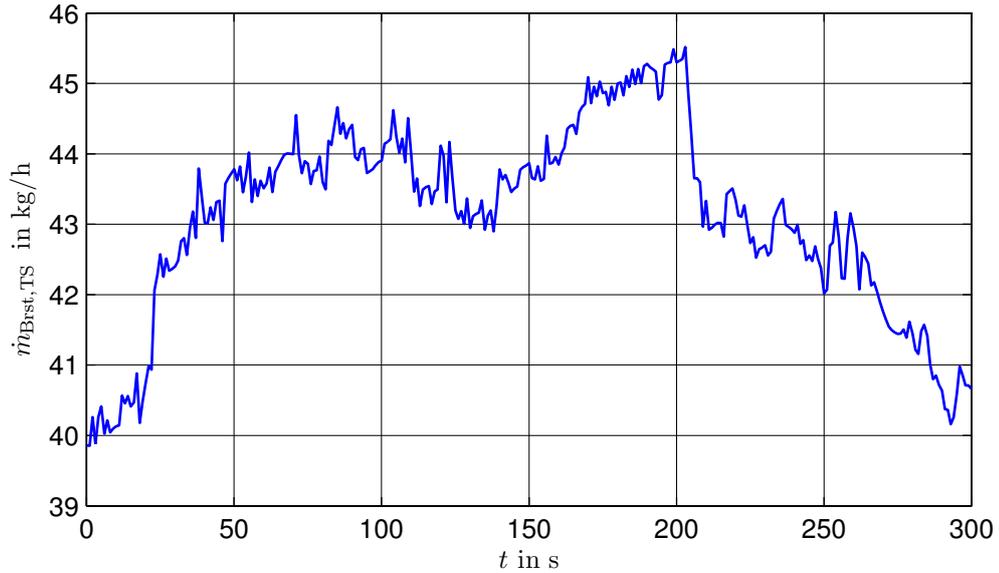


Abbildung 4.6.: Vom Regler vorgegebener trockener Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$

sich aus den aktuellen Werten über

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathbf{d}}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\text{BZ}}} (\mathbf{d} - \bar{\mathbf{d}}) \\ \frac{d\bar{\mathbf{y}}_{\text{FF}}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\text{BZ}}} (\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}} - \bar{\mathbf{y}}_{\text{FF}}) \end{aligned} \quad (4.45)$$

mit einer einstellbaren Zeitkonstante  $\tau_{\text{BZ}}$  ergeben, stellen dabei einen aktuellen Mittelwert der wirkenden Störgrößen dar und deren Verwendung anstelle von  $\mathbf{d}$  und  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$  bei der Ruhelagenberechnung (4.43) führt zu einem wesentlich gleichmäßigeren Verlauf von  $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$ .

### 4.4. Gesamtstruktur

Insgesamt hat der Regler, abgesehen vom Kalmanfilter, die in Abbildung 4.7 dargestellte Struktur. Einstellbare Parameter sind dabei die Zeitkonstante  $\tau_{\text{VL}}$ , welche die Dynamik der exakten Linearisierung von  $T_{\text{VL}}$  bestimmt, die Zeitkonstante der Tiefpassfilterung bei der Ruhelagenberechnung der Brennstoffzufuhr  $\tau_{\text{BZ}}$  und der Parameter des dort eingesetzten P-Reglers  $k_{\text{P,BZ}}$ , sowie die Parameter der drei PI-Regler  $k_{\text{P},i}$  und  $T_{\text{N},i}$ . Einige Richtlinien zur Wahl dieser Parameter werden in Abschnitt 6.1.3 diskutiert.

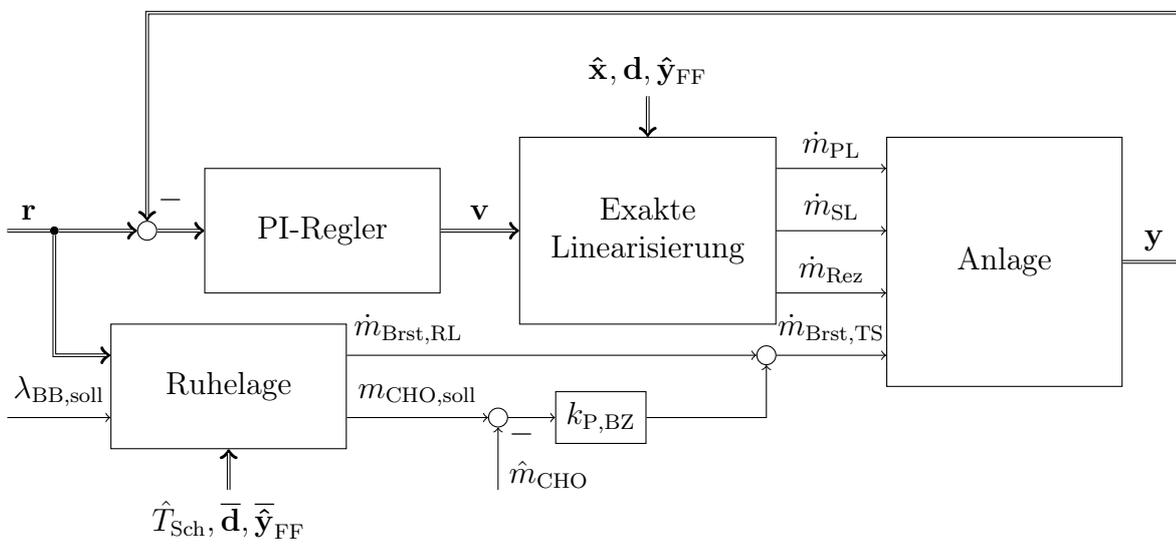


Abbildung 4.7.: Reglerstruktur



# 5. Experimentelle Verifikation

Zur Verifikation der in den Kapiteln 3 und 4 beschriebenen Änderungen an Kalmanfilter und Regler wurden diese an der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Versuchsanlage des Kompetenzzentrums BIOENERGY 2020+ implementiert und im Rahmen von Versuchen getestet. In diesem Kapitel werden zunächst Programm und Ablauf der durchgeführten Versuche beschrieben. Im Rahmen der darauf folgenden Versuchsauswertung werden dann, nach einer kurzen Diskussion zur Plausibilität der Messwerte, die ursprüngliche und die verbesserte Regelung hinsichtlich der jeweils damit erzielten Ergebnisse verglichen.

## 5.1. Durchgeführte Versuche

### 5.1.1. Versuchsprogramm

Zur Beurteilung und zum Vergleich von ursprünglicher und neuer Regelung wurden beide demselben Versuchsprogramm unterworfen. Dabei wurde das in Abbildung 5.1 dargestellte Leistungsprofil für die wasserseitig übertragene Leistung

$$\dot{Q}_W = c_W \cdot \dot{m}_W \cdot (T_{VL} - T_{RL}) \quad (5.1)$$

vorgegeben. Dieses ist hinsichtlich Art und Geschwindigkeit der Lastwechsel an ein typisches Leistungsprofil eines Fernheizkraftwerks angelehnt. Laständerungen erfolgten durch stufenweise Änderungen der Rücklauftemperatur, da diese auch in der Praxis die häufigste Form von Laständerungen darstellen. Dazu wurde die Rücklauftemperatur bei konstanter Führungsgröße für die Vorlauftemperatur

$$T_{VL,soll} = 87^\circ\text{C} \quad (5.2)$$

sowie bei näherungsweise konstantem Wassermassenstrom

$$\dot{m}_W \approx 2.9 \text{ kg/s} \quad (5.3)$$

zwischen  $72^\circ\text{C}$  und  $82^\circ\text{C}$  variiert. Dies entspricht einer Variation der Lastanforderung von ca. 60 kW bis 180 kW.

Zusätzlich wurden, wie ebenfalls in Abbildung 5.1 eingetragen, jeweils bei mittlerer

## 5. Experimentelle Verifikation

Last und Volllast<sup>1</sup> die in Abbildung 5.2 dargestellten sprungförmigen Änderungen der Führungsgröße für den Sauerstoffgehalt des Rauchgases  $x_{\text{O}_2,\text{RG},\text{soll}}$  durchgeführt. Abseits von diesen Führungssprüngen wurde ein konstanter Sauerstoffgehalt von

$$x_{\text{O}_2,\text{RG},\text{soll}} = 6 \text{ \%Vol.} \quad (5.4)$$

gefordert.

Für das mittlere Luftverhältnis im Brennstoffbett sowie für die Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone wurden während der gesamten Versuche konstante Führungsgrößen von

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{BB},\text{soll}} &= 0.7 \\ T_{\text{Sek},\text{soll}} &= 950 \text{ °C} \end{aligned} \quad (5.5)$$

vorgegeben, da Änderungen dieser Führungsgrößen auch in der Praxis nur sehr selten auftreten.

### 5.1.2. Durchführung der Versuche

Die Implementierung der neuen Regelung erfolgte gemeinsam mit der ursprünglichen Regelung in LABVIEW<sup>®</sup>. Die zur Implementierung des Erweiterten Kalmanfilters notwendigen Ableitungen, sowie die in Kapitel 4 beschriebenen Regelgesetze wurden dabei mithilfe des Computeralgebrasystems MAXIMA aus dem in Abschnitt 3.7.3 beschriebenen Modell gewonnen.

#### Zusätzlich eingesetzte Messgeräte

Um die Ergebnisse besser beurteilen zu können, kam bei den Versuchen zusätzlich zu den für die Regelung notwendigen Messgeräten auch eine Rauchgasanalyseeinheit zum Einsatz. Mit dieser wurden die Kohlenmonoxidkonzentration  $x_{\text{CO},\text{RG},\text{tr}}$  sowie der Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2,\text{RGA}}$  des trockenen Rauchgases – nicht zu verwechseln mit der im feuchten Rauchgas gemessenen Regelgröße  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$  – messtechnisch ermittelt. Mit einem NO<sub>x</sub>-Analysegerät basierend auf dem Chemilumineszenzprinzip wurden außerdem die Stickoxidemissionen  $x_{\text{NO},\text{RG},\text{tr}}$ , ebenfalls im trockenen Rauchgas, gemessen.

#### Versuchsablauf

Das in Abschnitt 5.1.1 beschriebene Versuchsprogramm wurde, nach einer Aufheizphase mit der Steuerung des Herstellers, für beide Regler durchgeführt. Dabei wurde darauf geachtet, dass abgesehen vom identischen Versuchsprogramm soweit als möglich auch die Ausgangsbedingungen für beide Reglerimplementierungen dieselben waren.

---

<sup>1</sup>Bei Teillast waren Sauerstoffsprünge aufgrund der dort auftretenden Beschränkung des Sekundärluftmassenstroms nicht sinnvoll.

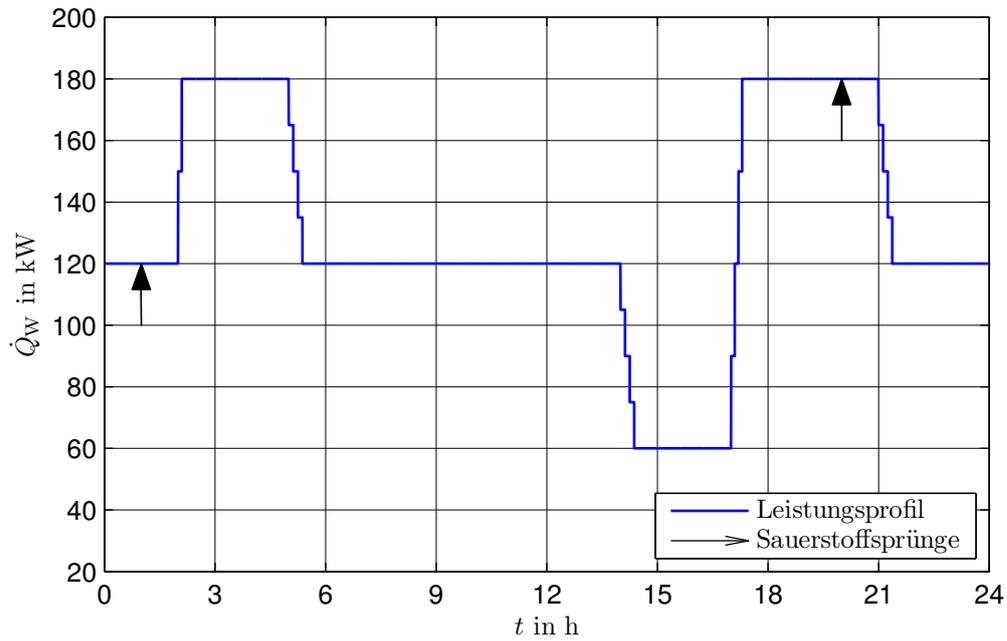


Abbildung 5.1.: Zur Reglerverifikation vorgegebenes Lastprofil

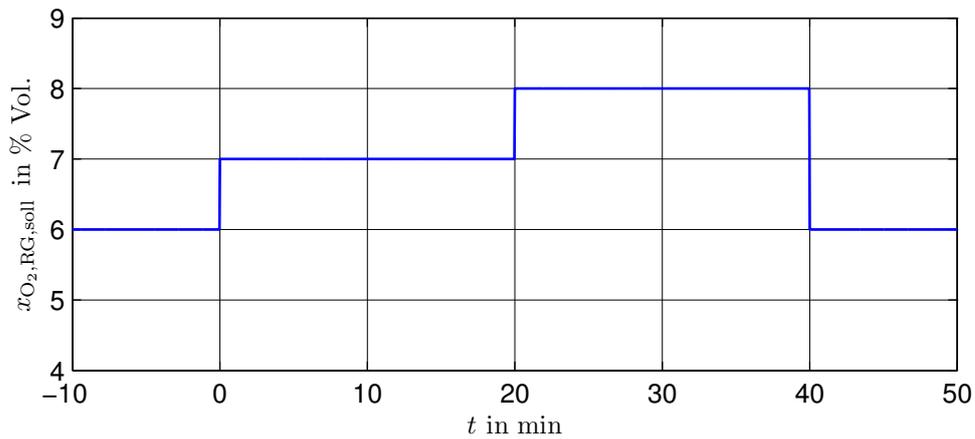


Abbildung 5.2.: Sprungförmige Änderungen von  $x_{O_2, RG, soll}$  bei 120 kW und 180 kW

Hinsichtlich der verwendeten Parametrierung der alten Regelung aus früheren Versuchen trat dabei ein Problem mit dem PI-Regler für den Sauerstoffgehalt des Rauchgases auf. Durch einen seit dem letzten Einsatz dieser Regelung erfolgten Sensortausch und der dadurch veränderten Streckendynamik kam es dort teilweise zu sehr starken Schwingungen. Zwar wurde versucht, dies durch eine Parameteranpassung zu beheben, es gelang jedoch, teilweise auch bedingt durch die in Abschnitt 4.1.1 beschriebenen Schwankungen des Verstärkungsfaktors, leider nicht vollständig. Aus diesem Grund entsprechen die hier mit der ursprünglichen Regelung erhaltenen Verläufe des geregelten Sauerstoffgehalts  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  nicht den zuvor mit dieser Regelung erzielten Ergebnissen.

## 5.2. Versuchsauswertung

Im Anschluss an die Versuche wurden, nach einer Überprüfung der Messwerte auf Plausibilität, die mit den beiden Reglern erzielten Ergebnisse gegenübergestellt und bewertet.

### 5.2.1. Überprüfung der Messwerte

Die bei den Versuchen aufgezeichneten Messwerte wurden zunächst im Rahmen von Massen- und Energiebilanzrechnungen hinsichtlich ihrer Plausibilität untersucht. Dabei hat sich anhand eines Vergleichs mit den Messdaten der Rauchgasanalytik gezeigt, dass der zur Regelung eingesetzte Sauerstoffsensoren einen Offsetfehler aufwies und einen um etwa 1 Vol. % zu hohen Sauerstoffgehalt lieferte. Ebenfalls wurde die Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt durch den Temperatursensor in der Sekundärzone  $T_{\text{Sek}}$ , welcher ebenfalls eine Regelgröße darstellt, gegenüber einem Vergleichssensor um etwa 50 K zu niedrig gemessen. Aus Messungen hat sich nachträglich auch der Wassergehalt des Brennstoffs mit

$$w_{\text{H}_2\text{O}} = 0.25 \quad (5.6)$$

bezogen auf die Feuchtsubstanz um 5 Massenprozent trockener als angenommen erwiesen. Diese Abweichungen sind für Biomassefeuerungsanlagen jedoch nicht ungewöhnlich und die besprochenen Offsets können durchaus auch in der Praxis im Rahmen üblicher Abnutzung auftreten. In diesem Sinne kann also von realistischen Versuchsbedingungen gesprochen werden.

Ein interessantes Detail ist in diesem Zusammenhang, dass sich bei den Bilanzrechnungen auch eine im Mittel gegenüber dem Modell etwa um den Faktor 1.1 höhere Schüttdichte des Brennstoffs herausstellte. Dies wird, wie in Abbildung 5.3 zu sehen, vom neuen Kalmanfilter auch erkannt, während der ursprünglich implementierte Kalmanfilter durch die fehlende Berücksichtigung der Abbauschwankungen in diesem Zusammenhang keine brauchbaren Informationen liefert.

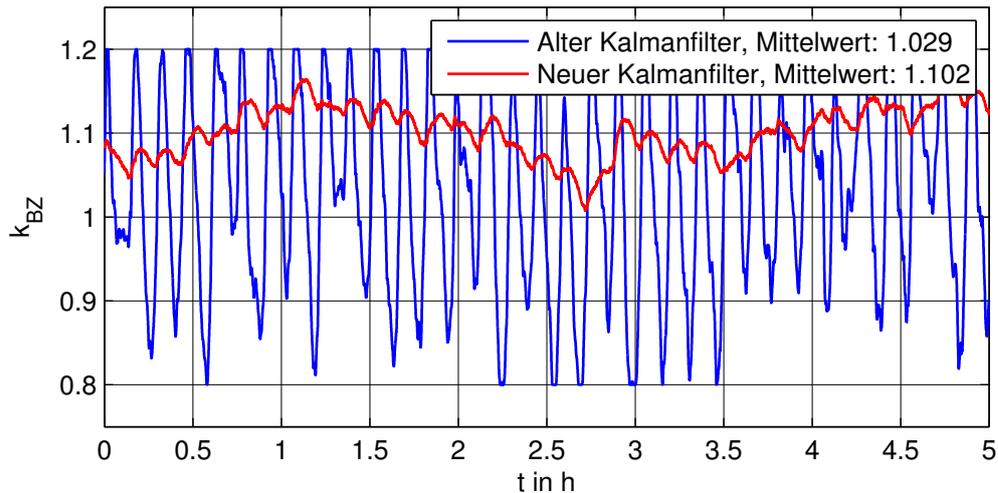


Abbildung 5.3.: Schätzwerte der Kalmanfilter für den Brennstoffzufuhrfaktor  $k_{BZ}$  im stationären Betrieb bei 120 kW

### 5.2.2. Vergleich der Regelungen

Im Folgenden werden die mit den beiden Reglern erzielten Ergebnisse anhand der aufgezeichneten Versuchsdaten miteinander verglichen. Dabei werden stellvertretend für alle Versuche einige Ausschnitte aus dem gesamten Versuchsprogramm, konkret der stationäre Betrieb bei mittlerer Last, eine sprungförmige Änderung des Sauerstoffgehalts sowie ein alle drei Lastzustände umfassendes Lastprofil herausgegriffen und diskutiert. Weiters wird auch auf das Emissionsverhalten der beiden Regelungen eingegangen.

#### Stationärer Betrieb bei mittlerer Last

Zunächst soll aus dem in Abschnitt 5.1.1 besprochenen Lastprofil der sechsstündige Ausschnitt bei mittlerer Last<sup>2</sup> betrachtet werden.

**Sekundärzonen- und Vorlauftemperatur** In den Abbildungen 5.4 und 5.5 sind die geregelten Verläufe der Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone  $T_{Sek}$  und der Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  dargestellt. Neben dem Messwert  $y_i$  und der Führungsgröße  $r_i$  ist dabei jeweils auch der PI-Reglerausgang  $v_i$ , der zugleich auch Eingangsgröße der exakten Linearisierung<sup>3</sup> ist, dargestellt.

Bei  $T_{Sek}$  und  $T_{VL}$  treten in beiden Fällen Schwankungen auf, welche durch den als Störgröße wirkenden, schwankenden Abbau zustande kommen und deren Periodendauer daher auch der Rostperiode von 550 s entspricht. Mit der verbesserten Regelung

<sup>2</sup>Ausschnitt von ca. 8 h bis 14 h in Abbildung 5.1

<sup>3</sup>Vergleiche dazu auch Abbildung 4.7

## 5. Experimentelle Verifikation

gelingt dabei eine deutliche Reduktion dieser Schwankungen, und zwar, gemessen an der ermittelten Standardabweichung, auf ein Drittel bzw. die Hälfte ihrer ursprünglichen Amplitude. Dies ist nicht etwa auf andere PI-Reglerparameter<sup>4</sup>, sondern auf die Berücksichtigung der Abbauschwankungen in Form von  $\alpha_{\text{Abb}}$  im Kalmanfilter und im Regler zurückzuführen.

Wie man am Mittelwert des Regelfehlers erkennt, ist stationäre Genauigkeit des gesamten Regelkreises in beiden Fällen gegeben. Vergleicht man aber außerdem die PI-Reglerausgänge  $v_2$  und  $v_3$  bei  $T_{\text{Sek}}$  und  $T_{\text{VL}}$ , so kann man erkennen, dass diese bei der neuen Regelung im Mittel der Führungsgröße entsprechen, während sie bei der alten Regelung eine deutliche Abweichung von dieser aufweisen müssen, um stationäre Genauigkeit zu erreichen. Dies ist hauptsächlich die Folge der korrekten Berücksichtigung der weitgehend konstanten Störgrößen. Diese führt, wie in Abschnitt 4.1.1 ausgeführt dazu, dass die exakte Linearisierung selbst stationär genau ist und im Mittel

$$y_i = v_i \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \quad (5.7)$$

gilt.

**Sauerstoffgehalt** Der geregelte Sauerstoffgehalt des Rauchgases  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Aufgrund der in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Problematik bei der Parametereinstellung für den PI-Regler ist dabei jedoch der mit der alten Regelung erzielte Verlauf nicht für die zuvor mit dieser Regelung erzielten Ergebnisse repräsentativ. Ein direkter Vergleich der beiden Regelungen ist in dieser Hinsicht daher leider nicht möglich, prinzipiell liegen die Ergebnisse der neuen Regelung aber im Bereich der bei früheren Versuchen auch mit der alten Regelung erzielten Resultate.

Abgesehen davon fallen jedoch die bei der alten Regelung auftretenden, starken Schwankungen des PI-Reglerausgangs  $v_1$  auf. Diese führen zeitweise sogar zur Forderung eines negativen Sauerstoffgehalts von der exakten Linearisierung. Zurückzuführen sind sie, wie in Abschnitt 4.1.1 ausgeführt und von Abbildung 4.2 auch in dieser Weise vorhergesagt, auf die bei der ursprünglichen Regelung fehlende Berücksichtigung der Störgrößen, weshalb diese Schwankungen auch bei Einsatz der neuen Regelung verschwinden.

Bei beiden Regelungen ist erkennbar, dass der Sauerstoffgehalt durch die Regelung zwar die meiste Zeit in einem  $\pm 1$  %Vol. Band gehalten wird, es jedoch hin und wieder zu einem Verlassen dieses Bandes kommt. Davon ist insbesondere die Unterschreitung problematisch und unerwünscht, da es bei Unterschreitung einer bestimmten Untergrenze zu einem unvollständigen Ausbrand und damit zu Kohlenmonoxidemissionen kommen kann. Der Grund für die sporadisch auftretenden Einbrüche des Sauerstoffgehalts sind hier meist vom Regler unerwartete, starke Änderungen des Abbaus, auf welche natürlich möglichst schnell reagiert werden muss. Dabei beschränkt jedoch die bei der

---

<sup>4</sup>Tatsächlich waren die Verstärkungsfaktoren  $k_{\text{P},2}$  und  $k_{\text{P},3}$  der PI-Regler bei der neuen Regelung bei gleicher Nachstellzeit sogar etwas kleiner.

Messung des Sauerstoffgehalts auftretende, in Abschnitt 3.6 beschriebene Totzeit die Reaktionsgeschwindigkeit des Reglers auf diese sprungförmigen Störungen, weshalb in dieser Hinsicht auch mit anderen Reglerparametern keine besseren Ergebnisse erzielbar waren.

In Abbildung 5.7 ist der Verlauf des geregelten Sauerstoffgehalts  $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$  bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße  $x_{\text{O}_2, \text{RG}, \text{soll}}$  bei mittlerer Last dargestellt. Durch die bei den PI-Reglern zusätzlich eingesetzte Vorsteuerung ist dabei eine etwas schnellere Reaktion auf den Führungsgrößenprung erkennbar. Ebenfalls deutlich erkennbar sind hier nochmals die durch die problematische Parametereinstellung der ursprünglichen Regelung auftretenden Schwingungen des Sauerstoffgehalts. Vergleicht man dazu Abbildung 4.2 aus Abschnitt 4.1.1 hinsichtlich des PI-Reglerausgangs  $v_1$  so erkennt man, dass diese Schwingungen durchwegs bei maximalem Wert des Abbaufaktors auftreten und daher aufgrund des dort, wie in Abbildung 4.3 erkennbar, maximalen Verstärkungsfaktors der linearisierten Strecke von

$$\frac{dy_1}{dv_1} \approx 0.77 \quad (5.8)$$

auch zu erwarten sind.

**Brennstoff in der Abbauzone und Verbrennungsluftverhältnis** Abbildung 5.8 zeigt den Verlauf der vierten Regelgröße, der geschätzten trockenen Brennstoffmasse in der Abbauzone  $\hat{m}_{\text{CHO}}$ . Dabei ist sowohl der Schätzwert des neuen, als auch der des alten Kalmanfilters dargestellt, wobei für die Regelung natürlich immer der Schätzwert des zum jeweiligen Regler gehörigen Kalmanfilters herangezogen wurde. Im Vergleich der beiden Kalmanfilter sieht man dabei zunächst, dass einerseits der Schätzwert des ursprünglich implementierten Kalmanfilters deutlich stärker, mit einer Amplitude von bis zu 0.7 kg, schwankt. Weiters fällt auch ein Phasenversatz zwischen den beiden Schätzwerten auf. Diese Unterschiede resultieren daraus, dass der neue Kalmanfilter Schwankungen des abgebauten Brennstoffmassenstroms (2.5) durch  $\alpha_{\text{Abb}}$  explizit berücksichtigt. Der ursprünglich implementierte Kalmanfilter dagegen erklärt dies, mangels Alternativen, als eine Änderung von  $m_{\text{CHO}}$  bzw.  $k_{\text{BZ}}$  durch das Zustandsrauschen.

Aus diesem Grund wurde zur statistischen Bewertung der Regelabweichung auch bei der alten Regelung der plausible Schätzwert des neuen Kalmanfilters als Istwert herangezogen. Dabei tritt bei der ursprünglichen Regelung eine deutliche bleibende Regelabweichung auf<sup>5</sup>. Diese wird hauptsächlich durch die zuvor erwähnte, etwas höhere Schüttdichte des Brennstoffs, sowie durch die Tatsache verursacht, dass bei der Regelung von  $m_{\text{CHO}}$  kein Integrator eingesetzt wird. Bei der neuen Regelung dagegen wird stationäre Genauigkeit erreicht, was insbesondere angesichts des hier ebenfalls eingesetzten reinen Proportionalreglers bemerkenswert ist. Grund dafür ist die, durch

<sup>5</sup>Diese tritt im selben Maße auch bei Verwendung des Schätzwerts des alten Kalmanfilters auf.

## 5. Experimentelle Verifikation

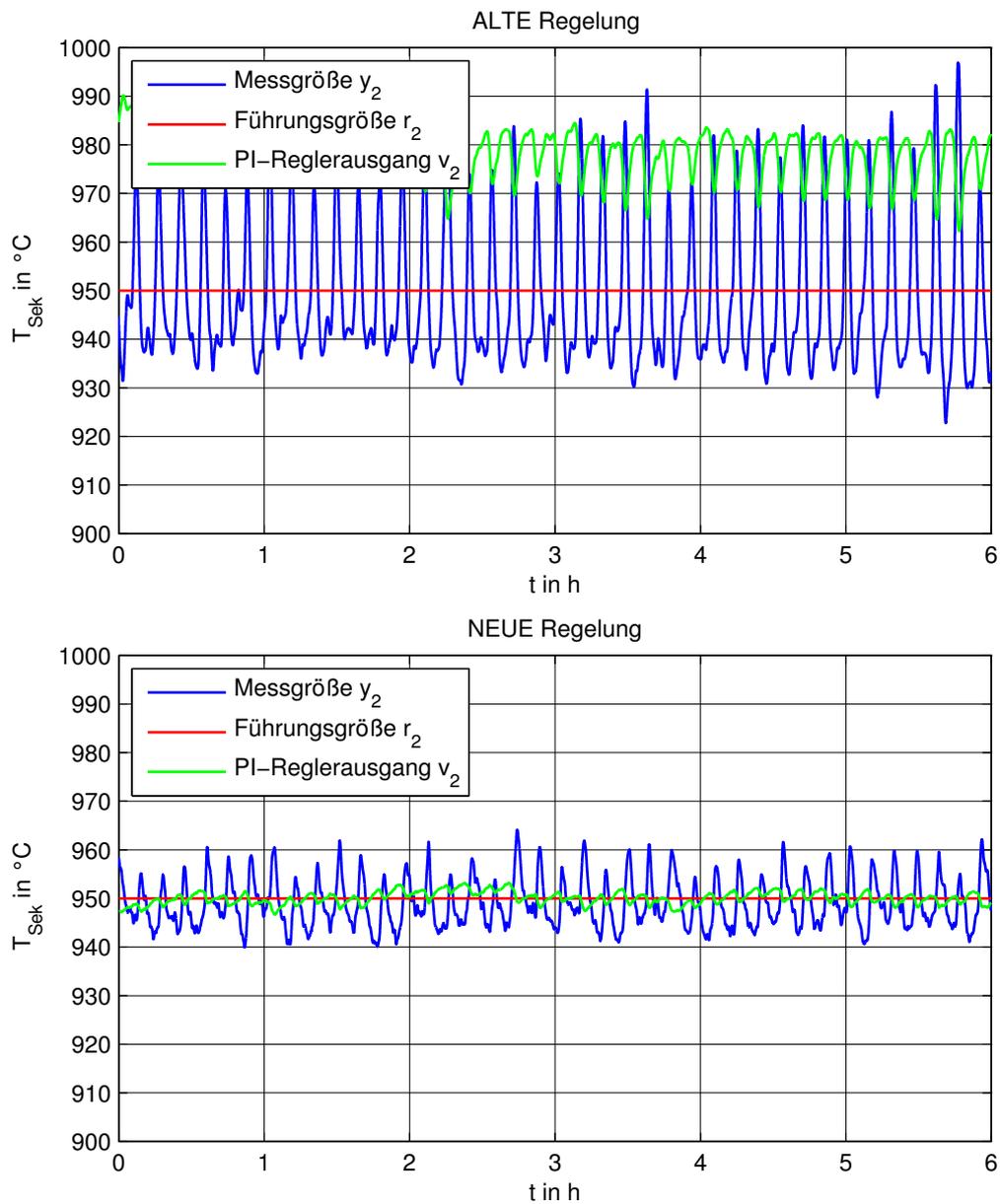
Berücksichtigung von  $\alpha_{\text{Abb}}$  erreichte, prinzipielle Verwendbarkeit<sup>6</sup> des vom Kalmanfilter geschätzten Brennstoffzufuhrfaktors  $k_{\text{BZ}}$ , sowie dessen Verwendung bei der Ruhelagenberechnung. Anschaulich betrachtet wird dadurch eine Anpassung der Drehzahl der Förderschnecke an die abweichende Schüttdichte erreicht.

Schließlich sind hier auch die reduzierten Schwankungen der vom Regler berechneten, als Führungsgröße  $m_{\text{CHO,soll}}$  verwendeten Ruhelage erkennbar, welche durch die in Abschnitt 4.3 beschriebene Tiefpassfilterung der Störgrößen erreicht werden. Diese sind, neben dem plausibleren Verlauf des Schätzwerts  $\hat{m}_{\text{CHO}}$ , mit ein Grund für die auch deutlich langsameren Schwankungen der Regelgröße.

Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, erfolgt die Vorgabe von  $m_{\text{CHO,soll}}$  so, dass damit ein bestimmtes, mittleres Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{\text{BB}}$  resultiert. Dieses wurde anhand der durchgeführten Bilanzrechnungen und der Messwerte der Rauchgasanalytik ermittelt und ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Die zu große Brennstoffmasse in der Abbauzone bei der alten Regelung führt dabei natürlich zu einem entsprechend niedrigeren Luftverhältnis. Aber auch bei der neuen Regelung tritt trotz stationärer Genauigkeit von  $\hat{m}_{\text{CHO}}$  eine geringe Abweichung von  $\lambda_{\text{BB}}$  vom geforderten Wert  $\lambda_{\text{BB,soll}}$  auf. Der Grund dafür ist die auch beim neuen Kalmanfilter auftretende Verfälschung der Schätzwerte gegenüber den tatsächlichen Zustandsgrößen, welche durch den nicht berücksichtigbaren Offsetfehler des Sauerstoffsensors, sowie durch den Einfluss weiterer unberücksichtigter Störgrößen zustande kommt.

---

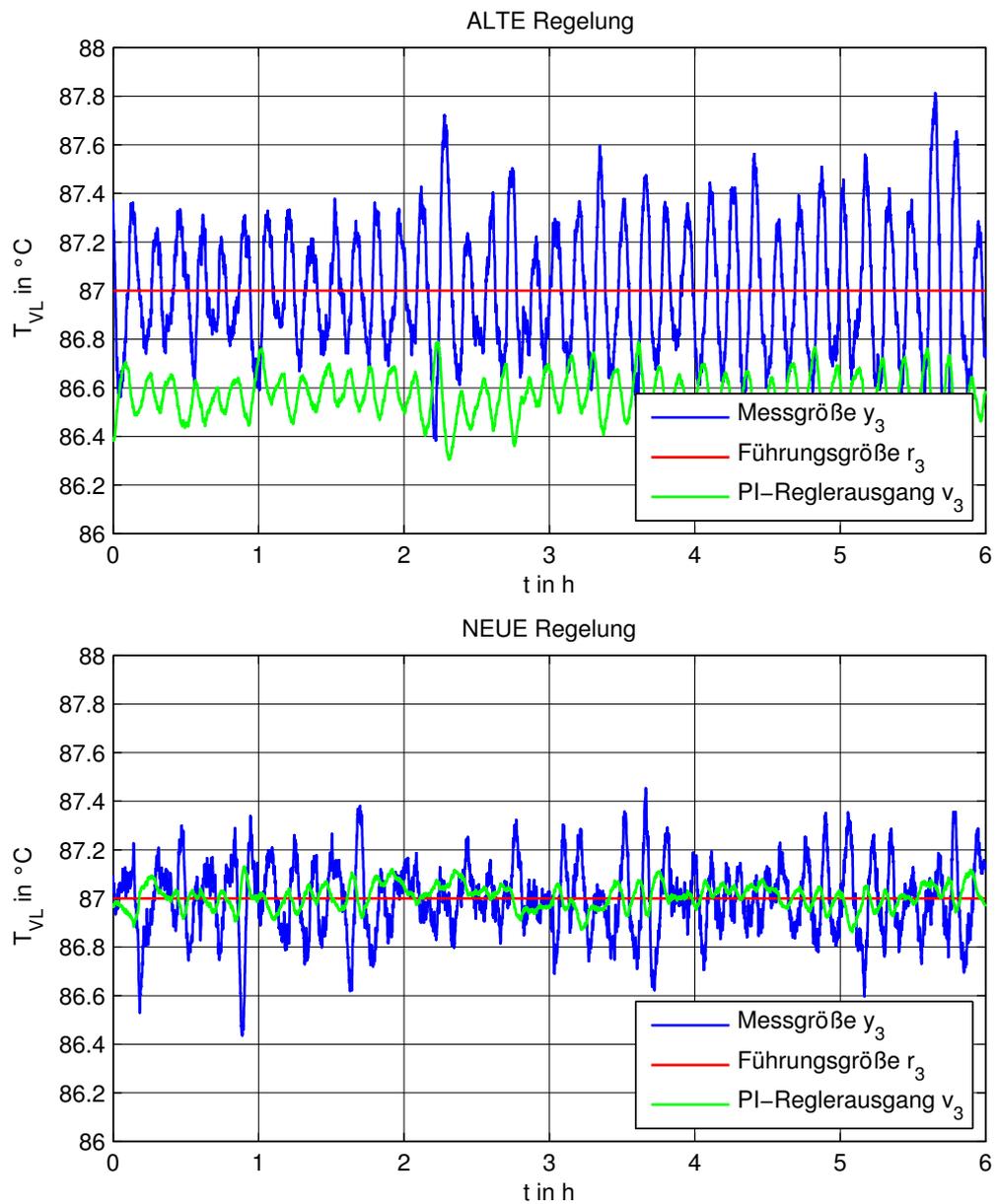
<sup>6</sup>Siehe dazu auch Abbildung 5.3.



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers in K		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	-0.847402	-1.01177
Standardabweichung	15.0881	5.03559

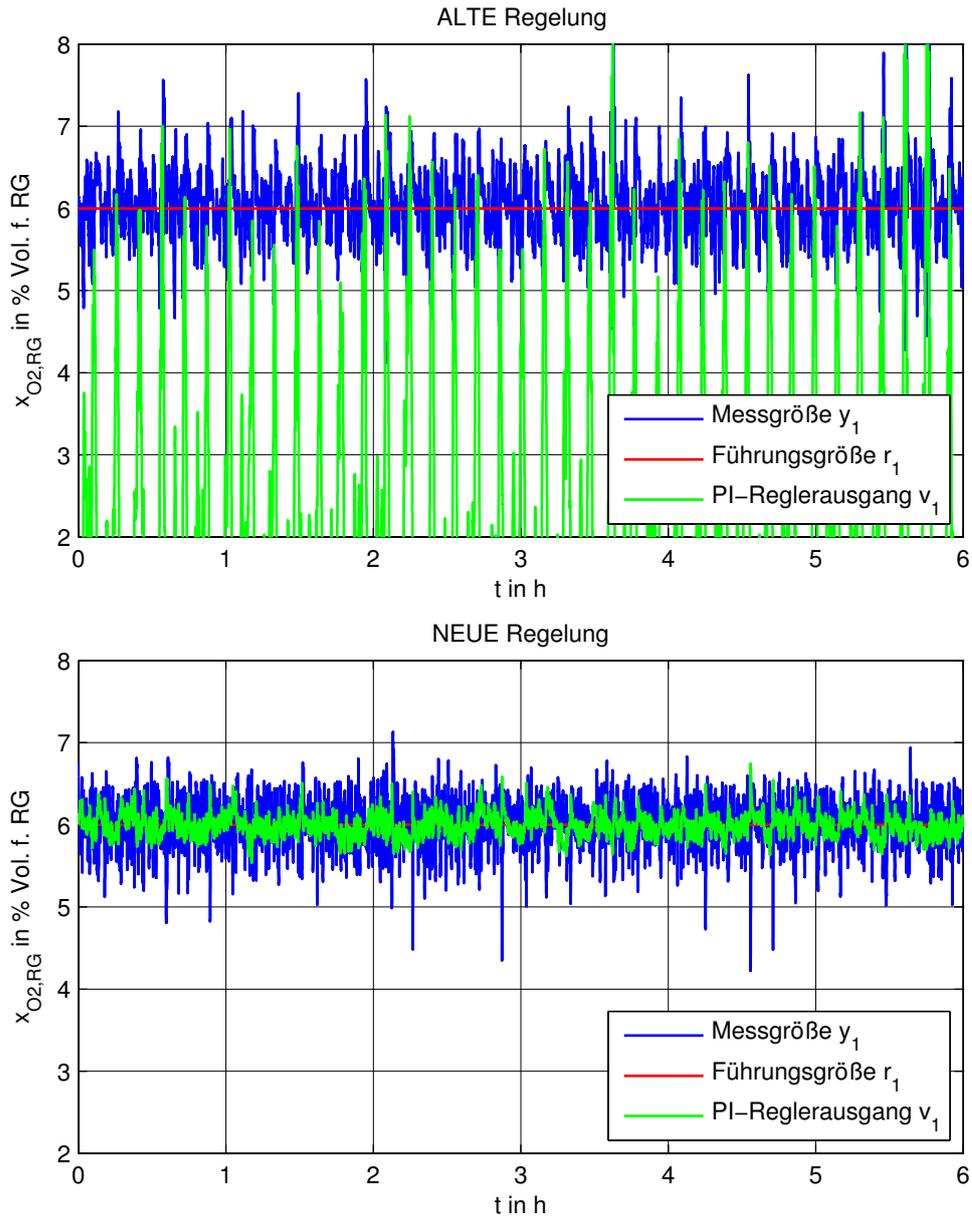
Abbildung 5.4.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich der *geregelten Sekundärzonen-temperatur*  $T_{\text{Sek}}$  im stationären Betrieb bei mittlerer Last

## 5. Experimentelle Verifikation



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers		
in K		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	-0.00128044	-0.000211782
Standardabweichung	0.261346	0.14408

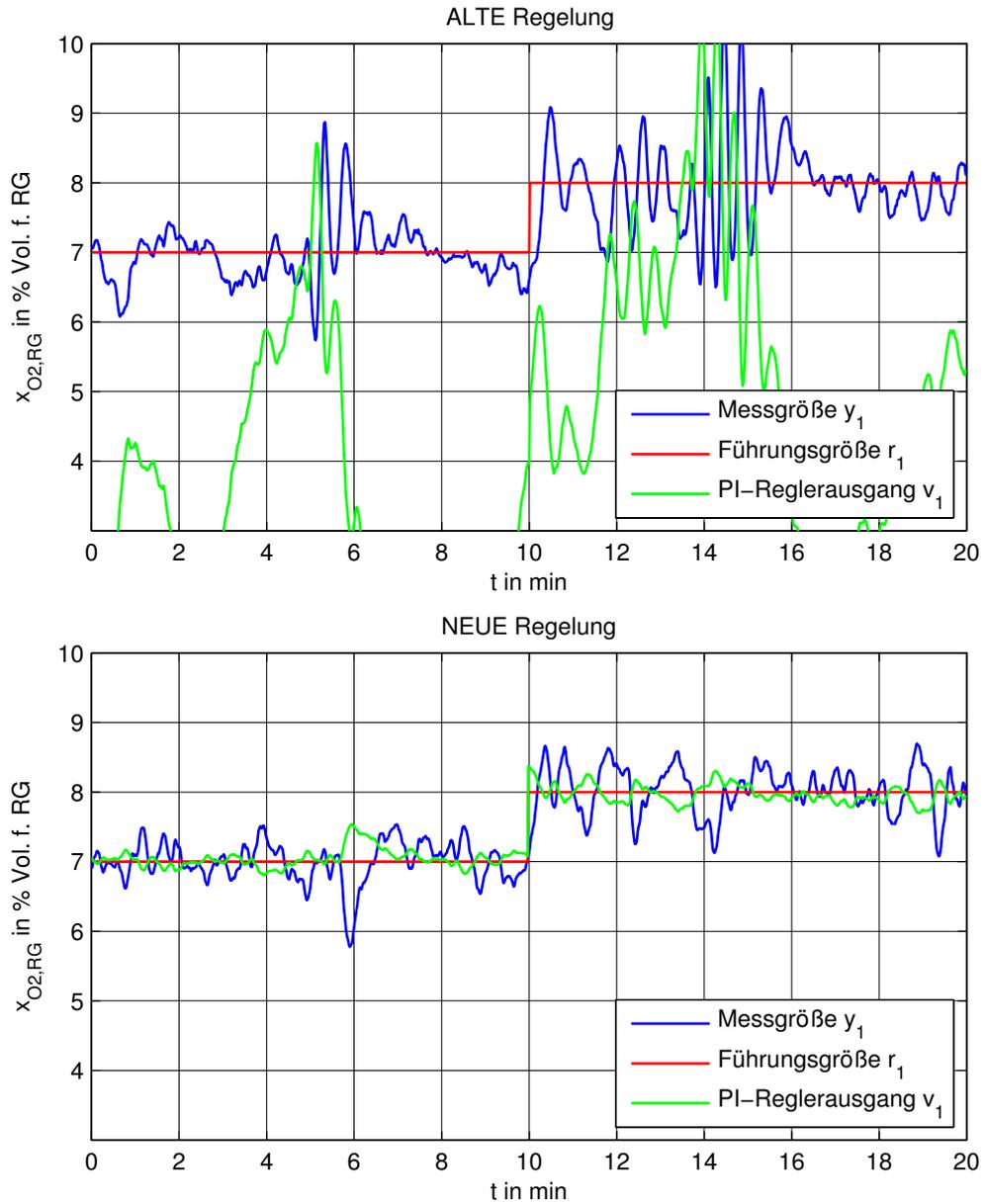
Abbildung 5.5.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich der *geregelten Vorlauftemperatur*  $T_{VL}$  im stationären Betrieb bei mittlerer Last



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers in % Vol. f. RG		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	0.00317716	0.00587634
Standardabweichung	0.44801	0.299525

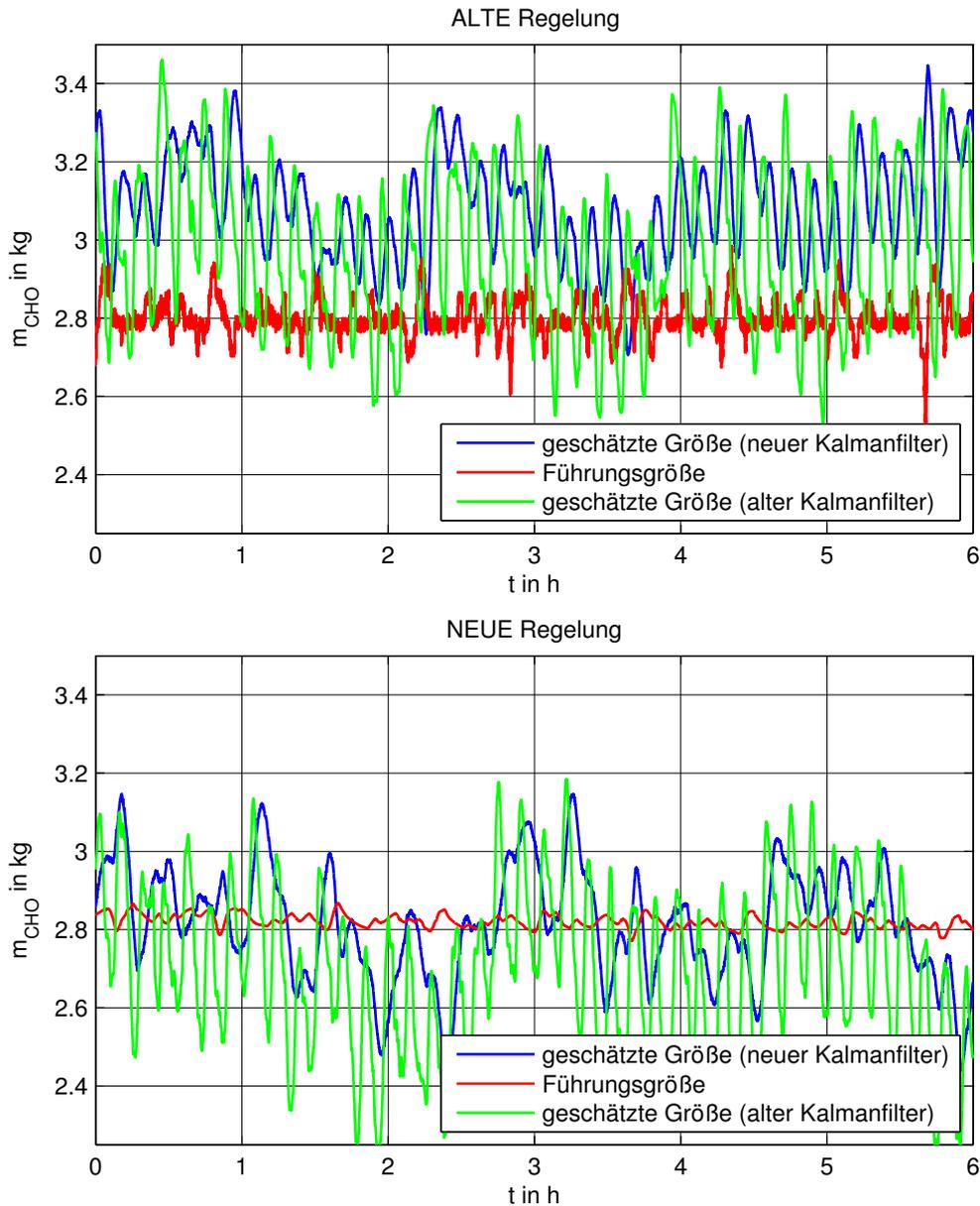
Abbildung 5.6.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *geregelten Sauerstoffgehalts des feuchten Rauchgases*  $x_{O_2, RG}$  im stationären Betrieb bei mittlerer Last

## 5. Experimentelle Verifikation



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers in % Vol. f. RG		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	-0.0226195	0.0101834
Standardabweichung	0.54735	0.320671

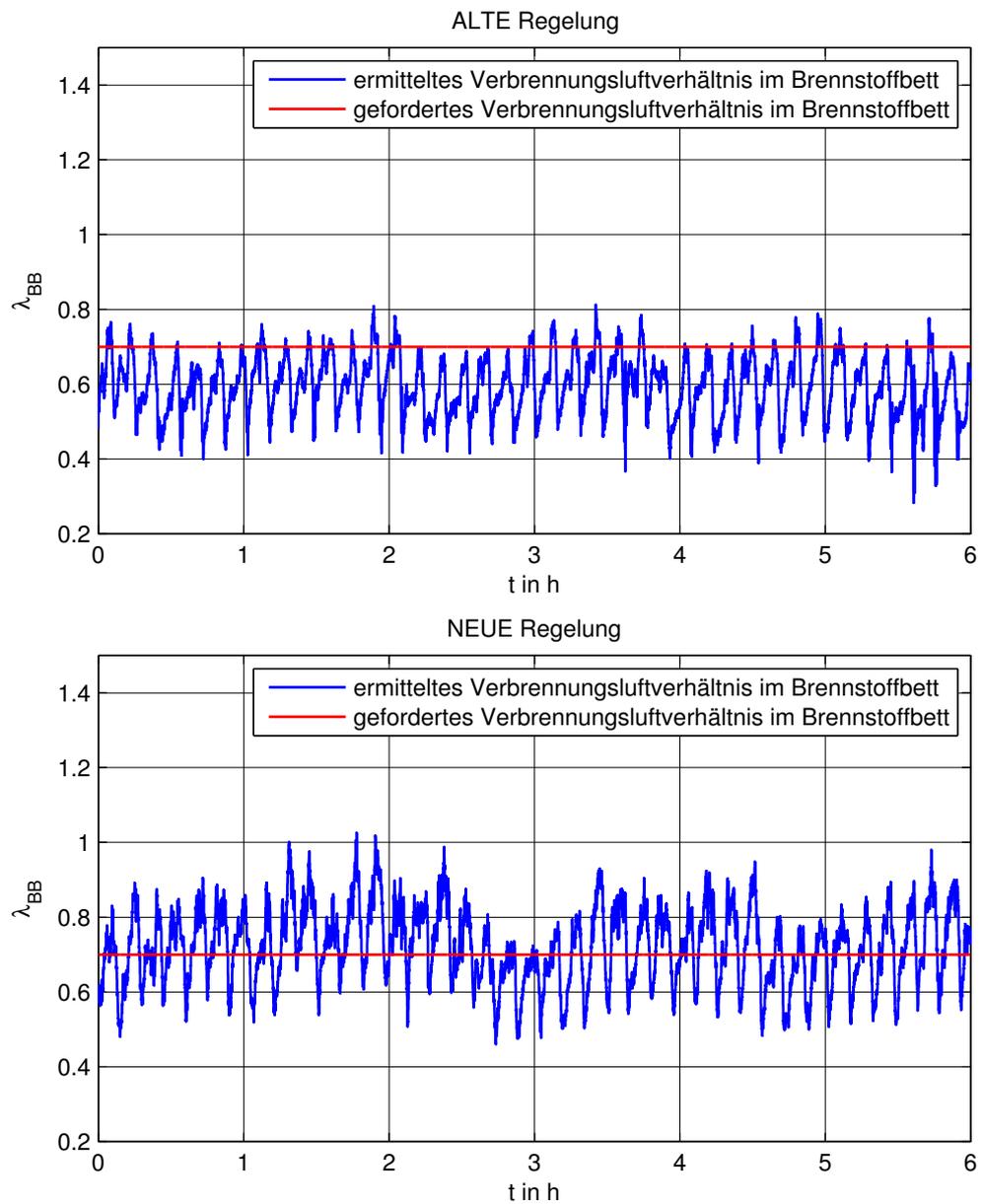
Abbildung 5.7.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *geregelten Sauerstoffgehalts des feuchten Rauchgases*  $x_{O_2,RG}$  bei einem Führungsgrößensprung im stationären Betrieb bei mittlerer Last



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers (neuer Kalmanfilter)		
in kg		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	0.28186	-0.0071884
Standardabweichung	0.150257	0.145523

Abbildung 5.8.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *geregelten Schätzwerts für die Masse des trockenen Brennstoffs in der Abbauzone*  $\hat{m}_{\text{CHO}}$  sowie der Schätzergebnisse der beiden Kalmanfilter im stationären Betrieb bei mittlerer Last

## 5. Experimentelle Verifikation



Statistische Kenngrößen der Abweichung		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	-0.104565	0.0206974
Standardabweichung	0.0804147	0.102167

Abbildung 5.9.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *Verbrennungsluftverhältnisses im Brennstoffbett*  $\lambda_{BB}$  im stationären Betrieb bei mittlerer Last

## Emissionen

Tabelle 5.1 zeigt einen Vergleich der Kohlenmonoxidemissionen beider Regelungen im stationären Betrieb bei unterschiedlichen Lastzuständen. Grundsätzlich treten bei beiden Regelungen ungewöhnlich hohe CO-Emissionen auf. Der Grund dafür ist nicht völlig klar, Abbildung 5.10 deutet jedoch darauf hin, dass dieser Umstand nicht auf die Ansteuerung durch die Regelung zurückzuführen ist, sondern konstruktionsbedingt ist. Dort ist neben der CO-Konzentration unter anderem auch die Rostposition, sowie der von der Rauchgasanalytik ermittelte Sauerstoffgehalt des trockenen Rauchgases dargestellt. Berücksichtigt man, dass die Messung der Emissionen gegenüber ihrem Auftreten prinzipbedingt etwas verzögert erfolgt, so fällt dabei auf, dass Emissionsspitzen offenbar bevorzugt zugleich mit oder unmittelbar nach einer Rostbewegung auftreten. Ebenfalls bemerkenswert ist, dass dabei dennoch ein unveränderter Luftüberschuss vorliegt. Möglicherweise kommt es hier durch die Bewegung zu einem kurzzeitigen, starken Brennstoffabbau in einem kleinen Rostbereich, welcher in Folge zwar unvollständig verbrennt, aufgrund der geringen Menge aber keine Auswirkung auf den Sauerstoffgehalt hat.

Abgesehen davon erkennt man jedoch bei der neuen Regelung eine Reduktion der CO-Emissionen. Dabei könnte man zunächst die Unterschiede bei der Regelung des Sauerstoffgehalts als Ursache vermuten. Bei näherer Betrachtung stellt sich jedoch heraus, dass die Emissionen so gut wie nie bei den in Abbildung 5.6 erkennbaren Unterschreitungen von 5 % Vol. Sauerstoff im feuchten Rauchgas, dagegen aber tendenziell vermehrt bei fallender Sekundärzonen­temperatur  $T_{\text{Sek}}$  auftreten. Da bei rasch fallenden Messwerten die tatsächliche Temperatur des Rauchgases, bedingt durch die Sensordynamik, bereits deutlich niedriger sein muss, liegt die Vermutung nahe, dass diese niedrigere Rauchgastemperatur in der Sekundärzone letztlich die CO-Emissionen begünstigt, und deshalb mit der neuen Regelung durch die bessere Stabilisierung von  $T_{\text{Sek}}$  auch eine entsprechende Reduktion erzielt wird.

Bei den in Tabelle 5.2 aufgeführten, mittleren Stickoxidemissionen erkennt man bei Einsatz der neuen Regelung eine leichte Zunahme. Für diese Emissionen ist hauptsächlich das Verbrennungsluftverhältnis in der Primärverbrennungszone  $\lambda_{\text{PVZ}}$  maßgeblich [11]. Dieses wird, im Gegensatz zum Luftverhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{\text{BB}}$ , von den Regelungen nicht gezielt beeinflusst. Jedoch kommt es durch die, in Abbildung 5.9 erkennbaren, unterschiedlichen Mittelwerte von  $\lambda_{\text{BB}}$  bei beiden Regelungen auch zu unterschiedlichen Werten für  $\lambda_{\text{PVZ}}$ , was letztlich zu den beobachteten Unterschieden bei den Stickoxidemissionen führt.

## 5. Experimentelle Verifikation

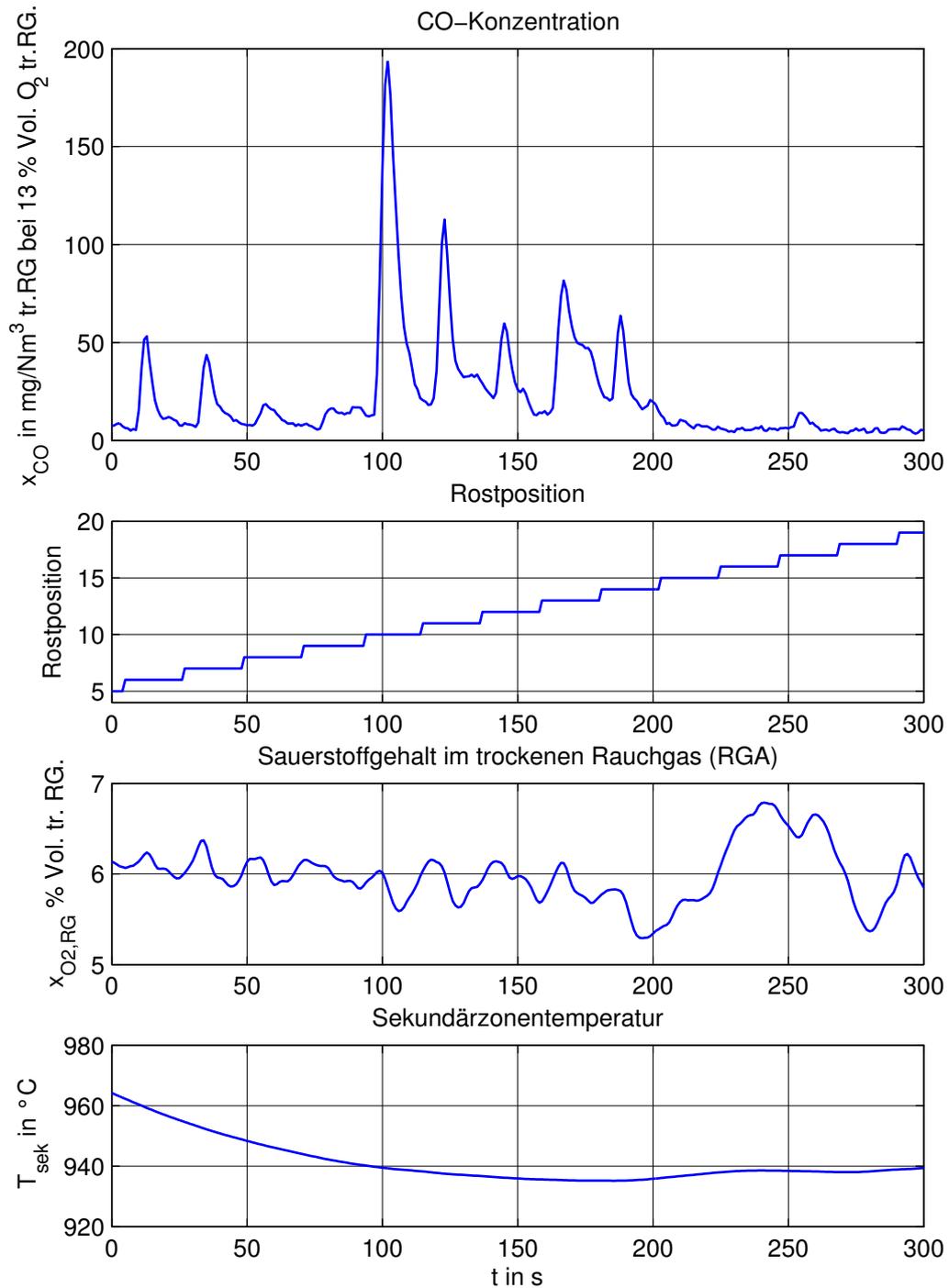


Abbildung 5.10.: Detaillierter Vergleich der durch die Rauchgasanalytik ermittelten Verläufe von CO-Emissionen und Sauerstoffgehalt, sowie der gemessenen Sekundärzonenentemperatur  $T_{\text{Sek}}$  und der Rostposition im stationären Betrieb bei mittlerer Last

Mittlere Leistung in kW	Mittlere CO-Emissionen in mg/Nm <sup>3</sup> tr. RG bei 13%Vol. tr.RG	
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
60	2.98151	3.05911
120	11.2073	5.3583
180	106.545	78.5486

Tabelle 5.1.: Kohlenmonoxidemissionen im stationären Betrieb bei verschiedenen Lastzuständen

Mittlere Leistung in kW	Mittlere NO-Emissionen in mg/Nm <sup>3</sup> tr. RG bei 13%Vol. tr.RG	
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
60	77.6169	90.9773
120	72.0897	80.7593
180	102.684	109.321

Tabelle 5.2.: Stickstoffmonoxidemissionen im stationären Betrieb bei verschiedenen Lastzuständen

### Lastprofil

Im Folgenden wird anhand eines alle drei Lastzustände umfassenden Lastprofils<sup>7</sup> das Verhalten der Regelung auch bei Voll- und Teillast sowie bei Lastwechseln betrachtet.

**Leistung** In Abbildung 5.11 ist der Verlauf der wasserseitig übertragenen Leistung des betrachteten Ausschnitts aus dem Lastprofil dargestellt. Die erkennbaren Schwankungen der geforderten Leistung ergeben sich dabei hauptsächlich aus Änderungen der als Störgröße wirkenden Rücklauftemperatur. Bedingt durch die bereits diskutierte und auch in Abbildung 5.12 erkennbare, bessere Stabilisierung der Vorlauftemperatur kommt es bei Einsatz der neuen Regelung auch hier zu geringeren Abweichungen.

Hinsichtlich der Abbauschwankungen erkennt man anhand der daraus resultierenden Störungen der Vorlauftemperatur, dass diese bei Volllast am stärksten ausgeprägt sind, während sie bei Minimallast fast völlig verschwinden. Aus diesem Grund zeigen dort die beiden Regelungen auch ein sehr ähnliches Verhalten.

**Sekundärzonentemperatur und Sauerstoffgehalt** In den Abbildungen 5.13 und 5.14 sind die zu diesem Lastprofil gehörigen, geregelten Verläufe von  $x_{O_2, RG}$  und  $T_{Sek}$  zu sehen. Bei niedriger Last kommt es bei diesen im Vergleich zu den übrigen Lastzuständen zu einer deutlichen Abweichung vom Sollwert. Dabei handelt es sich jedoch nicht um ein Versagen der Regelung, sondern um eine Auswirkung der hier auftretenden Stellgrößenbeschränkungen von  $\dot{m}_{SL}$  und  $\dot{m}_{Rez}$ . Da dadurch die exakte Linearisierung nicht mehr funktioniert, würde dies auch bei der Vorlauftemperatur zu einer Abweichung führen. Deren stationäre Genauigkeit wird daher bei beiden Regelungen durch die integrierenden Regler und die eingesetzte Anti-Windup Strategie sichergestellt. Dies ist jedoch nicht ohne Probleme und führt etwa zu dem in Abbildung 5.14 ebenfalls erkennbaren Überschwingen der Sekundärzonentemperatur  $T_{Sek}$  beim Lastwechsel.

Außerdem fällt auf, dass die alte gegenüber der neuen Regelung bei niedriger Last eine höhere Sekundärzonentemperatur bei etwas geringerem Sauerstoffgehalt des Rauchgases aufweist. Da in beiden Fällen die minimal mögliche Sekundärluft zugeführt wird, ist dieser Unterschied auf das unterschiedliche Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett zurückzuführen, welches wie bereits diskutiert bei der alten Regelung etwas niedriger ist.

**Verbrennungsluftverhältnis** Vergleicht man die in Abbildung 5.15 dargestellten Ergebnisse hinsichtlich des erreichten mittleren Luftverhältnisses im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$ , so kann man wie bereits zuvor erkennen, dass die ursprüngliche Regelung bedingt durch die höhere Brennstoffschüttdichte zu viel Brennstoffmasse in der Abbauzone und damit tendenziell ein zu niedriges  $\lambda_{BB}$  erreicht. Bei der neuen Regelung tritt dieses Problem bei mittlerer und hoher Last nicht mehr auf. Bei niedriger Last kommt es jedoch nach

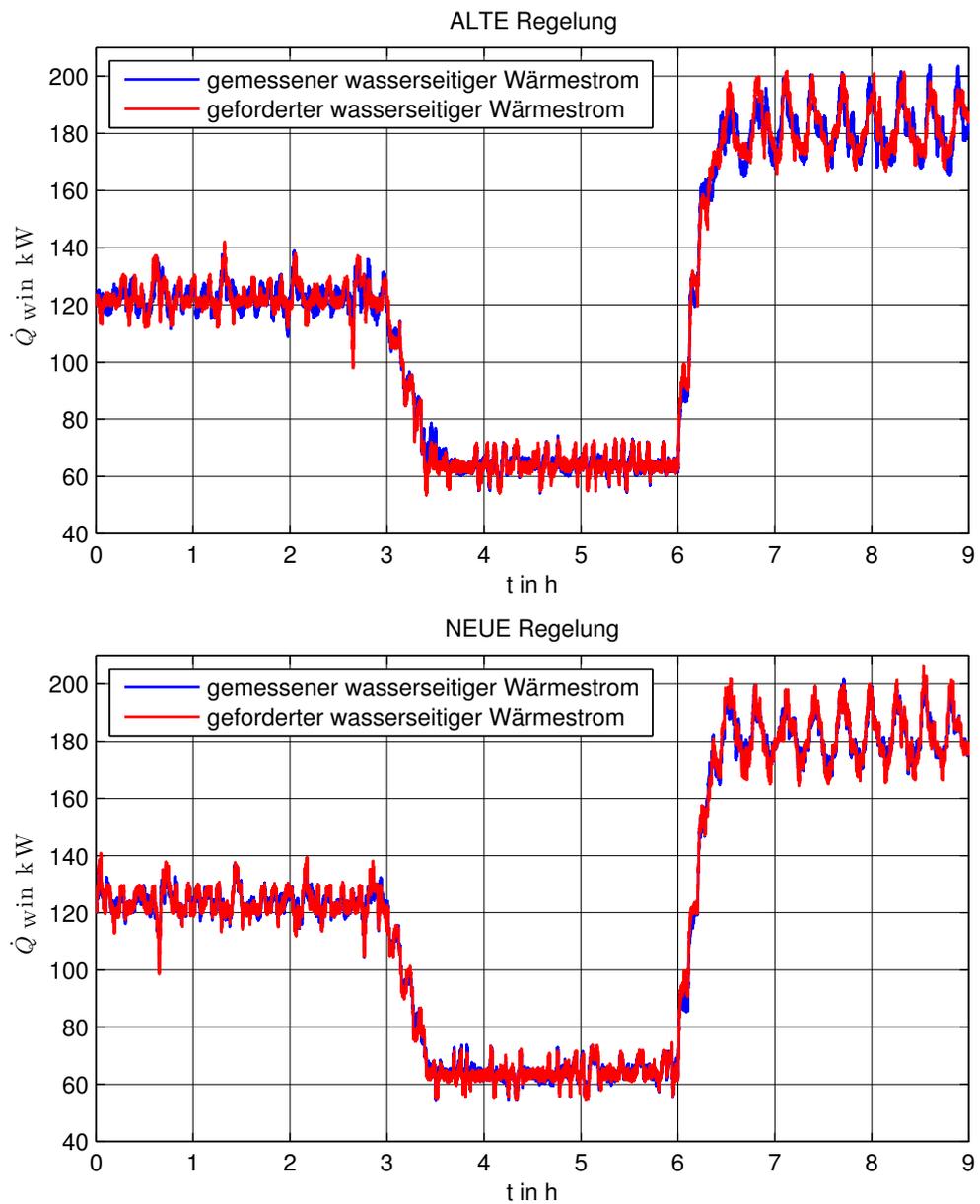
---

<sup>7</sup>Ausschnitt von 11 h bis 20 h in Abbildung 5.1.

wie vor zu einer deutlichen Abweichung vom geforderten Mittelwert  $\lambda_{\text{BB,soll}}$ . Grund dafür ist das diskutierte Versagen der stationären Genauigkeit der exakten Linearisierung, wodurch auch bei der Regelung von  $\hat{m}_{\text{CHO}}$  keine stationäre Genauigkeit mehr gewährleistet ist. Da dort im Gegensatz zu den übrigen Regelgrößen kein zusätzlicher Integrator eingesetzt wird, bleibt diese Abweichung bestehen.

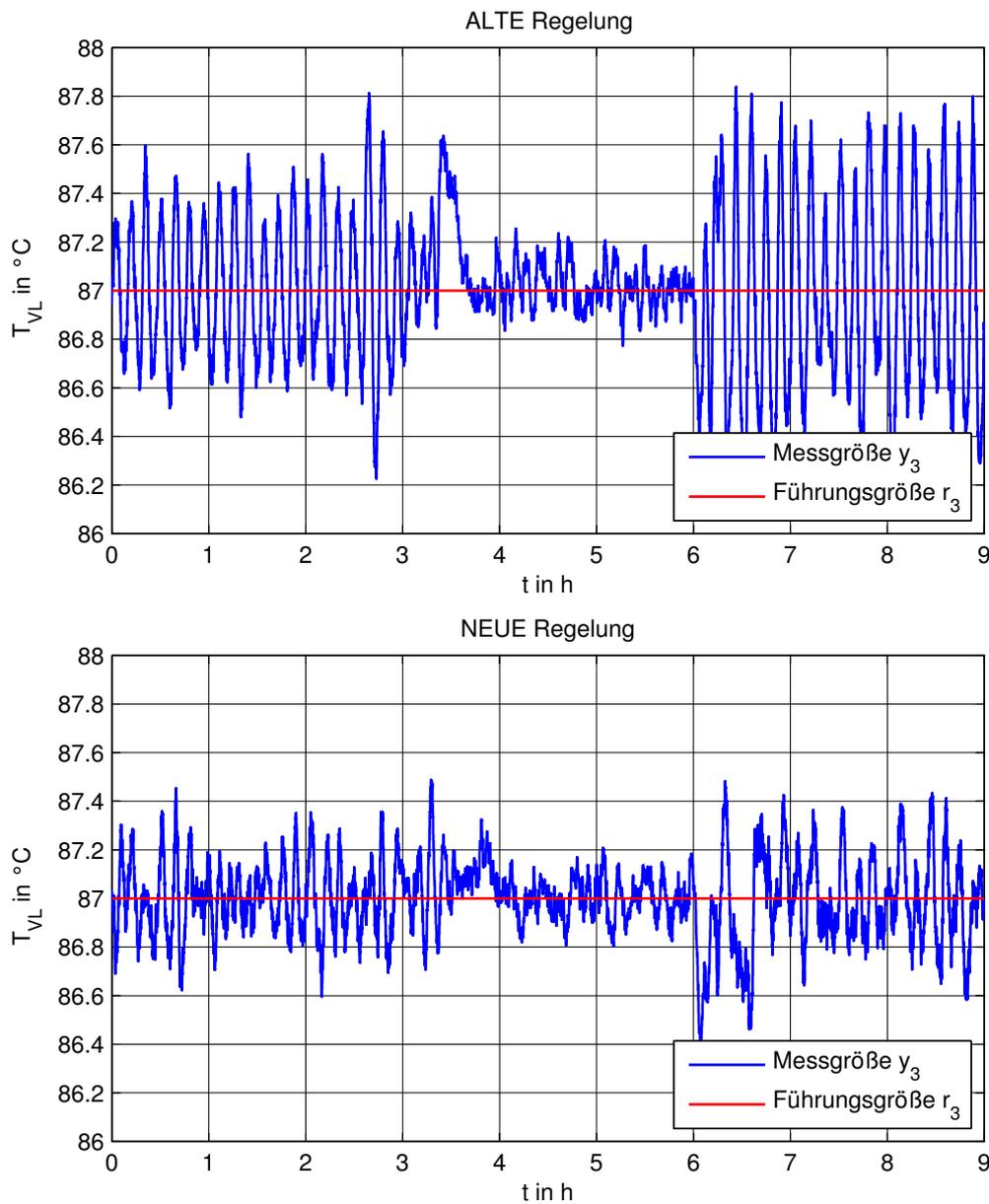
Hinsichtlich des zeitlichen Verhaltens von  $\lambda_{\text{BB}}$  erkennt man, dass dieses bei der neuen Regelung nach einem Lastwechsel deutlich langsamer ausgeregelt wird. Dies ist eine Auswirkung der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Tiefpassfilterung der Störgrößen und stellt damit einen Nachteil dieser Vorgangsweise dar. Für den Einfluss dieser Filterung ist die Zeitkonstante des Tiefpassfilters  $\tau_{\text{BZ}}$  maßgeblich, deren Wahl daher auch noch in Abschnitt 6.1.3 diskutiert wird.

## 5. Experimentelle Verifikation



Statistische Kenngrößen der Abweichung in kW		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	0.0727392	-0.0061504
Standardabweichung	3.76258	1.93265

Abbildung 5.11.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich der *wasserseitig übertragenen Leistung*  $\dot{Q}_W$  bei Vorgabe eines Lastprofils



Statistische Kenngrößen des Regelfehlers in K		
	ALTE Regelung	NEUE Regelung
Mittelwert	0.00591894	-0.000433767
Standardabweichung	0.311846	0.159814

Abbildung 5.12.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich der *geregelten Vorlauftemperatur*  $T_{VL}$  bei Vorgabe eines Lastprofils

## 5. Experimentelle Verifikation

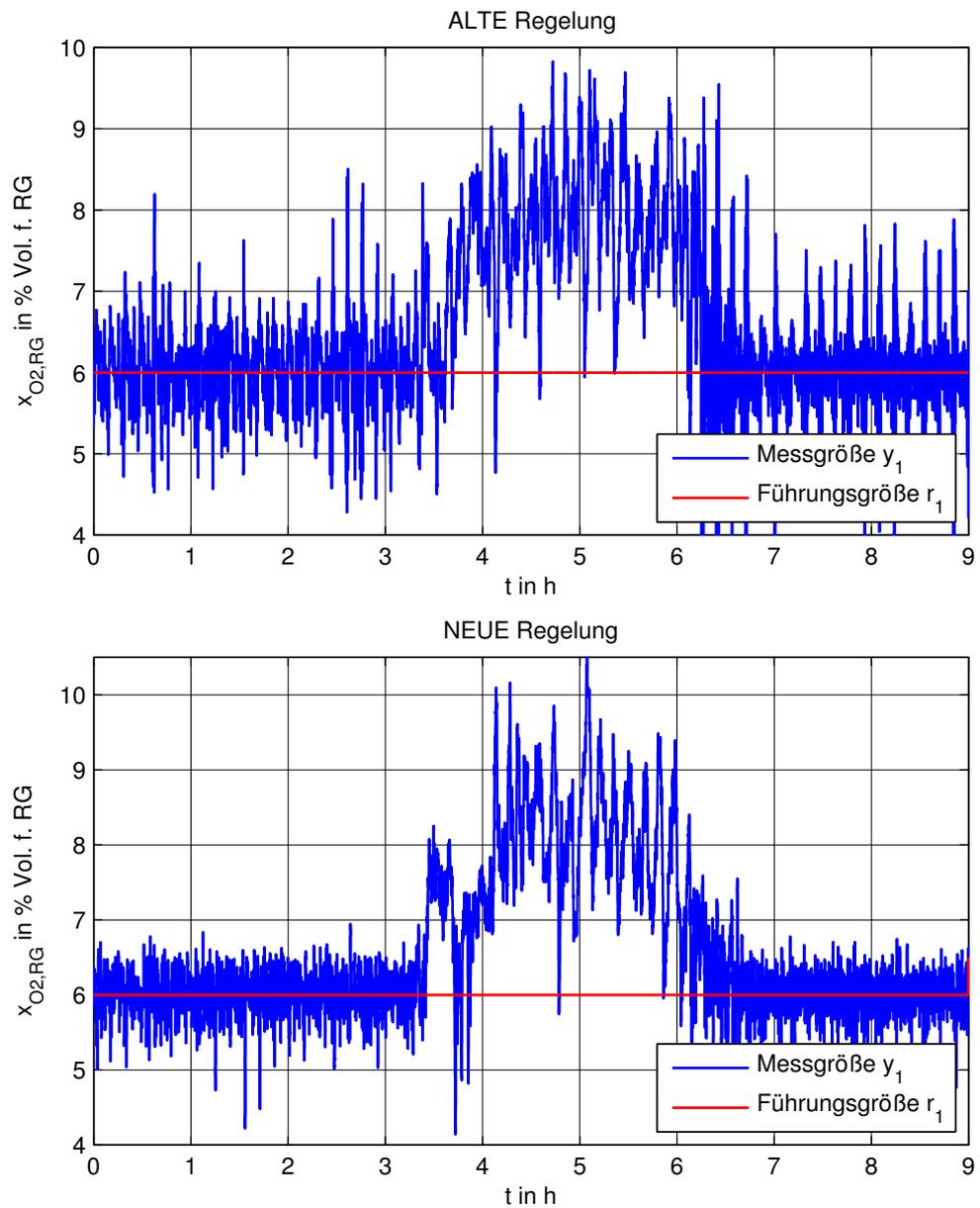


Abbildung 5.13.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *geregelten Sauerstoffgehalts des feuchten Rauchgases*  $x_{O_2, RG}$  bei Vorgabe eines Lastprofils

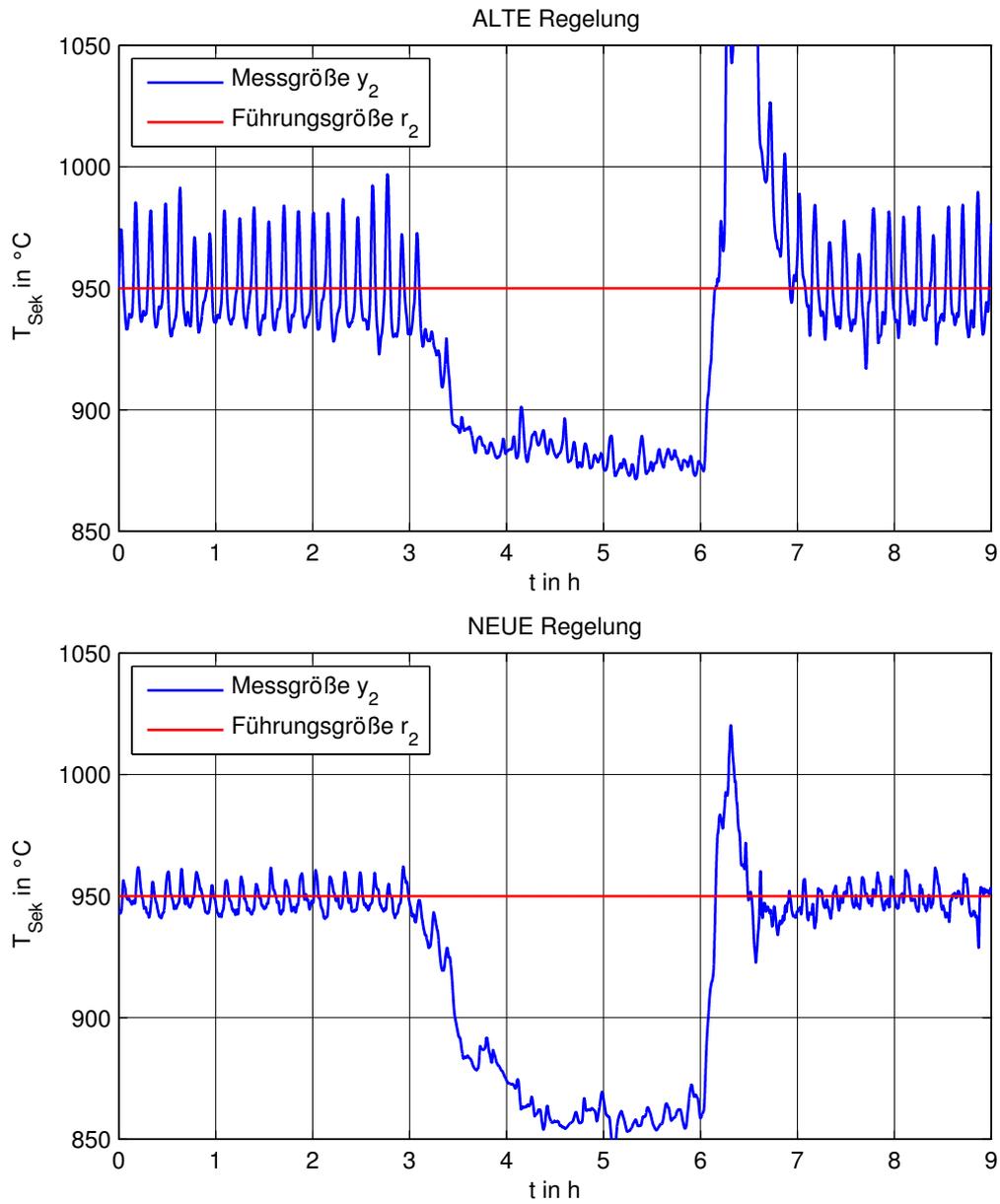


Abbildung 5.14.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich der *geregelten Sekundärzonen-temperatur*  $T_{\text{Sek}}$  bei Vorgabe eines Lastprofils

## 5. Experimentelle Verifikation

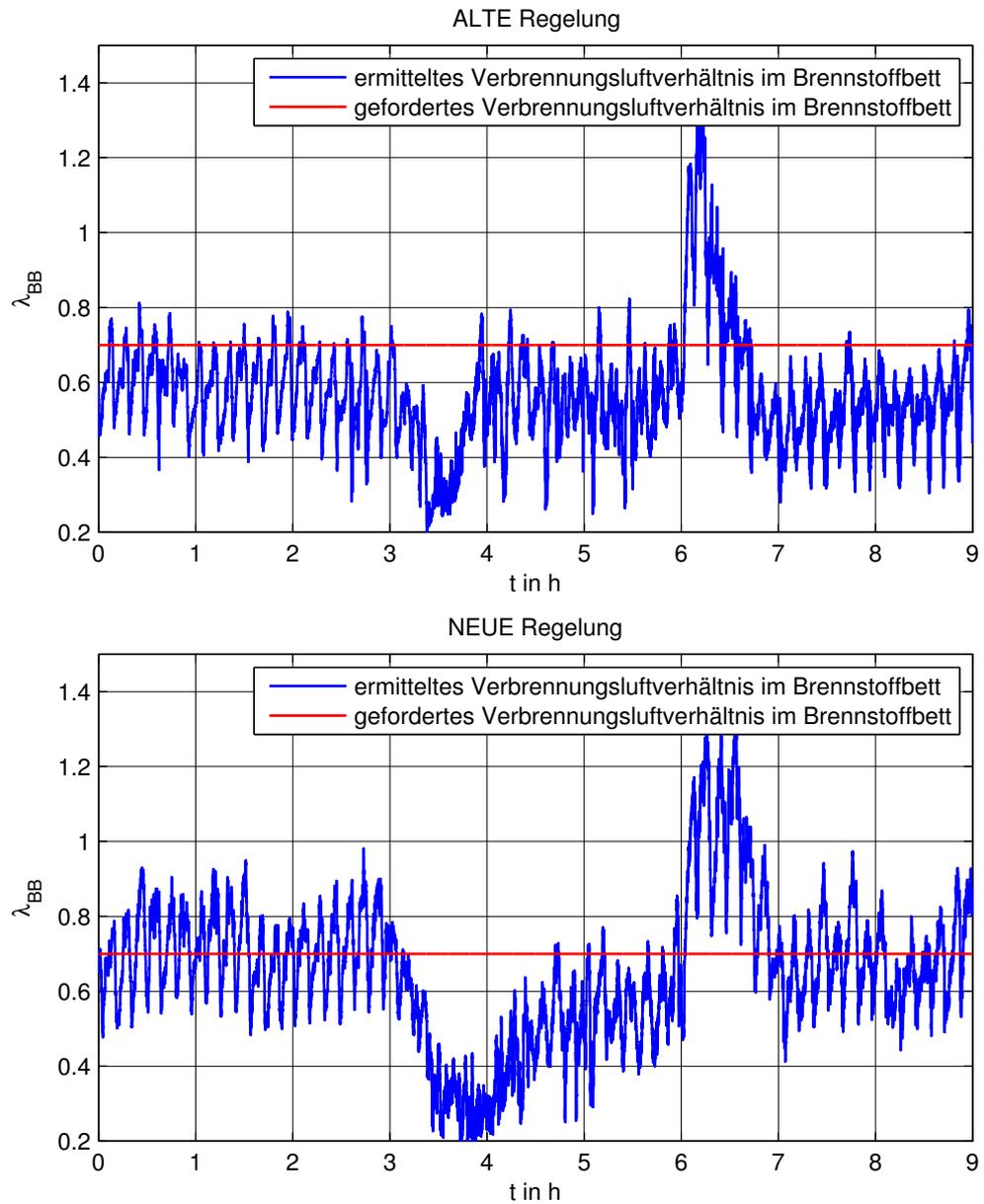


Abbildung 5.15.: Vergleich der Regelungen hinsichtlich des *ermittelten Verbrennungsluftverhältnisses im Brennstoffbett*  $\lambda_{BB}$  bei Vorgabe eines Lastprofils

## 6. Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel wird das letztlich eingesetzte Zustandsschätzungs- und Regelungskonzept zunächst hinsichtlich seiner Anwendbarkeit auf andere Anlagen diskutiert. Dabei wird insbesondere auf die in diesem Zusammenhang notwendige Wahl der Parameter von Kalmanfilter und Regler eingegangen. Weiters wird eine Möglichkeit zur Verbesserung der Robustheit der Zustandsschätzung gegenüber Messwertausfällen beschrieben. Abschließend werden mögliche zukünftige Weiterentwicklungen des Regelungskonzepts diskutiert.

### 6.1. Vorgangsweise bei anderen Anlagen

Im Sinne eines späteren Einsatzes der hier untersuchten Regelungsstrategie in der Praxis ist natürlich die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Biomassefeuerungsanlagen wichtig. Dabei ist die Frage nach der Wahl der Parameter, vor allem der des Kalmanfilters, von zentraler Bedeutung.

#### 6.1.1. Konsistenz des Modells

Bevor eine Parameteranpassung des Kalmanfilters erfolgt, ist es zunächst aber von entscheidender Bedeutung, dass die Konsistenz des verwendeten mathematischen Modells mit dem realen Verhalten der Anlage sichergestellt ist. Weicht das Verhalten in der Realität durch Vernachlässigung von signifikanten Störeinflüssen oder anderen Effekten zu stark vom mathematischen Modell ab, so schließt dies nämlich, unabhängig von den eingestellten Parametern, sinnvolle Schätzergebnisse des Kalmanfilters von vornherein aus.

Bei der betrachteten Anlage hat sich in dieser Hinsicht etwa gezeigt, dass der Abbaufaktor  $\alpha_{\text{Abb}}$  unbedingt zu berücksichtigen ist. Dies war hauptsächlich durch die starke Rostabhängigkeit von  $\alpha_{\text{Abb}}$  gegeben, was bei anderen Anlagen nicht zwangsläufig auch der Fall sein muss. Unterliegt der Abbau dort keinen derart starken, zeitlich korrelierten Schwankungen, so kann es durchaus auch möglich sein, bei der Modellierung auf einen Formfilter zu verzichten und die Abbauunsicherheiten vereinfachend als weißes Rauschen zu beschreiben. Natürlich kann auch in diesem Fall für eine Parameterwahl auf die zur Modellbildung verwendeten Daten zurückgegriffen werden.

Umgekehrt ist bei anderen Anlagen aber auch zu untersuchen, ob nicht eventuell andere maßgebliche Effekte zusätzlich zu berücksichtigen sind. Ein Beispiel dafür ist

die bei der Brennstoffzufuhr auftretende, in Abschnitt 2.2.1 beschriebene Totzeit  $T_{t, \text{BB}}$ . Für diese kann im mathematischen Modell natürlich nur ein Näherungswert verwendet werden, der sich, bedingt durch den unbekanntem tatsächlichen Wassergehalt, von der realen Totzeit unterscheiden wird. Diese Abweichung ist durch die hier eingesetzte kontinuierliche Brennstoffzufuhr mit einer Förderschnecke, sowie durch die nur langsamen Änderungen des Brennstoffmassenstroms an dieser Anlage kein großes Problem. Kommt es jedoch, etwa durch den Einsatz einer diskontinuierlichen Brennstoffzufuhr durch einen Stoker, zu einem stärkeren Einfluss der Totzeit auf das Systemverhalten, so sollte auch hier eine entsprechende Berücksichtigung im Kalmanfilter untersucht werden.

### 6.1.2. Wahl der Kalmanfilterparameter

Der Kalmanfilter weist mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Ansatz eine Reihe von Parametern auf. Dazu zählen unter anderem die Standardabweichungen der Driften der weitgehend konstanten Störgrößen aus Abschnitt 3.5, die Parameter des Formfilters für  $\alpha_{\text{Abb}}$  aus Abschnitt 3.4 sowie die Rauschparameter der Sensormodelle aus Abschnitt 3.6. Weiters ist für den Betrieb des Kalmanfilters auch die Wahl der Anfangswerte des Kalmanfilters notwendig.

Generell ist es bei Anpassungen der Rauschparameter des Kalmanfilters sinnvoll, die Standardabweichungen der in Abschnitt 3.1.1 besprochenen Prädiktionsfehler der Ausgangsgrößen zu beobachten. Für eine sinnvolle Parametereinstellung sollte die theoretisch erwartete Standardabweichung zumindest annähernd mit den für  $\Delta \mathbf{y}$  auftretenden Werten konsistent sein. Dies ist auch hinsichtlich der später in Abschnitt 6.2 beschriebenen Möglichkeit zur Detektion von Messausfällen sinnvoll.

#### Parameter des Formfilters für den Abbaufaktor

Wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben erfolgte die Bestimmung der Einstellparameter des Formfilters für  $\alpha_{\text{Abb}}$  aus den bei der Modellbildung ermittelten Verläufen. Da an anderen Anlagen zum Einsatz des modellbasierten Regelungskonzepts ebenfalls Modellbildungsversuche notwendig sein werden, können diese Parameter dort auf ähnliche Art und Weise ermittelt werden.

Dabei sind natürlich prinzipiell die Formfilterparameter, also Ordnung und Grenzfrequenzen des Bandpassfilters an den ermittelten Verlauf des Leistungsdichtespektrums anzupassen. Ist eine Änderung von Parametern im Betrieb möglich, welche die Form des Leistungsdichtespektrums beeinflussen, so kann allfällig auch eine automatische Anpassung der Filterparameter sinnvoll sein. Bei dieser Anlage tritt etwa die Dauer einer Rostperiode  $T_{\text{Rost}}$  als maßgeblicher Parameter auf. Änderungen von  $T_{\text{Rost}}$  führen zu einer Frequenzskalierung des Leistungsdichtespektrums, sodass in diesem Fall auch die Grenzfrequenzen des Bandpassfilters entsprechend zu skalieren sind. Bei einer neuen, mit einem Faktor  $\alpha$  skalierten Rostperiodendauer  $\alpha \cdot T_{\text{Rost}}$  sind bei gleicher Anzahl

an Rostpositionen als Grenzfrequenzen etwa  $\alpha^{-1} \cdot f_{g,u}$  und  $\alpha^{-1} \cdot f_{g,o}$  zu wählen.

### Parameter der Sensoren

Die für Sauerstoffsensoren und Temperatursensoren in der Sekundärzone eingesetzten Modelle erlauben jeweils die Berücksichtigung von Unsicherheiten in Form eines Zustandsrauschens. Einige Richtlinien hinsichtlich der Vorgabe der Varianzen dieser Rauschgrößen bei bekannten Unsicherheiten der Modellparameter wurden bereits in den entsprechenden Abschnitten 3.6.1 und 3.6.3 angegeben. Diese Vorgehensweise liefert jedoch nur einen Richtwert für die Parameter sodass diese teilweise noch angepasst werden müssen. Dabei führt eine Erhöhung der Varianzen zu einer gegenüber Abweichungen der Sensordynamiken robusteren Zustandsschätzung, in der Regel jedoch auf Kosten der Konvergenzgeschwindigkeit des Schätzfehlers und damit des Regelungsverhaltens. Dementsprechend verbessert eine geringere Varianz das Regelungsverhalten, ein zu kleiner Wert kann jedoch zu Stabilitätsproblemen führen.

### Driften der weitgehend konstanten Störgrößen

Für die Driften der Störgrößen  $\dot{m}_{FL}$ ,  $k_{BZ}$  und  $\Delta T_{Sek}$  sind im Kalmanfilter die Standardabweichungen  $\sigma_{Drift,FL}$ ,  $\sigma_{Drift,BZ}$  und  $\sigma_{Drift,Sek}$  einzustellen, welche zur Berechnung der im Kalmanfilter auftretenden Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}_{FF}$  des Zustandsrauschens beim Formfilter herangezogen werden. Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Parametern ist hier eine systematische Parameterwahl leider deutlich schwieriger.

Zunächst einmal beschreiben diese Parameter nämlich die prinzipiell unbekannt, erwarteten Schwankungsbreiten der Änderungsgeschwindigkeit der betrachteten Störgrößen. Diese Driftgeschwindigkeit hängt im Anlagenbetrieb von einer Vielzahl von Parametern ab, deren statistische Eigenschaften in der Regel nicht bekannt und nur schwer ermittelbar sind. Außerdem werden die letztlich vom Kalmanfilter beobachteten Werte von  $\dot{m}_{FL}$ ,  $k_{BZ}$  und  $\Delta T_{Sek}$  aufgrund der in Abschnitt 3.5.2 diskutierten Problematik zusätzlich durch nicht berücksichtigbare Störeinflüsse, wie etwa den Offsetfehler des Sauerstoffsensors oder Abweichungen des Brennstoffwassergehalts, beeinflusst. Dadurch kommt es, neben der Änderung durch die Driften dieser nicht berücksichtigten Größen, zusätzlich zu Änderungen der Störgrößen beim Lastwechsel, bedingt durch den nichtlinearen Zusammenhang der einzelnen Größen untereinander. Schließlich können diese Parameter bei Einstellung zu großer Werte ebenfalls die Stabilität beeinträchtigen.

Bedingt durch diese Probleme ist in der Regel eine Anpassung dieser Driftparameter an die individuellen Anforderungen der jeweiligen Anlage sinnvoll. Diese kann etwa im Rahmen von Simulationsstudien oder direkt im Betrieb an der Anlage, natürlich unter typischen Betriebsbedingungen und Lastanforderungen erfolgen. Als Ausgangspunkt kann insbesondere bei Übertragung des Regelungskonzepts auf Anlagen anderer Baugrößen aber durchaus die Verwendung von, entsprechend der unterschiedlichen

Größenordnungen der Störeinflüsse skaliertes, bestehender Parameter sinnvoll sein. In diesem Fall könnte beispielsweise bei einer Anlage, welche im Betrieb einen doppelt so großen Falschlufmassenstrom aufweist, zunächst von einer Verdoppelung von  $\sigma_{\text{Drift,FL}}$  ausgegangen werden.

### Anfangswerte

Zu Beginn müssen Schätzwerte für die Zustandsvariablen  $\hat{\mathbf{x}}_0$  sowie deren Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_0$  vorgegeben werden. Dabei ist grundsätzlich zwischen den Startwerten der Sensormodelle  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{M},0}$  und jenen von Formfilter und Anlagenmodell  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{FF},0}$  und  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{S},0}$  zu unterscheiden.

Der Wert von  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{M},0}$  ist dabei nicht für den Betrieb maßgeblich, da bei ausreichend großer, das Messrauschen übersteigender Varianz in  $\mathbf{P}_{\text{M},0}$  sowieso sofort eine Korrektur dieser Zustandsgrößen erfolgt. Eine mögliche Wahl ist etwa die Initialisierung von  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{M},0}$  mit der unter Verwendung der aktuell gemessenen Ausgangsgrößen  $x_{\text{O}_2,\text{RG}}$  und  $T_{\text{Sek}}$  berechneten Ruhelage der Sensormodelle<sup>1</sup>

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{M},0} = \begin{bmatrix} x_{\text{O}_2,\text{RG}} \cdot \mathbf{1} \\ x_{\text{O}_2,\text{RG}} \\ T_{\text{Sek}} \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

Für die Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_{\text{M},0}$  ist etwa

$$\mathbf{P}_{\text{M},0} = 100 \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 \cdot \mathbf{E} & & \\ & \sigma_{y_1}^2 & \\ & & \sigma_{y_2}^2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

mit den auch in der Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}$  verwendeten Varianzen  $\sigma_{y_1}^2$  und  $\sigma_{y_2}^2$  des Messrauschens von  $y_1$  bzw.  $y_2$  eine Wahl, die eine sofortige Korrektur der Zustandsvariablen der Sensormodelle mit den folgenden Messwerten sicherstellt.

Für die in den Anfangswerten der Formfilterzustände  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{FF},0}$  auftretende Falschluff kann in der Regel ein typischer, im Betrieb der Anlage auftretender Wert verwendet werden. Für die Startwerte von  $k_{\text{BZ}}$  und  $\Delta T_{\text{Sek}}$  ist

$$\begin{aligned} k_{\text{BZ}} &= 1 \\ \Delta T_{\text{Sek}} &= 0 \text{ K} \end{aligned} \quad (6.3)$$

sinnvoll, sofern kein zusätzliches Vorwissen, etwa über eine abweichende Brennstoffschüttdichte, vorliegt. Die zu diesen weitgehend konstanten Störgrößen gehörige Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_{\text{WK},0}$  kann ebenfalls in Form einer Diagonalmatrix anhand von sinnvollen  $2\sigma$ -Vertrauensbereichen festgelegt werden, in welchen die jeweiligen wahren Größen mit

---

<sup>1</sup>Zum Aufbau von  $\mathbf{x}_{\text{M}}$  siehe (3.96)

hoher Wahrscheinlichkeit liegen. Neben den Startwerten  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},0}$  dieser weitgehend konstanten Störgrößen enthält  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{FF},0}$  noch die Zustandsgrößen des Bandpassfilters. Diese können mit der Ruhelage des durch (3.28) gegebenen Zustandsraummodells, also mit dem Nullvektor initialisiert werden. Für den zugehörigen Teil von  $\mathbf{P}_{\text{FF},0}$  kann die Kovarianzmatrix im eingeschwungenen Zustand eingesetzt werden, welche in Abschnitt 3.4.1 als Lösung der Ljapunov-Gleichung (3.29) berechnet und dort mit  $\mathbf{P}_{\text{BP}}$  bezeichnet wurde. Zusammengefasst sind die Anfangswerte der Formfiltermodelle damit durch

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{\text{FF},0} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{\text{WK},0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{P}_{\text{FF},0} &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\text{WK},0} & \\ & \mathbf{P}_{\text{BP}} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.4)$$

gegeben.

Für die Anfangswerte der Zustandsgrößen des Anlagenmodells  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{S},0}$  lassen sich in der Regel aus physikalischen Überlegungen sinnvolle Werte ermitteln. Wird der Kalmanfilter etwa im stationären Betrieb gestartet, so können Werte aus einer Ruhelagenberechnung verwendet werden. Unmittelbar nach dem Einheizen dagegen kann der Brennstoff in der Abbauzone  $\hat{m}_{\text{CHO}}$  näherungsweise anhand des zugeführten Brennstoffs abgeschätzt werden. In diesem Fall kann

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{S},0} = \begin{bmatrix} u_{\text{H}_2\text{O}} \hat{m}_{\text{CHO}} \\ \hat{m}_{\text{CHO}} \\ T_{\text{Umgebung}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix}\quad (6.5)$$

mit dem aktuellen Messwert für die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$  und der Umgebungstemperatur<sup>2</sup>  $T_{\text{Umgebung}}$  gewählt werden. Die Diagonaleinträge der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_{\text{S},0}$  müssen dabei wieder entsprechend der Unsicherheit der einzelnen Startwerte gewählt werden. Dabei kann auch hier, wie bei den Sensormodellen, durch eine entsprechend große Varianz für  $x_{\text{S},4}$  eine sofortige Korrektur dieser Zustandsvariablen auf die gemessene Vorlauftemperatur erreicht werden.

### 6.1.3. Wahl der Reglerparameter

Die in Kapitel 4 diskutierten Änderungen der Reglerstruktur lassen sich unter Berücksichtigung der hier ebenfalls relevanten Überlegungen zur Modellkonsistenz aus Abschnitt 6.1.1 direkt auf andere Anlagen übertragen. Dabei kann die in Abschnitt 4.2.1 diskutierte Struktur der Strecke aus Sicht der PI-Regler als Ausgangspunkt für deren Parametrisierung herangezogen werden.

<sup>2</sup>Dies setzt natürlich voraus, dass der Schamott seit dem letzten Betrieb der Anlage vollständig ausgekühlt ist.

## 6. Diskussion der Ergebnisse

Im Rahmen der exakten Linearisierung ist auch die Wahl der Zeitkonstante  $\tau_{VL}$  notwendig, welche für die Dynamik der Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  maßgeblich ist. Um hier einen sinnvollen Wert zu wählen, kann das Modell für die Vorlauftemperatur (2.23) aus Abschnitt 2.2.4 betrachtet werden, indem die Differentialgleichung zunächst nach dem rauchgasseitig übertragenen Wärmestrom

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{WT} = c_W c_{\tau, WT} \frac{dT_{VL}}{dt} - c_W \dot{m}_W (v_3 - T_{VL}) \\ + c_W \dot{m}_W \left( v_3 - T_{RL} \Big|_{t-T_{t, WT}} \right) \end{aligned} \quad (6.6)$$

aufgelöst wird.

Damit setzt sich  $\dot{Q}_{WT}$  aus einem zur Änderung der Vorlauftemperatur notwendigen Wärmestrom

$$\dot{Q}_{VL} := c_W c_{\tau, WT} \frac{dT_{VL}}{dt} - c_W \dot{m}_W (v_3 - T_{VL}) \quad (6.7)$$

sowie aus einem durch die wasserseitige Leistungsanforderung vorgegebenen Anteil zusammen, welcher bei

$$v_3 = T_{VL} \quad (6.8)$$

und konstanter Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  der wasserseitig übertragenen Leistung  $\dot{Q}_W$  (5.1) entspricht. Dieser ist nach Durchführung der exakten Linearisierung aufgrund der dort geforderten Dynamik (4.28) durch

$$\dot{Q}_{VL} = c_W \left( \frac{c_{\tau, WT}}{\tau_{VL}} - \dot{m}_W \right) \cdot (v_3 - T_{VL}) \quad (6.9)$$

gegeben. Mit dieser Beziehung kann der Einfluss unterschiedlicher Werte von  $\tau_{VL}$  auf die bei einer bestimmten Abweichung zwischen  $v_3$  und  $T_{VL}$  zusätzlich benötigte, rauchgasseitige Leistung  $\dot{Q}_{VL}$  ermittelt werden. Damit kann dann etwa anhand von anlagentechnischen Gesichtspunkten ein sinnvoller Wert für  $\tau_{VL}$  gewählt werden.

Die Zeitkonstante  $\tau_{BZ}$ , welche zur Tiefpassfilterung der Störgrößen bei der Ruhelagenberechnung herangezogen wird, ist ebenfalls geeignet zu wählen. Da sich gezeigt hat, dass ein zu großer Wert zu einer entsprechenden Verzögerung bei der Regelung des Brennstoffs in der Abbauzone  $\hat{m}_{CHO}$  führt, muss hier ein sinnvoller Kompromiss zwischen diesem Nachteil auf der einen Seite und der mit einer gleichmäßigeren Brennstoffzufuhr einhergehenden Reduktion von Störungen auf der anderen Seite gefunden werden. Dabei sind die unterschiedlichen Einflüsse beider Effekte auf das Emissionsverhalten maßgeblich, welche dahingehend noch näher zu untersuchen sein werden.

## 6.2. Robustheit der Zustandsschätzung

Eine zentrale Forderung im praktischen Anlagenbetrieb ist der Wunsch nach der Robustheit des eingesetzten Regelungskonzepts. In diesem Zusammenhang soll hier kurz auf die Robustheit der Zustandsschätzung, vor allem gegenüber Ausfällen von Messgeräten, eingegangen werden.

Im ursprünglich implementierten Kalmanfilter war zu diesem Zweck eine Beschränkung der Zustandsvariablen auf plausible Werte vorgesehen. Diese Maßnahme ist zwar prinzipiell sinnvoll, kann aber, wie in Abschnitt 3.1.2 beschrieben, zu Problemen führen, wenn die Beschränkung nicht nur in Ausnahmesituationen, wie etwa bei Messausfällen, sondern auch im regulären Betrieb aktiv wird. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, plausible Beschränkungen oder Grenzwerte für die Zustandsvariablen zwar vorzusehen, deren Ansprechen aber jedenfalls als Hinweis auf eine Ausnahmesituation zu betrachten und in entsprechender Weise, gegebenenfalls auch mit einer Notabschaltung, zu reagieren.

Abgesehen von einer Überwachung der Werte der Zustandsvariablen bietet der Kalmanfilter aber auch die Möglichkeit „Ausreißer“ bei Messungen oder Ausfälle von Messgeräten zu erkennen und deren Verarbeitung zu vermeiden [8]. Dazu kann die Übereinstimmung der aus (2.79) bekannten Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}_{yy}$  im Rahmen eines Chi-Quadrat-Tests [16] mit der aus den Messwerten erhaltenen Innovation  $\Delta\mathbf{y}$  verglichen werden. Dabei wird

$$\chi^2 = \Delta\mathbf{y}^T \mathbf{R}_{yy}^{-1} \Delta\mathbf{y} \quad (6.10)$$

berechnet. Dieser Wert erlaubt eine Aussage darüber, ob der vorliegende Vektor  $\Delta\mathbf{y}$  tatsächlich Stichprobe einer mittelwertfreien Normalverteilung mit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}_{yy}$  ist. Aus Tabellen erhält man dazu Grenzwerte für  $\chi^2$ , deren Überschreitung in diesem Fall sehr unwahrscheinlich ist. Tritt eine solche Überschreitung dennoch auf, so ist dementsprechend die Wahrscheinlichkeit entsprechend hoch, dass das betreffende  $\Delta\mathbf{y}$  Ergebnis eines Ausreißers ist. Um die Schätzwerte des Kalmanfilters in diesem Fall nicht zu verfälschen, sollte in diesem Fall der Korrekturschritt, also (2.76) und (2.85) übersprungen werden. Bei wiederholtem Auftreten in zahlreichen aufeinanderfolgenden Zeitschritten muss vom Ausfall eines Messgeräts oder dem Auftreten eines zusätzlichen unerwarteten Störeinflusses ausgegangen werden. Die Anwendung dieser Methode setzt natürlich die Konsistenz der empirischen Varianz von  $\Delta\mathbf{y}$  (siehe dazu Abschnitt 3.1.1) mit den Diagonalelementen von  $\mathbf{R}_{yy}$  im regulären Betrieb voraus.

## 6.3. Mögliche Weiterentwicklungen

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, wird beim gegenwärtigen Regelungskonzept die exakte Linearisierung durch das Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen beeinträchtigt. Dies ist insbesondere dann ein Problem, wenn eine Kombination von Führungsgrößen vorgegeben wird, welche unter den gegebenen Stellgrößenbeschränkungen statio-

när nicht erreicht werden können, wie dies hier im Teillastbetrieb der Fall war. In einem solchen Fall erfordert der gefahrlose Anlagenbetrieb zumindest die Einhaltung von Grenzwerten für bestimmte Prozessgrößen, wie etwa eines minimalen Sauerstoffgehalts des Rauchgases, oder einer Grenze der Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt. Diese müssen auch im Fall von Stellgrößenbeschränkungen unbedingt eingehalten werden. In diesem Sinne wäre die Erweiterung des Konzepts um den in Abschnitt 4.2 erwähnten Führungsgrößenformer wünschenswert, welcher die Führungsgrößen unter Berücksichtigung dieser Grenzwerte so anpasst, dass keine Stellgrößenbeschränkungen auftreten. Dies würde auch das Problem der nach wie vor bestehenden, bleibenden Regelabweichung beim trockenen Brennstoff in der Abbauzone  $\hat{m}_{\text{CHO}}$  bei Stellgrößenbeschränkungen beheben.

In Abschnitt 3.5 ist unter den Kandidaten für die weitgehend konstanten Störgrößen unter anderem auch der Wassergehalt des Brennstoffs  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  zu finden. Dessen Schätzung durch den Kalmanfilter ist aus den ebenfalls in Abschnitt 3.5 genannten Gründen mit dem gegenwärtigen Konzept leider noch nicht möglich. Eine genaue Kenntnis des Wassergehalts ist aber aus verschiedenen Gründen wünschenswert, hauptsächlich aufgrund dessen Einflusses auf die bei der Brennstoffzufuhr wirksame Totzeit  $T_{t,\text{BB}}$ . Dazu wäre im Rahmen einer Weiterentwicklung der Versuch einer Verwendung des Zusammenhangs von  $T_{t,\text{BB}}$  und  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  sinnvoll, um zusätzliche Informationen über den Wassergehalt zu erhalten. Alternativ könnte auch versucht werden, die Strahlungseffekte bei der Messung der Sekundärzonentemperatur durch ein Modell zu beschreiben, welches die vom Kalmanfilter bereits geschätzte mittlere Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  verwendet. Damit könnte der Versuch unternommen werden, auf die Berücksichtigung von  $\Delta T_{\text{Sek}}$  im Kalmanfilter zu verzichten und stattdessen den Offset des Wassergehalts bezogen auf die Trockensubstanz  $\Delta u_{\text{H}_2\text{O}}$  als weitgehend konstante Störgröße mitzuschätzen.

Ähnlich verhält es sich mit dem Offset des Sauerstoffsensors. Auch dieser kann mit dem gegenwärtigen Ansatz nicht berücksichtigt werden, da er, wie in Abschnitt 3.5 ausgeführt, nicht von zusätzlich auftretender Falschluf  $\dot{m}_{\text{FL}}$  zu unterscheiden ist. Ist für eine Anlage die typischerweise auftretende Falschluf jedoch bekannt, oder liegt ein Modell – beispielsweise abhängig vom gemessenen Feuerraumunterdruck – dafür vor, so könnte dieses Problem theoretisch behoben werden.

Das reale Verhalten der Vorlauftemperatur weist, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben, eine deutliche Abweichung vom Modell auf. Dieses wurde hier aus Komplexitätsgründen des resultierenden Kalmanfilters lediglich durch ein weißes Rauschen modelliert, was eine sehr starke Vereinfachung darstellt. In diesem Zusammenhang könnte noch eine genauere Modellierung durch einen Formfilter, oder aber auch eine mögliche Verbesserung des mathematischen Modells in dieser Hinsicht untersucht werden.

## 7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Erweiterte Kalmanfilter sowie der modellbasierte Regler eines am Kompetenzzentrum BIOENERGY 2020+ entwickelten Konzepts zur Regelung einer Biomassefeuerungsanlage genauer untersucht und verbessert. Dazu wurden zunächst das existierende mathematische Modell der Anlage und das darauf aufbauende modellbasierte Regelungskonzept beschrieben, sowie die für die Zustandsschätzung mithilfe eines Erweiterten Kalmanfilters wesentlichen theoretischen Grundlagen erarbeitet.

Im Anschluss daran erfolgte eine detaillierte Untersuchung des zur Zustandsschätzung eingesetzten Erweiterten Kalmanfilters. Nach einer Analyse der Schätzwerte und des Innovationsvektors des ursprünglich implementierten Kalmanfilters kamen dabei eine Reihe von Störeinflüssen zu Tage, deren geeignete Berücksichtigung im Modell des Kalmanfilters diskutiert wurde. Neben den durch Messrauschen verursachten Störungen erwies sich dabei insbesondere der bislang unberücksichtigte schwankende Abbau des Brennstoffs am Rost als relevante Störgröße, welcher beim ursprünglich implementierten Kalmanfilter auch zu einer starken Beeinträchtigung der Schätzergebnisse geführt hatte. Aus diesem Grund wurden zwei Ansätze zur Modellierung dieser Abbauschwankungen durch einen Formfilter, konkret durch die Modellierung als bandpassgefiltertes weißes Rauschen sowie durch die Rekonstruktion der Rostabhängigkeit der Schwankungen, entworfen und in Simulationen getestet. Für den Einsatz im endgültigen Kalmanfilter wurde davon die Berücksichtigung in Form von bandpassgefiltertem weißen Rauschen gewählt. Neben der Schätzung der Abbauschwankungen erfolgte außerdem eine Rekonstruktion der Störeinflüsse von Falschluff, abweichender Brennstoffschüttdichte und Strahlungseffekten bei der Messung der Sekundärzonen temperatur. Bei einer Untersuchung der gemessenen Ausgangsgrößen hat sich dabei auch der Einsatz von Sensormodellen zur Berücksichtigung von Sensordynamiken als sinnvoll erwiesen. Beim Sauerstoffgehalt des Rauchgases war durch die erst nach dem Wärmeübertrager durchgeführte Messung zusätzlich die Modellierung und Berücksichtigung einer variablen Totzeit notwendig. Basierend auf diesen Untersuchungen wurde das mathematische Modell der Anlage schließlich geeignet modifiziert und ein entsprechend verbesserter Kalmanfilter implementiert.

Im Zuge einer darauf folgenden Untersuchung des modellbasierten Reglers nach dem Prinzip der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung zeigte sich, dass die vom Kalmanfilter rekonstruierten Störgrößen im Regelgesetz geeignet zu berücksichtigen sind. Dabei wurde gezeigt, dass sich durch diese Maßnahme theoretisch auch ohne den zusätzlichen Einsatz von integrierenden Reglern bereits stationäre Genauigkeit der exakten Linea-

risierung einstellt. Da dieser Zusammenhang jedoch nur bei Ausbleiben von Stellgrößenbeschränkungen gilt, konnte auf die auch im ursprünglichen Konzept eingesetzten PI-Regler dennoch nicht verzichtet werden. Es wurde jedoch in diesem Zusammenhang eine Modifikation der Struktur der PI-Regler vorgeschlagen, um die bei der exakten Linearisierung vorgegebene Streckendynamik im Durchlassbereich nicht zu beeinflussen. Bei der Vorgabe der Brennstoffzufuhr führt eine genauso durchgeführte Verwendung der rekonstruierten Störgrößen im Rahmen der dort notwendigen Ruhelagenberechnung bemerkenswerterweise trotz Einsatz eines P-Reglers zu stationärer Genauigkeit des damit geregelten trockenen Brennstoffs in der Abbauzone des Betts, sofern im stationären Betrieb keine Stellgrößenbeschränkungen auftreten. Eine ebenfalls durchgeführte Tiefpassfilterung der zur Ruhelagenberechnung eingesetzten Störgrößen führte über einen gleichmäßigeren Verlauf des Brennstoffmassenstroms zu einer Reduktion der durch Totzeitunsicherheiten auftretenden Störungen, hatte allerdings auch eine Verschlechterung des Regelverhaltens beim Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett zur Folge.

Die so entwickelten Verbesserungen des Regelungskonzepts wurden schlussendlich in LABVIEW<sup>®</sup> implementiert und an einer Versuchsanlage des Kompetenzzentrums BIOENERGY 2020+, einer Flachscharbrostfeuerung mit Rauchrohr-Wärmeübertrager mit einer Nennleistung von 180 kW, experimentell verifiziert. Dabei wurden gegenüber dem Ausgangszustand deutliche Verbesserungen hinsichtlich des Regelungsverhaltens erzielt. Insbesondere wurde durch die Rekonstruktion und Berücksichtigung der Abbauschwankungen eine bessere Stabilisierung von Vorlauf- und Feuerraumtemperatur möglich. Dadurch kam es unter anderem auch zu einer Reduktion der Kohlenmonoxidemissionen gegenüber der ursprünglichen Regelung. Durch die korrekte Rekonstruktion der bei den Versuchen etwas höheren Brennstoffschüttdichte durch den weiterentwickelten Kalmanfilter konnte die Regelgenauigkeit des Luftverhältnisses im Brennstoffbett deutlich verbessert werden.

Durch die systematische Vorgehensweise beim Aufbau des Kalmanfiltermodells konnten die Anzahl der Parameter gegenüber den ursprünglich auftretenden, frei einstellbaren Einträgen der Kovarianzmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  reduziert und einzelnen Effekten zugeordnet werden. Die vielfach auf physikalischen Überlegungen basierenden modellierten Effekte und Störeinflüsse machten außerdem in zahlreichen Fällen eine Parametereinstellung anhand der Untersuchung vorhandener Messergebnisse möglich, etwa auf Basis der Schätzung von Varianzen oder von Leistungsdichtespektren. Obwohl sich für einige Parameter keine systematische Vorschrift für deren Einstellung angeben ließ, erlaubte dort eine Untersuchung des Innovationsvektors und dessen vom Kalmanfilter erwarteter Varianz zumindest die Beurteilung der Plausibilität einzelner Parametereinstellungen.

# A. Ursprüngliches nichtlineares Modell

## Zuordnung vektorieller Größen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{\text{H}_2\text{O}} \\ m_{\text{CHO}} \\ T_{\text{Sch}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix} & \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{\text{t,BB}}} \\ \alpha_{\text{Abb}} (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}}) \\ \dot{m}_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\text{H}_2\text{O}} \\ h_{\text{Luft}} \\ h_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}} \Big|_{t-T_{\text{t,WT}}} \end{bmatrix} & \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\text{O}_2,\text{RG}} \\ T_{\text{Sek}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

## Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \\
 \frac{dx_2}{dt} &= \frac{c_{21}}{1 + c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \\
 \frac{dx_3}{dt} &= \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35} - c_{36}x_3 \\
 \frac{dx_4}{dt} &= c_{41}x_3x_1 + c_{42}x_1 + c_{43}x_3x_2u_2 + c_{44}x_2u_2 + c_{45}x_3u_3 \\
 &\quad + c_{46}u_3 + c_{45}x_3u_4 + c_{47}u_4 + c_{48}d_4d_5 - c_{48}d_4x_4
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

## Ausgangsgleichungen

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{c_{51}x_2u_2 + c_{52}u_4}{c_{53}x_1 + c_{54}x_2u_2 + c_{55}u_4} \\
 y_2 &= \frac{-c_{71}x_1 + c_{72}x_2u_2 + c_{73}u_3 + c_{74}u_4}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{75} + c_{76}x_3 \\
 y_3 &= x_4
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Modellkonstanten

$$\begin{aligned} c_{11} &= c_{\text{Verd}} & c_{12} &= c_{t,\text{BB}} \\ c_{21} &= c_{\text{Verd}}c_{t,\text{BB}} & c_{22} &= c_{\text{Abb}} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} c_{31} &= a_{\text{Sch}}c_{\text{Verd}}\Delta h_v \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{32} &= a_{\text{Sch}}c_{\text{Abb}}H_{u,\text{CHO}} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \\ c_{33} &= a_{\text{Sch}} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \cdot d_2 & c_{34} &= a_{\text{Sch}} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \cdot d_3 \\ c_{35} &= a_{\text{Sch}} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{d}_{\text{heiss}}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{36} &= a_{\text{Sch}} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} c_{41} &= \frac{c_{\text{Verd}}c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \\ c_{42} &= -\frac{c_{\text{Verd}}c_{\text{WT}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{heiss}} + \mathbf{M}\Delta h_v)}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \right] \\ c_{43} &= \frac{c_{\text{Abb}}c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \\ c_{44} &= -\frac{c_{\text{WT}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{heiss}} - \mathbf{M}H_{u,\text{CHO}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \right] \\ c_{45} &= \frac{c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \\ c_{46} &= -\frac{c_{\text{WT}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{heiss}} - \mathbf{M}d_3)}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \right] \\ c_{47} &= -\frac{c_{\text{WT}}}{c_{\tau,\text{WT}}c_{\text{W}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{heiss}} - \mathbf{M}d_2)}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \right] \\ c_{48} &= \frac{1}{c_{\tau,\text{WT}}} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} c_{51} &= \frac{c_{\text{Abb}}\mathbf{e}_1^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}} & c_{52} &= \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}} \\ c_{53} &= \frac{c_{\text{Verd}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}} & c_{54} &= \frac{c_{\text{Abb}}\mathbf{1}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}} \\ c_{55} &= \frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned}
c_{71} &= c_{\text{Verd}} \Delta h_v \cdot (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{72} &= c_{\text{Abb}} H_{\text{u,CHO}} \cdot (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \\
c_{73} &= (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \cdot d_3 & c_{74} &= (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \cdot d_2 \\
c_{75} &= (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{d}_{\text{heiss}}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{76} &= c_{\text{Sch}}
\end{aligned} \tag{A.8}$$



## B. Modifiziertes nichtlineares Modell

Zuordnung vektorieller Größen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_S &= \begin{bmatrix} x_{S,1} \\ x_{S,2} \\ x_{S,3} \\ x_{S,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{\text{H}_2\text{O}} \\ m_{\text{CHO}} \\ T_{\text{Sch}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix} & \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{Brst,TS}} \Big|_{t-T_{t,\text{BB}}} \\ (\dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}}) \\ \dot{m}_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\text{H}_2\text{O}} \\ h_{\text{Luft}} \\ h_{\text{Rez}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}} \Big|_{t-T_{t,\text{WT}}} \end{bmatrix} & \mathbf{y}_{\text{FF}} &= \begin{bmatrix} y_{\text{FF},1} \\ y_{\text{FF},2} \\ y_{\text{FF},3} \\ y_{\text{FF},4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{FL}} \\ k_{\text{BZ}} \\ \Delta T_{\text{Sek}} \\ \alpha_{\text{Abb}} \end{bmatrix} \tag{B.1}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{S,1} \\ y_{S,2} \\ y_{S,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\text{O}_2,\text{RG}} \\ \tilde{T}_{\text{RG,ein}} \\ T_{\text{VL}} \end{bmatrix} \tag{B.2}$$

Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_{S,1}}{dt} &= -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_1}x_{S,1} + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}y_{\text{FF},2}u_1 \\
 \frac{dx_{S,2}}{dt} &= \frac{c_{21}}{1 + c_{12}d_1}x_{S,1} - c_{22}x_{S,2}y_{\text{FF},4}u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}y_{\text{FF},2}u_1 \\
 \frac{dx_{S,3}}{dt} &= \frac{-c_{31}x_{S,1} + c_{32}x_{S,2}y_{\text{FF},4}u_2 + c_{33}d_2(u_4 + y_{\text{FF},1}) + c_{33}d_3u_3}{c_{11}x_{S,1} + c_{22}x_{S,2}y_{\text{FF},4}u_2 + u_3 + u_4 + y_{\text{FF},1}} - c_{34}x_{S,3} - c_{35} \\
 \frac{dx_{S,4}}{dt} &= c_{41}d_4d_5 - c_{41}d_4x_{S,4} + c_{42}x_{S,3}x_{S,1} + c_{43}x_{S,1} + c_{44}x_{S,3}x_{S,2}y_{\text{FF},4}u_2 \\
 &\quad + c_{45}x_{S,2}y_{\text{FF},4}u_2 + c_{46}x_{S,3}u_3 + c_{47}u_3 + c_{48}d_3u_3 + c_{46}x_{S,3}(u_4 + y_{\text{FF},1}) \\
 &\quad + c_{47}(u_4 + y_{\text{FF},1}) + c_{48}d_2(u_4 + y_{\text{FF},1}) \tag{B.3}
 \end{aligned}$$

### Ausgangsgleichungen

$$\begin{aligned}
 y_{S,1} &= \frac{c_{51}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{52}(u_4 + y_{FF,1})}{c_{53}x_{S,1} + c_{54}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{55}(u_4 + y_{FF,1})} \\
 y_{S,2} &= \frac{-c_{71}x_{S,1} + c_{72}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + c_{73}d_3u_3 + c_{73}d_2(u_4 + y_{FF,1})}{c_{11}x_{S,1} + c_{22}x_{S,2}y_{FF,4}u_2 + u_3 + u_4 + y_{FF,1}} \\
 &\quad + c_{74}x_{S,3} - c_{75} + y_{FF,3} \\
 y_{S,3} &= x_{S,4}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

### Modellkonstanten

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= c_{Verd} & c_{12} &= c_{t,BB} \\
 c_{21} &= c_{Verd}c_{t,BB} & c_{22} &= c_{Abb}
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
 c_{31} &= a_{Sch}c_{Verd}\Delta h_v \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} & c_{32} &= a_{Sch}c_{Abb}H_{u,CHO} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} \\
 c_{33} &= a_{Sch} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} & c_{34} &= a_{Sch} \\
 c_{35} &= a_{Sch} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{d}_{heiss}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}}
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
 c_{41} &= \frac{1}{c_{\tau,WT}} \\
 c_{42} &= \frac{c_{Verd}c_{WT}c_{Sch}}{c_{\tau,WT}c_W} \\
 c_{43} &= -\frac{c_{Verd}c_{WT}}{c_{\tau,WT}c_W} \left[ T_W + (1 - c_{Sch}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T (\mathbf{d}_{heiss} + \mathbf{M}\Delta h_v)}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} \right] \\
 c_{44} &= \frac{c_{Abb}c_{WT}c_{Sch}}{c_{\tau,WT}c_W} \\
 c_{45} &= -\frac{c_{Abb}c_{WT}}{c_{\tau,WT}c_W} \left[ T_W + (1 - c_{Sch}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T (\mathbf{d}_{heiss} - \mathbf{M}H_{u,CHO})}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} \right] \\
 c_{46} &= \frac{c_{WT}c_{Sch}}{c_{\tau,WT}c_W} \\
 c_{47} &= -\frac{c_{WT}}{c_{\tau,WT}c_W} \left[ T_W + (1 - c_{Sch}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{d}_{heiss}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}} \right] \\
 c_{48} &= \frac{c_{WT} \cdot (1 - c_{Sch})}{c_{\tau,WT}c_W} \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_{heiss}}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
c_{51} &= \frac{c_{\text{Abb}} \mathbf{e}_1^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}} & c_{52} &= \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}} \\
c_{53} &= \frac{c_{\text{Verd}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}} & c_{54} &= \frac{c_{\text{Abb}} \mathbf{1}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{\text{Verbr}} \mathbf{x}_{\text{Brst}}} \\
c_{55} &= \frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{Luft}}} & & 
\end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
c_{71} &= c_{\text{Verd}} \Delta h_v \cdot (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{72} &= c_{\text{Abb}} H_{\text{u,CHO}} \cdot (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} \\
c_{73} &= (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & c_{74} &= c_{\text{Sch}} \\
c_{75} &= (1 - c_{\text{Sch}}) \cdot \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{d}_{\text{heiss}}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{heiss}}} & & 
\end{aligned} \tag{B.9}$$



# Symbolverzeichnis

## Lateinische Buchstaben

$\dot{m}_{\text{Abb}}$	Massenstrom an abgebautem trockenen Brennstoff	kg/s
$\dot{m}_{\text{PL}}$	Primärluftmassenstrom	kg/s
$\dot{m}_{\text{Verd}}$	Massenstrom an verdampftem Wasser	kg/s
$\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix des linearisierten Modells	div.
$\mathbf{c}_{\text{BP}}^T$	Ausgangsvektor des Bandpassfilters	div.
$\mathbf{C}_{\text{FF}}$	Ausgangsmatrix des Formfiltermodells	div.
$c_{ij}$	Modellkonstanten des mathematischen Modells	div.
$\mathbf{C}_{\text{M}}$	Ausgangsmatrix der Sensormodelle	div.
$\mathbf{C}_{\text{S}}$	Ausgangsmatrix des linearisierten Anlagenmodells	div.
$c_{\text{W}}$	Wärmekapazität von Wasser	J/kg
$\mathbf{D}$	Durchgriffsmatrix des linearisierten Modells	div.
$\mathbf{d}$	Störgrößen des mathematischen Modells	div.
$\bar{\mathbf{d}}$	Zur Ruhelagenberechnung tiefpassgefilterte Störgrößen $\mathbf{d}$	div.
$d_{\text{BP}}$	Durchgriff des Bandpassfilters	div.
$\mathbf{D}_{\text{FF}}$	Durchgriffsmatrix des Formfiltermodells bezüglich $\mathbf{w}_{\text{FF},k}$	div.
$\mathbf{D}_{\text{M}}$	Durchgriffsmatrix der Sensormodelle bezüglich $\mathbf{y}_{\text{S}}$	div.
$\mathbf{D}_{\text{S}}$	Durchgriffsmatrix des linearisierten Anlagenmodells bezüglich $\tilde{\mathbf{u}}$	div.
$\mathbf{D}_{\text{SFF}}$	Durchgriffsmatrix des linearisierten Anlagenmodells bezüglich $\mathbf{y}_{\text{FF}}$	div.
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix	div.
$\mathbf{e}_i$	$i$ -ter Standardbasisvektor	div.
$f_{\text{g,o}}$	Obere Grenzfrequenz des Bandpassfilters	Hz
$f_{\text{g,u}}$	Untere Grenzfrequenz des Bandpassfilters	Hz
$\mathbf{f}_{\text{S}}$	Zustandsübergangsfunktion des diskretisierten Anlagenmodells	div.
$\tilde{\mathbf{g}}_{\text{S}}$	Ausgangsgleichung des diskretisierten Anlagenmodells	div.
$\mathbf{H}$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix des linearisierten Modells	div.
$\mathbf{h}_{\text{BP}}$	Zeitdiskreter Eingangsvektor des Bandpassfilters	div.
$\mathbf{H}_{\text{FF}}$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix des Formfiltermodells bezüglich $\mathbf{w}_{\text{FF},k}$	div.
$h_{\text{Luft}}$	Spezifische Enthalpie von Luft	J/kg

Symbolverzeichnis

$\mathbf{H}_M$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix der Sensormodelle bezüglich $\mathbf{y}_s$	div.
$h_{\text{Rez}}$	Spezifische Enthalpie des rezirkulierten Rauchgases	J/kg
$\dot{H}_{\text{RG}}$	Rauchgasenthalpiestrom	J/s
$h_{\text{RG}}$	Spezifische Enthalpie des Rauchgases	J/kg
$\dot{H}_{\text{RG,aus}}$	Rauchgasenthalpiestrom am Wärmeübertrageraustritt	J/s
$\dot{H}_{\text{RG,ein}}$	Rauchgasenthalpiestrom am Wärmeübertragereintritt	J/s
$\mathbf{H}_S$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix des linearisierten Anlagenmodells bezüglich $\tilde{\mathbf{u}}$	div.
$\mathbf{H}_{\text{SFF}}$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix des linearisierten Anlagenmodells bezüglich $\mathbf{y}_{\text{FF}}$	div.
$H_{\text{u,CHO}}$	Heizwert der trockenen Biomasse	J/kg
$\Delta h_v$	Spezifische Verdampfungsenthalpie von Wasser	J/kg
$k_{\text{BZ}}$	Brennstoffzufuhrfaktor	1
$k_{\text{I},i}$	Integrationsfaktor eines PI-Reglers	div.
$\mathbf{K}_k$	Kalman-Verstärkungsmatrix	div.
$k_{\text{P,BZ}}$	Verstärkung des zur Vorgabe von $\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$ eingesetzten P-Reglers	1/s
$k_{\text{P},i}$	Proportionalfaktor bzw. Verstärkungsfaktor eines PI-Reglers	div.
$k_{\text{WT}}$	Verschmutzungsfaktor des Wärmeübertragers	1
$\dot{m}_{\text{Brst,RL}}$	Für Ruhelage erforderlicher trockener Brennstoffmassenstrom	kg/s
$\dot{m}_{\text{Brst,TS}}$	Zugeführter trockener Brennstoffmassenstrom	kg/s
$m_{\text{CHO}}$	Masse an trockenem Brennstoff in der Abbauzone	kg
$\hat{m}_{\text{CHO}}$	Schätzwert des Kalmanfilters für $m_{\text{CHO}}$	kg
$m_{\text{CHO,soll}}$	Aus Ruhelage ermittelte Führungsgröße für $m_{\text{CHO}}$	kg
$\dot{m}_{\text{FL}}$	Falschlufmassenstrom	kg/s
$m_{\text{H}_2\text{O}}$	Masse an Wasser in der Verdampfungszone	kg
$\dot{m}_{\text{Rez}}$	Rezirkulierter Rauchgasmassenstrom	kg/s
$\mathbf{M}$	Vektor der molaren Massen	kg/mol
$\dot{m}_{\text{RG}}$	Rauchgasmassenstrom	kg/s
$\dot{m}_{\text{SL}}$	Sekundärluftmassenstrom	kg/s
$\dot{m}_{\text{W}}$	Wassermassenstrom im Wärmeübertrager	kg/s
$\dot{\mathbf{n}}_{\text{RG}}$	Rauchgasstoffmengenstromvektor	mol/s
$N_{\text{Rost}}$	Anzahl der möglichen Rostpositionen	1
$n_{\text{Rost}}$	Index der aktuellen Rostposition zwischen 1 und $N_{\text{Rost}}$	1
$N_{\text{t,O}_2,\text{max}}$	Anzahl an zur Modellierung von $T_{\text{t,O}_2}$ eingesetzten Verzögerungselementen	1
$P(s)$	Streckenübertragungsfunktion	div.
$\mathbf{P}_{\text{BP}}$	Kovarianzmatrix der Zustandsgrößen des Bandpassfilters im stationären Zustand	div.

$\mathbf{P}_k$	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers von $\hat{\mathbf{x}}_k$	div.
$\mathbf{P}_k^*$	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers von $\mathbf{x}_k^*$	div.
$P_{xx}(f)$	Leistungsdichtespektrum des stationären Zufallsprozesses $x_k$	div.
$\mathbf{Q}$	Kovarianzmatrix des Zustandsrauschens $\mathbf{w}_k$	div.
$\mathbf{Q}_{FF}$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{w}_{FF,k}$	div.
$\mathbf{Q}_M$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{w}_{M,k}$	div.
$\mathbf{Q}_S$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{w}_{S,k}$	div.
$\mathbf{Q}_u$	Kovarianzmatrix des Messrauschens der Eingangsgrößen	div.
$\dot{Q}_W$	Im Wärmeübertrager wasserseitig übertragene Leistung	W
$\dot{Q}_{WT}$	Im Wärmeübertrager rauchgasseitig übertragene Leistung	W
$\mathbf{R}$	Kovarianzmatrix des Ausgangsrauschens $\mathbf{v}_k$	div.
$\mathbf{r}$	Führungsgrößen	div.
$R(s)$	Reglerübertragungsfunktion	div.
$\mathbf{R}_{\text{Verbr}}$	Verbrennungsreaktionen abbildende Matrix	mol/mol
$\mathbf{R}_{xy}$	Kreuzkovarianzmatrix von $\Delta \mathbf{x}_{k+1}^*$ und $\Delta \mathbf{y}_k^*$	div.
$\mathbf{R}_{yy}$	Kovarianzmatrix der Innovation $\Delta \mathbf{y}_k$	div.
$S(s)$	Störübertragungsfunktion	div.
$T(s)$	Führungsübertragungsfunktion	div.
$T_{\text{ad}}$	Adiabate Verbrennungstemperatur	K
$T_d$	Diskretisierungszeit	s
$T_{N,i}$	Nachstellzeit eines PI-Reglers	s
$T_{\text{RG,aus}}$	Rauchgastemperatur am Wärmeübertrageraustritt	K
$T_{\text{RG,ein}}$	Rauchgastemperatur am Wärmeübertragereintritt	K
$\tilde{T}_{\text{RG,ein}}$	Um $\Delta T_{\text{Sek}}$ verfälschte Temperatur $T_{\text{RG,ein}}$	K
$T_{\text{RL}}$	Rücklaufzeit	K
$T_{\text{Rost}}$	Dauer einer Rostperiode	s
$T_{\text{Sch}}$	Mittlere Schamotttemperatur	K
$T_{\text{Sek}}$	Feuerraumtemperatur in der Sekundärzone	K
$\Delta T_{\text{Sek}}$	Offset von $T_{\text{Sek}}$ gegenüber $T_{\text{RG,ein}}$	K
$T_{\text{Sek,soll}}$	Führungsgröße für $T_{\text{Sek}}$ , entspricht $r_2$	K
$T_{\text{t,BB}}$	Totzeit des Modells für das Brennstoffbett	s
$T_{\text{t,O}_2}$	Totzeit bei der Sauerstoffgehaltsmessung	s
$T_{\text{t,VL}}$	Verzögerung zwischen gemessener und modellierter Vorlaufzeit	s
$T_{\text{t,WT}}$	Totzeit im Modell für den Wärmeübertrager	s
$T_{\text{VL}}$	Vorlaufzeit	K
$T_{\text{VL,soll}}$	Führungsgröße für $T_{\text{VL}}$ , entspricht $r_3$	K
$T_W$	Mittlere Wassertemperatur im Wärmeübertrager	K
$\mathbf{u}$	Eingangsgrößen des mathematischen Modells	div.
$\tilde{\mathbf{u}}$	Eingangsgrößen des Anlagenmodells, Kombination von $\mathbf{u}$ und $\mathbf{d}$	div.

## Symbolverzeichnis

$\mathbf{u}_{234}$	Nur $u_2$ bis $u_4$ umfassender Teilvektor von $\mathbf{u}$	div.
$w_{\text{H}_2\text{O}}$	Wassergehalt des Brennstoffs, bezogen auf die Trockensubstanz	kg/kg
$\Delta \hat{\mathbf{u}}_k$	Messrauschen der Eingangsgrößen	div.
$\mathbf{v}$	Eingangsgrößen der exakten Linearisierung	div.
$\mathbf{v}_k$	Ausgangsrauschen des Kalmanfilters	div.
$\dot{V}_{\text{RG}}$	Rauchgasvolumenstrom	m <sup>3</sup> /s
$\mathbf{w}_{\text{FF},k}$	Eingangsgröße des Formfiltermodells (weißes Rauschen)	div.
$w_{\text{H}_2\text{O}}$	Wassergehalt des Brennstoffs, bezogen auf die Feuchtsubstanz	kg/kg
$\mathbf{w}_k$	Zustandsrauschen des Kalmanfilters	div.
$\mathbf{w}_{\text{M},k}$	Weißes Messrauschen der Ausgangsgrößen der Sensormodelle	div.
$\mathbf{w}_{\text{M},k}$	Weißes Zustandsrauschen der Sensormodelle	div.
$\mathbf{w}_{\text{S},k}$	Weißes Zustandsrauschen des linearisierten Anlagenmodells	div.
$\mathbf{x}$	Zustandsvektor des mathematischen Modells	div.
$\mathbf{x}_{\text{Brst}}$	Molare Zusammensetzung des Brennstoffs	mol/mol
$x_{\text{CO, RG, tr}}$	Kohlenmonoxidkonzentration im trockenen Rauchgas	mg/Nm <sup>3</sup> tr. RG
$\mathbf{x}_{\text{FF}}$	Zustandsgrößen des Formfiltermodells	div.
$\Delta \hat{\mathbf{x}}_k$	Schätzfehler des korrigierten Schätzwerts $\hat{\mathbf{x}}_k$	div.
$\Delta \mathbf{x}_k^*$	Schätzfehler des prädizierten Schätzwerts $\mathbf{x}_k^*$	div.
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Korrigierter Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$	div.
$\mathbf{x}_k^*$	Prädizierter, unkorrigierter Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$	div.
$\mathbf{x}_{\text{Luft}}$	Molare Zusammensetzung von Luft	mol/mol
$\mathbf{x}_{\text{M}}$	Zustandsgrößen der Sensormodelle	div.
$x_{\text{NO, RG, tr}}$	Stickstoffmonoxidkonzentration im trockenen Rauchgas	mg/Nm <sup>3</sup> tr. RG
$\Delta x_{\text{O}_2, \text{RG}}$	Offsetfehler des Sauerstoffsensors	%Vol.
$x_{\text{O}_2, \text{RG}}$	Sauerstoffgehalt des feuchten Rauchgases	%Vol.
$x_{\text{O}_2, \text{RGA}}$	Sauerstoffgehalt des trockenen Rauchgases von Rauchgasanalytik	%Vol. tr.RG
$x_{\text{O}_2, \text{RG, Sens}}$	Vom zur Regelung eingesetzten Sensor gemessener Rauchgassauerstoffgehalt	%Vol.
$x_{\text{O}_2, \text{RG, soll}}$	Führungsgröße für $x_{\text{O}_2, \text{RG}}$ , entspricht $r_1$	%Vol.
$x_{\text{O}_2, \text{RG, Sys}}$	Interner Rauchgassauerstoffgehalt des mathematischen Modells	%Vol.
$x_{\text{O}_2, \text{RG, Tt}}$	Um Totzeit verzögerter Rauchgassauerstoffgehalt	%Vol.
$\mathbf{x}_{\text{Rez}}$	Molare Zusammensetzung des rezirkulierten Rauchgases	mol/mol
$\mathbf{x}_{\text{RG}}$	Molare Rauchgaszusammensetzung	mol/mol
$\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}$	Mittlere molare Rauchgaszusammensetzung	mol/mol
$\mathbf{x}_{\text{S}}$	Zustandsgrößen des Anlagenmodells	div.

$\mathbf{x}_{\text{H}_2\text{O}}$	Molare Zusammensetzung von Wasser	mol/mol
$\mathbf{x}_{\text{WK}}$	In $\mathbf{x}_{\text{FF}}$ bzw. $\mathbf{y}_{\text{FF}}$ enthaltene weitgehend konstante Störgrößen	div.
$\mathbf{y}$	Ausgangsgrößen des mathematischen Modells	div.
$\mathbf{y}_{\text{FF}}$	Ausgangsgrößen des Formfiltermodells	div.
$\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$	Schätzwerte des Kalmanfilters für $\mathbf{y}_{\text{FF}}$	div.
$\tilde{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$	Zur Ruhelagenberechnung tiefpassgefilterte Störgrößen $\hat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$	div.
$\Delta\mathbf{y}_k$	Innovation bzw. Prädiktionsfehler der Ausgangsgrößen	div.
$\mathbf{y}_S$	Ausgangsgrößen des Anlagenmodells	div.

## Griechische Buchstaben

$\alpha_{\text{Abb}}$	Abbaufaktor	1
$\bar{\alpha}_{\text{Abb}}$	Mittelwert des Abbaufaktors $\alpha_{\text{Abb}}$ über eine Rostperiode	1
$\tilde{\alpha}_{\text{Abb},i}$	Wert des Abbaufaktors in der $i$ -ten Rostposition	1
$\Delta\alpha_{\text{Abb,Rost}}$	Rostpositionsabhängiger Anteil des Abbaufaktors $\alpha_{\text{Abb}}$	1
$\Delta\alpha_{\text{Abb,weiss}}$	Durch weißes Rauschen modellierter Anteil des Abbaufaktors $\alpha_{\text{Abb}}$	1
$\alpha_{\text{Verd}}$	Verdampfungsfaktor	1
$\lambda_{\text{BB}}$	Luftverhältnis im Brennstoffbett	1
$\lambda_{\text{BB,soll}}$	Gefordertes Luftverhältnis im Brennstoffbett $\lambda_{\text{BB}}$	1
$\rho_{\text{Brst}}$	Schüttdichte des Brennstoffs	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Standardabweichung	div.
$\sigma^2$	Varianz	div.
$\sigma_{\text{Abb,Rost}}^2$	Varianz des rostpositionsabhängigen Anteils von $\alpha_{\text{Abb}}$	1
$\sigma_{\text{Abb,weiss}}^2$	Varianz des als weißes Rauschen modellierten Anteils von $\alpha_{\text{Abb}}$	1
$\sigma_{\text{Approx},i}^2$	Varianz des Approximationsfehlers der Zustandsvariablen $x_i$ bzw. $x_{S,i}$ des nichtlinearen Anlagenmodells bei der Prädiktion	div.
$\sigma_{\text{Drift,BZ}}^2$	Varianz der zufälligen Drift von $k_{\text{BZ}}$	1
$\sigma_{\text{Drift,FL}}^2$	Varianz der zufälligen Drift von $\dot{m}_{\text{FL}}$	kg <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\sigma_{\text{Drift,Sek}}^2$	Varianz der zufälligen Drift von $\Delta T_{\text{Sek}}$	K <sup>2</sup>
$\sigma_{\text{O}_2,\text{Sens}}^2$	Varianz des Zustandsrauschens beim Sensormodell für den Sauerstoffsensord	1
$\sigma_{\varphi_{\text{O}_2}}^2$	Varianz der Unsicherheit von $\varphi_{\text{O}_2}$	1
$\sigma_{\varphi_{\text{Sek}}}^2$	Varianz der Unsicherheit von $\varphi_{\text{Sek}}$	1
$\sigma_{\text{Sek,Sens}}^2$	Varianz des Zustandsrauschens beim Sensormodell für den Sekundärzonentemperatursensord	K <sup>2</sup>
$\sigma_{\text{ZR,VL}}^2$	Varianz des zusätzlichen Zustandsrauschens der Vorlauf-temperatur $T_{\text{VL}}$	K <sup>2</sup>

Symbolverzeichnis

$\tau_{\text{BZ}}$	Einstellbare Zeitkonstante des Tiefpassfilters von $\bar{\mathbf{d}}$ und $\widehat{\mathbf{y}}_{\text{FF}}$	s
$\tau_{\text{O}_2}$	Zeitkonstante des Sauerstoffsensors	s
$\tau_{\text{Sek}}$	Zeitkonstante des Sekundärzonentemperatursensors	s
$\tau_{\text{VL}}$	Vorgebbare Zeitkonstante der exakt linearisierten $T_{\text{VL}}$	s
$\Phi$	Zeitdiskrete Systemmatrix des linearisierten Modells	div.
$\Phi_{\text{BP}}$	Zeitdiskrete Systemmatrix des Bandpassfilters	div.
$\Phi_{\text{FF}}$	Zeitdiskrete Systemmatrix des Formfiltermodells	div.
$\Phi_{\text{M}}$	Zeitdiskrete Systemmatrix der Sensormodelle	div.
$\varphi_{\text{O}_2}$	Zeitdiskreter Eigenwert des Sensormodells für den Sauerstoffsensor	1
$\Phi_{\text{S}}$	Zeitdiskrete Systemmatrix des linearisierten Anlagenmodells	div.
$\varphi_{\text{Sek}}$	Zeitdiskreter Eigenwert des Sensormodells für den Sekundärzonentemperatursensor	1

# Literaturverzeichnis

- [1] ADAMY, J.: *Nichtlineare Regelungen*. Springer, 2009.
- [2] BAUER, R.: *Modellbildung und modellbasierte Regelungsstrategien am Beispiel einer Biomasse-Feuerungsanlage*. Habilitationsschrift, Technische Universität Graz, Jan. 2009.
- [3] BAUER, R., M. GÖLLES, T. BRUNNER, N. DOURDOUMAS und I. OBERNBERGER: *Was messen Temperatursensoren in einer Biomasse-Feuerung wirklich?*. at – Automatisierungstechnik, 55(12):600–607, 2007.
- [4] BAUER, R., M. GÖLLES, T. BRUNNER, N. DOURDOUMAS und I. OBERNBERGER: *Modellierung des dynamischen Verhaltens der Wärmeübertragung in einem Rauchrohr-Wärmeübertrager*. at – Automatisierungstechnik, 56(10):513–520, 2008.
- [5] BAUER, R., M. GÖLLES, T. BRUNNER, N. DOURDOUMAS und I. OBERNBERGER: *Eine Methode zur Bestimmung des Rauchgas-Massenstroms in einer Biomasse-Feuerung*. International Journal Automation Austria, 17(1):1–10, 2009.
- [6] BAUER, R., M. GÖLLES, T. BRUNNER, N. DOURDOUMAS und I. OBERNBERGER: *Modelling of grate combustion in a medium scale biomass furnace for control purposes*. Biomass and Bioenergy, 34(4):417–427, 2010.
- [7] FRÄNKEN, D.: *Dynamische Zustandsschätzung*. Vorlesungsskript, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik & Mathematik der Universität Paderborn, Ulm, Aug. 2006.
- [8] GREWAL, M. S. und A. P. ANDREWS: *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. Wiley, 2001.
- [9] GÖLLES, M.: *Entwicklung mathematischer Modelle einer Biomasserostfeuerungsanlage als Grundlage für modellbasierte Regelungskonzepte*. Dissertation, Technische Universität Graz, Nov. 2008.
- [10] GÖLLES, M., R. BAUER, T. BRUNNER, N. DOURDOUMAS und I. OBERNBERGER: *Model based control of a biomass grate furnace*. In: *Proceedings of the 9th European Conference on Industrial Furnaces and Boilers*, 2011.

- [11] HESCH, T., F. BIEDERMANN, T. BRUNNER und I. OBERNBERGER: *Reduction of  $NO_x$  and  $PM_1$  Emissions from Automated Boilers by Advanced Air Staging*. In: *19th European Biomass Conference and Exhibition*, S. 874–879, 2011.
- [12] HIPPE, P.: *Eine systematische Vermeidung der durch Stellbegrenzungen ausgelösten Probleme*. at – Automatisierungstechnik, 55(8):377–393, 2007.
- [13] HOFFMANN, J.: *Taschenbuch der Messtechnik*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 5. Aufl., 2007.
- [14] HORN, M. und N. DOURDOUMAS: *Regelungstechnik*. Pearson Verlag, München, 2004.
- [15] OPPENHEIM, A. V. und R. W. SCHAFFER: *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 3. Aufl., 2010.
- [16] PAPOULIS, A. und S. U. PILLAI: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, Boston, 2002.
- [17] SCHWARZ, H. R.: *Numerische Mathematik*. B.G. Teubner Verlag/GWV Fachverlage GmbH, 6. Aufl., 2006.