

Florian Wolfgang Dietachmayr

Modellierung und Regelung von Biomasse-Thermoölkesselanlagen

Masterarbeit

Technische Universität Graz

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik Leiter: O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Nicolaos Dourdoumas

Betreuer: Dipl.-Ing. Dr.techn. Markus Gölles O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Nicolaos Dourdoumas

Graz, Juni 2013

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ort

Datum

Unterschrift

Vorwort

Diese Arbeit wurde in Kooperation mit dem Kompetenzzentrum BIOENERGY2020+ durchgeführt, bei dessen Mitarbeitern ich mich für die Ermöglichung der Arbeit sowie das angenehme Arbeitsklima herzlich bedanken will.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Nicolaos Dourdoumas sowie Herrn Dr. Markus Gölles für die hervorragende Betreuung meiner Arbeit. Weiters möchte ich Herrn Dipl.-Ing. Christopher Zemann für die zahlreichen Fachgespräche sowie die Unterstützung während meiner Arbeit danken.

Schließlich danke ich auch meinen Eltern, die mir dieses Studium erst ermöglicht haben, sowie meiner gesamten Familie.

Graz, im Juni 2013

Florian Dietachmayr

Kurzfassung

Die Verbrennung fester Biomasse gewinnt als nachhaltige Form der Energieerzeugung stetig an Bedeutung. Eine mögliche Technologie stellen dabei Biomasse-Thermoölkesselanlagen dar, deren Regelungen bis jetzt noch nicht auf einem mathematischen Modell basieren und dementsprechend deren verkoppeltes und zum Teil nichtlineares Verhalten nur ungenügend berücksichtigen.

Ziel dieser Arbeit ist es, ein für Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln existierendes Modell sowie die darauf aufbauende Regelungsstrategie an die speziellen Gegebenheiten von Thermoölkesselanlagen anzupassen. Dazu wird zunächst ein einfaches Modell für Thermoölwärmeübertrager auf Basis einer Energiebilanz hergeleitet und anhand von verfügbaren Betriebsdaten qualitativ verifiziert. Anschließend wird die bei der Regelung von Wasserkesselanlagen eingesetzte Eingangs-Ausgangslinearisierung verallgemeinert. Darauf aufbauend wird eine Regelungsstrategie zur Regelung des Thermoölwärmeübertragers hergeleitet. Die Leistungsfähigkeit des Regelungskonzeptes wird schließlich in Simulationsstudien gezeigt.

Abstract

Over the last years solid biomass as a renewable energy source became more and more important. The combustion of solid biomass in biomass furnaces with thermal oil heat exchangers is one possible method of producing energy. Currently the control of these plants is not based upon a mathematical model and hence is not able to sufficiently account for the interconnections and the nonlinearities in the plant's behavior.

The aim of this thesis is the adaption of an existing mathematical model and a corresponding control for biomass furnaces with water heat exchangers to the behavior of biomass furnaces with thermal oil heat exchangers. For this purpose a simple mathematical model of a thermal oil heat exchanger is derived and qualitatively verified on the basis of operating data from a biomass furnace with a nominal thermal capacity of 12MW. The existing input-output linearization of biomass furnaces with water heat exchangers is generalized and extended by a control strategy for thermal oil heat exchangers. Finally, the performance of the control strategy is investigated in more detail by extended simulation studies.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einl	eitung		1			
2.	Grundlagen zur Regelung von Biomassefeuerungen						
	2.1.	Funkt	ionsweise einer Biomasse-Flachschubrostfeuerungsanlage	3			
	2.2.	Mathe	ematisches Modell für Biomassefeuerungsanlagen	-			
		mit W	asserkesseln	5			
		2.2.1.	Brennstoffbett	5			
		2.2.2.	Verbrennung	6			
		2.2.3.	Speicherwirkung des Schamotts	7			
		2.2.4.	Wärmeübertrager	7			
		2.2.5.	Gesamtmodell.	8			
	2.3.	Regelu	ungskonzept	9			
	2.4.	Bioma	usse-Thermoölkesselanlagen	11			
		2.4.1.	Thermoölkreislauf	12			
		2.4.2.	Aufbau von Thermoölwärmeübertragern	13			
3.	Мос	Modellbildung					
	3.1.	Aufga	benstellung	15			
	3.2.	Betrac	hteter Wärmeübertrager	17			
	3.3.	Rauchgasteil					
	55	3.3.1.	Komplexes Modell für den Rauchgasteil				
		55	auf Basis der Energiebilanz	18			
		3.3.2.	Einfaches Modell für den Rauchgasteil	18			
	3.4.	Therm	noölteil	22			
	51	3.4.1.	Komplexes Modell für den Thermoölteil				
		51	auf Basis der Energiebilanz	22			
		3.4.2.	Einfaches Modell für den Thermoölteil	23			
		3.4.3.	Berücksichtigung der Thermoölrohre	29			
		3.1.1.	Verallgemeinerung des einfachen Modells auf Wärmeübertrager	-)			
		ידידי	mit mehreren Totzeiten	32			
	3.5.	Vergle	eich des Modells mit Messdaten	34			
		3.5.1.	Aufbau des Thermoölwärmeübertragers	37			
		3.5.2.	Rauchgasteil	38			
		3.5.3.	Thermoölteil.	30			
		555		5)			

Inhaltsverzeichnis

4.	Reglerentwurf					
	4.1.	Anpassung der Eingangs-Ausgangslinearisierung	43			
4.2. Regelung der Vorlauftemperatur			48			
		4.2.1. Eigenschaften des Thermoölwärmeübertragers	49			
		4.2.2. Regelungsstrategie I: Steuerung mit Rückführung der				
		Modellabweichung	52			
		4.2.3. Regelungsstrategie II: Optimale Regelung der Vorlauftemperatur	54			
	4.3.	Erforderliche Erweiterung für praktische Umsetzung	68			
E Simulationastudion						
э.	Simulationsstudien					
	5.1.	Simulationsmodell	71			
	5.2.	Tagesverlauf	73			
	5.3.	Brennstoffwassergehaltssprung	77			
	5.4.	Tagesverlauf mit Brennstoffwassergehaltssprung	81			
6.	Zusammenfassung					
Α.	A. Mathematisches Modell der Biomassefeuerungsanlage					
Lit	_iteraturverzeichnis 9					

1. Einleitung

Der Sektor der Energieumwandlung hat sich in den letzten Jahren begonnen zu wandeln. Fossile Energieträger, die durch ihren hohen CO2-Ausstoß einen maßgeblichen Beitrag zum Klimawandel leisten, werden zunehmend durch erneuerbare Energieträger ersetzt. Bis 2020 sollen in der Europäischen Union 20 Prozent der Energie aus erneuerbaren Energieträgern gewonnen werden [5]. In diesem Zusammenhang spielt auch die Verbrennung von fester Biomasse eine große Rolle. Unter Voraussetzung einer nachhaltigen Biomassenutzung wird das bei der Verbrennung entstehende Kohlendioxid durch Photosynthese wieder im nachwachsenden Brennstoff gebunden, womit Biomasse einen nahezu CO2-neutralen Energieträger darstellt. Aus diesem Grund wird auch die Regelung von Biomassefeuerungen immer wichtiger.

Aus systemtechnischer Sicht stellt eine Biomassefeuerungsanlage ein verkoppeltes Mehrgrößensystem dar. Bisherige serienmäßig eingesetzte Regelungsstrategien berücksichtigen diese Verkopplungen aufgrund eines mangelnden mathematischen Modells jedoch nur geringfügig und können daher nicht das ganze regelungstechnische Potential ausnutzen. Dem Kompetenzzentrum BIOENERGY2020+ ist es in Kooperation mit dem Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz in den vergangenen Jahren gelungen, ein mathematisches Modell für Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln zu entwickeln und eine darauf aufbauende modellbasierte Regelungsstrategie zu entwerfen. Es hat sich gezeigt, dass die modellbasierte Regelung eine deutliche Verbesserung hinsichtlich des Wirkungsgrads und des Schadstoffausstoßes gegenüber herkömmlichen Regelungen erzielt [7].

Insbesondere im Bereich der Kraft-Wärme-Kopplungsanlagen hat sich in der letzten Zeit die Nachfrage nach Biomasse-Thermoölkesselanlagen stetig erhöht. Aufgrund der zum Teil unterschiedlichen Funktionsweise kann die entwickelte modellbasierte Regelung nicht direkt für solche Anlagen übernommen werden. Ziel dieser Arbeit ist die Anpassung des mathematischen Modells an die Gegebenheiten bei Biomasse-Thermoölkesselanlagen, sowie die darauf aufbauende Entwicklung einer modellbasierten Regelungsstrategie.

In Kapitel 2 werden zunächst das bestehende Modell, das darauf aufbauende Regelungskonzept und die Grundlagen von Biomasse-Thermoölkesselanlagen kurz erklärt. Anschließend wird in Kapitel 3 ein mathematisches Modell für einen Thermoölwärmeübertrager hergeleitet und anhand von verfügbaren Betriebsdaten qualitativ

1. Einleitung

verifiziert. In Kapitel 4 wird eine Strategie zur Regelung von Thermoölkesselanlagen entworfen und diskutiert, bevor sie anschließend in Kapitel 5 durch ausführliche Simulationsstudien getestet wird.

In diesem Kapitel wird zunächst die grundsätzliche Funktionsweise einer Biomassefeuerungsanlage erklärt. Anschließend folgt eine kurze Beschreibung des vorhandenen mathematischen Modells für Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln, sowie der darauf aufbauenden Regelungsstrategie. Zum Abschluss wird ein Überblick über die spezielle Funktionsweise von Biomasse-Thermoölkesselanlagen gegeben, weil diese den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit darstellen.

2.1. Funktionsweise einer Biomasse-Flachschubrostfeuerungsanlage

Abbildung 2.1 zeigt den Aufbau einer typischen Flachschubrostfeuerungsanlage. Der Brennstoff wird über eine geeignete Fördereinrichtung (z.B. eine Schneckenförderung oder eine hydraulische Förderung) auf den Rost transportiert. Dieser ist teilweise beweglich ausgeführt und sorgt für den Weitertransport des Brennstoffs. Unter den hohen Temperaturen, die innerhalb des Feuerraums herrschen, verdampft zunächst das im Brennstoff enthaltene Wasser. Anschließend werden die flüchtigen Bestandteile freigesetzt, die zusammen mit der übrigbleibenden Holzkohle unter Luftzufuhr verbrannt werden. Dabei wird allerdings nur ein Teil der zur vollständigen Verbrennung notwendigen Sauerstoffmenge unter dem Rost als sogenannte Primärluft zugeführt - die vollständige Verbrennung der Gase erfolgt erst in der sogenannten Sekundärverbrennungszone unter Zufuhr der Sekundärluft. Durch diese gestufte Verbrennung werden die Schadstoffemissionen verringert und der Wirkungsgrad der Anlage gesteigert.

Das heiße Rauchgas tritt anschließend in einen Wärmeübertrager ein, wo es seine Energie auf ein geeignetes Medium (wie z.B. Wasser oder Thermoöl) abgibt. Das kalte, in den Wärmeübertrager eintretende Medium wird dabei als Rücklauf, das heiße, austretende als Vorlauf bezeichnet. Schlussendlich wird das Rauchgas noch gereinigt und verlässt die Anlage durch den Kamin. Ein Rauchgasventilator sorgt dabei für den in der Anlage benötigten Unterdruck.



Abbildung 2.1.: Biomasse-Flaschschubrostfeuerungsanlage

(1 ... Brennstoffzufuhr; 2 ... Rost; 3 ... Feuerraum; 4 ... Primärluftzufuhr; 5 ... Sekundärluftzufuhr; 6 ... Wärmeübertrager; 7 ... Rücklauf; 8 ... Vorlauf; 9 ... Staubabscheidung, Rauchgasventilator, Kamin) Zur besseren Beeinflussbarkeit der Feuerraumtemperatur besteht bei den meisten Anlagen die Möglichkeit, kaltes Rauchgas in den Feuerraum zurückzuführen.

2.2. Mathematisches Modell für Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln

Für die im letzten Abschnitt beschriebene Klasse von Biomassefeuerungsanlagen wurde erstmals in [1] ein einfaches, mathematisches Modell gefunden, das die wesentlichen Effekte beschreibt und somit für einen Reglerentwurf geeignet ist. Dabei wurde, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, die Anlage in vier Teilmodelle unterteilt: Brennstoffbett, Verbrennung, Speicherwirkung des Schamotts sowie Wärmeübertrager. Die vier Modelle werden im folgenden kurz beschrieben, für eine genaue Herleitung sei auf [1, 3, 4, 6] verwiesen.



Abbildung 2.2.: Teilsysteme für Modellierung der Biomassefeuerungsanlage

2.2.1. Brennstoffbett

Das Modell des Brennstoffbetts beschreibt die Trocknung und die Umsetzung des Brennstoffs. Eingangsgrößen des Modells sind die zugeführten Massenströme des trockenen Brennstoffs $\dot{m}_{CHO,Brst}(t)$ und der Primärluft $\dot{m}_{PL}(t)$ sowie der Wassergehalt des Brennstoffs w_{H_2O} .

Der frisch aufgebrachte Brennstoff durchläuft zunächst eine Zone, in der er sich lediglich erwärmt. Während dieser Erwärmung finden keine modellrelevanten Prozesse statt, deshalb wird dieser Bereich auch als »Totzone« bezeichnet. Die Zeit, die der Brennstoff zum Durchqueren der Zone benötigt, ist die Totzeit $T_{t,BB}$. Sie ist im Wesentlichen vom Wassergehalt w_{H_2O} des Brennstoffs abhängig. Nach der Erwärmung wird das im Brennstoff enthaltene Wasser verdampft. Dieser Prozess wird basierend

auf einer einfachen Massenbilanz durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben [4]:

$$\frac{dm_{H_2O,Zone}(t)}{dt} = -\frac{\dot{m}_{H_2O,Verd}(t)}{1 + c_{T_{tBB}}u_F(t - T_{t,BB})} + \frac{u_F(t - T_{t,BB})\dot{m}_{CHO,Brst}(t - T_{t,BB})}{1 + c_{T_{tBB}}u_F(t - T_{t,BB})}$$
(2.1)

Dabei beschreiben $\dot{m}_{H_2O,Verd}$ die Verdampfungsrate, $m_{H_2O,Zone}$ die Masse des Wassers im Verdampfungsgebiet, u_F die Brennstofffeuchte¹ und $c_{T_{t,BB}}$ eine Modellkonstante.

Der Abbau des (nun trockenen) Brennstoffs findet direkt nach der Verdampfung statt und kann in analoger Weise durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben werden:

$$\frac{dm_{CHO,Zone}(t)}{dt} = -\dot{m}_{CHO,Abb}(t) + \frac{c_{T_{t,BB}}\dot{m}_{H_2O,Verd}(t) + \dot{m}_{CHO,Brst}(t - T_{t,BB})}{1 + c_{T_{t,BB}}u_F(t - T_{t,BB})}$$
(2.2)

Dabei bezeichnen $m_{CHO,Zone}$ die Masse des trockenen Brennstoffs in der Abbauzone und $\dot{m}_{CHO,Abb}$ die Abbaurate.

Die Verdampfungs- und Abbaurate stellen zugleich auch die Ausgangsgrößen des mathematischen Modells dar. Sie werden über die Gleichungen

$$\dot{m}_{H_2O,Verd}\left(t\right) = \alpha_{Verd}\left(t\right)c_{Verd}m_{H_2O,Zone}\left(t\right)$$
(2.3)

$$\dot{m}_{CHO,Abb}\left(t\right) = \alpha_{Abb}\left(t\right)c_{Abb}m_{CHO,Zone}\left(t\right)\left[\dot{m}_{PL0} + \dot{m}_{PL}\left(t\right)\right]$$
(2.4)

mit den Modellkonstanten c_{Verd} , c_{Abb} und m_{PL0} beschrieben. Die beiden zeitabhängigen Faktoren α_{Abb} und α_{Verd} modellieren dabei Schwankungen, die aufgrund der Rostbewegung entstehen.

2.2.2. Verbrennung

Das Modell der Verbrennung ist ein statisches Modell und besteht aus einfachen Energie- und Stoffbilanzen. Eingangsgrößen sind die im vorigen Abschnitt beschriebene Abbau- und Verdampfungsrate, sowie die Massenströme der Primärluft \dot{m}_{PL} , Sekundärluft \dot{m}_{SL} und des rezirkulierten Rauchgases $\dot{m}_{RG,rez}$. Ausgangsgrößen sind der Rauchgasmassenstrom \dot{m}_{RG} , die Rauchgaszusammensetzung \mathbf{x}_{RG} , sowie die adiabate Feuerraumtemperatur² T_{ad} [1, 6].

¹Die Brennstofffeuchte hängt mit dem Wassergehalt über die Beziehung $u_F = \frac{w_{H_2O}}{1 - w_{H_2O}}$ zusammen.

²Die adiabate Feuerraumtemperatur stellt sich unter der Annahme, dass keine Wärmeübertragung zwischen dem schamottierten Feuerraum und der Umgebung stattfindet, ein.

2.2.3. Speicherwirkung des Schamotts

Die Speicherwirkung des Schamotts wird durch eine einfache Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dT_{Sch}\left(t\right)}{dt} = a_{Sch}\left[T_{ad}\left(t\right) - T_{Sch}\left(t\right)\right]$$
(2.5)

mit dem Modellparameter a_{Sch} beschrieben [1]. T_{Sch} stellt dabei eine fiktive, mittlere Schamotttemperatur dar, mit deren Hilfe die Rauchgastemperatur beim Wärmeübertragereintritt

$$T_{RG,ein}(t) = c_{Sch}T_{Sch}(t) + [1 - c_{Sch}]T_{ad}(t)$$
(2.6)

berechnet werden kann. c_{Sch} ist hierbei eine weitere Modellkonstante.

2.2.4. Wärmeübertrager

In [3] wurde ein mathematisches Modell für einen Rauchrohrwärmeübertrager vorgeschlagen, das für die Regelung nochmals leicht vereinfacht wurde [1, 7]. Dazu wurde das Modell zunächst in zwei Teilmodelle aufgespalten: einen Rauchgasteil und einen Wasserteil. Die Temperaturdifferenz zwischen dem eintretenden und dem austretenden Wasser beträgt bei diesen Wärmeübertragern ca. 20°C und ist damit wesentlich geringer als die Temperaturdifferenz des Rauchgases (ca. 800°C). Damit kann die Rückwirkung des Wassers auf das Rauchgas vernachlässigt werden und die zwei Teilmodelle des Wärmeübertragers konnten getrennt voneinander modelliert werden. Der Rauchgasteil wird mit einer statischen Gleichung für den gesamten übertragenen Wärmestrom \dot{Q}

$$\dot{Q}(t) = c_{WT} \left[T_{RG,ein}(t) - T_{W}(t) \right] \dot{m}_{RG}(t)$$
 (2.7)

beschrieben, wobei T_W eine konstante, mittlere Wassertemperatur darstellt. Für die Vorlauftemperatur T_{VL} wurde eine Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dT_{VL}(t)}{dt} = \frac{\dot{Q}(t)}{c_{W}c_{\tau,WT}} + \frac{\dot{m}_{W}(t)}{c_{\tau,WT}} \left[T_{RL}(t - T_{t,WT}) - T_{VL}(t) \right]$$
(2.8)

vorgeschlagen. T_{RL} ist dabei die Rücklauftemperatur, die mit einer Totzeit $T_{t,WT}$ verzögert in die Gleichung eingeht, und \dot{m}_W der Wassermassenstrom. c_{WT} , c_W und $c_{\tau,WT}$ stellen konstante Modellparameter dar.

2.2.5. Gesamtmodell

Durch eine geschickte Wahl der Eingangs- und Störgrößen³ kann das Gesamtsystem in einer besonders einfachen Form als System von gewöhnlichen nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung dargestellt werden [1]. Dafür werden die Zustandsgrößen

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} m_{H_2O,Zone} & m_{CHO,Zone} & T_{Sch} & T_{VL} \end{bmatrix}^T$$
(2.9)

T

definiert. Der Vektor der Eingangsgrößen wird mit

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{CHO,Brst} (t - T_{t,BB} (t)) \\ \alpha_{Abb}(t) [\dot{m}_{PL} (t) + \dot{m}_{PL0}] \\ \dot{m}_{RG,rez} (t) \\ \dot{m}_{PL} (t) + \dot{m}_{SL} (t) \end{bmatrix}$$
(2.10)

und der Vektor der Störgrößen mit

$$\mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} u_{F}(t - T_{t,BB}(t)) \\ h_{Luft}(t) \\ h_{RG,rez}(t) \\ \dot{m}_{W}(t) \\ T_{RL}(t - T_{t,WT}) \end{bmatrix}$$
(2.11)

festgelegt. h_{Luft} und h_{RG} sind dabei die spezifischen Enthalpien für die zugeführte Luft bzw. das rezirkulierte Rauchgas. Als Ausgangsgrößen des mathematischen Modells werden zunächst die für den Betrieb der Anlage (und damit auch für eine spätere Regelung) interessanten Größen Vorlauftemperatur T_{VL} , Rauchgaseintrittstemperatur in den Wärmeübertrager $T_{RG,ein}$ und Sauerstoffgehalt des Rauchgases $x_{O_2,RG}$ festgelegt:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} x_{O_2,RG}(t) & T_{RG,ein}(t) & T_{VL}(t) \end{bmatrix}^T$$
(2.12)

³Störgrößen sind nicht beeinflussbare Eingangsgrößen des Systems.

Damit ergibt sich das Gesamtsystem

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = c_{41}x_1 + c_{42}x_2u_2 + c_{43}u_3 + c_{44}u_4 + c_{45}d_4d_5 - c_{45}d_4x_4$$

$$y_1 = \frac{c_{51}x_2u_2 + c_{52}u_4}{c_{53}x_1 + c_{54}x_2u_2 + c_{55}u_4}$$

$$y_2 = \frac{-c_{71}x_1 + c_{72}x_2u_2 + c_{73}u_3 + c_{74}u_4}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{75}$$

$$(2.14)$$

$$y_3 = x_4$$

mit den in Anhang A aufgeführten Modellkonstanten c_{ij} . Dabei ist zu beachten, dass die Zeitkonstante der Differentialgleichung für x_3 sehr groß ist, wodurch sich x_3 für kurzfristige Betrachtungen kaum ändert und deshalb in die Konstanten verschoben wurde [1].

2.3. Regelungskonzept

Für das beschriebene Modell wurde eine Regelung basierend auf der Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung [11] entworfen [1]. Die Differentialgleichung für x_3 wurde dazu aus dem Modell herausgenommen, weil durch die hohe Zeitkonstante eine gezielte regelungstechnische Beeinflussung dieser Größe nicht sinnvoll ist.

Die Ausgangsgrößen (2.14) wurden zunächst so oft abgeleitet, bis ein Einfluss von mindestens einer Eingangsgröße auftrat:

$$y_1 = g_1(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$
 $y_2 = g_2(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ $\frac{dy_3}{dt} = g_{31}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d})$ (2.15)

In diesem Fall musste lediglich y_3 einmal differenziert werden, das System hat also den relativen Grad $\rho = 1$. Weil das Gesamtsystem die Ordnung n = 3 besitzt, existiert ein nichtbeobachtbares Teilsystem zweiter Ordnung, welches für eine funktionierende Regelung stabil sein muss. Unangenehmerweise ist dies nicht der Fall, ein weiteres Problem ist auch, dass die Eingangsgröße u_1 im schlussendlichen Regelgesetz nicht vorkommen würde. Deshalb wurde die Masse des Brennstoffs am Bett $m_{CHO,zone}$ als

vierte Ausgangsgröße hinzugefügt. Damit erhöht sich der relative Grad um eins, das entstehende nichtbeobachtbare Teilsystem erster Ordnung ist stabil.

Anschließend wurde das lineare Übertragungsverhalten

$$y_{1} = w_{1,0} \cdot v_{1}$$

$$y_{2} = w_{2,0} \cdot v_{2}$$

$$w_{3,1}y_{3} + \frac{dy_{3}}{dt} = w_{3,0} \cdot v_{3}$$
(2.16)

mit den wählbaren Parametern $w_{i,j}$ vorgegeben. Durch Einsetzen der Ausgangs- und abgeleiteten Ausgangsgrößen (2.15) ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die Stellgrößen u_2 , u_3 und u_4 , dessen Auflösung zum gesuchten Regelgesetz

$$\begin{bmatrix} u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T = \mathbf{u}_{234} \left(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{v} \right)$$
(2.17)

führt. Um die Eingangsgrößen der exakten Linearisierung v_i zu bestimmen, wurden PI-Regler vorgeschlagen, die in [10] noch um eine Vorsteuerung erweitert wurden.

Eine exakte Linearisierung der neuen, vierten Ausgangsgröße wurde aufgrund des akausalen Zusammenhangs des zugeführten Brennstoffmassenstroms $\dot{m}_{CHO,Brst}$ mit der Eingangsgröße $u_1(t) = \dot{m}_{CHO,Brst}(t - T_{t,BB}(t))$ nicht durchgeführt. Über den zugeführten Brennstoffmassenstrom kann aber ohnehin nur die langfristige Leistung vorgegeben werden, kurzfristige Leistungsänderungen werden über die Primärluftzufuhr realisiert. Aus diesem Grund wurde zur Vorgabe des Brennstoffmassenstroms eine andere Vorgehensweise gewählt: Es wird der in der Ruhelage notwendige Brennstoffmassenstrom $m_{CHO,Brst,RL}$ berechnet und vorgegeben. Zusätzlich werden Abweichungen zwischen y_4 und der in weiterer Folge definierten Führungsgröße r_4 durch einen Proportionalregler mit dem einstellbaren Parameter $k_{p,BB}$ ausgeglichen:

$$\dot{m}_{CHO,Brst} = \dot{m}_{CHO,Brst,RL} + k_{p,BB} \left[r_4 - y_4 \right]$$
(2.18)

Wie bereits in Abschnitt 2.1 erwähnt, sollte die Verbrennung in der Primärzone stets unter Luftmangel erfolgen, um die Stickoxidemissionen zu verringern. Die Führungsgröße r_4 wurde deswegen so berechnet, dass sich im eingeschwungenen Zustand ein mittleres, vorgebbares Verbrennungsluftverhältnis $\lambda_{BB,soll}$ im Brennstoffbett einstellt. Das Verbrennungsluftverhältnis ist definiert als Quotient aus dem Stoffmengenstrom der zugeführten Primärluft \dot{n}_{PL} und dem zur vollständigen Verbrennung minimal benötigten Stoffmengenstrom $\dot{n}_{Luft,min}$:

$$\lambda_{BB,soll} = \frac{\dot{n}_{PL}}{\dot{n}_{Luft,min}}$$
(2.19)

Damit ergeben sich folgende Berechnungsvorschriften zur Vorgabe des Brennstoffmassenstroms:

$$r_4 = r_4 \left(r_1, r_2, r_3, \lambda_{BB, soll} \right)$$
(2.20)

$$\dot{m}_{CHO,Brst,RL} = \dot{m}_{CHO,Brst,RL} (r_1, r_2, r_3)$$
 (2.21)

$$\dot{m}_{CHO,Brst} = \dot{m}_{CHO,Brst,RL} + k_{p,BB} \left[r_4 - y_4 \right]$$
(2.22)

 r_1 , r_2 und r_3 stellen dabei die vorgebbaren Führungsgrößen dar. Abbildung 2.3 zeigt die Struktur der Regelung.



Abbildung 2.3.: Struktur der Regelung

Zur Realisierung der Regelung ist natürlich die Kenntnis der Zustandsgrößen notwendig. Weil nicht alle Zustandsgrößen (und nichtmal alle Ausgangsgrößen) messbar sind, müssen diese geeignet geschätzt werden. Dazu wurde ein erweiterter Kalmanfilter entworfen [7], auf den hier nicht weiter eingegangen werden soll. In [10] wurde dieser mithife von Versuchen analysiert und weiterentwickelt.

2.4. Biomasse-Thermoölkesselanlagen

Die betrachteten Biomasse-Thermoölkesselanlagen sind grundsätzlich gleich aufgebaut wie die bereits beschriebenen Biomassefeuerungen mit Wasserkesseln, allerdings kommt als Wärmeträger anstatt von Wasser Thermoöl zum Einsatz. Aus diesem Grund können die mathematischen Modelle für das Brennstoffbett (2.2.1), die Verbrennung (2.2.2) sowie der Speicherwirkung des Schamotts (2.2.3) direkt übernommen werden. Lediglich das Modell des Wärmeübertragers muss angepasst werden, weil sich Thermoölwärmeübertrager wesentlich von den modellierten Wasserwärmeübertragern unterscheiden.

2.4.1. Thermoölkreislauf

Abbildung 2.4 zeigt den Thermoölkreislauf. Das Thermoöl wird zunächst im Kessel⁴ durch das Rauchgas erwärmt, anschließend wird ihm durch eine Last Energie entzogen. Bevor es in den Kessel zurückgeleitet wird, wird es jedoch noch in einem sogenannten Economizer (ECO) vom bereits abgekühlten Rauchgas vorgewärmt. Damit wird die nach dem Kessel noch relativ hohe Rauchgastemperatur (über 300°C) abgesenkt, wodurch der Wirkungsgrad gesteigert wird.

In vielen modernen Anlagen wird zudem zur weiteren Wirkungsgradsteigerung ein sogenannter Split-Kreis eingebaut (Abbildung 2.5). Dabei wird ein Teil des kalten Thermoöls aus dem normalen Kreislauf entnommen und noch weiter abgekühlt. Das Thermoöl kann nun mit dem abgekühlten Rauchgas in einem zweiten Economizer wieder auf ungefähr jene Temperatur gebracht werden, die es vor der Entnahme aus dem Hauptkreis hatte. Anschließend wird es in den Hauptkreislauf zurückgeführt.

Für den Betrieb ist vor allem die Vorlauftemperatur interessant, die zumeist trotz unterschiedlicher Lastabnahmen konstant gehalten werden soll. Daher ist zur modellbasierten Regelung der Anlage eine mathematische Beschreibung des Kessels unerlässlich, eine Beschreibung des ersten Economizers kann durch die zusätzliche Information das schlussendliche Regelverhalten verbessern. Der Splitkreis hat, weil er einen eigenständigen Kreis darstellt, hingegen nur eine sehr geringe Auswirkung auf die Vorlauftemperatur und kann deswegen vernachlässigt werden.



Abbildung 2.4.: Schematische Darstellung des Thermoöl-Kreislaufs

⁴Der Wärmeübertrager wird auch als Kessel bezeichnet.

2.4. Biomasse-Thermoölkesselanlagen



Abbildung 2.5.: Schematische Darstellung des Thermoöl-Kreislaufs mit Splitkreis

2.4.2. Aufbau von Thermoölwärmeübertragern

Prinzipiell bestehen Thermoölwärmeübertrager aus langen, dünnen Rohren, durch die das Thermoöl fließt und die vom Rauchgas umströmt werden, wobei Wärme vom Rauchgas auf das Thermoöl übertragen wird. Beim Eintreten in den Wärmeübertrager wird das Thermoöl auf meist mehrere Rohre verteilt, am Ende werden die einzelnen Leitungen wieder zusammengeführt. Die Rohre haben im Allgemeinen unterschiedliche Längen, was zu verschiedenen Durchlaufzeiten⁵ für das Thermoöl führt und bei der Modellbildung entsprechend berücksichtigt werden muss.

Abbildung 2.6 zeigt den Aufbau eines typischen 3-Zug-Wärmeübertragers. Die Thermoölleitungen sind dabei spiralförmig aufgewickelt und in zwei Wicklungskörben angeordnet. Das Rauchgas strömt in einem ersten Zug durch den inneren Wicklungskorb, im zweiten Zug zwischen den beiden Wicklungskörben hindurch und im dritten Zug schließlich am äußeren Korb vorbei. Der Einfachheit halber ist hier nur eine Thermoölleitung eingezeichnet, in der Praxis gibt es zumeist mehrere parallele Leitungen. Sowohl bei der Modellbildung als auch beim Reglerentwurf wird zunächst von einem Thermoölkessel mit nur einer Leitung ausgegangen, um die grundsätzlichen Eigenschaften einfacher darstellen zu können. In weiterer Folge werden dann aber auch die Verallgemeinerungen für Kessel mit mehreren Rohren dargestellt.

⁵Die Durchlaufzeit ist die Zeit, die das Thermoöl zum Durchfließen der Rohre benötigt.



Abbildung 2.6.: Aufbau eines gewickelten 3-Zug Kessels

3. Modellbildung

Im folgenden Kapitel wird ein einfaches mathematisches Modell für einen Thermoölwärmeübertrager hergeleitet. Die Vorgangsweise orientiert sich dabei stark an der entsprechenden Modellbildung für Wasserkessel [3], weil die grundsätzlichen Gegebenheiten ähnlich sind: Es wird zunächst ein kompliziertes Modell basierend auf einer Energiebilanz hergeleitet und für einen einfachen 3-Zug-Thermoölkessel mit einem Rohr (Abbildung 2.6) simuliert. Basierend auf diesen Simulationen und mithilfe physikalischer Überlegungen wird im Anschluss ein einfaches Modell hergeleitet, das die wesentlichen Phänomene gut wiedergibt. Aufgrund der Tatsache, dass Thermoölkessel teilweise sehr unterschiedlich aufgebaut sind, erfolgt dann eine Verallgemeinerung des Modells auf Wärmeübertrager mit mehreren parallelen Thermoölrohren. Schließlich wird das entwickelte Modell anhand von verfügbaren Betriebsdaten verifiziert.

3.1. Aufgabenstellung

Aus systemtechnischer Sicht handelt es sich bei einem Wärmeübertrager um ein System mit den vier Eingangsgrößen Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$, Rauchgasmassenstrom m_{RG} , Rücklauftemperatur T_{RL} und Thermoölmassenstrom m_{TO} . Als Ausgangsgröße wird die Vorlauftemperatur T_{VL} gewählt, weil sie für den Betrieb der Biomassefeuerungsanlage von großer Bedeutung ist.

Prinzipiell kann das System in zwei Teile aufgespalten werden, die miteinander in Wechselwirkung stehen: Das heiße Rauchgas strömt durch den Rauchgasteil und gibt dabei eine bestimmte Menge seiner Wärmeenergie, die von der Thermoölrohrtemperatur am betrachteten Ort abhängt, an das Thermoöl ab. Dadurch erwärmt sich sowohl das Öl als auch das Rohr, was wiederum Einfluss auf den Rauchgasteil hat. Die Rohrtemperatur wird aufgrund der wesentlich besseren Wärmeübertragung zwischen Rohr und Thermoöl als jener zwischen Rohr und Rauchgas stets im Bereich der Öltemperatur liegen. Zusammen mit der Tatsache, dass bei üblichen Wärmeübertragern die Temperaturdifferenz des Rauchgases (ca. 650°C) wesentlich höher als die Temperaturdifferenz des Thermoöls (ca. 40°C) ist, kann eine vereinfachende Annahme getroffen werden: Die Rückwirkung des Thermoölteils auf den Rauchgas-teil kann vernachlässigt werden, wodurch für den Rauchgasteil von einer konstanten

3. Modellbildung

Rohrtemperatur ausgegangen und die Modellierung getrennt für den Rauchgasteil und den Thermoölteil durchgeführt werden kann (Abbildung 3.1). Die einzige Verbindung zwischen den Teilen ist der vom Rauchgas auf das Thermoöl übertragene Wärmestrom je Länge \dot{q}_s .



Abbildung 3.1.: Aufspaltung in zwei Teilmodelle

Ausgangsbasis für die Modellierung in [3] ist eine Energiebilanz für ein Volumenelement eines durchströmten Rohrs (Abbildung 3.2). Unter Vernachlässigung der radialen Abhängigkeiten aufgrund von turbulenten Strömungsverhältnissen ergibt sich dafür folgende Gleichung [8]:



 u_v ist dabei die innere Energiedichte, s_h die Enthalpiestromdichte, s_q die Wärmestromdichte des an die Umgebung übertragenen Wärmestroms, λ die Leitfähigkeit und *T* die Temperatur. Die vier Größen u_v , s_h , s_q und λ sind alle sowohl vom Druck *p* als auch von der Temperatur *T* abhängig, welche wiederum von der axialen Position im Zylinder *x* und der Zeit *t* abhängen. Zur Verbesserung der Lesbarkeit werden die Abhängigkeiten der Variablen jedoch weggelassen.



Abbildung 3.2.: Durchströmtes Rohr

3.2. Betrachteter Wärmeübertrager

Abbildung 3.3 zeigt den für die nachfolgenden Simulationen zur Modellbildung betrachteten Wärmeübertrager. Die Maße des Wärmeübertragers sind durch

$$d_{1} = 2640 \text{mm}$$

$$d_{2} = 3034 \text{mm}$$

$$d_{3} = 3563 \text{mm}$$

$$l_{1} = 8029 \text{mm}$$

$$l_{2} = 8173 \text{mm}$$

$$d_{R} = 101.6 \text{mm}$$
(3.2)

gegeben. Die Länge der Thermoölleitung des inneren Wicklungskorbs beträgt 663, 5m, die Länge der Thermoölleitung des äußeren Wicklungskorbs 762, 5m.



Abbildung 3.3.: Betrachteter Wärmeübertrager

Bei den betrachteten Thermoölwärmeübertragern tritt das Thermoöl üblicherweise mit einer Rücklauftemperatur von ca. 250°C in den Wärmeübertrager ein, die Vorlauftemperatur liegt zumeist bei ca. 300°C. Die verwendeten Thermoöle weisen in diesem Temperaturbereich eine Dichte von ca. $850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei 250°C bis ca. $800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei 300°C auf. Die spezifische Wärmekapazität der Thermoöle liegt zwischen ca. $2350 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ bei 250°C und ca. $2600 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ bei 300°C.

3.3. Rauchgasteil

3.3.1. Komplexes Modell für den Rauchgasteil auf Basis der Energiebilanz

In [3] wurde ein komplexes Modell für den Rauchgasteil eines Wasserkessels auf Basis der Energiebilanz (Gleichung 3.1) hergeleitet. Dabei wurden die folgenden Annahmen getroffen:

- Das Rauchgas verhält sich wie ideales Gas.
- Der Druck im Rauchgasteil ist näherungsweise konstant.
- Die axiale Wärmeleitung kann aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit λ des Rauchgases vernachlässigt werden.
- Die Verweilzeit des Rauchgases ist im Vergleich zur Verweilzeit des Wärmeträgermediums sehr gering, wodurch man für den Rauchgasteil von einem quasistationären Zustand ausgehen kann.

Diese Annahmen behalten auch für Thermoölwärmeübertrager ihre Gültigkeit, wodurch die gefundene Differentialgleichung erster Ordnung für die Rauchgastemperatur T_{RG}

$$\frac{dT_{RG}}{dx} + \frac{U\alpha_m}{\dot{m}_{RG}c_p} \left[T_{RG} - T_W\right] + \frac{U\sigma\epsilon_G}{\dot{m}_{RG}c_p} T_{RG}^4 = 0$$
(3.3)

mit dem wirksamen Umfang *U*, dem mittleren Wärmeübergangskoeffizienten α_m , der spezifischen isobaren Wärmekapazität von Rauchgas c_p , der mittleren Rohrwandtemperatur T_W , der Stefan-Boltzmann-Konstante σ und dem Emissionsgrad des Rauchgases ϵ_G direkt übernommen werden kann. Für die Simulation des Thermoölteils wird noch der übertragene Wärmestrom je Länge \dot{q}_s^1 (siehe Abbildung 3.1) benötigt, der über die Gleichung

$$\dot{q}_s = U\alpha_m \left[T_{RG} - T_W \right] + U\sigma\epsilon_G T_{RG}^4 \tag{3.4}$$

berechnet werden kann.

3.3.2. Einfaches Modell für den Rauchgasteil

Gleichung (3.3) wurde numerisch für den einfachen 3-Zug Thermoölkessel (Abbildung 2.6) gelöst. Dabei musste die Gleichung für die drei Züge jeweils getrennt berechnet werden, wobei die jeweiligen geometrischen Verhältnisse entsprechend berücksichtigt wurden. Der simulierte Verlauf der Rauchgastemperatur (Abbildung

¹In [3] wird der übertragene Wärmestrom je Länge nur als *q* bezeichnet.

3.4) ist für die Modellbildung weniger von Interesse, wichtig ist vor allem der vom Rauchgas auf das Thermoöl übertragene Wärmestrom je Länge \dot{q}_s , welcher in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Dieser muss jedoch für die Berechnung des Thermoölteils entsprechend auf die Thermoölleitung umgerechnet werden. Dazu wurde zunächst für jeden Zug der vom Rauchgas übertragene Wärmestrom \dot{q}_s auf die Länge der entsprechenden Thermoölleitung im Zug umgerechnet. Anschließend wurde der übertragene Wärmestrom im zweiten Zug oberflächenproportional auf die beiden Wicklungskörbe aufgeteilt. Schließlich wurden die so gewonnenen Wärmeströme geeignet überlagert. Der so erhaltene thermoölseitige übertragene Wärmestrom je Länge \dot{q}_{TO} ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Gleichung (3.3) ist für einen modellbasierten Reglerentwurf aber noch zu kompliziert. Wie sich aber bei der Modellierung des Thermoölteils zeigen wird genügt es, den gesamten vom Rauchgas übertragenen Wärmestrom \dot{Q}_{RG} zu betrachten. Dieser ist für verschiedene Eingangsgrößen in Abbildung 3.7 dargestellt. Auffallend ist dabei der nahezu lineare Zusammenhang zwischen Rauchgaseintrittstemperatur und übertragenem Wärmestrom bzw. zwischen Rauchgasmassenstrom und übertragenem Wärmestrom, der den einfachen Ansatz zur Beschreibung des Rauchgasteils

$$\dot{Q}_{RG} = c_{WT} \left[T_{RG,ein} - T_W \right] \dot{m}_{RG} \tag{3.5}$$

mit der Modellkonstanten c_{WT} und der mittleren Thermoölrohrwandtemperatur T_W nahelegt. Dieser einfache Ansatz wurde auch schon bei der Modellierung des Rauchrohrwärmeübertragers gefunden [3], was darauf hindeutet, dass verschiedene Wärmeübertrager bezüglich des gesamten übertragenen Wärmestroms stets gleich beschrieben werden können.

Um die Wärmeübertragerkonstante c_{WT} zu bestimmen, kann eine einfache Energiebilanz verwendet werden: Der gesamte übertragene Wärmestrom muss, unter Vernachlässigung von Verlusten, der Differenz des in den Übertrager eintretenden Rauchgasenthalpiestroms $\dot{H}_{RG,ein}$ und austretenden Rauchgasenthalpiestroms $\dot{H}_{RG,aus}$ entsprechen:

$$\dot{Q}_{RG} = \dot{H}_{RG,ein} - \dot{H}_{RG,aus} \tag{3.6}$$

Der Rauchgasenthalpiestrom kann dabei aus dem Rauchgasmassenstrom und der spezifischen Enthalpie des Rauchgases h_{RG} über

$$\dot{H}_{RG} = \dot{m}_{RG} h_{RG} \tag{3.7}$$

berechnet werden. In [1] wurde gezeigt, dass die spezifische Enthalpie des Rauchgases

3. Modellbildung



Abbildung 3.5.: Rauchgasseitig übertragener Wärmestrom je Länge ($T_{RG,ein} = 950^{\circ}$ C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$)



Abbildung 3.6.: Thermoölseitig übertragener Wärmestrom je Länge ($T_{RG,ein} = 950^{\circ}$ C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$)

3.3. Rauchgasteil



Abbildung 3.7.: Gesamter vom Rauchgas übertragener Wärmestrom

durch eine Geradennäherung über der Temperatur

$$h_{RG} = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{k}_{kalt} T_{RG} + \mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{d}_{kalt}}{\mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{M}} & \text{für } 0^{\circ} \text{C} \le T_{RG} \le 400^{\circ} \text{C} \\ \frac{\mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{k}_{heiss} T_{RG} + \mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{d}_{heiss}}{\mathbf{x}_{RG}^{T} \mathbf{M}} & \text{für } 800^{\circ} \text{C} \le T_{RG} \le 1200^{\circ} \text{C} \end{cases}$$
(3.8)

mit den Geradenparametern

$$\mathbf{k}_{kalt} = \begin{bmatrix} 31.53 & 29.55 & 44.39 & 34.99 \end{bmatrix}^{T} \\ \mathbf{d}_{kalt} = \begin{bmatrix} -9500 & -8837 & -13539 & -10511 \end{bmatrix}^{T} \\ \mathbf{k}_{heiss} = \begin{bmatrix} 35.54 & 34.04 & 56.32 & 44.61 \end{bmatrix}^{T} \\ \mathbf{d}_{heiss} = \begin{bmatrix} -12728 & -12726 & -23008 & -18990 \end{bmatrix}^{T},$$
(3.9)

der Rauchgaszusammensetzung

$$\mathbf{x}_{RG} = \begin{bmatrix} x_{O_2} & x_{N_2} & x_{CO_2} & x_{H_2O} \end{bmatrix}^T$$
(3.10)

und dem molaren Massenvektor

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{O_2} & M_{N_2} & M_{CO_2} & M_{H_2O} \end{bmatrix}^{l}$$
(3.11)

sehr genau berechnet werden kann. x_i bezeichnet dabei den Stoffmengenanteil des entsprechenden Gases im Rauchgas und M_i seine molare Masse. Bei der Verbrennung von Holz mit einem Wassergehalt w von 30% ergibt sich etwa eine typische Rauchgaszusammensetzung von

$$\bar{\mathbf{x}}_{RG} = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.68 & 0.11 & 0.14 \end{bmatrix}^T$$
, (3.12)

3. Modellbildung

mit deren Hilfe die Geradennäherung (3.8) besonders einfach geschrieben werden kann:

$$h_{RG} \approx \begin{cases} k_k T_{RG} + d_k & \text{für } 0^\circ \text{C} \le T_{RG} \le 400^\circ \text{C} \\ k_h T_{RG} + d_h & \text{für } 800^\circ \text{C} \le T_{RG} \le 1200^\circ \text{C} \end{cases}$$
(3.13)

mit

$$k_{k} = \frac{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{k}_{kalt}}{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{M}}$$

$$d_{k} = \frac{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{d}_{kalt}}{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{M}}$$

$$k_{h} = \frac{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{k}_{heiss}}{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{M}}$$

$$d_{h} = \frac{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{d}_{heiss}}{\bar{\mathbf{x}}^{T} \mathbf{M}}.$$
(3.14)

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.7) und (3.13) in Gleichung (3.6) ergibt sich für den gesamten übertragenen Wärmestrom

$$\dot{Q}_{RG} = \dot{m}_{RG} \left[k_h T_{RG,ein} + d_h - k_k T_{RG,aus} - d_k \right].$$
(3.15)

Gleichung (3.15) kann nun mit dem einfachen Modell für den Rauchgasteil (3.5) gleichgesetzt werden. Durch Umformung und Einsetzen der Nennbetriebsdaten $T_{RG,ein,nenn}$, $T_{RG,aus,nenn}$ und $T_{W,nenn}$ des betrachteten Wärmeübertragers ergibt sich die Gleichung

$$c_{WT} = \frac{k_h T_{RG,ein,nenn} + d_h - k_k T_{RG,aus,nenn} - d_k}{T_{RG,ein,nenn} - T_{W,nenn}},$$
(3.16)

mit deren Hilfe die Wärmeübertragerkonstante c_{WT} ohne Durchführung von Versuchen bestimmt werden kann. Die Verwendung der Nennbetriebsdaten stellt sicher, dass bei einem Nennbetrieb der Biomassefeuerungsanlage das einfach Rauchgasteilmodell (3.5) mit der rauchgasseitigen Enthalpiestromdifferenz (3.15) übereinstimmt.

3.4. Thermoölteil

3.4.1. Komplexes Modell für den Thermoölteil auf Basis der Energiebilanz

In [3] wurde ein komplexes Modell für den Wasserteil eines Wasserkessels auf Basis der Energiebilanz (Gleichung 3.1) hergeleitet. Dabei wurden die folgenden Annahmen getroffen:

- Wasser ist nahezu inkompressibel.
- Die Dichte ρ des Wassers kann für den betrachteten Temperaturbereich als konstant angenommen werden.
- Die Speicherwirkung der Rohre kann vernachlässigt werden.

Dies führte zu einer partiellen Differentialgleichung für die Wassertemperatur T_W

$$\rho c_W \frac{\partial T_W}{\partial t} + \frac{\dot{m}_W}{A} c_W \frac{\partial T_W}{\partial x} - \frac{\dot{q}_W}{A} = \lambda_W \frac{\partial^2 T_W}{\partial x^2}$$
(3.17)

mit der spezifischen isobaren Wärmekapazität von Wasser c_W , dem Wassermassenstrom \dot{m}_W , dem Querschnitt des Wassermassenstroms A, dem wasserseitig vom Rauchgas auf das Wasser übertragenen Wärmestrom je Länge \dot{q}_W und der Wärmeleitfähigkeit von Wasser λ_W .

Für den Thermoölteil von Thermoölwärmeübertragern können ähnliche Annahmen getroffen werden:

- Thermoöl ist nahezu inkompressibel.
- Die Dichte von Thermoöl ρ_{TO} ändert sich im betrachteten Temperaturbereich zwar wesentlich stärker als die Dichte von Wasser, kann aber für die Modellbildung dennoch in guter Näherung als konstant angesehen werden.
- Die axiale Wärmeleitung kann durch die geringere Wärmeleitfähigkeit von Thermoöl λ_{TO} im Vergleich zur Leitfähigkeit von Wasser λ vernachlässigt werden.
- Die Speicherwirkung der Rohre wird vorerst vernachlässigt, um die Herleitung des einfachen Modells nicht unnötig zu verkomplizieren.

Damit kann die Gleichung für den Wasserteil (3.17) nach Weglassen des Terms für die axiale Wärmeleitung und Ersetzen der Wasserparameter durch die entsprechenden Thermoölgrößen zur Berechnung der Thermoöltemperatur T_{TO} angepasst werden. Es ergibt sich die partielle Differentialgleichung

$$\rho c_{TO} \frac{\partial T_{TO}}{\partial t} + \frac{\dot{m}_{TO}}{A_{TO}} c_{TO} \frac{\partial T_{TO}}{\partial x} - \frac{\dot{q}_{TO}}{A_{TO}} = 0$$
(3.18)

mit der spezifischen isobaren Wärmekapazität von Thermoöl c_{TO} , dem Thermoölrohrquerschnitt A_{TO} und dem thermoölseitig vom Rauchgas auf das Thermoöl übertragenen Wärmestrom \dot{q}_{TO} .

3.4.2. Einfaches Modell für den Thermoölteil

Um den Einfluss von Eingangsgrößenänderungen auf die Thermoöltemperatur untersuchen zu können, muss zunächst ein geeigneter Ausgangszustand gefunden werden.

3. Modellbildung

Dazu wird für konstante Eingangsgrößen der stationäre Zustand der Thermoöltemperatur im Rohr berechnet, indem der Term für die zeitliche Ableitung in Gleichung (3.18) zu Null gesetzt wird. Es ergibt sich dadurch die einfache Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dT_{TO,stat}}{dx} = \frac{\dot{q}_{TO}}{\dot{m}_{TO}c_{TO}}.$$
(3.19)

Abbildung 3.8 zeigt, ausgehend vom eingeschwungenen Zustand, die Lösung von Gleichung (3.18) bei einem Rücklauftemperatursprung zum Zeitpunkt t = 0. Der Verlauf der Temperatur im Inneren des Rohrs ist dabei weniger von Interesse, wichtig ist vor allem der zeitliche Verlauf der Temperatur am Ende des Rohrs, also der Vorlauftemperatur T_{VL} , die ja als Ausgangsgröße des Wärmeübertragers gewählt wurde. Diese ist in Abbildung 3.9, wiederum für einen Rücklauftemperatursprung zum Zeitpunkt t = 0, dargestellt.



Abbildung 3.8.: Verlauf der Thermoöltemperatur bei sprungförmiger Erhöhung der Rücklauftemperatur von $T_{RL} = 260^{\circ}$ C auf $T_{RL} = 270^{\circ}$ C ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950^{\circ}$ C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\dot{m}_{TO} = 50\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

Zunächst ändert sich die Vorlauftemperatur lange Zeit nicht. Dies ist die Zeit, die das Thermoöl zum Durchströmen der gesamten Rohrlänge im Wärmeübertrager benötigt. Sie wird in weiterer Folge als Durchlaufzeit T_t^2 bezeichnet und kann aus den geometrischen Daten des Rohrs sowie dem Thermoölmassenstrom nach der Gleichung

$$T_t = \frac{l_{Rohr} A_{TO} \rho_{TO}}{\dot{m}_{TO}}$$
(3.20)

mit der Thermoölquerschnittsfläche A_{TO} , der Rohrlänge l_{Rohr} sowie der Thermoöldichte ρ_{TO} berechnet werden. Nach der Durchlaufzeit erhöht sich die Vorlauftemperatur sprungartig. Die Abweichungen von der Sprungform in Abbildung 3.9 ergeben

²Das t im Index steht für Totzeit, weil sich die Durchlaufzeit wie eine Totzeit auf das System auswirkt.

3.4. Thermoölteil



Abbildung 3.9.: Verlauf der Vorlauftemperatur bei sprungförmiger Erhöhung der Rücklauftemperatur von $T_{RL} = 260^{\circ}$ C auf $T_{RL} = 270^{\circ}$ C ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950^{\circ}$ C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\dot{m}_{TO} = 50\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

sich dabei ausschließlich durch die numerischen Ungenauigkeiten bei der Berechnung der partiellen Differentialgleichung, nicht aber durch die Gleichung selbst. Dies ergibt sich aus einer getroffenen Vereinfachung bei der Herleitung der partiellen Differentialgleichung: Der Term für die axiale Wärmeleitung aus Gleichung (3.1), der ja eine Veränderung der Form der »Temperaturfront« beschreiben würde, wurde aufgrund der sehr geringen Wärmeleitfähigkeit λ des Thermoöls vernachlässigt. Änderungen der Rücklauftemperatur bewirken also zeitverzögerte, aber gleiche Änderungen der Vorlauftemperatur:

$$T_{VL}(t) = T_{RL}(t - T_t) + Rest(t)$$
 (3.21)

Der in Gleichung (3.21) als »Rest« bezeichnete Term beschreibt den Einfluss der übrigen Eingangsgrößen ($T_{RG,ein}$, \dot{m}_{RG} und \dot{m}_{TO}) auf die Vorlauftemperatur. Er kann auch als Abweichung zwischen Vorlauf- und Rücklauftemperatur aufgefasst werden, weshalb er in weiterer Folge als Differenztemperatur T_{Diff} bezeichnet wird:

$$T_{Diff}(t) := T_{VL}(t) - T_{RL}(t - T_T)$$
(3.22)

Abbildung 3.10 zeigt den Einfluss von sprungförmigen Änderungen der Eingangsgrößen $T_{RG,ein}$ und \dot{m}_{RG} zum Zeitpunkt t = 0 auf die Differenztemperatur. Daraus kann man folgende Erkenntnisse gewinnen:

• Offensichtlich haben die Eingangsgrößen unterschiedliche Auswirkungen auf den vom Rauchgas auf das Thermoöl übertragenen Wärmestrom je Länge \dot{q}_s

3. Modellbildung



Abbildung 3.10.: Verlauf der Differenztemperatur bei sprungförmiger Erhöhung der Eingangsgrößen ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950^{\circ}$ C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\dot{m}_{TO} = 50\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

bzw. \dot{q}_{TO} , wodurch die beiden Verläufe unterschiedlich sind. Praktischerweise ähneln sie sich jedoch relativ stark, wodurch es genügen wird, beide Verläufe mit nur einer Näherung zu beschreiben.

• Die Durchlaufzeit T_t spielt auch hier wieder eine Rolle: Der eingeschwungene Zustand der Differenztemperatur wird in beiden Fällen genau nach T_t erreicht.

Es stellt sich nun die Frage, wie eine geeignete Näherung für die Beschreibung des Einflusses der Eingangsgrößen aussehen soll. Die entscheidende Idee hierzu ist eine vereinfachende Annahme: Der gesamte übertragene Wärmestrom \dot{Q} soll sich gleichmäßig auf die Thermoölleitung aufteilen. Dies erscheint zunächst zu vereinfachend, ist doch der Verlauf des thermoölseitig übertragenen Wärmestroms \dot{q}_{TO} nach Abbildung 3.6 von einer gleichmäßigen Aufteilung stark entfernt. Es wird sich allerdings zeigen, dass sich trotz dieser Annahme eine sehr gute Beschreibung des Wärmeübertragerverhaltens ergibt. Weiters muss auch beachtet werden, dass die Berechnung von \dot{q}_{TO} ohnehin nur näherungsweise erfolgte und auch bei der Auslegung der Wärmeübertrager wird darauf geachtet, dass eine möglichst gleichmäßige Wärmeübertragung stattfindet. Die Annahme hat außerdem den Vorteil, dass das auf ihr basierende Modell unabhängig von der Bauform des Wärmeübertragers, deren Einfluss ja im Verlauf des thermoölseitig übertragenen Wärmestroms steckt, gilt.

Es soll nun noch eine weitere Annahme getroffen werden: Der Thermoölmassenstrom \dot{m}_{TO} und damit auch die Durchlaufzeit T_t^3 sollen annähernd konstant sein. Dies wird

³Genaugenommen hängt *T_t* auch noch von der temperaturabhängigen Dichte des Thermoöls ab.
bei realen Anlagen aus sicherheitstechnischen Gründen auch näherungsweise der Fall sein, weil eine Veränderung des Massenstroms sehr schnell zu unerlaubt hohen Wandfilmtemperaturen des Thermoöls innerhalb des Kessels führen kann.

Abbildung 3.11 zeigt ein schematisches Bild eines Thermoölrohres. Eine unendlich dünne »Thermoölscheibe« soll sich dabei zu einer bestimmten Zeit t an einem beliebigen Ort der Leitung befinden und sich mit einer konstanten Geschwindigkeit (weil der Massenstrom konstant ist) weiterbewegen. Zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ hat sich die Scheibe nun eine gewisse Strecke weiterbewegt, während der sie den auf diesen Streckenabschnitt einwirkenden Wärmestrom »aufgesammelt« hat. Unter der obigen Annahme einer gleichmäßigen Aufteilung des gesamten Wärmestroms auf das Rohr ergibt sich für den auf die Scheibe einwirkenden Wärmestrom

$$\dot{Q}_{Scheibe} = \int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\dot{Q}(\tau)}{T_{t}} d\tau$$
(3.23)

Die Temperaturänderung ΔT , die die Scheibe dadurch erfährt, ist dem einwirkenden Wärmestrom proportional und kann über die Gleichung

$$\Delta T = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}} \int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\dot{Q}(\tau)}{T_{t}} d\tau$$
(3.24)

berechnet werden. Zur Bestimmung der Differenztemperatur T_{Diff} über das gesamte Rohr muss nun lediglich über die gesamte Durchlaufzeit integriert werden:

$$T_{Diff}(t) = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}} \int_{t-T_t}^t \frac{\dot{Q}(\tau)}{T_t} d\tau$$
(3.25)

Um eine für den Reglerentwurf geeignetere Darstellung zu erhalten, wird Gleichung (3.25) differenziert. Dies führt zu einer Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_t} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_t) \right]$$
(3.26)

die zusammen mit Gleichung (3.22) das einfache Modell für den Thermoölteil bildet:

$$T_{VL}(t) = T_{RL}(t - T_t) + T_{Diff}(t)$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_t} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_t) \right]$$
(3.27)

Abbildung 3.12 zeigt einen Vergleich zwischen der Lösung nach der partiellen Differentialgleichung (3.18) und der Lösung nach dem einfachen Modell (3.27) für Sprünge der verschiedenen Eingangsgrößen. Das einfache Modell liefert eine sehr gute Näherung des Verhaltens, wodurch es für einen Reglerentwurf geeignet ist.

Diese kann aber für den betrachteten Temperaturbereich als konstant angesehen werden



Abbildung 3.11.: Schematisches Bild eines Thermoölrohrs



Abbildung 3.12.: Vergleich der Differenztemperatur der beiden Modelle bei sprungförmiger Erhöhung der Rauchgastemperatur zum Zeitpunkt t = 10s um 45.2°C und sprungförmiger Erhöhung des Rauchgasmassenstroms zum Zeitpunkt t = 500s um $0.87 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950$ °C, $\dot{m}_{RG} = 9 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\dot{m}_{TO} = 50 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

3.4.3. Berücksichtigung der Thermoölrohre

Bis jetzt wurde die Speicherwirkung der Thermoölrohre zur leichteren Verständlichkeit der Herleitung des einfachen Modells vernachlässigt. Unangenehmerweise beträgt die Speicherwirkung der Rohre üblicherweise jedoch ca. 30% der Speicherwirkung des Thermoöls und muss deshalb geeignet berücksichtigt werden. Dazu soll zunächst die partielle Differentialgleichung für den Thermoölteil (3.18)

$$\underbrace{\rho c_{TO}}_{\text{Ableitung der}} + \underbrace{\frac{\dot{m}_{TO}}{A_{TO}}}_{\text{Ableitung der}} c_{TO} \frac{\partial T_{TO}}{\partial x} - \underbrace{\frac{\dot{q}_{TO}}{A_{TO}}}_{\text{Wärmestromdichte}} = \underbrace{0}_{\text{axiale Wärmeleitung}}$$
(3.28)

genauer betrachtet werden. Durch Multiplikation dieser Gleichung mit der Thermoölquerschnittsfläche A_{TO} ergibt sich

$$\underbrace{\rho c_{TO} A_{TO} \frac{\partial T_{TO}}{\partial t}}_{\text{Ableitung der inneren Energie je Länge nach der Zeit}} + \underbrace{\dot{m}_{TO} c_{TO} \frac{\partial T_{TO}}{\partial x}}_{\text{Ableitung des}} \underbrace{-\dot{q}_{TO}}_{\text{Wärmestrom je Länge}} = 0. \quad (3.29)$$

Es wird vereinfachend angenommen, dass keine Temperaturdifferenz zwischen den Rohren und dem Thermoöl herrscht. Dadurch kann die Thermoöltemperatur in der Gleichung durch die Gesamttemperatur T_{ges} ersetzt werden. Der erste Term der Gleichung (3.29) beschreibt die Speicherwirkung des Mediums. Hier muss die Speicherwirkung der Rohre durch eine entsprechende Anpassung der Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c_{TO} berücksichtigt werden. Weiters wird zu der Thermoölquerschnittsfläche A_{TO} die Rohrmaterialquerschnittsfläche A_R hinzuaddiert. Der zweite Term beschreibt den Weitertransport der Wärme aufgrund der Strömung. Dieser Term bleibt so bestehen, weil sich die Rohre nicht mit dem Thermoöl mitbewegen. Der dritte Term beschreibt die Wärmeübertragung vom Rauchgas auf das Thermoöl und die Thermoölrohre. Auch in diesem Term ist keine Änderung nötig. Mit diesen Erkenntnissen ergibt sich, unter Vernachlässigung der axialen Wärmeleitung in den Rohren, die abgewandelte partielle Differentialgleichung

$$\bar{\rho}\bar{c}\left[A_{TO} + A_R\right]\frac{\partial T_{ges}}{\partial t} + \dot{m}_{TO}c_{TO}\frac{\partial T_{ges}}{\partial x} - \dot{q}_{TO} = 0$$
(3.30)

mit der gemeinsamen Dichte $\bar{\rho}$ und der gemeinsamen spezifischen Wärmekapazität \bar{c} von Thermoöl und den Thermoölrohren. Die gemeinsame Dichte kann über die Gleichung

$$\bar{\rho} = \frac{m_{ges}}{V_{ges}} = \frac{m_{TO} + m_R}{V_{TO} + V_R} = \frac{\rho_{TO}A_{TO} + \rho_R A_R}{A_{TO} + A_R}$$
(3.31)

mit der Gesamtmasse m_{ges} , der Thermoölmasse m_{TO} , der Rohrmasse m_R , dem Gesamtvolumen V_{ges} , dem Thermoölvolumen V_{TO} , dem Rohrvolumen⁴ V_R , der Thermoöldichte ρ_{TO} und der Rohrmaterialdichte ρ_R berechnet werden. Zur Berechnung der gemeinsamen spezifischen Wärmekapazität wird die im Thermoöl und den Rohren gespeicherte Wärmeenergie betrachtet, welche näherungsweise (die spezifischen Wärmekapazitäten werden als konstant betrachtet) über die Gleichung

$$Q_{TO,R} = \left[\bar{T}_{ges} - T_0\right] m_{TO} c_{TO} + \left[\bar{T}_{ges} - T_0\right] m_R c_R \stackrel{!}{=} \left[\bar{T}_{ges} - T_0\right] m_{ges} \bar{c}$$
(3.32)

mit der mittleren Temperatur des Thermoöls und der Rohre \overline{T}_{ges} , einer Bezugstemperatur T_0 und der spezifischen Wärmekapazität des Rohrmaterials c_R berechnet werden kann. Durch Umformung ergibt sich

$$\bar{c} = \frac{c_{TO}m_{TO} + c_R m_R}{m_{TO} + m_R} = \frac{c_{TO}A_{TO}\rho_{TO} + c_R A_R \rho_R}{A_{TO}\rho_{TO} + A_R \rho_R}.$$
(3.33)

Abbildung 3.13 zeigt einen Vergleich zwischen den Verläufen der Differenztemperatur unter Berücksichtigung bzw. ohne Berücksichtigung der Speicherwirkung für eine sprunghafte Erhöhung des Rauchgasmassenstroms m_{RG} . Die Speicherwirkung der Rohrwände führt dazu, dass die Differenztemperatur nach einem Eingangsgrößensprung länger als die Durchlaufzeit T_t benötigt, um den eingeschwungenen Zustand zu erreichen. Die zusätzlich benötigte Zeit wird dabei durch die Zeit ΔT_t beschrieben. Für die Summe

$$T_{WU} := T_t + \Delta T_t \tag{3.34}$$

wird in weiterer Folge der Begriff Wärmeübertragungszeit T_{WU} verwendet. Es stellt sich nun die Frage, wie T_{WU} berechnet werden kann. Dazu soll ein einfaches Gedankenexperiment durchgeführt werden: Zu Beginn soll sich das Thermoöl im Rohr in einem eingeschwungenen Zustand befinden, d.h. es wird ein konstanter Wärmestrom \dot{Q}_1 bei konstanter Rücklauftemperatur T_{RL} übertragen. Unter Annahme von konstanten spezifischen Wärmekapazitäten kann die im Thermoöl und den Rohren gespeicherte Wärmeenergie über die Gleichung (3.32)

$$Q_{TO,R,1} = \left[\bar{T}_{ges,1} - T_0\right] m_{ges}\bar{c} \tag{3.35}$$

mit der mittleren Temperatur des Thermoöls und der Rohre $\overline{T}_{ges,1}$ berechnet werden. Nun soll der übertragene Wärmestrom \dot{Q} sprungartig auf einen niedrigeren Wert \dot{Q}_2 gesetzt werden. Genau nach der Wärmeübertragungszeit T_{WU} wird sich ein neuer eingeschwungener Zustand einstellen, wobei die im Thermoöl und den Rohren gespeicherte Energie über

$$Q_{TO,R,2} = \left[\bar{T}_{ges,2} - T_0\right] m_{ges}\bar{c}$$
(3.36)

⁴Hier ist nur das Volumen des Rohrmaterials gemeint, nicht das Volumen des Hohlraumes.

3.4. Thermoölteil



Abbildung 3.13.: Vergleich der Verläufe der Differenztemperatur bei sprungförmiger Erhöhung des Rauchgasmassenstroms um 0.87 $[\frac{\text{kg}}{\text{s}}]$ ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950^{\circ}\text{C}, \ \dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\ \dot{m}_{TO} = 50\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ unter Berücksichtigung (rot) bzw. ohne Berücksichtigung (blau) der Speicherwirkung der Thermoölrohre

mit der neuen mittleren Temperatur des Thermoöls und der Rohre $\bar{T}_{ges,2}$ berechnet werden kann. Die Differenz der gespeicherten Wärmeenergien muss über das Thermoöl abgeführt worden sein, weil angenommen wurde, dass es keine Rückwirkung vom Thermoöl auf das Rauchgas gibt. Es muss also die Gleichung

$$Q_{TO,R,1} - Q_{TO,R,2} = \left[\bar{T}_{ges,1} - \bar{T}_{ges,2}\right] m_{ges}\bar{c} = \left[\bar{T}_{ges,1} - \bar{T}_{ges,2}\right] \dot{m}_{TO}c_{TO}T_{WU}$$
(3.37)

gelten. Durch Umformung kann daraus die Wärmeübertragungszeit

$$T_{WU} = \frac{m_{ges}\bar{c}}{\dot{m}_{TO}c_{TO}}$$
(3.38)

berechnet werden.

Das einfache Modell des Thermoölteils wurde bisher über die Gleichungen

$$T_{VL}(t) = T_{RL}(t - T_t) + T_{Diff}(t)$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_t} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_t) \right]$$
(3.39)

berechnet. Um die Speicherwirkung der Thermoölrohre zu berücksichtigen, muss lediglich die Durchlaufzeit T_t in der Differentialgleichung durch die Wärmeübertra-

gungszeit T_{WU} ersetzt werden:

$$T_{VL}(t) = T_{RL}(t - T_t) + T_{Diff}(t)$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_{WU}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU}) \right]$$
(3.40)

Abbildung 3.14 zeigt einen Vergleich zwischen der Lösung nach der partiellen Differentialgleichung (3.29) und der Lösung nach dem einfachen Modell (3.40) für Sprünge der verschiedenen Eingangsgrößen unter Berücksichtigung der Speicherwirkung der Thermoölrohre. Beide Verläufe stimmen sehr gut überein.



Abbildung 3.14.: Vergleich der Differenztemperatur der beiden Thermoölteilmodelle bei sprungförmiger Erhöhung der Rauchgastemperatur zum Zeitpunkt t = 10s um 45.2°C und sprungförmiger Erhöhung des Rauchgasmassenstroms zum Zeitpunkt t = 500s um $0.87\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ ausgehend vom eingeschwungenen Zustand $T_{RG,ein} = 950$ °C, $\dot{m}_{RG} = 9\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $\dot{m}_{TO} = 50\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ unter Berücksichtigung der Speicherwirkung der Thermoölrohre

3.4.4. Verallgemeinerung des einfachen Modells auf Wärmeübertrager mit mehreren Totzeiten

Im vorangegangenen Abschnitt wurde stets nur ein einfacher Wärmeübertrager mit einem Thermoölrohr betrachtet. Im Allgemeinen werden jedoch Wärmeübertrager mit mehreren parallelen Thermoölrohren ausgeführt, die unterschiedliche Längen und damit auch unterschiedliche Durchlaufzeiten T_t haben können. Im folgenden wird das entwickelte Modell (3.27) für den Fall von mehreren Thermoölrohren verallgemeinert.

3.4. Thermoölteil

Das Thermoöl teilt sich beim Eintritt in den Wärmeübertrager in N parallel durchströmte Rohre gleichen Durchmessers auf. Weil alle Rohre durch die gleiche Bauart nahezu den selben Strömungswiderstand haben werden, wird sich der Massenstrom gleichmäßig auf alle Rohre aufteilen. Am Ende des Wärmeübertragers werden alle Leitungen wieder zu einer vereint, wobei angenommen wird, dass sich das Thermoöl dabei optimal vermischt. Die Vorlauftemperatur T_{VL} des Wärmeübertragers ergibt sich also aus dem Mittelwert der Vorlauftemperaturen $T_{VL,i}$ der einzelnen Rohre, wobei *i* die entsprechende Rohrnummer beschreibt:

$$T_{VL}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{VL,i}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[T_{Diff,i}(t) + T_{RL}(t - T_{t,i}) \right]$$
$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{Diff,i}(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{RL}(t - T_{t,i})$$
(3.41)

Die Durchlaufzeiten der einzelnen Rohre $T_{t,i}$ ergeben sich dabei aus bekannten geometrischen Daten sowie dem Thermoölmassenstrom (vergleiche mit (3.20)):

$$T_{t,i} = \frac{l_{Rohr,i} A_{TO} \rho_{TO}}{\frac{\dot{m}_{TO}(t)}{N}}$$
(3.42)

In selber Weise können auch die Wärmeübertragungszeiten $T_{WU,i}$ berechnet werden:

$$T_{WU,i} = \frac{\left[A_{TO}\rho_{TO}l_{Rohr,i} + A_R\rho_R l_{Rohr,i}\right]\bar{c}}{\dot{m}_{TO}c_{TO}}$$
(3.43)

Im vorangegangenen Abschnitt wurde unter der Annahme, dass sich der gesamte übertragene Wärmestrom \dot{Q} gleichmäßig auf das Thermoölrohr aufteilt, die Differentialgleichung (3.26) zur Beschreibung der Differenztemperatur gefunden. Diese Gleichung kann auch für den Fall mehrerer Rohre zur Beschreibung der Differenztemperatur des *i*-ten Rohres verwendet werden, wenn der Wärmestrom \dot{Q} geeignet in Teilwärmeströme \dot{Q}_i unterteilt wird:

$$\frac{dT_{Diff,i}(t)}{dt} = \frac{1}{\frac{\dot{m}_{TO}}{N}T_{WU,i}c_{TO}} \left[\dot{Q}_{i}(t) - \dot{Q}_{i}(t - T_{WU,i}) \right]$$
(3.44)

Dabei wird wiederum angenommen, dass sich die Teilwärmeströme Q_i gleichmäßig auf die Länge des jeweiligen Rohres aufteilen. Nun wird eine mittlere Differenztemperatur T_{Diff} durch Mittelwertbildung aller N verschiedenen Differenztemperaturen gebildet:

$$T_{Diff}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{Diff,i}(t)$$
(3.45)

Durch Ableitung nach der Zeit ergibt sich die Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{dT_{Diff,i}(t)}{dt}
= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\frac{\dot{m}_{TO}}{N} T_{WU,i}c_{TO}} \left[\dot{Q}_{i}(t) - \dot{Q}_{i}(t - T_{WU,i}) \right]
= \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} \left[\dot{Q}_{i}(t) - \dot{Q}_{i}(t - T_{WU,i}) \right]$$
(3.46)

zur Beschreibung der mittleren Differenztemperatur aller Rohre. Nun stellt sich nur noch die Frage nach der Bestimmung von \dot{Q}_i . Eine gute Annahme ist, dass sich der gesamte vom Rauchgas übertragene Wärmestrom \dot{Q} oberflächenproportional auf die einzelnen Leitungen aufteilt, was zur Gleichung

$$\dot{Q}_{i}(t) = \dot{Q}(t) \frac{A_{umstroemt,ges}}{A_{umstroemt,i}}$$
(3.47)

mit der gesamten vom Rauchgas umströmten Thermoölrohrfläche $A_{umstroemt,ges}$ und der vom Rauchgas umströmten Rohrfläche des *i*-ten Rohres $A_{umstroemt,i}$ führt. Dies ist natürlich nur eine mögliche Näherung. Eine andere und erheblich leichtere Näherung ist, dass sich der Wärmestrom \dot{Q} gleichmäßig auf alle Leitungen aufteilt:

$$\dot{Q}_{i}\left(t\right) = \dot{Q}\left(t\right)\frac{1}{N} \tag{3.48}$$

In der Folge soll mit der einfachen Näherung (3.48) weitergearbeitet werden, weil die vom Rauchgas umströmten Flächen der einzelnen Rohre in der Praxis sehr ähnliche Größen aufweisen. Durch Einsetzen der einfachen Näherung (3.48) in die Differentialgleichung für die Differenztemperatur (3.46) ergibt sich, gemeinsam mit der Gleichung für die Vorlauftemperatur (3.41), ein Modell erster Ordnung zur Beschreibung des verallgemeinerten Thermoölteils:

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{RL}(t - T_{t,i})$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,i}) \right]$$
(3.49)

3.5. Vergleich des Modells mit Messdaten

Das in den vorangegangenen Abschnitten hergeleitete einfache Modell für einen Thermoölwärmeübertrager soll nun auf seine Plausibilität überprüft werden. Dafür

3.5. Vergleich des Modells mit Messdaten

stehen Messdaten für eine Biomassefeuerungsanlage mit einer thermischen Nennleistung von 12MW zur Verfügung, die im Betrieb mit der standardmäßig verbauten Sensorik aufgezeichnet wurden. Gemessen wurden die Feuerraumtemperatur beim Wärmeübertragereintritt $T_{FR,ein}$, die Rauchgasaustrittstemperatur $T_{RG,aus}$, die Vorlauftemperatur T_{VL} , die Rücklauftemperatur T_{RL} sowie der Thermoölmassenstrom \dot{m}_{TO} . Dabei ist zu beachten, dass bei Temperaturmessungen im Feuerraum üblicherweise nicht die gesuchten Rauchgastemperaturen gemessen werden, weil die Temperatursensoren zumeist direkt in der schamottierten Feuerraumwand verbaut sind und nicht in den Feuerraum hineinstehen. Die gemessene Feuerraumtemperatur beim Wärmeübertragereintritt wird deshalb nur eine grobe Abschätzung der Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$ liefern [2]. Der Rauchgasmassenstrom \dot{m}_{RG} wird in Biomassefeuerungsanlagen üblicherweise aufgrund der schwierigen Messbedingungen (hohe Temperaturen, kurze Rohrlängen, starke Verschmutzung) nicht gemessen und steht deshalb nicht für die Verifikation zur Verfügung. Allerdings wurde die Frequenz des Rauchgasventilators f_{RGV} aufgezeichnet. Dieser wird so geregelt, dass im Feuerraum stets ein konstanter Unterdruck herrscht, weshalb seine Frequenz dem Rauchgasmassenstrom annähernd proportional ist. Die Messungen wurden über einen Tag mit einer Abtastzeit von $T_s = 2s$ durchgeführt.

Zunächst soll der genaue Betriebszustand der Anlage näher betrachtet werden. Dazu wurde aus den Thermoöldaten über die Energiebilanz

$$\dot{Q}_{TO} = \dot{m}_{TO} \left[h_{TO,ein} - h_{TO,aus} \right] \approx \dot{m}_{TO} \bar{c}_{TO} \left[T_{VL} - T_{RL} \right]$$
 (3.50)

mit der spezifischen Enthalpie des in den Wärmeübertrager eintretenden Thermoöls $h_{TO,ein}$, der spezifischen Enthalpie des aus dem Wärmeübertrager austretenden Thermoöls $h_{TO,aus}$ und der mittleren spezifischen isobaren Wärmekapazität von Thermoöl \bar{c}_{TO} der übertragene Wärmestrom errechnet und in Abbildung 3.15 dargestellt. Die Biomassefeuerungsanlage wurde über den gesamten Messzeitraum zwischen ca. 45% und 70% ihrer Nennleistung betrieben. In Abbildung 3.16 sind die aufgetretenen Vorlauf- und Rücklauftemperaturen dargestellt. Abbildung 3.17 zeigt schließlich den gemessenen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} .







Abbildung 3.16.: Gemessene Vorlauf- und Rücklauftemperaturen

3.5. Vergleich des Modells mit Messdaten



Abbildung 3.17.: Gemessener Sauerstoffgehalt im Rauchgas

3.5.1. Aufbau des Thermoölwärmeübertragers

Abbildung 3.18 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Thermoölwärmeübertragers der betrachteten Biomassefeuerungsanlage. Im Gegensatz zum bisher betrachteten 3-Zug-Kessel (Abbildung 2.6) besitzt dieser Wärmeübertrager lediglich zwei Rauchgaszüge, wobei sich die Rauchgasmenge nach dem ersten Zug aufteilt. Die Thermoölmenge wird ebenfalls aufgeteilt: Das Thermoöl strömt zunächst durch zwei Wicklungskörbe nach oben und wird anschließend in einem dritten Wicklungskorb wieder nach unten geführt. Eine Teilmenge des Thermoöls legt dabei einen längeren Weg im Wärmeübertrager zurück als die andere Teilmenge, wodurch sich zwei verschiedene Durchlaufzeiten ergeben.



Abbildung 3.18.: Aufbau des Wärmeübertragers

3.5.2. Rauchgasteil

Das Modell des Rauchgasteils

$$\dot{Q}_{RG} = c_{WT} \left[T_{RG,ein} - T_W \right] \dot{m}_{RG} \tag{3.51}$$

soll mit der rauchgasseitigen Enthalpiestromdifferenz (siehe auch Abschnitt 3.3.2)

$$\dot{Q}_{RG} = \dot{m}_{RG} \left[k_h T_{RG,ein} + d_h - k_k T_{RG,aus} - d_k \right]$$
 (3.52)

verglichen werden. Dazu wird zunächst die Wärmeübertragerkonstante c_{WT} über die bereits bei der Herleitung des Rauchgasteils besprochene Strategie (Abschnitt 3.3.2) berechnet: Es wird die Gleichung für die rauchgasseitige Enthalpiestromdifferenz (3.52) mit dem einfachen Rauchgasteilmodell (3.51) gleichgesetzt. Anschließend werden die Nennbetriebsdaten der betrachteten Anlage, die durch die Temperaturen

$$T_{RG,ein,nenn} = 950^{\circ}C$$

$$T_{RG,aus,nenn} = 365^{\circ}C$$

$$T_{VL,nenn} = 313^{\circ}C$$

$$T_{RL,nenn} = 257^{\circ}C$$
(3.53)

gegeben sind, eingesetzt und daraus die Wärmeübertragerkonstante berechnet:

$$c_{WT} = \frac{k_h T_{RG,ein,nenn} + d_h - k_k T_{RG,aus,nenn} - d_k}{T_{RG,ein,nenn} - T_{W,nenn}}$$
(3.54)

Die mittlere Wandtemperatur der Thermoölleitung ergibt sich dabei aus dem Mittelwert aus Vorlauf- und Rücklauftemperatur:

$$T_{W,nenn} = \frac{T_{VL,nenn} + T_{RL,nenn}}{2}$$
(3.55)

Diese Strategie zur Berechnung der Wärmeübertragerkonstanten stellt sicher, dass das einfache Modell des Rauchgasteils unter Voraussetzung einer geeigneten Auslegung des Wärmeübertragers für den Nennbetrieb der Biomassefeuerungsanlage mit der rauchgasseitigen Enthalpiestromdifferenz übereinstimmt.

Für eine Überprüfung des Modells werden nun die Gleichungen für die übertragenen Wärmeströme (3.51) und (3.52) für die Messdaten gleichgesetzt

$$c_{WT} \left[T_{RG,ein} - T_W \right] = k_h T_{RG,ein} + d_h - k_k T_{RG,aus} - d_k, \tag{3.56}$$

wobei die mittlere Thermoölrohrwandtemperatur wieder über

$$T_W = \frac{T_{VL} + T_{RL}}{2}$$
(3.57)

angenähert wird. Durch Umformung kann daraus nun die Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein,rueck}$ berechnet werden, die benötigt werden würde, damit das Modell des Rauchgasteils mit der rauchgasseitigen Enthalpiestromdifferenz übereinstimmt:

$$T_{RG,ein,rueck} = \frac{1}{k_h - c_{WT}} \left[k_k T_{RG,aus} + d_k - d_h - c_{WT} T_W \right]$$
(3.58)

Diese ist zusammen mit der gemessenen Feuerraumtemperatur beim Wärmeübertragereintritt $T_{FR,ein}$ in Abbildung 3.19 dargestellt. Auffällig sind dabei starke Abweichungen zwischen der zurückgerechneten Rauchgastemperatur und der gemessenen Feuerraumtemperatur. Diese werden durch die bereits erwähnten Probleme bei der Temperaturmessung im Feuerraum hervorgerufen: Die eingesetzten Temperatursensoren werden üblicherweise direkt in die schamottierte Feuerraumwand verbaut und stehen nicht in den Feuerraum hinein. Dadurch ist zum einen die Dynamik der Messung langsam und zum anderen weicht die Messung auch betragsmäßig stark von der gesuchten Rauchgastemperatur ab. Die Rauchgaseintrittstemperatur wird deshalb im Bereich der zurückgerechneten Temperatur $T_{RG,ein,rueck}$ liegen. Für einen späteren Einsatz des Modells als Grundlage für eine modellbasierte Regelungsstrategie ist deswegen auf jeden Fall eine verbesserte Messung der Rauchgaseintrittstemperatur notwendig.



Abbildung 3.19.: Vergleich zwischen gemessener Feuerraumtemperatur und rückgerechneter Rauchgaseintrittstemperatur

3.5.3. Thermoölteil

Aus dem einfachen Modell des Thermoölteils (3.49) soll auf den übertragenen Wärmestrom \dot{Q} zurückgerechnet werden. Dieser kann anschließend qualitativ mit dem rauchgasseitig übertragenen Wärmestrom \dot{Q}_{RG} verglichen werden.

Beim Kessel der betrachteten Biomassefeuerungsanlage handelt es sich wie bereits erwähnt um einen Wärmeübertrager mit zwei signifikanten Durchlaufzeiten $T_{t,1}$ und $T_{t,2}$ und in weiterer Folge den beiden Wärmeübertragungszeiten $T_{WU,1}$ und $T_{WU,2}$. Das allgemeine Modell des Thermoölteils (3.49)

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{RL}(t - T_{t,i})$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,i}) \right]$$
(3.59)

kann für diesen Fall als

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{2} \left[T_{RL}(t - T_{t,1}) + T_{RL}(t - T_{t,2}) \right]$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{2\dot{m}_{TO}c_{TO}} \left[\frac{1}{T_{WU,1}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,1}) \right] + \frac{1}{T_{WU,2}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,2}) \right] \right]$$
(3.60)

angeschrieben werden. Durch Umformung erhält man die Gleichungen

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{2} \left[T_{RL}(t - T_{t,1}) + T_{RL}(t - T_{t,2}) \right]$$

$$\dot{Q}(t) = \frac{2\dot{m}_{TO}c_{TO}}{T_{WU,1} + T_{WU,2}} \frac{dT_{Diff}(t)}{dt} + \frac{T_{WU,1}}{T_{WU,1} + T_{WU,2}} \dot{Q}(t - T_{WU,1})$$

$$+ \frac{T_{WU,1}}{T_{WU,1} + T_{WU,2}} \dot{Q}(t - T_{WU,2})$$

(3.61)

zur Berechnung des übertragenen Wärmestroms.Dabei ist die Kenntnis der Ableitung von $T_{Diff}(t)$ notwendig. Diese wurde über eine Least-Squares-Ableitungsschätzung [9] bestimmt, wobei zur Schätzung der Ableitung an einem Zeitpunkt jeweils 50 Messwerte vor, 50 Messwerte nach und der Messwert zum Zeitpunkt selbst verwendet wurden. Weiters stellt sich noch die Frage nach einem geeigneten Ausgangspunkt für die Berechnung des übertragenen Wärmestroms. Dazu wird angenommen, dass vor der Messaufzeichnung alle Größen konstant sind. Damit ergibt sich eine konstante Differenztemperatur $T_{Diff,Start}$, die nur durch einen konstanten Wärmestrom \dot{Q}_{Start} erzeugt werden kann. Gleichung (3.25)

$$T_{Diff}(t) = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}} \int_{t-T_t}^t \frac{\dot{Q}(\tau)}{T_t} d\tau,$$
(3.62)

die den Zusammenhang zwischen der Differenztemperatur und dem Wärmestrom beschreibt, kann für den stationären Zustand als

$$T_{Diff,Start} = \frac{1}{\dot{m}_{TO,Start}c_{TO}}\dot{Q}_{Start}$$
(3.63)

angeschrieben und zur Berechnung des Anfangswärmestroms entsprechend umgeformt werden:

$$\dot{Q}_{Start} = \dot{m}_{TO,Start} c_{TO} T_{Diff,Start}$$
(3.64)

Als nächstes wird der rauchgasseitig übertragene Wärmestrom Q_{RG} aus dem einfachen Rauchgasteilmodell (3.51) berechnet. Prinzipiell wäre zur Berechnung die Kenntnis des Rauchgasmassenstroms m_{RG} notwendig, dieser wurde allerdings nicht gemessen. Um den übertragenen Wärmestrom trotzdem zumindest qualitativ bestimmen zu können, wird anstatt des Rauchgasmassenstroms die Frequenz des Rauchgasventilators f_{RGV} verwendet, die dem Rauchgasmassenstrom annähernd proportional ist. Die Messung der Ventilatorfrequenz weist starke Schwankungen auf, weshalb sie mit einem geeigneten akausalen Filter geglättet wurde (Abbildung 3.20).

Damit ergibt sich das abgewandelte Modell

$$\tilde{Q}_{RG} = c_{WT} \left[T_{RG,ein,rueck} - T_W \right] f_{RGV}, \qquad (3.65)$$

dessen Größe \tilde{Q}_{RG} keine physikalisch sinnvolle Einheit mehr zugeteilt werden kann. Für einen qualitativen Vergleich dieser Größe mit dem thermoölseitig übertragenen Wärmestrom Q wird deshalb eine Umrechnung vorgenommen. Dabei wird der höchste Wert von \tilde{Q}_{RG} auf den höchsten Wert des übertragenen Wärmestroms \dot{Q} gesetzt und der niedrigste Wert von \tilde{Q}_{RG} auf den niedrigsten Wert des übertragenen Wärmestroms, wobei alle dazwischen liegenden Werte entsprechend skaliert werden. Abbildung 3.21 zeigt den Vergleich der so umgerechneten Größe \tilde{Q}_{RG} mit dem über die Gleichungen (3.61) berechneten übertragenen Wärmestrom. Die beiden Verläufe stimmen relativ gut überein. Abweichungen können zum einen durch Messfehler (Verzögerung bei Temperaturmessungen, Offsets, Messrauschen) erklärt werden, zum anderen stimmt der Verlauf der Rauchgasventilatorfrequenz auch nur näherungsweise mit dem Verlauf des realen Rauchgasmassenstroms überein. Damit kann die Funktionstüchtigkeit des einfachen Thermoölwärmeübertragermodells durch den qualitativen Vergleich grundsätzlich bestätigt werden. Für eine praktische Verwendung des Modells als Grundlage für eine modellbasierte Regelung sind allerdings gezielte Versuche an einer Realanlage zu dessen endgültiger Verifikation notwendig.



Abbildung 3.20.: Ungefilterter und gefilterter Verlauf der Rauchgasventilatorfrequenz



Abbildung 3.21.: Vergleich des »Wärmestroms« des abgewandelten Rauchgasteilmodells mit dem aus dem Thermoölteilmodell rückgerechneten übertragenen Wärmestrom

Im folgenden Kapitel wird zunächst die bereits bei der Regelung von Rauchrohrwärmeübertrageranlagen eingesetzte Eingangs-Ausgangslinearisierung auf die geänderten Verhältnisse bei Thermoölkesselanlagen angepasst. Anschließend wird das hergeleitete Wärmeübertragermodell genauer auf seine regelungstechnisch relevanten Eigenschaften untersucht. Schließlich werden zwei verschiedene Regelungsstrategien für Biomasse-Thermoölkesselanlagen vorgestellt.

4.1. Anpassung der Eingangs-Ausgangslinearisierung

In [1] wurde eine Regelung für eine Biomassefeuerungsanlage mit Wasserkessel basierend auf der Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung entworfen. Dabei wurde die Biomassefeuerungsanlage durch die Differentialgleichungen

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_4}{dt} = c_{41}x_1 + c_{42}x_2u_2 + c_{43}u_3 + c_{44}u_4 + c_{45}d_4d_5 - c_{45}d_4x_4$$
(4.1)

mit den in Anhang A aufgeführten Modellkonstanten $c_{i,j}$ beschrieben. Die Differentialgleichung für die Zustandsgröße x_3 konnte für den Reglerentwurf aus dem Modell entfernt werden, weil aufgrund der hohen Zeitkonstante dieser Gleichung eine gezielte regelungstechnische Beeinflussung von x_3 nicht sinnvoll ist. Als Ausgangsgrößen wurden die für den Betrieb der Biomassefeuerungsanlage wichtigen Größen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} , Rauchgastemperatur bei Wärmeübertragereintritt $T_{RG,ein}$ sowie Vorlauftemperatur T_{VL} gewählt.

Für die betrachteten Biomasse-Thermoölkesselanlagen können die in [1] beschriebenen mathematischen Modelle für das Brennstoffbett, die Verbrennung sowie die Speicherwirkung des Schamotts aufgrund des prinzipiell gleichen Aufbaus der Feuerungsanlagen direkt übernommen werden. Das dynamische Verhalten des Wasserkessels, das durch die Differentialgleichung für die Zustandsgröße x_4 beschrieben

wird, unterscheidet sich jedoch stark vom dynamischen Verhalten des Thermoölwärmeübertragers, welches im Kapitel Modellbildung (Kapitel 3) untersucht wurde und über die Differentialgleichung

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_{WU}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU}) \right]$$
(4.2)

beschrieben werden kann. Die in [1] entwickelte Eingangs-Ausgangslinearisierung kann deswegen nicht direkt übernommen werden. Vor allem eine Linearisierung der Vorlauftemperatur, die über die Gleichung

$$T_{VL}(t) = T_{RL}(t - T_t) + T_{Diff}(t)$$
(4.3)

beschrieben werden kann, erscheint problematisch, weil aufgrund des Einflusses des zeitverzögerten übertragenen Wärmestroms $\dot{Q}(t - T_{WU})$ auf die Differenztemperatur $T_{Diff}(t)$ das resultierende Gesamtmodell der Biomassefeuerungsanlage sowohl die aktuellen Eingangsgrößen u(t) als auch die zeitverzögerten Eingangsgrößen $u(t - T_{WU})$ beinhalten würde. Zwar könnte durch eine Zuordnung des zeitverzögerten Wärmestroms zu einer Störgröße

$$d(t) := \dot{Q}(t - T_t) \tag{4.4}$$

dieses Problem beseitigt werden, allerdings würde dabei die wesentliche Information, dass der aktuell vorgegebene Wärmestrom $\dot{Q}(t)$ in Zukunft Probleme bereiten kann, nicht geeignet berücksichtigt werden. Dies kann zu einem instabilen Verhalten des Regelkreises führen. Aus diesem Grund wurde eine andere Strategie gewählt: Die Eingangs-Ausgangslinearisierung wird für die Anlage ohne Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Wärmeübertragers durchgeführt, die Regelung der Vorlauftemperatur erfolgt durch einen übergeordneten Regelkreis.

Zur Beschreibung der Anlage ohne Wärmeübertrager wird aus dem mathematischen Modell der Biomassefeuerungsanlage mit Wasserkessel (Gleichungssystem (4.1)) die Differentialgleichung für die Zustandsgröße x_4 , die das dynamische Verhalten des Wasserkessels beschreibt, entfernt. Damit ergibt sich das Modell zweiter Ordnung

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \tag{4.5}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1 + c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1$$
(4.6)

mit den in Anhang A aufgeführten Modellkonstanten c_{ij} . Als Ausgangsgrößen werden wie bisher der Sauerstoffgehalt im Brennstoff x_{O_2} und die Rauchgaseintrittstemperatur T_{RG} gewählt:

$$y_{1} := x_{O_{2}} = \frac{c_{51}x_{2}u_{2} + c_{52}u_{4}}{c_{53}x_{1} + c_{54}x_{2}u_{2} + c_{55}u_{4}}$$

$$y_{2} := T_{RG} = \frac{-c_{71}x_{1} + c_{72}x_{2}u_{2} + c_{73}u_{3} + c_{74}u_{4}}{c_{11}x_{1} + c_{22}x_{2}u_{2} + u_{3} + u_{4}} - c_{75}$$

$$(4.7)$$

Eine weitere wichtige Größe ist der übertragene Wärmestrom \hat{Q} , der die Eingangsgröße in den dynamischen Teil des Thermoölwärmeübertragers darstellt. Er wird deshalb als dritte Ausgangsgröße gewählt:

$$y_3 := Q = \tilde{c}_{41}x_1 + \tilde{c}_{42}x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}u_4 \tag{4.8}$$

Alle drei Ausgangsgrößen hängen direkt von mindestens einer Eingangsgröße ab, der relative Grad ρ des Systems ist also Null. Würde man eine Eingangs-Ausgangslinearisierung dieses Systems durchführen, so würde sich ein nichtbeobachtbares Teilsystem zweiter Ordnung ergeben (weil n = 2 ist). Weiters würde das entstehende Regelgesetz die Eingangsgröße u_1 nicht beinhalten. Zur Lösung dieser Probleme, die auch bereits beim Reglerentwurf für eine Biomassefeuerungsanlage mit Wasserkessel aufgetreten sind, wurde in [1] vorgeschlagen, die Zustandsgröße x_2 als zusätzliche, vierte Ausgangsgröße zu wählen:

$$y_4 := x_2 \tag{4.9}$$

Mit dieser Wahl erhöht sich der relative Grad des Systems auf Eins. Damit ergibt sich ein nichtbeobachtbares Teilsystem erster Ordnung, dessen sogenannte Nulldynamik für eine funktionierende Regelung nach der Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung BIBO-stabil sein muss [11]. Die Nulldynamik ist die interne Dynamik des Systems, wenn die Ausgänge durch die Eingangsgrößen bei Null gehalten werden. Im vorliegenden Fall genügt es für die Berechnung der Nulldynamik, die Ausgangsgröße *y*₄ auf Null zu halten:

$$y_4 = x_2 = 0 \tag{4.10}$$

Damit dieser Zustand beibehalten wird, muss auch die Ableitung der vierten Ausgangsgröße gleich Null sein:

$$\frac{dy_4}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1 + c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1 = 0$$
(4.11)

Durch Einsetzen von Gleichung (4.10) in Gleichung (4.11) ergibt sich die dazu nötige Eingangsgröße u_1 zu

$$u_1 = -c_{21}x_1. (4.12)$$

Setzt man diese in die erste Differentialgleichung des Modells der Biomassefeuerungsanlage (Gleichung (4.5)) ein, so ergibt sich die Nulldynamik zu

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11} + c_{21}d_1}{1 + c_{12}d_1}x_1.$$
(4.13)

 c_{11} , c_{21} und c_{12} sind dabei positive Konstanten. Die Störgröße d_1 beschreibt die Feuchte des zugeführten Brennstoffs und ist ebenfalls positiv, womit die Nulldynamik sicher stabil ist.

Es stellt sich nun die Frage, wie eine sinnvolle Führungsgröße für die neue Ausgangsgröße y_4 aussehen soll. In [1] wurde vorgeschlagen, die Führungsgröße so zu berechnen, dass das im eingeschwungenen Zustand herrschende mittlere Verbrennungsluftverhältnis, das über die Gleichung

$$\lambda_{BB,R} = \frac{c_{52} \left[u_{2R} - \dot{m}_{PL0} \right]}{-\frac{c_{51}}{c_{22}} u_{1R}} \tag{4.14}$$

berechnet werden kann, mit einem gewünschten Wert r_{λ} übereinstimmt. Der eingeschwungene Zustand ist dadurch gekennzeichnet, dass alle Größen konstant bzw. alle Ableitungen Null sind. Die Differentialgleichungen für die Zustandsgrößen ergeben sich also zu

$$\frac{dx_{1R}}{dt} = 0 = -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_{1R}}x_{1R} + \frac{d_{1R}}{1 + c_{12}d_{1R}}u_{1R}$$
(4.15)

$$\frac{dx_{2R}}{dt} = 0 = \frac{c_{21}}{1 + c_{12}d_{1R}}x_{1R} - c_{22}x_{2R}u_{2R} + \frac{1}{1 + c_{12}d_{1R}}u_{1R},$$
(4.16)

woraus die Zustandsgrößen in der Ruhelage über die Gleichungen

$$x_{1R} = \frac{1}{c_{11}} d_{1R} u_{1R} \tag{4.17}$$

$$x_{2R} = \frac{1}{c_{22}} \frac{u_{1R}}{u_{2R}} \tag{4.18}$$

berechnet werden können. Die Ausgangsgrößen ergeben sich im eingeschwungenen Zustand zu:

$$y_{1R} = \frac{\frac{c_{51}}{c_{22}}u_{1R} + c_{52}u_{4R}}{\frac{c_{53}}{c_{11}}d_{1R}u_{1R} + \frac{c_{54}}{c_{22}}u_{1R} + c_{55}u_{4R}}$$
(4.19)

$$y_{2R} = \frac{-\frac{c_{71}}{c_{11}}d_{1R}u_{1R} + \frac{c_{72}}{c_{22}}u_{1R} + c_{73}u_{3R} + c_{74}u_{4R}}{d_{1R}u_{1R} + u_{1R} + u_{3R} + u_{4R}} - c_{75}$$
(4.20)

$$y_{3R} = \frac{\tilde{c}_{41}}{c_{11}} d_{1R} u_{1R} + \frac{\tilde{c}_{42}}{c_{22}} u_{1R} + \tilde{c}_{43} u_{3R} + \tilde{c}_{44} u_{4R}$$
(4.21)

$$\lambda_{BB,R} = \frac{c_{52} \left[u_{2R} - \dot{m}_{PL0} \right]}{-\frac{c_{51}}{c_{22}} u_{1R}}$$
(4.22)

Mit den konstanten Führungsgrößen

$$r_{1R} \stackrel{!}{=} y_{1R}$$
 $r_{2R} \stackrel{!}{=} y_{2R}$ $r_{3R} \stackrel{!}{=} y_{3R}$ $r_{\lambda} \stackrel{!}{=} \lambda_{BB,R}$ (4.23)

4.1. Anpassung der Eingangs-Ausgangslinearisierung

ergeben sich die für die Ruhelage notwendigen Eingangsgrößen

$$\begin{bmatrix} u_{1R} \\ u_{3R} \\ u_{4R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_{51}}{c_{22}} - \left[\frac{c_{53}}{c_{11}} d_{1R} + \frac{c_{54}}{c_{22}} \right] r_{1R} & 0 & c_{52} - c_{55} r_{1R} \\ \frac{c_{72}}{c_{22}} - \left[\frac{c_{71}}{c_{11}} + c_{75} + r_{2R} \right] d_{1R} - c_{75} - r_{2R} & c_{73} - c_{75} - r_{2R} & c_{74} - c_{75} - r_{2R} \\ \frac{\tilde{c}_{41}}{c_{11}} d_{1R} + \frac{\tilde{c}_{42}}{c_{22}} & \tilde{c}_{43} & \tilde{c}_{44} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{z}$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{3R} \end{bmatrix} \qquad (4.24)$$

$$u_{2R} = -\frac{c_{51}}{c_{22}c_{52}} u_{1R} r_{\lambda} + \dot{m}_{PL0}. \qquad (4.25)$$

Die Führungsgröße r_4 kann damit direkt aus der Gleichung

$$r_4 = x_{2R} = \frac{1}{c_{22}} \frac{u_{1R}}{u_{2R}} \tag{4.26}$$

berechnet werden.

Eine exakte Linearisierung der vierten Ausgangsgröße wird allerdings nicht durchgeführt, weil der akausale Zusammenhang zwischen dem zugeführten Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{CHO,Brst}$ und der Eingangsgröße $u_1(t) = \dot{m}_{CHO,Brst}(t - T_{t,BB})$ problematisch ist. Über den Brennstoffmassenstrom kann aber ohnehin nur die langfristige Leistung vorgegeben werden, kurzfristige Leistungsänderungen werden über die Primärluftzufuhr realisiert. In [1] wurde deswegen eine andere Strategie zur Regelung des zugeführten Brennstoffmassenstroms vorgeschlagen: Es wird der in der Ruhelage notwendige Brennstoffmassenstrom $u_{1R} = \dot{m}_{CHO,Brst,RL}$ vorgegeben, zusätzlich werden Abweichungen zwischen y_4 und r_4 über einen Proportionalregler mit dem Faktor $k_{p,BB}$ ausgeglichen:

$$u_1 = u_{1R} + k_{p,BB} \left[r_4 - y_4 \right] \tag{4.27}$$

Für die übrigen drei Ausgangsgrößen wird nun das lineare Übertragungsverhalten

$$y_1 = w_{1,0}v_1 \tag{4.28}$$

$$y_2 = w_{2,0}v_2 \tag{4.29}$$

$$y_3 = w_{3,0}v_3 \tag{4.30}$$

von den Eingangsgrößen der Eingangs-Ausgangslinearisierung v_i auf die Ausgangsgrößen mit den frei wählbaren Parametern $w_{i,i}$ gefordert. Dies führt, nach Einsetzen

der Gleichungen für die Ausgangsgrößen (4.7) und (4.8), zu einem linearen Gleichungssystem für die Eingangsgrößen des Systems *u*:

$$\begin{bmatrix} u_{2} \\ u_{3} \\ u_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [c_{51} - c_{54}w_{1,0}v_{1}]x_{2} & 0 & c_{52} - c_{55}w_{1,0}v_{1} \\ [c_{72} - c_{75}c_{22} - c_{22}w_{2,0}v_{2}]x_{2} & c_{73} - c_{75} - w_{2,0}v_{2} & c_{74} - c_{75} - w_{2,0}v_{2} \\ \tilde{c}_{42}x_{2} & \tilde{c}_{43} & \tilde{c}_{44} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{z}$$
$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} w_{1,0}v_{1}c_{53}x_{1} \\ [c_{75} + w_{2,0}v_{2}]c_{11}x_{1} + c_{71}x_{1} \\ w_{3,0}v_{3} - \tilde{c}_{41}x_{1} \end{bmatrix}$$
(4.31)

Für die Eingangsgrößen der Eingangs-Ausgangslinearisierung v_1 und v_2 wurden in [7] PI-Regler vorgeschlagen, die in [10] noch um eine Vorsteuerung (Addition der Führungsgröße) erweitert wurden. Mit der Regelung der Eingangsgröße v_3 , also der Vorgabe von

$$\frac{\dot{Q}}{w_{3,0}}$$
, (4.32)

beschäftigt sich der nachfolgende Abschnitt 4.2.

Abbildung 4.1 zeigt einen Überblick über das Regelungskonzept.



Abbildung 4.1.: Struktur der Regelung ohne Vorlauftemperaturregler

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine Regelung basierend auf der Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung für eine Biomassefeuerungsanlage ohne Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Wärmeübertragers hergeleitet. Darauf

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

aufbauend soll in diesem Abschnitt nun ein Vorlauftemperaturregler entwickelt werden, der die Vorlauftemperatur T_{VL} trotz einer sich ändernden Rücklauftemperatur T_{RL} konstant halten soll. Der Regelkreis für die Vorlauftemperatur ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Biomassefeuerungsanlage ohne Wärmeübertrager kann dabei gemeinsam mit der Eingangs-Ausganslinearisierung durch die beim Entwurf der exakten Linearisierung vorgegebene Übertragungsfunktion

$$y_3 := \dot{Q} = w_{3,0} v_3 \tag{4.33}$$

mit dem frei wählbaren Faktor $w_{3,0}$ dargestellt werden. Die Regelkreise für den Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} sowie der Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$ wurden der Übersichtlichkeit halber weggelassen. Die Eingangsgrößen des zu entwerfenden Reglers sind die gemessene Vorlauftemperatur T_{VL} , die gemessene Rücklauftemperatur T_{RL} sowie der gewünschte Sollwert der Vorlauftemperatur $T_{VL,soll}$. Der Thermoölmassenstrom m_{TO} stellt keine Eingangsgröße dar, weil er als konstant angenommen wird (siehe auch die Herleitung des einfachen Thermoölmodells in Abschnitt 3.4).

Prinzipiell können allenfalls notwendige Verstärkungen direkt im Regler realisiert werden. Aus diesem Grund wird der Verstärkungsfaktor $w_{3,0}$ in weiterer Folge zu Eins gewählt.



Abbildung 4.2.: Vorlauftemperatur-Regelkreis

4.2.1. Eigenschaften des Thermoölwärmeübertragers

Bevor genauer auf den Reglerentwurf für den Vorlauftemperaturregler eingegangen wird, soll das dynamische Verhalten des Wärmeübertragers aus regelungstechnischer Sicht näher betrachtet werden. Das mathematische Modell, das das dynamische Verhalten des Thermoölwärmeübertragers beschreibt, lautet in seiner einfachsten Form (Wärmeübertrager mit einer signifikanten Totzeit)

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_{WU}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU}) \right],$$
(4.34)

bzw.

$$T_{Diff}(t) = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}} \int_{t-T_{WU}}^{t} \frac{\dot{Q}(\tau)}{T_{WU}} d\tau$$
(4.35)

in der Integraldarstellung, die für die weiteren Betrachtungen geeigneter ist. Der übertragene Wärmestrom \dot{Q} ist dabei die einzige Eingangsgröße des Systems und wird deshalb in weiterer Folge als u bezeichnet:

$$u\left(t\right) := \dot{Q}\left(t\right) \tag{4.36}$$

Als Ausgangsgröße y wird die Vorlauftemperatur T_{VL} gewählt, welche aus der Differenztemperatur über die Beziehung

$$y(t) := T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + T_{RL}(t - T_t)$$
(4.37)

berechnet werden kann. Die Rücklauftemperatur T_{RL} stellt dabei eine nicht beeinflussbare Störgröße dar und wird deshalb der Variablen *d* zugeordnet:

$$d(t) := T_{RL}(t) \tag{4.38}$$

Die restlichen Größen können, unter Annahme eines konstanten Massenstroms, zu einer Konstanten *c* zusammengefasst werden:

$$c := \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}T_{WU}} \tag{4.39}$$

Mit diesen Festlegungen ergibt sich die einfache Darstellung

$$y(t) = c \int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau + d(t - T_t)$$
(4.40)

des mathematischen Modells.

Das System ist sicher BIBO-stabil. Dies wird sofort ersichtlich, wenn man die Eingangsgröße *u* sowie die Störgröße *d* als betragsmäßig beschränkt annimmt

$$|u(t)| \le u_{max} \tag{4.41}$$

$$|d(t)| \le d_{max} \tag{4.42}$$

und damit den Betrag der Ausgangsgröße y berechnet:

$$|y(t)| = \left| c \int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) \, d\tau + d(t-T_t) \right| \le |c| \left| \int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) \, d\tau \right| + |d_{max}|.$$
(4.43)

Das Integral einer betragsmäßig beschränkten Funktion ist sicher kleiner oder gleich dem Integral der Beschränkung, womit die Ausgangsgröße

$$|y(t)| \le |c| \left| \int_{t-T_{WU}}^{t} u_{max} \, d\tau \right| + |d_{max}| = |c| \left| u_{max} T_{WU} \right| + |d_{max}| \tag{4.44}$$

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

ebenfalls betragsmäßig beschränkt ist.

Abbildung 4.3 zeigt die Sprungantwort des Systems. Der stationäre Zustand wird genau nach der Wärmeübertragungszeit T_{WU} erreicht. Es stellt sich nun die Frage ob es für einen Reglerentwurf sinnvoll ist, eine Beschleunigung des Systemverhaltens zu fordern. Durch eine geeignete Wahl der Eingangsgröße ist eine solche Beschleunigung prinzipiell möglich. Abbildung 4.4 zeigt den Ausgangsverlauf bei der Forderung, den Endwert bereits nach 10s zu erreichen, sowie die dazu nötige Eingangsgröße. Es fällt auf, dass auch nach dem Erreichen des stationären Zustandes stets eine Änderung der Stellgröße nötig ist um den Zustand zu halten. Wenn man bedenkt, dass die Eingangsgröße in den Wärmeübertrager der von der Biomassefeuerungsanlage zur Verfügung gestellte übertragene Wärmestrom Q ist, so wird sehr schnell klar, dass diese Strategie nicht zielführend ist: Die Biomassefeuerungsanlage kann die in Abbildung 4.4 geforderte Stellgröße gar nicht liefern. Es wäre sogar wünschenswert, den geforderten übertragenen Wärmestrom Q möglichst gleichmäßig zu wählen, um ein Schwingen der Prozessgrößen in der Verbrennung zu vermeiden. Es wird für den Reglerentwurf also sinnvoll sein, bei einer Änderung der Führungs- oder Störgröße das exakte Erreichen des gewünschten Zustands des Ausgangs erst nach der Wärmeübertragungszeit T_{WU} zu fordern. Damit wird sichergestellt, dass im eingeschwungenen Zustand ein konstanter Wärmestrom Q von der Feuerung gefordert wird.



Abbildung 4.3.: Sprungantwort ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{T}}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s, $d = 240^{\circ}$ C, u = 7.5MW)



Abbildung 4.4.: Ausgangsgröße und Stellgröße des Systems bei der Forderung, den Endwert bereits nach 10s zu erreichen ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{T}}$, $T_t = 80\text{s}$, $T_{WU} = 100\text{s}$, $d = 240^{\circ}\text{C}$)

4.2.2. Regelungsstrategie I: Steuerung mit Rückführung der Modellabweichung

Die einfachste Art das dynamische Verhalten des Thermoölwärmeübertragers, das über das Modell (4.40)

$$y(t) = c \int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau + d(t - T_t)$$
(4.45)

beschrieben wird, zu beeinflussen ist eine Steuerung. Dabei wird die Eingangsgröße u zu jedem Zeitpunkt so vorgegeben, dass die Ausgangsgröße im stationären Zustand y_{stat} mit dem Sollwert r übereinstimmt

$$y_{stat}(t) = cT_{WU}u(t) + d(t - T_t) \stackrel{!}{=} r(t), \qquad (4.46)$$

womit sich die Eingangsgröße zu

$$u(t) = \frac{r(t) - d(t - T_t)}{cT_{WU}}$$
(4.47)

ergibt. Dies führt dazu, dass bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße (der Sollwert, also die gewünschte Vorlauftemperatur T_{VL} , wird bei Thermoölkesselanlagen üblicherweise als konstant vorgegeben) der stationäre Zustand des Systems schnellstmöglich¹, also genau nach der Wärmeübertragungszeit T_{WU} , erreicht wird.

¹Wie in Abschnitt 4.2.1 gezeigt wurde, kann der stationäre Zustand natürlich auch schneller erreicht werden. Schnellstmöglich bezieht sich in diesem Fall auf das schnellste Erreichen des Endzustands ohne nachfolgende Stellgrößenaktivität.

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

Der entscheidende Nachteil ist allerdings, dass durch Mess- und Modellunsicherheiten eine bleibende Abweichung zwischen Sollwert und Ausgangsgröße entsteht. Zur Verringerung dieser Abweichung wird zusätzlich eine dem Smith-Prädiktor ähnliche Struktur eingesetzt (Abbildung 4.5): Die Stellgröße wird sowohl auf das reale System als auch auf das Modell aufgeschalten. Der Ausgang des Systems y_{ist} wird gemessen und mit dem Ausgang des Modells y verglichen, wobei die Abweichung zwischen beiden Größen geeignet zum Eingang zurückgeführt wird. Ist beispielsweise der Ausgang des Systems y_{ist} stets kleiner als der Ausgang des Modells y, so wird eine höhere Stellgröße gefordert. Dies führt dazu, dass sich beide Ausgangsgrößen solange erhöhen, bis die Ausgangsgröße y_{ist} schließlich mit der Führungsgrößen solange erhöhen, bis die Ausgangsgröße y_{ist} schließlich mit der Führungsgrößen. Abbildung 4.6 zeigt die Antwort dieser Regelstruktur auf einen Führungsgrößenbzw. einen Störgrößensprung bei unterschiedlichen Parameterabweichungen. Dabei wurde die *Strecke* durch das Modell

$$y_{ist}(t) = c \cdot \Delta c \int_{t-T_{WU} \cdot \Delta T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau + d(t - T_t \cdot \Delta T_t)$$
(4.48)

mit den Parameterabweichungen Δc , ΔT_{WU} und ΔT_t beschrieben.



Abbildung 4.5.: Regelstruktur

Prinzipiell funktioniert diese einfache Art der Regelung relativ gut, es gibt jedoch einen entscheidenden Nachteil: Die Störgröße d ist bereits um die Durchlaufzeit T_t vor ihrem Wirken bekannt. Von dieser Information wird aber bei der Regelung kein Gebrauch gemacht. Das führt dazu, dass bei einem Störgrößensprung die Ausgangsgröße größtmöglich von ihrem Sollwert abweicht und erst dann wieder langsam zum gewünschten Wert zurückgeführt wird, was nicht sinnvoll erscheint. Aus diesem Grund muss die Regelungsstrategie noch weiter adaptiert werden, worauf im kommenden Abschnitt näher eingegangen wird.



Abbildung 4.6.: Antwort des geregelten Systems auf einen Führungsgrößensprung von $r = 240^{\circ}$ C auf $r = 300^{\circ}$ C zum Zeitpunkt t = 0s und eines Störgrößensprungs von $d = 240^{\circ}$ C auf $d = 250^{\circ}$ C bei t = 400s ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{T}}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s)

4.2.3. Regelungsstrategie II: Optimale Regelung der Vorlauftemperatur

Grundprinzip

Im vorangegangen Abschnitt wurde eine Regelungsstrategie für den Vorlauftemperaturregler auf Basis einer Steuerung entworfen. Dabei wurde zur Ermittlung der aktuellen Stellgröße u(t) lediglich die aktuelle Führungsgröße r(t), die alte Störgröße $d(t - T_t)$ sowie die aktuelle Modellabweichung $y_{ist}(t) - y(t)$ herangezogen. In diesem Abschnitt soll nun ein Regler entworfen werden, der zur Berechnung der aktuellen Stellgröße auch den Verlauf der Störgröße bis zum aktuellen Messwert d(t)berücksichtigt. Ausgangsbasis dafür ist die Gleichung des Wärmeübertragermodells (4.40)

$$y(t) = c \int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) \, d\tau + d(t-T_t).$$
(4.49)

Zunächst wird das Integral in N äquidistante Teilabschnitte zerlegt

$$\int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau = \int_{t-T_{WU}}^{t-T_{WU}+T_s} u(\tau) d\tau + \int_{t-T_{WU}+T_s}^{t-T_{WU}+2T_s} u(\tau) d\tau + \dots + \int_{t-T_{WU}+[N-1]T_s}^{t} u(\tau) d\tau,$$
(4.50)

welche bei hinreichend kleinem Zeitabstand

$$T_s := \frac{T_{WU}}{N} \tag{4.51}$$

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

durch eine Summe angenähert werden können:

$$\int_{t-T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau \approx u(t - T_{WU}) T_s + u(t - T_{WU} + T_s) T_s + \dots + u(t - T_{WU} + [N - 1] T_s) T_s$$

$$= T_s \sum_{i=0}^{N-1} u(t - T_{WU} + i \cdot T_s)$$
(4.52)

Damit ergibt sich die Ausgangsgröße y näherungsweise zu

$$y(t) \approx cT_s \sum_{i=0}^{N-1} u(t - T_{WU} + i \cdot T_s) + d(t - T_t).$$
(4.53)

Nun wird eine Zeitdiskretisierung mit der Diskretisierungszeit T_s durchgeführt

$$y_i = y (iT_s)$$

$$u_i = u (iT_s)$$

$$d_i = d (iT_s),$$

(4.54)

was schließlich zur zeitdiskreten Darstellung des Wärmeübertragermodells (4.49)

$$y_i = cT_s \sum_{j=1}^N u_{i-j} + d_{i-N_d}$$
(4.55)

mit

$$N_d = \frac{T_t}{T_s} \tag{4.56}$$

führt. Der Wert N_d ist im Allgemeinen nicht ganzzahlig, hier muss geeignet gerundet werden. Weiters ist die Durchlaufzeit T_t stets kleiner als die Wärmeübertragungszeit T_{WU} , wodurch N_d auch stets kleiner als N ist.

Die Idee besteht nun darin, die zeitdiskrete Modellgleichung (4.55) für *zukünftige* Zeiten auszuwerten. Wenn man dies bis zum Zeitpunkt $i + N_d$ durchführt, so ergeben sich die N_d Gleichungen

$$y_{i+1} = cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j} + cT_s u_i + d_{i-[N_d-1]}$$

$$y_{i+2} = cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j} + cT_s u_i + cT_s u_{i+1} + d_{i-[N_d-2]}$$

$$\vdots$$

$$y_{i+N_d} = cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{i-j} + cT_s u_i + cT_s u_{i+1} + \dots + cT_s u_{i+N_d-1} + d_i.$$
(4.57)

Beachtenswert ist, dass alle Größen in diesen Gleichungen bis auf die Ausgangsgrößen y und die Eingangsgrößen u bekannt sind. Insbesondere treten auch alle bereits gemessenen Störgrößen d auf, die noch einen Einfluss auf die Ausgangsgröße y haben werden. Für den naheliegenden Wunsch, dass die Ausgangsgröße y der Führungsgröße r gleichen soll

$$y \stackrel{!}{=} r \tag{4.58}$$

ergibt sich damit ein Gleichungssystem für die Eingangsgrößen *u*:

$$\begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \vdots \\ r_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-1]} \\ d_{i-[N_d-2]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j} \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{i-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ cT_s & \dots & cT_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_{i+1} \\ \vdots \\ u_{i+N_d-1} \end{bmatrix}$$
(4.59)

Dieses Gleichungssystem könnte zu jedem Zeitschritt exakt gelöst werden. Dabei würde allerdings die aktuelle Eingangsgröße u_i bereits vollständig durch die erste Gleichung bestimmt werden, womit wiederum nur eine alte Störgröße zur Berechnung herangezogen werden würde. Die übrigen Gleichungen würden für den aktuellen Zeitpunkt keinen verwertbaren Informationsgehalt liefern und könnten weggelassen werden. Weiters würde diese Berechnungvorschrift auch dazu führen, dass Führungsbzw. Störgrößensprünge bereits nach einem Zeitschritt exakt ausgeglichen werden würden. Damit würde man eine Beschleunigung des Systemverhaltens erreichen, was nicht wünschenswert ist (siehe auch die Erläuterungen zur Beschleunigung im Abschnitt 4.2.1 zu den Eigenschaften des Wärmeübertragers).

Um die genannten Probleme zu beseitigen und eine Abhängigkeit der aktuellen Eingangsgröße u_i von den bereits gemessenen Störgrößen $d_{i-[N_d-1]}$ bis d_i zu erreichen, wird eine einfache Annahme getroffen: Für die Berechnung der aktuellen Eingangsgröße soll angenommen werden, dass diese Größe auch in Zukunft beibehalten wird, also

$$u_{i+j} = u_i \text{ für } j = 1, 2, \dots$$
 (4.60)

gilt. Mit dieser Annahme kann das Gleichungssystem für die Eingangsgrößen (4.59) zu einem überbestimmten Gleichungssystem zur Berechnung der aktuellen Eingangsgröße u_i umgeschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \vdots \\ r_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-1]} \\ d_{i-[N_d-2]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j} \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{i-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \\ 2cT_s \\ \vdots \\ N_d cT_s \end{bmatrix} u_i$$
(4.61)

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

Dabei gibt es im Allgemeinen kein u_i , dass dieses Gleichungssystem exakt löst. Für jedes u_i kann daher ein Fehlervektor **e**

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \vdots \\ r_{i+N_d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-1]} \\ d_{i-[N_d-2]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j} \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{i-j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} cT_s \\ 2cT_s \\ \vdots \\ N_d cT_s \end{bmatrix} u_i$$
(4.62)

definiert werden. Es soll jene Eingangsgröße u_i berechet werden, die die Summe der Fehlerquadrate $e^T e$ minimiert (Methode der kleinsten Fehlerquadrate). Dies führt zur Berechnungsvorschrift

$$u_{i} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \vdots \\ r_{i+N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{i-[N-1]} \\ d_{i-[N-2]} \\ \vdots \\ d_{i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} cT_{s} \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j} \\ cT_{s} \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (4.63)$$

wobei P die sogenannte Pseudoinverse des Vektors a

$$\mathbf{a} := \begin{bmatrix} cT_s \\ cT_s 2 \\ \vdots \\ cT_s N \end{bmatrix}$$
(4.64)

ist und über die Beziehung

$$\mathbf{P} = \left[\mathbf{a}^T \mathbf{a}\right]^{-1} \mathbf{a}^T \tag{4.65}$$

berechnet werden kann.

Eine Vorgabe der Eingangsgröße nach der gerade beschriebenen Methode führt dazu, dass für jeden Zeitpunkt basierend auf allen vorhandenen und noch Einfluss auf zukünftige Ausgangsgrößen habenden Daten eine im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate optimale Eingangsgröße ausgegeben wird. Bei Auftreten eines Störgrößensprungs wird beispielsweise schon vor seiner Auswirkung bewusst eine Abweichung von der Sollgröße eingegangen, um die Summe der Fehlerquadrate über den Zeitraum $N_dT_s = T_t$ klein zu halten.

Abbildung 4.7 zeigt die Regelstruktur für die beschriebene Methode. Dabei ist zu beachten, dass die Ausgangsgröße des Systems y_{ist} nicht in die Eingangsgrößenberechnung einfließt. Dadurch wird sich im Allgemeinen eine durch Mess- und Modellungenauigkeiten entstehende bleibende Abweichung zwischen Sollgröße r

und Istgröße y_{ist} einstellen, deren Beseitigung im folgenden Abschnitt behandelt wird.

Abbildung 4.8 zeigt die Antwort des gesteuerten Systems ohne Parameterabweichungen auf einen Führungs- bzw. einen Störgrößensprung. Man würde erwarten, dass der Störgrößensprung so ausgeglichen wird, dass die Summe der Fehlerquadrate zu Null wird, der Störgrößensprung sich also genau in der Mitte des Ausgleichsvorgangs befindet. Dies ist aber offensichtlich nicht der Fall, was im Wesentlichen den folgenden Grund hat: Bei der Berechnung der Eingangsgröße u_i wird die Summe der Fehlerquadrate lediglich für ein Zeitfenster von T_t Sekunden minimiert, wobei auf die in der Vergangenheit gemachten Fehler kein Einfluss mehr genommen werden kann. Für eine weitere Verbesserung der Eingangsgrößenberechnung könnte nach einer Möglichkeit gesucht werden, auch die in der Vergangenheit gemachten Fehler in die Berechnung der aktuellen Stellgröße einzubeziehen.



Abbildung 4.7.: Regelstruktur



Abbildung 4.8.: Antwort des Regelkreises auf einen Führungsgrößensprung von $r = 300^{\circ}$ C auf $r = 310^{\circ}$ C zum Zeitpunkt t = 0s und eines Störgrößensprungs von $d = 240^{\circ}$ C auf $d = 250^{\circ}$ C bei t = 500s ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{T}}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s)

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

Beseitigung der bleibenden Regelabweichung

Im Falle von Mess- und Modellfehlern wird es mit der zuvor vorgeschlagenen Strategie aber zu einer bleibenden Regelabweichung im stationären Zustand kommen. Üblicherweise wird eine bleibende Regelabweichung durch einen integrierenden Regler eliminiert. Dies kann prinzipiell auch hier durchgeführt werden, eine dafür mögliche Regelstrategie ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Dabei wird die aufintegrierte Abweichung zum Ausgangssignal der Eingangsgrößenberechnung nach Gleichung (4.63) hinzuaddiert. Es ergeben sich allerdings mehrere Probleme:

- Der Integrator darf nicht zu schnell sein, weil ansonsten der Regelkreis instabil werden würde.
- Der Integrator und die Eingangsgrößenberechnung »wissen« nichts voneinander. Bei Eingangsgrößenänderungen arbeiten beide unabhängig voneinander, was zu unerwünschtem Überschwingen führen kann.
- Die Eingangsgrößenberechnung wurde so entworfen, dass bei Störgrößenänderungen bewusst Abweichungen in Kauf genommen werden um die Gesamtabweichung klein zu halten. Der Integrator würde dieser Strategie entgegenarbeiten.

Aus diesen Gründen müsste ein sehr langsamer Integrator eingesetzt werden, der bei Führungs- und Störgrößenänderungen die Eingangsgrößenberechnung nicht zu stark beeinflusst, aber nach genügend langer Zeit die bleibende Regelabweichung eliminiert.



Abbildung 4.9.: Regelstruktur zur Beseitigung der bleibenden Abweichung

Eine Beseitigung der bleibenden Abweichung kann durch Anpassung des Gleichungssystems der Eingangsgrößenberechnung jedoch auch wesentlich eleganter durchgeführt werden. Dazu wird zunächst Gleichung (4.55)

$$y_i = cT_s \sum_{j=1}^N u_{i-j} + d_{i-N}$$
(4.66)

genauer betrachtet, mit deren Hilfe die Ausgangsgröße des *Modells y* berechnet werden kann. Diese wird nur für den Fall, dass keine Mess- und Modellungenauigkeiten vorliegen, mit der *realen* Ausgangsgröße y_{ist} übereinstimmen. In allen anderen Fällen wird sich eine Abweichung ergeben. Die Idee ist nun, die alten Eingangsgrößen u_{i-j} mit einem Korrekturfaktor c_{Korr} zu gewichten, sodass das Ergebnis von Gleichung (4.66) mit der realen Ausgangsgröße y_{ist} übereinstimmt:

$$y_{ist,i} = cT_s c_{Korr,i} \sum_{j=1}^{N} u_{i-j} + d_{i-N}$$
(4.67)

Die Modellungenauigkeiten werden damit durch den Korrekturfaktor

$$c_{Korr,i} = \frac{y_{ist,i} - d_{i-N}}{cT_s \sum_{i=1}^{N} u_{i-i}}$$
(4.68)

erfasst, der für jeden Zeitpunkt berechnet werden kann. In der Praxis wird die reale Ausgangsgröße y_{ist} nicht zur Verfügung stehen, sondern lediglich eine störbehaftete Messgröße y_{mess} , welche gegebenenfalls für die Berechnung des Korrekturfaktors geeignet gefiltert werden muss. Durch eine geeignete Berücksichtigung im Gleichungssystem der Eingangsgrößenberechnung (4.61)

NT 1

$$\begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \vdots \\ r_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-1]} \\ d_{i-[N_d-2]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{i-j}c_{Korr,i-j} \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{i-j}c_{Korr,i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{i-j}c_{Korr,i-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \\ cT_s 2 \\ \vdots \\ cT_s N_d \end{bmatrix} c_{Korr,i}u_i \quad (4.69)$$

wird die bleibende Regelabweichung beseitigt.

Abbildung 4.10 zeigt die Antwort des über die korrigierte Eingangsgrößenberechnung geregelten Kreises auf einen Führungs- bzw. einen Störgrößensprung bei unterschiedlichen Parameterabweichungen. Dabei wurde die *Strecke* wiederum durch das Modell

$$y_{ist}(t) = c \cdot \Delta c \int_{t-T_{WU} \cdot \Delta T_{WU}}^{t} u(\tau) d\tau + d(t - T_t \cdot \Delta T_t)$$
(4.70)

beschrieben. Eine Parameterabweichung des Verstärkungsfaktors kann von der korrigierten Eingangsgrößenberechnung in beliebiger Höhe ausgeglichen werden, weil sich der Korrekturfaktor c_{Korr} entsprechend anpasst. Abweichungen der Wärmeübertragungszeit führen zu einem leicht erhöhten Überschwingen, können aber von der Regelung ebenfalls gut ausgeglichen werden. Abweichungen der Durchlaufzeit führen zu einer zeitlichen Verschiebung des Rücklauftemperatursprungs, die prinzipiell nicht beeinflusst werden kann. Die Regelung versucht dennoch, die Abweichung vom modellierten Verhalten auszugleichen, was bei hohen Unterschieden zwischen der modellierten und der realen Durchlaufzeit zu Problemen führen kann. Die Durchlaufzeit wird in der Praxis jedoch relativ gut bekannt sein, weil sie aus den Kesseldaten bestimmt werden kann.

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur



Abbildung 4.10.: Antwort des Regelkreises auf einen Führungsgrößensprung von $r = 300^{\circ}$ C auf $r = 310^{\circ}$ C zum Zeitpunkt t = 0s und eines Störgrößensprungs von $d = 240^{\circ}$ C auf $d = 250^{\circ}$ C bei t = 500s ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{J}}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s) bei unterschiedlichen Modellparameterabweichungen

Erweiterung auf allgemeine Wärmeübertrager mit mehreren Totzeiten

Bei der Modellbildung (Abschnitt 3.4.4) wurde das einfache Modell für Thermoölwärmeübertrager mit *N* Totzeiten

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_{RL}(t - T_{t,i})$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,i}) \right]$$
(4.71)

unter der Annahme, dass sich der konstante Thermoölmassenstrom m_{TO} gleichmäßig auf alle Rohre aufteilt, hergeleitet. Für die bereits bekannte Zuordnung von Eingangs-, Ausgangs- und Störgrößen kann das Modell in der Integralform

$$y(t) = c_{allg} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} \int_{t-T_{WU,i}}^{t} u(\tau) \ d\tau + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} d(t-T_{t,i})$$
(4.72)

mit der Konstanten

$$c_{allg} = \frac{1}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N} \tag{4.73}$$

dargestellt werden. Die Aufteilung der Integrale in M_i äquidistante Abschnitte und anschließende Annäherung durch eine Summe führt zur Gleichung

$$y(t) \approx c_{allg} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,i}} T_s \sum_{j=0}^{M_i - 1} u\left(t - T_{WU,i} + j \cdot T_s\right) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} d\left(t - T_{t,i}\right)$$
(4.74)

61

mit

$$M_i = \frac{T_{WU,i}}{T_s}.$$
(4.75)

Im Allgemeinen wird die Anzahl der Abschnitte des *i*-ten Rohres M_i nicht ganzzahlig sein, hier muss dann gerundet werden. Die Zeit T_s ist so zu wählen, dass der Rundungsfehler nicht zu groß wird. Die Zeitdiskretisierung mit der Diskretisierungszeit T_s führt schließlich zur Gleichung

$$y_i = c_{allg} \sum_{j=1}^N \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j} u_{i-k} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N d_{i-M_{d,j}},$$
(4.76)

wobei die Werte $M_{d,i}$ über die Gleichung

$$M_{d,i} = \frac{T_{t,i}}{T_s}.$$
 (4.77)

berechnet werden können. Auch die Werte $M_{d,i}$ werden im Allgemeinen nicht ganzzahlig sein und müssen geeignet gerundet werden. Die zeitdiskrete Modellgleichung (4.76) soll nun für zukünftige Zeiten ausgewertet werden. Die kleinste Durchlaufzeit $T_{t,i}$ bzw. der kleinste Wert $M_{d,i}$ bestimmen dabei, wie weit die zeitdiskrete Modellgleichung in die Zukunft ausgewertet werden kann, ohne dass eine noch nicht gemessene Störgröße d_{i+1} in der Gleichung vorkommt. Deswegen wird der kleinste Wert aller $M_{d,i}$ einer neuen Größe $M_{d,min}$

$$M_{d,min} = \min M_{d,i}$$
, $i = 1...N$ (4.78)

zugeordnet. Damit ergibt sich das überbestimmte Gleichungssystem zur Berechnung von u_i zu

$$\begin{bmatrix} r_{i+1} \\ r_{i+2} \\ \dots \\ r_{i+M_{d,min}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-1]} \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-2]} \\ \dots \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-M_{d,min}]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j-2} u_{i-k} c_{Korr,i-k} \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j-2} u_{i-k} c_{Korr,i-k} \\ \dots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j-2} u_{i-k} c_{Korr,i-k} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j-2} u_{i-k} c_{Korr,i-k} \\ \dots \\ \dots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j-2} u_{i-k} c_{Korr,i-k} \end{bmatrix} u_i c_{Korr,i-k} \end{bmatrix} u_i c_{Korr,i-k}$$

$$(4.79)$$
4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

Der Korrekturfaktor kann aus der gemessenen Ausgangsgröße y_{ist} über die Gleichung

$$c_{Korr,i} = \frac{y_{ist,i} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-M_{d,j}}}{c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=1}^{M_j} u_{i-k}}$$
(4.80)

berechnet werden.

Berücksichtigung der Stellgrößendynamik

Die Strecke zwischen dem Vorlauftemperaturregler und dem Wärmeübertrager wurde durch das beim Entwurf der Eingangs-Ausgangslinearisierung festgelegte Übertragungsverhalten

$$\dot{Q} = w_{3,0}v_3$$
 (4.81)

vorgegeben, wobei der frei wählbare Parameter $w_{3,0}$ zu Eins gewählt wurde. In der Praxis befinden sich zwischen dem Regler und der eingangs-ausgangslinearisierten Anlage jedoch Stellglieder, deren dynamisches Verhalten durch ein PT2-Glied modelliert werden soll (Abbildung 4.12). Der Ausgang der Eingangsgrößenberechnung u_r wird dabei auf ein PT2-Glied aufgeschalten, dessen Ausgang u_v mit dem Wärmeübertrager verbunden ist. Der Einfluss des PT2-Gliedes auf die Antwort des Regelkreises auf einen Führungs- und einen Störgrößensprung ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Man kann erkennen, dass durch das PT2-Glied das Überschwingen bei Führungsgrößenänderungen deutlich vergrößert wird. Weiters wird beim Ausgleich des Störgrößensprungs der stationäre Endwert erst später erreicht.



Abbildung 4.11.: Regelstruktur mit PT2-Stellgrößendynamik

Zur Berücksichtigung der Stellgrößendynamik in der Regelung wird folgende Anpassung der Eingangsgrößenberechnung vorgeschlagen: Das Stellgrößenmodell wird zeitdiskretisiert und in das Gleichungssystem der Eingangsgrößenberechnung geeignet eingebaut. Der Einfachheit halber wird für die Herleitung dieser Strategie ein

4. Reglerentwurf



Abbildung 4.12.: Antwort des Regelkreises mit bzw. ohne Stellgrößendynamik auf einen Führungsgrößensprung von $r = 300^{\circ}$ C auf $r = 310^{\circ}$ C zum Zeitpunkt t = 0s und eines Störgrößensprungs von $d = 240^{\circ}$ C auf $d = 250^{\circ}$ C bei t = 500s $c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{K}{J}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s)

Wärmeübertragermodell mit einer Totzeit betrachtet. Das zeitdiskrete Wärmeübertragermodell für die vorliegende Regelstruktur (Abbildung 4.11) lautet:

$$y_i = cT_s \sum_{j=1}^N u_{v,i-j} + d_{i-N_d}$$
(4.82)

Die Auswertung dieser Gleichung für die zukünftigen N_d Zeitschritte ergibt das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} y_{i+1} \\ y_{i+2} \\ \vdots \\ y_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-1]} \\ d_{i-[N_d-2]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=1}^{N-1} u_{v,i-j} \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-2} u_{v,i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=1}^{N-N_d} u_{v,i-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ cT_s & \dots & cT_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v,i} \\ u_{v,i+1} \\ \vdots \\ u_{v,i+N_d-1} \end{bmatrix}.$$
(4.83)

Die Eingangsgröße in den Wärmeübertrager zum aktuellen Zeitpunkt $u_{v,i}$ ist bereits vollständig durch den aktuellen Zustand des PT2-Gliedes gegeben und kann nicht mehr beeinflusst werden. Die erste Gleichung kann deswegen entfernt werden, was zu der Darstellung

$$\begin{bmatrix} y_{i+2} \\ y_{i+3} \\ \vdots \\ y_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-2]} \\ d_{i-[N_d-3]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=0}^{N-2} u_{v,i-j} \\ cT_s \sum_{j=0}^{N-3} u_{v,i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=0}^{N-N_d} u_{v,i-j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ cT_s & \dots & cT_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v,i+1} \\ u_{v,i+2} \\ \vdots \\ u_{v,i+N_d-1} \end{bmatrix}$$
(4.84)

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur

führt.

Als nächstes wird die Übertragungsfunktion des PT2-Gliedes

$$G(s) = \frac{K}{1 + 2dTs + T^2s^2}$$
(4.85)

mit dem Verstärkungsfaktor *K*, der Dämpfung *d* und der Zeitkonstanten *T* näher betrachtet. Für verschiedene Bereiche der Dämpfung *d* ergeben sich dabei verschiedene Sprungantworten des PT2-Gliedes, die Antwort für den aperiodischen Grenzfall (d = 1) kann beispielsweise über die Gleichung

$$a(t) = K - K\left[1 + \frac{t}{T}\right]e^{-\frac{t}{T}}$$
(4.86)

berechnet werden. Die aufgrund der Parameter jeweils gültige Sprungantwort a(t) wird nun mit der Diskretisierungszeit T_s für die kommenden $[N_d - 1]$ Zeitschritte diskretisiert und dem Vektor **pt2**_{koeff} zugeordnet:

$$\mathbf{pt2}_{koeff} := \begin{bmatrix} pt2_{koeff,1} \\ pt2_{koeff,2} \\ \vdots \\ pt2_{koeff,N_d-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\left(T_s\right) \\ a\left(2T_s\right) \\ \vdots \\ a\left(\left[N_d-1\right]T_s\right) \end{bmatrix}$$
(4.87)

Zu einem beliebigen Zeitschritt *i* soll die Ausgangsgröße des PT2-Gliedes $u_{v,i}$ betragen und eine konstante Eingangsgröße $u_{r,i}$ auf das PT2-Glied wirken. Die Ausgangsgrößen für die darauf folgenden $[N_d - 1]$ Zeitschritte können dann über die Gleichung

$$\begin{bmatrix} u_{v,i+1} \\ u_{v,i+2} \\ \vdots \\ u_{v,i+N_d-1} \end{bmatrix} = u_{v,i}\mathbf{E} + [u_{r,i} - u_{v,i}] \mathbf{pt2}_{koeff}$$
(4.88)

mit dem $[N_d - 1]$ -dimensionalen Einheitsvektor **E** berechnet werden.

Die Gleichung für die kommenden Eingangsgrößen des Wärmeübertragers $u_{v,i+j}$ (4.88) kann nun in das Gleichungssystem der Eingangsgrößenberechnung (4.84) eingesetzt werden. Mit der Forderung, dass die Ausgangsgröße des Wärmeübertragers yder Führungsgröße r gleichen soll, führt dies zu einem überbestimmten Gleichungs-

4. Reglerentwurf

system für den aktuellen Reglerausgang $u_{r,i}$:

$$\begin{bmatrix} r_{i+2} \\ r_{i+3} \\ \vdots \\ r_{i+N_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i-[N_d-2]} \\ d_{i-[N_d-3]} \\ \vdots \\ d_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s \sum_{j=0}^{N-3} u_{v,i-j} \\ \vdots \\ cT_s \sum_{j=0}^{N-N_d} u_{v,i-j} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} cT_s & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ cT_s & \dots & cT_s \end{bmatrix} u_{v,i} \begin{bmatrix} \mathbf{E} - \mathbf{pt2}_{koeff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cT_s & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ cT_s & \dots & cT_s \end{bmatrix} \mathbf{pt2}_{koeff} u_{r,i}$$

$$(4.89)$$

Dieses Gleichungssystem kann nun wieder nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst werden. Die Eingangsgrößen in den Wärmeübertrager $u_{v,i}$ können über die Gleichung

$$u_{v,i+1} = u_{v,i} + [u_{r,i} - u_{v,i}] pt 2_{koeff,1}$$
(4.90)

für jeden Zeitschritt rekursiv berechnet und im Regler mitgespeichert werden.

Um die Strategie geeignet zu starten, kann beispielsweise das System zunächst ohne Berücksichtigung der Stellgrößendynamik auf die Führungsgröße geregelt werden. Anschließend wird der eingeschwungene Zustand als Startwert der Berechnung verwendet.

Abbildung 4.13 zeigt die Antwort des geregelten Systems mit bzw. ohne die gerade beschriebene Berücksichtigung der Stellgrößendynamik auf einen Führungs- und einen Störgrößensprung. Es ist gut ersichtlich, dass das Überschwingen durch die angepasste Regelung reduziert wird.

Eine Verallgemeinerung dieser Strategie auf allgemeine Wärmeübertrager mit mehreren Totzeiten und Berücksichtigung des Korrekturfaktors ergibt das überbestimmte

4.2. Regelung der Vorlauftemperatur



Abbildung 4.13.: Antwort des Regelkreises mit bzw. ohne Ausgleich der Stellgrößendynamik auf einen Führungsgrößensprung von $r = 300^{\circ}$ C auf $r = 310^{\circ}$ C zum Zeitpunkt t = 0s und eines Störgrößensprungs von $d = 240^{\circ}$ C auf $d = 250^{\circ}$ C bei t = 500s ($c = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{K}}{\text{J}}$, $T_t = 80$ s, $T_{WU} = 100$ s)

Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} r_{i+2} \\ r_{i+3} \\ \vdots \\ r_{i+M_{d,min}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-2]} \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-3]} \\ \vdots \\ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} d_{i-[M_{d,j}-M_{d,min}]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=0}^{M_j-2} u_{v,i-k} c_{Korr,i-k} \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=0}^{M_j-3} u_{v,i-k} c_{Korr,i-k} \\ \vdots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \sum_{k=0}^{M_j-M_{d,min}} u_{v,i-k} c_{Korr,i-k} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ z_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ z_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ z_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & 0 \\ z_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s & 0 & \cdots & c_{allg} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{T_{WU,j}} T_s \end{bmatrix} \mathbf{pt2}_{koeff} c_{Korr,i} u_{r,i}$$

$$(4.91)$$

4. Reglerentwurf

mit dem Koeffizientenvektor

$$\mathbf{pt2}_{koeff} := \begin{bmatrix} pt2_{koeff,1} \\ pt2_{koeff,2} \\ \vdots \\ pt2_{koeff,M_{d,min}-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\left(T_{s}\right) \\ a\left(2T_{s}\right) \\ \vdots \\ a\left(\left[M_{d,min}-1\right]T_{s}\right) \end{bmatrix}$$
(4.92)

zur Berechnung des Reglerausgangs $u_{r,i}$.

4.3. Erforderliche Erweiterung für praktische Umsetzung

Für einen Einsatz des vorgestellten Regelungskonzepts in der Praxis ist auf jeden Fall die Kenntnis der Zustandsgrößen nötig. Jedoch sind nicht alle Zustandsgrößen des Systems direkt messbar. Aus diesem Grund muss eine geeignete Zustandsschätzung durchgeführt werden.

Für die Regelung von Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln wurde bereits ein erweiterter Kalmanfilter zur Schätzung entworfen [7], welcher in [10] genau analysiert und verbessert wurde. Dieser basiert auf dem System (2.13)

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = c_{41}x_1 + c_{42}x_2u_2 + c_{43}u_3 + c_{44}u_4 + c_{45}d_4d_5 - c_{45}d_4x_4$$
(4.93)

mit den in Anhang A aufgeführten Modellkonstanten $c_{i,j}$. Zusätzlich wurden noch zwei weitere Zustandsgrößen eingeführt: Der sogenannte Brennstoffzufuhrfaktor k_{BZ} , der Schwankungen in der Schüttdichte des Brennstoffs sowie Schwankungen des Wassergehalts modelliert² und die sogenannte Falschluft \dot{m}_{FL} . Falschluft ist Luft, die durch undichte Stellen in die Anlage gelangt und die die Verbrennung und Rauchgaszusammensetzung beeinflusst. Als Ausgangsgrößen des Kalmanfiltermodells stehen prinzipiell die Größen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} , Vorlauftemperatur T_{VL} und Rauchgastemperatur beim Wärmeübertragereintritt $T_{RG,ein}$ zur Verfügung. Aufgrund der schwierigen Messbedingungen bei der Ermittlung der Rauchgastemperatur und

²Die Berücksichtigung des Brennstoffzufuhrfaktors beseitigt die im Kapitel 5 aufgetretenen Probleme bei Wassergehaltsschwankungen.

4.3. Erforderliche Erweiterung für praktische Umsetzung

die dadurch entstehenden Fehler wurden lediglich die ersten beiden Größen als Ausgang des Kalmanfiltermodells verwendet.

Für Biomasse-Thermoölkesselanlagen kann prinzipiell ein ähnliches Modell für den Kalmanfilterentwurf verwendet werden: Es muss lediglich die Differentialgleichung für die Zustandsgröße x_4 , die das Verhalten des Wasserkessels beschreibt, durch die Differentialgleichung des Thermoölwärmeübertragers ausgetauscht werden. Dies führt zu dem Modell

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{c_{41}x_1 + c_{42}x_2u_2 + c_{43}u_3 + c_{44}u_4}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N} - \frac{d_q}{\dot{m}_{TO}c_{TO}N'}$$
(4.94)

wobei die »alten« übertragenen Wärmeströme $\dot{Q}(t - T_{WU,i})$ einer Störgröße d_q zugeordnet wurden:

$$d_q = \frac{1}{T_{WU,1}} \dot{Q} \left(t - T_{WU,1} \right) + \frac{1}{T_{WU,2}} \dot{Q} \left(t - T_{WU,2} \right) + \dots + \frac{1}{T_{WU,N}} \dot{Q} \left(t - T_{WU,N} \right) \quad (4.95)$$

Es stellt sich die Frage, welche Größen zusätzlich zu den Zustandsgrößen vom Kalmanfilter mitgeschätzt werden müssen. Aufgrund der Tatsache, dass die Feuerung bei Biomasse-Thermoölkesselanlagen gleich wie bei Wasserkesselanlagen modelliert wurde wird es sinnvoll sein, die auf die Feuerung Einfluss nehmenden Faktoren Brennstoffzufuhrfaktor k_{BZ} sowie Falschluft \dot{m}_{FL} wieder mitzuschätzen. Weiters könnte auch eine Schätzung der Durchlaufzeiten $T_{t,i}$ wichtig sein, weil Abweichungen zwischen den modellierten und realen Durchlaufzeiten bei Rücklauftemperaturänderungen zu kurzzeitigen, aber starken Abweichungen des Modellverhaltens vom Systemverhalten führen. Ob eine Schätzung anderer Größen zu einer Verbesserung führen würde, müsste anhand von geeigneten Versuchen an einer Realanlage genauer untersucht werden. Für Biomasseanlagen mit Wasserkesseln wurden solche Analysen in [10] durchgeführt.

In diesem Kapitel soll die Leistungsfähigkeit des vorgestellten Regelungskonzepts (Eingangs-Ausgangslinearisierung mit optimaler Regelung der Vorlauftemperatur) anhand von Simulationsstudien untersucht werden. Dazu wird zunächst das Simulationsmodell näher erläutert. Danach werden drei Simulationsstudien durchgeführt: Bei der ersten Studie wird ein für Biomassefeuerungsanlagen anspruchsvoller Lastverlauf für einen Tag vorgegeben. Bei der zweiten Simulationsstudie wird das Verhalten des geregelten Systems auf einen dem Regler nicht mitgeteilten Brennstoffwassergehaltssprung bei konstanter Last untersucht. Die dritte Simulationsstudie kombiniert die beiden vorangegangenen: Es wird ein Lastverlauf für einen Tag vorgegeben, zusätzlich wird ein dem Regler nicht mitgeteilter Brennstoffwassergehaltssprung zum Zeitpunkt des höchsten Lastanstiegs durchgeführt.

5.1. Simulationsmodell

Zum Zeitpunkt dieser Arbeit standen keine Parameter einer Thermoölkesselanlage zur Verfügung. Deswegen wurden die Simulationen mit Hilfe eines Modells einer Biomassefeuerungsanlage mit Wasserkessel mit einer thermischen Nennleistung von 1MW durchgeführt, wobei das Modell des Wasserkessels durch ein Thermoölkesselmodell ausgetauscht wurde. Als Basis für das Thermoölkesselmodell wurde der bereits bei der qualitativen Verifikation betrachtete Thermoölkessel (Abbildung 5.1) verwendet. Bei diesem wird die Thermoölmenge beim Eintritt in den Wärmeübertrager aufgeteilt: Das Thermoöl strömt zunächst durch zwei Wicklungskörbe nach oben und wird anschließend in einem dritten Wicklungskorb wieder nach unten geführt. Eine Teilmenge des Thermoöls legt dabei einen längeren Weg im Wärmeübertrager zurück als die andere Teilmenge, wodurch sich zwei verschiedene Durchlaufzeiten ergeben. Das einfache Modell dieses Thermoölwärmeübertragers lautet somit (siehe auch die

Herleitung des Thermoölteilmodells in Abschnitt 3.4):

$$T_{VL}(t) = T_{Diff}(t) + \frac{1}{2} \left[T_{RL}(t - T_{t,1}) + T_{RL}(t - T_{t,2}) \right]$$

$$\frac{dT_{Diff}(t)}{dt} = \frac{1}{2\dot{m}_{TO}c_{TO}} \left[\frac{1}{T_{WU,1}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,1}) \right] + \frac{1}{T_{WU,2}} \left[\dot{Q}(t) - \dot{Q}(t - T_{WU,2}) \right] \right]$$
(5.1)



Abbildung 5.1.: Aufbau des Wärmeübertragers

Der Thermoölmassenstrom \dot{m}_{TO} wurde bei der Herleitung des einfachen Modells als konstant angenommen und wird deswegen auch für die Simulation als konstant angesetzt. Dabei wird der Thermoölmassenstrom so berechnet, dass sich für die Nennleistung der Anlage von 1MW_{th} die Nennbetriebstemperaturen des Thermoölkessels, welche über

$$T_{VL,nenn} = 313^{\circ}C$$

$$T_{RL,nenn} = 257^{\circ}C$$
(5.2)

gegeben sind, einstellen. Es hat sich bei der Betrachtung unterschiedlich dimensionierter Thermoölwärmeübertrager gezeigt, dass die Durchlaufzeiten üblicherweise zwischen ca. 80s und 250s liegen. Für die Simulation wurden Durchlaufzeiten am unteren Ende dieses Bereichs gewählt, um dem Regler möglichst wenig Zeit zu geben, um auf Änderungen reagieren zu können:

$$T_{t,1} = 100s T_{t,2} = 90s$$
(5.3)

Die Wärmeübertragungszeiten liegen üblicherweise um ca. 30% höher als die Durchlaufzeiten:

$$T_{WU,1} = 130s$$

 $T_{WU,2} = 117s$ (5.4)

Damit ist das verwendete Thermoölkesselmodell vollständig spezifiziert.

Die Stellglieder für die Luftzufuhr (Primärluftzufuhr, Sekundärluftzufuhr sowie Rauchgasrezirkulation) wurden für die Simulation durch PT2-Glieder mit einer Zeitkonstanten *T* von 16s, sowie einer Dämpfung *d* von 1.2 modelliert. Aufgrund des Fehlens einer Zustandsschätzung wurde weiters angenommen, dass alle Zustandssowie Ausgangsgrößen exakt gemessen werden konnten.

5.2. Tagesverlauf

In diesem Simulationsversuch wurde ein anpruchsvoller Lastverlauf (Abbildung 5.2) für eine Biomassefeuerungsanlage für einen Tag vorgegeben. Dabei wurde die simulierte Vorlauftemperatur T_{VL} dem Lastverlauf entsprechend abgekühlt und zeitverzögert als Rücklauftemperatur wieder in das Simulationsmodell eingespeist. Dies soll den im einleitenden Abschnitt zu Thermoölkesselanlagen 2.4 erklärten Thermoölkreislauf simulieren. Es wurden zwei aufeinanderfolgende Tage mit jeweils dem gleichen Lastverlauf simuliert, wobei der zweite Tag ausgewertet wurde.

Abbildung 5.3 zeigt den zugeführten trockenen Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{CHO,Brst}$, über den die langfristige Leistung der Biomassefeuerungsanlage realisiert wird. Der Verlauf des Brennstoffmassenstroms folgt deshalb im Wesentlichen dem Verlauf des Lastprofils. Abbildung 5.4 zeigt die zugeführten Massenströme der Primär- und Sekundärluft sowie der Rauchgasrezirkulation. Prinzipiell muss bei einer höheren Leistung sowohl mehr Brennstoff als auch mehr Primärluft zugeführt werden. Kurzfristige Leistungsänderungen müssen zusätzlich durch die Primärluftzufuhr realisiert werden, weshalb der Primärluftmassenstrom bei jedem Lastwechsel zunächst über bzw. unter seinen stationären Wert hinausläuft. Die Rauchgasrezirkulation dient zum Kühlen des Feuerraums. Bei höherer Leistung würde die Feuerraumtemperatur steigen, was durch die erhöhte Rauchgasrezirkulation ausgeglichen wird. Die Sekundärluft ist hauptsächlich für die vollständige Verbrennung des Rauchgases zuständig und muss bei steigender Last ebenfalls steigen. Abbildungen 5.5-5.7 zeigen die Ausgangsgrößen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} , Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$ sowie Vorlauftemperatur T_{VL} . Trotz der unterschiedlichen Lastanforderungen ergeben sich nur geringe Abweichungen von den Sollwerten. Lediglich im letzten Bereich gibt es eine höhere Abweichung. Durch die vorangegangene hohe Last ist zu diesem Zeitpunkt noch relativ viel trockener Brennstoff am Brennstoffbett (siehe auch



Abbildung 5.2.: Verwendeter Lastverlauf



Abbildung 5.3.: Zugeführter trockener Brennstoffmassenstrom

Abbildung 5.8). Ein starker Lastabfall führt nun dazu, dass sogar bei einer Abschaltung des Primärluftmassenstroms auf $0\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ immer noch zuviel Brennstoff verbrannt wird. Die Regelung stößt hier an die physikalischen Grenzen und kann deshalb die Ausgangsgrößen nicht mehr halten. Abbildung 5.8 zeigt einen Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 und der vom Regler vorgegebenen Führungsgröße r_4 . Aufgrund der Tatsache, dass Abweichungen lediglich durch einen Proportionalregler ausgeglichen werden und daher kein integrierendes Verhalten vorherrscht, weichen diese beiden Größen üblicherweise auch im eingeschwungenen Zustand voneinander ab. Abbildung 5.9 zeigt schließlich das Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett. Dieses schwankt zwangsläufig vor allem während der starken Laständerungen durch die Schwankungen der Primärluftzufuhr.

5.2. Tagesverlauf



Abbildung 5.4.: Massenströme der Primär-, Sekundärluft und Rauchgasrezirkulation



Abbildung 5.5.: Sauerstoffgehalt im Rauchgas (Führungsgröße 6%)



Abbildung 5.6.: Rauchgaseintrittstemperatur (Führungsgröße 1000°C)



Abbildung 5.7.: Vorlauftemperatur (Führungsgröße 313°C)



Abbildung 5.8.: Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 sowie deren Führungsgröße r_4

5.3. Brennstoffwassergehaltssprung



Abbildung 5.9.: Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett (Führungsgröße 0.6)

5.3. Brennstoffwassergehaltssprung

In diesem Simulationsversuch wurde ein der Regelung nicht mitgeteilter Brennstoffwassergehaltssprung von w = 30% auf w = 40% zum Zeitpunkt t = 0s bei einer konstanten Last von 65% der Nennlast durchgeführt. Solche Wassergehaltssprünge sind in der Praxis durchaus üblich, weil die Qualität des verwendeten Brennstoffs stark schwanken kann.

Abbildung 5.10 zeigt den zugeführten Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{CHO,Brst}$, welcher sich zunächst einmal nicht ändert. Der Grund dafür ist, dass der zugeführte feuchtere Brennstoff zuerst durch die Totzone des Brennstoffbetts gelangen muss, bevor er sich auf das System auswirkt. Sobald der feuchtere Brennstoff die Totzone überwunden hat, beginnt das in ihm enthaltene Wasser zu verdampfen. Durch den höheren Wassergehalt muss dabei mehr Energie für die Verdampfung aufgewendet werden, wodurch sich langfristig der Brennstoffmassenstrom erhöhen muss, damit die Biomassefeuerung die selbe Leistung liefert. Abbildung 5.11 zeigt die Massenströme der Primärund Sekundärluft sowie der Rauchgasrezirkulation. Im eingeschwungenen Zustand muss mehr Brennstoff verbrannt werden, weshalb der Primärluftmassenstrom steigt. Die durch den erhöhten Wassergehalt hervorgerufene zusätzliche Verdampfung würde die Feuerraumtemperatur absenken, was durch eine geringere Rauchgasrezirkulation ausgeglichen wird. Abbildungen 5.12-5.14 zeigen die Ausgangsgrößen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} , Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$ sowie Vorlauftemperatur T_{VL} . Nach kurzzeitigen Abweichungen werden alle Größen durch den Regler wieder auf ihre Sollwerte zurückgeführt. Abbildung 5.15 zeigt einen Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 und der vom Regler vorgegebenen Führungsgröße r_4 . Der Brennstoffwassergehaltssprung wird dem Regler nicht mitgeteilt, weshalb die zugehörige Störgröße nicht geändert wird



Abbildung 5.10.: Zugeführter trockener Brennstoffmassenstrom



Abbildung 5.11.: Massenströme der Primär-, Sekundärluft und Rauchgasrezirkulation

und damit die Führungsgröße r_4 konstant bleibt. Die Masse des trockenen Brennstoffs am Bett sinkt zunächst rasch ab, weil einerseits der neue, feuchte Brennstoff mehr Zeit zur Trocknung benötigt und andererseits die absinkende Leistung durch eine höhere Primärluftzufuhr ausgeglichen wird, womit mehr Brennstoff verbrannt wird. Sobald der feuchte Brennstoff getrocknet ist bzw. der zugeführte trockene Brennstoffmassenstrom erhöht wurde, steigt die Masse des trockenen Brennstoffs am Bett wieder an. Abbildung 5.16 zeigt schließlich das Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett, das aufgrund des nichtintegrierenden Reglers dauerhaft vom gewünschten Wert abweicht.



Abbildung 5.12.: Sauerstoffgehalt im Rauchgas (Führungsgröße 6%)



Abbildung 5.13.: Rauchgaseintrittstemperatur (Führungsgröße 1000°C)



Abbildung 5.14.: Vorlauftemperatur (Führungsgröße 313°C)



Abbildung 5.15.: Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 sowie deren Führungsgröße r_4



Abbildung 5.16.: Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett (Führungsgröße 0.6)

5.4. Tagesverlauf mit Brennstoffwassergehaltssprung

In diesem Simulationsversuch wurde, wie bereits beim ersten Versuch, ein Lastverlauf (Abbildung 5.2) einer Biomassefeuerungsanlage über einen Tag vorgegeben. Dabei wurde die simulierte Vorlauftemperatur T_{VL} dem Lastverlauf entsprechend abgekühlt und zeitverzögert als Rücklauftemperatur wieder in das Simulationsmodell eingespeist. Es wurden zwei aufeinanderfolgende Tage mit jeweils dem gleichen Lastverlauf simuliert, wobei der zweite Tag ausgewertet wurde. Zusätzlich zur Vorgabe des Lastverlaufs wurde am zweiten Tag ein der Regelung nicht mitgeteilter Brennstoffwassergehaltssprung von w = 30% auf w = 40% zum Zeitpunkt des stärksten Lastanstiegs (t = 6h) durchgeführt.

Abbildung 5.17 zeigt den zugeführten trockenen Brennstoffmassenstrom $\dot{m}_{CHO,Brst}$. Dieser folgt erwartungsgemäß dem Lastverlauf. Abbildung 5.18 zeigt die zugeführten Massenströme der Primär- und Sekundärluft sowie der Rauchgasrezirkulation. Zum Zeitpunkt des Brennstoffwassergehaltssprungs wird bereits durch den starken Lastanstieg ein hoher Primärluftmassenstrom gefordert. Zusätzlich führt die Erhöhung des Brennstoffwassergehalts dazu, dass mehr Energie für die Verdampfung benötigt wird, wodurch der Primärluftmassenstrom noch weiter ansteigt. Durch den hohen Primärluftmassenstrom wird bereits in der Primärverbrennungszone mehr Sauerstoff, als zur vollständigen Verbrennung des Brennstoffs notwendig wäre, eingebracht. Daher sinkt der Sekundärluftmassenstrom auf $0\frac{kg}{s}$ ab. Es ist zu erwarten, dass die Ausgangsgrößen in diesem Bereich nicht mehr auf ihren Führungsgrößen gehalten werden können. Dies wird durch die Abbildungen 5.19-5.21, welche die Ausgangsgrößen Sauerstoffgehalt im Rauchgas x_{O_2} , Rauchgaseintrittstemperatur $T_{RG,ein}$ sowie Vorlauftemperatur T_{VL} zeigen, bestätigt. Der Regler schafft es jedoch, die Abweichungen schnell wieder auszugleichen. Interessant ist allerdings, dass die Vorlauftemperatur nach dem Brennstoffwassergehaltssprung zunächst ansteigt, obwohl eigentlich ein Abfallen der Temperatur zu erwarten wäre. Dies kommt durch die Stellgrößenbeschränkung des Sekundärluftmassenstroms zustande: Der Regler fordert einen negativen Sekundärluftmassenstrom, der von den Stellgliedern nicht erzeugt werden kann. Dies führt dazu, dass der Rauchgasmassenstrom \dot{m}_{RG} in der Anlage höher ist, als vom Regler berechnet wird. Dadurch wird auch mehr Leistung an den Wärmeübertrager übertragen, als vom Regler vorgegeben wird und die Vorlauftemperatur steigt an. Abbildung 5.22 zeigt einen Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 und der vom Regler vorgegebenen Führungsgröße r_4 . Wie bereits bei der zweiten Simulationsstudie erklärt wurde, sinkt die Masse des trockenen Brennstoffs am Bett nach dem Brennstoffwassergehaltssprung stark ab. Der Regler stellt dies fest und sorgt mit einem erhöhten Brennstoffmassenstrom dafür, dass sich die Masse des trockenen Brennstoffs am Bett wieder der Führungsgröße nähert. Abbildung 5.23 zeigt schließlich das Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett, welches entsprechend der Primärluftzufuhr schwankt.



Abbildung 5.17.: Zugeführter trockener Brennstoffmassenstrom



Abbildung 5.18.: Massenströme der Primär-, Sekundärluft und Rauchgasrezirkulation



Abbildung 5.19.: Sauerstoffgehalt im Rauchgas (Führungsgröße 6%)

5.4. Tagesverlauf mit Brennstoffwassergehaltssprung



Abbildung 5.20.: Rauchgaseintrittstemperatur (Führungsgröße 1000°C)







Abbildung 5.22.: Vergleich zwischen der Masse des trockenen Brennstoffs am Bett x_2 sowie deren Führungsgröße r_4



Abbildung 5.23.: Verbrennungsluftverhältnis im Brennstoffbett (Führungsgröße 0.6)

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine modellbasierte Regelungsstrategie für Biomasse-Thermoölkesselanlagen hergeleitet und diskutiert. Dazu wurde zunächst ein bereits existierendes mathematisches Modell für Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln vorgestellt und die darauf aufbauende Regelungsstrategie beschrieben. Anschließend wurden die speziellen Eigenschaften von Thermoölkesselanlagen kurz erläutert.

Die mathematische Modellbildung von Thermoölwärmeübertragern erfolgte auf Basis einer allgemeinen Energiebilanz für ein Volumenelement eines durchströmten Rohres. Dabei wurde eine Auftrennung des Modells in zwei Teilmodelle - ein Rauchgasmodell sowie ein Thermoölmodell - durchgeführt. Die Rückwirkung der Thermoölseite auf die Rauchgasseite konnte aufgrund der verhältnismäßig geringen Änderung der Thermoöltemperatur vernachlässigt werden, wodurch die Modellierung für den Rauchgasteil und den Thermoölteil getrennt voneinander durchgeführt werden konnte. Es hat sich gezeigt, dass das Modell für den Rauchgasteil vom bereits bekannten Modell des Wasserkessels übernommen werden kann. Der Rauchgasteil wird dabei durch eine algebraische Gleichung ausreichend genau beschrieben. Das Modell des Thermoölteils beschreibt die Erwärmung des Thermoöls während des Durchströmen des Kessels, wobei die sogenannte Durchlaufzeit, also die Zeit, die das Thermoöl zum Durchfließen der Rohre benötigt, von besonderer Bedeutung ist. Es stellte sich heraus, dass Rücklauftemperaturänderungen gleiche, aber um die Durchlaufzeit verzögerte Anderungen der Vorlauftemperatur hervorrufen. Aus diesem Grund wurde eine Differenztemperatur eingeführt, die die Differenz zwischen der Vorlauf- und der zeitverzögerten Rücklauftemperatur beschreibt und damit von Rücklauftemperaturänderungen unabhängig ist. Die Differenztemperatur selbst konnte durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben werden, wobei sowohl die Eingangsgrößen zum Zeitpunkt t als auch die um eine Totzeit verzögerten Eingangsgrößen in der Differentialgleichung vorkommen. Im Anschluss an die Modellbildung wurde das Modell anhand von Betriebsdaten qualitativ verifiziert. Dabei wurde aus den Messdaten mit Hilfe einer Energiebilanz sowie dem Rauchgasteilmodell auf die Rauchgaseintrittstemperatur zurückgerechnet, welche in einem plausiblen Bereich lag. Anschließend wurde der Verlauf des übertragenen Wärmestroms sowohl aus dem Rauchgasteilmodell als auch durch eine Rückrechnung über das Thermoölteilmodell bestimmt. Ein qualitativer Vergleich brachte gute Übereinstimmungen.

6. Zusammenfassung

Durch die großen Unterschiede zwischen dem dynamischen Verhalten des Thermoölwärmeübertragers und dem dynamischen Verhalten des Wasserkessels konnte die für die Regelung von Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln eingesetzte Eingangs-Ausgangslinearisierung nicht direkt übernommen werden. Daher wurde diese zunächst auf Anlagen ohne Wärmeübertrager verallgemeinert. Anschließend wurde das dynamische Verhalten von Thermoölwärmeübertragern aus regelungstechnischer Sicht diskutiert. Dabei wurde gezeigt, dass Thermoölwärmeübertrager BIBO-stabile Systeme sind. Weiters wurde gezeigt, dass eine Beschleunigung des Systemverhaltens von Thermoölwärmeübertragern nicht sinnvoll ist, da sie zu unrealistischen Eingangsgrößen führt. Aus diesem Grund wurde eine einfache Steuerung zur Beeinflussung des Systems vorgeschlagen. Die dabei auftretende bleibende Regelabweichung konnte zusätzlich durch eine dem Smith-Prädiktor ähnliche Regelstruktur beseitigt werden. Prinzipiell funktionierte diese Regelung relativ gut, allerdings wurde von der Tatsache, dass die Rücklauftemperatur bereits um die Durchlaufzeit vor ihrem Wirken bekannt ist, kein Gebrauch gemacht. Aus diesem Grund wurde die Strategie abgewandelt. Dazu wurde das Modell für Thermoölwärmeübertrager zeitdiskretisiert und auf Basis dessen ein überbestimmtes Gleichungssystem für die aktuelle Eingangsgröße des Wärmeübertragers aufgestellt, das die verfügbare Information über den Rücklauftemperaturverlauf berücksichtigt. Die Lösung dieses Gleichungssystems nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate führte zu einer Berechnungsvorschrift für die Eingangsgröße des Wärmeübertragers. Anschließend wurden durch die Einführung eines Korrekturfaktors bleibende Abweichungen zwischen Führungs- und Ausgangsgröße des Wärmeübertragers beseitigt. Anhand von einfachen Simulationen konnte die prinzipielle Funktionstüchtigkeit des Regelungskonzeptes gezeigt werden. Für den praktischen Einsatz des Reglers ist eine Schätzung der Zustandsvariablen zwingend notwendig. Aus diesem Grund wurde ein kurzer Überblick über den bei Biomassefeuerungsanlagen mit Wasserkesseln eingesetzten Kalmanfilter gegeben. Es wurde diskutiert, dass durch einen Austausch der Differentialgleichung für den Wasserkessel durch die Differentialgleichung für den Thermoölkessel ein ähnliches Kalmanfiltermodell aufgestellt werden kann. Weiters wurde diskutiert, dass für eine genaue Zustandsmessung insbesondere die Durchlaufzeit des Wärmeübertragers möglichst genau bekannt sein sollte.

Die Leistungsfähigkeit des vorgestellten Regelungskonzepts wurde schließlich anhand von Simulationsstudien untersucht. Dabei wurde zunächst ein für eine Biomassefeuerungsanlage anspruchsvoller Lastverlauf für einen Tag vorgegeben. Es hat sich gezeigt, dass der Regler die Ausgangsgrößen sehr gut auf den Führungswerten halten konnte. Anschließend wurde die Auswirkung eines der Regelung nicht mitgeteilten Brennstoffwassergehaltssprungs bei konstanter Last untersucht. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass auch für diesen Versuch die Ausgangsgrößen nach kurzzeitigen Abweichungen wieder gut auf den Führungsgrößen gehalten wurden. Im letzten Versuch wurde schließlich wieder der anspruchsvolle Lastverlauf für einen Tag vorgegeben, wobei zusätzlich zum Zeitpunkt des größten Leistungsanstiegs ein der Regelung nicht mitgeteilter Brennstoffwassergehaltssprung durchgeführt wurde. Bei dieser den Regler herausfordernden Simulation sind deutlich sichtbare Abweichungen der Ausgangsgrößen von den Führungsgrößen zum Zeitpunkt des Brennstoffwassergehaltssprungs aufgetreten, die vom Regler allerdings schnell wieder ausgeglichen werden konnten.

Anhang A.

Mathematisches Modell der Biomassefeuerungsanlage

Differentialgleichungen

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dm_{H_2O,zone}}{dt} = -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{dm_{CHO,zone}}{dt} = \frac{c_{21}}{1+c_{12}d_1}x_1 - c_{22}x_2u_2 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{dT_{Sch}}{dt} = \frac{-c_{31}x_1 + c_{32}x_2u_2 + c_{33}u_4 + c_{34}u_3}{c_{11}x_1 + c_{22}x_2u_2 + u_3 + u_4} - c_{35}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{dT_{VL}}{dt} = c_{41}x_1 + c_{42}x_2u_2 + c_{43}u_3 + c_{44}u_4 + c_{45}d_4d_5 - c_{45}d_4x_4$$
(A.1)

Ausgangsgleichungen

$$y_{1} = x_{O_{2},RG} = \frac{c_{51}x_{2}u_{2} + c_{52}u_{4}}{c_{53}x_{1} + c_{54}x_{2}u_{2} + c_{55}u_{4}}$$

$$y_{2} = T_{RG,ein} = \frac{-c_{71}x_{1} + c_{72}x_{2}u_{2} + c_{73}u_{3} + c_{74}u_{4}}{c_{11}x_{1} + c_{22}x_{2}u_{2} + u_{3} + u_{4}} - c_{75}$$

$$y_{3} = T_{VL} = x_{4}$$
(A.2)

Alternative Ausgangsgröße

$$y_{3,alt} = \dot{Q} = \tilde{c}_{41}x_1 + \tilde{c}_{42}x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}u_4 \tag{A.3}$$

Anhang A. Mathematisches Modell der Biomassefeuerungsanlage

Konstanten

$$c_{11} = c_{Verd}$$

$$c_{12} = c_{T_{t,BB}}$$

$$c_{21} = c_{Verd} \cdot c_{T_{t,BB}}$$

$$c_{22} = c_{Abb}$$

$$c_{31} = \frac{a_{Sch} \cdot c_{Verd} \cdot \Delta h_v \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}$$

$$c_{32} = \frac{a_{Sch} \cdot c_{Abb} \cdot H_{u,CHO} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}$$

$$c_{33} = \frac{a_{Sch} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \cdot d_2$$

$$c_{34} = \frac{a_{Sch} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \cdot d_3$$

$$c_{35} = a_{Sch} \cdot x_3 + \frac{a_{Sch} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{d}_{h,heiss}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}$$
(A.4)

$$c_{41} = \frac{c_{WT} \cdot c_{Verd}}{c_{\tau,WT} \cdot c_{W}} \cdot \left[c_{Sch} \cdot x_{3} - T_{W} - [1 - c_{Sch}] \frac{\cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot [\mathbf{d}_{h,heiss} + \mathbf{M} \cdot \Delta h_{v}]}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \right]$$

$$c_{42} = \frac{c_{WT} \cdot c_{Abb}}{c_{\tau,WT} \cdot c_{W}} \cdot \left[c_{Sch} \cdot x_{3} - T_{W} - [1 - c_{Sch}] \frac{\cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot [\mathbf{d}_{h,heiss} - \mathbf{M} \cdot H_{u,CHO}]}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \right]$$

$$c_{43} = \frac{c_{WT}}{c_{\tau,WT} \cdot c_{W}} \cdot \left[c_{Sch} \cdot x_{3} - T_{W} - [1 - c_{Sch}] \frac{\cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot [\mathbf{d}_{h,heiss} - \mathbf{M} \cdot d_{3}]}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \right]$$

$$c_{44} = \frac{c_{WT}}{c_{\tau,WT} \cdot c_{W}} \cdot \left[c_{Sch} \cdot x_{3} - T_{W} - [1 - c_{Sch}] \frac{\cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot [\mathbf{d}_{h,heiss} - \mathbf{M} \cdot d_{3}]}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \right]$$

$$c_{45} = \frac{1}{c_{\tau,WT}}$$

$$\begin{split} \tilde{c}_{41} &= c_{41} \cdot c_{\tau,WT} \cdot c_W \\ \tilde{c}_{42} &= c_{42} \cdot c_{\tau,WT} \cdot c_W \\ \tilde{c}_{43} &= c_{43} \cdot c_{\tau,WT} \cdot c_W \\ \tilde{c}_{44} &= c_{44} \cdot c_{\tau,WT} \cdot c_W \end{split}$$

$$c_{51} = \frac{\mathbf{e}_{4}^{T} \cdot \mathbf{R}_{CHO,RG} \cdot c_{Abb} \cdot \mathbf{x}_{Brst,tr}}{\mathbf{x}_{Brst,tr}^{T} \cdot \mathbf{M}_{Brst,tr}} \quad c_{71} = \frac{c_{Verd} \cdot \Delta h_{v} \cdot [1 - c_{Sch}] \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}$$

$$c_{52} = \frac{\mathbf{e}_{4}^{T} \cdot \mathbf{x}_{Luft}}{\mathbf{x}_{Luft}^{T} \cdot \mathbf{M}} \quad c_{72} = \frac{c_{Abb} \cdot H_{u,CHO} \cdot [1 - c_{Sch}] \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}}$$

$$c_{53} = \frac{c_{verd}}{\mathbf{x}_{H_2O}^{T} \cdot \mathbf{M}} \quad c_{73} = \frac{[1 - c_{Sch}] \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \cdot d_{3} \quad (A.5)$$

$$c_{54} = \frac{c_{Abb} \cdot \mathbf{1}^{T} \cdot \mathbf{R}_{CHO,RG} \cdot \mathbf{x}_{Brst,tr}}{\mathbf{x}_{Brst,tr}^{T} \cdot \mathbf{M}_{Brst,tr}} \quad c_{74} = \frac{[1 - c_{Sch}] \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{M}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} \cdot d_{2}$$

$$c_{55} = \frac{1}{\mathbf{x}_{Luft}^{T} \cdot \mathbf{M}} \quad c_{75} = \frac{[1 - c_{Sch}] \cdot \bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{d}_{h,heiss}}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^{T} \cdot \mathbf{k}_{h,heiss}} - c_{Sch} \cdot x_{3}$$

Literaturverzeichnis

- [1] BAUER R.: Modellbildung und modellbasierte Regelungsstrategien am Beispiel einer Biomasse-Feuerungsanlage. Habilitationsschrift, Technische Universität Graz, 2009.
- [2] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N., OBERNBERGER I.: Was messen Temperatursensoren in Biomassefeuerungsanlagen wirklich? in - Automatisierungstechnik, 55:600–607, Dezember 2007.
- [3] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N., OBERNBERGER I.: Modellierung des dynamischen Verhaltens der Wärmeübertragung in einem Rauchrohr-Wärmeübertrager. In - Automatisierungstechnik, 56:513–520, October 2008.
- [4] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N., OBERNBERGER I.: *Modelling of grate combustion in a medium scale biomass furnace for control purposes*. Biomass and Bioenergy, 34(4):417–427, 2010.
- [5] EUROPEAN COMMISSION: *Europe 2020 targets*. http://ec.europa.eu/europe2020/pdf/targets_en.pdf (23.06.2013).
- [6] GÖLLES M.: Entwicklung mathematischer Modelle einer Biomasserostfeuerungsanlage als Grundlage für modellbasierte Regelungskonzepte. Dissertationsschrift, Technische Universität Graz, 2008.
- [7] GÖLLES M., BAUER R., BRUNNER T., DOURDOUMAS N., OBERNBERGER I.: Model based control of a biomass grate furnace. In: European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, April 2011. ISBN 978-972-99309-6-6.
- [8] GOULD L.A.: *Chemical Process Control: Theory and Applications*. Addison Wesley, 1969.
- [9] MAI P., HILLERMEIER C.: Least-Squares-basierte Ableitungsschätzung: Theorie und Einstellregeln für den praktischen Einsatz. In - Automatisierungstechnik, 56:530–538, October 2008.
- [10] SEEBER R.: Zustandsschätzung und modellbasierte Regelung einer Biomassefeuerungsanlage. Masterarbeit, Technische Universität Graz, 2012.
- [11] SLOTINE J., LI W.: Applied Nonlinear Control. Prentice Hall, 1991.