

fläche sind. Die Bretter werden an den Steinen so festgeklemmt, dass die Brett-oberkanten etwas überstehen. Die auf die Steinoberflächen gebrachte Schicht von Portlandcementbrei wird dann nach dem Anziehen des Cementes über den Brettkanten mittelst Lineals eben gestrichen, so dass sich eine oben ebene Schicht von etwa 0,5 bis 1 cm Stärke auf den Steinen bildet. Nach dem Erhärten werden die gemeinsam bearbeiteten Körper durch Zerschneiden der Cementschicht in den Fugen getrennt und dann die ganzen überliegenden Druckflächen der Würfel in derselben Weise abgeglichen. Beide Flächen werden hierauf eben-geschliffen.

b. Bei der Benutzung dieses Verfahrens darf man indessen nicht ausser Acht lassen, dass mit der Herstellung und Benutzung solcher würfelförmiger Probenkörper noch keineswegs ohne weiteres die Gewinnung gleicher Druckfestigkeiten verknüpft ist, wie sie an einem einheitlichen Würfel aus dem gleichen Ziegelmaterial gefunden sein würde. Geometrisch ähnliche Körper aus gleichem Material geben keineswegs die gleichen Druckfestigkeiten, wenn sie einmal aus einem Stück, das andere Mal aus mehreren Stücken zusammengesetzt sind.

Vicat, Bauschinger u. A. (*L 135*) haben diesen Fall untersucht. Vicat

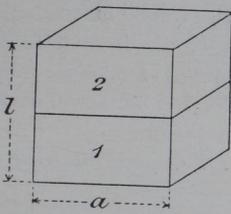


Fig. 112.

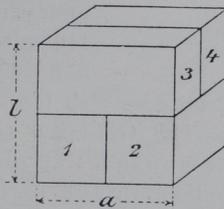


Fig. 113.

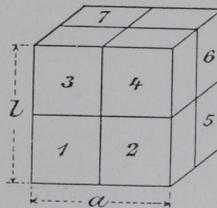


Fig. 114.

fand z. B. an Würfeln aus Gips, die er nach Maassgabe von Fig. 112, 113 und 114 bildete, die Druckfestigkeiten gegen diejenige des Würfels aus einem Stück

Würfel aus	1	2	4	8	Stücken
Verhältnisse für $\sigma_B$	= 1	0,94	0,89	0,88	

Ob bei fester Verbindung der Theile durch ein Bindemittel die Unterschiede in den Druckfestigkeiten zusammengefügtter und einheitlicher Körper ganz verschwinden, kann nur an der Hand von Versuchen entschieden werden.

Ueber solche Versuche spricht Bauschinger (*L 2* Heft 10, S. 7 u. f.). Er sagt, dass er zuweilen beim Zerdrücken von Würfeln aus zwei auf einander gemauerten Ziegelsteinhälften grössere<sup>1)</sup> Bruchfestigkeiten gefunden habe, als an Steinen, die er nach dem Abgleichen der Druckflächen mit Cementmörtel und unter Benutzung von Filzzwischenlagen am ganzen Stein gefunden hat. „Dieses, auf den ersten Anblick auffällige Resultat“, sagt Bauschinger, „erklärt sich wohl aus dem Gebrauch von Filzbeilagen bei meinem älteren Verfahren und vielleicht auch aus der anderen Beschaffenheit der Mörtelbänder“ [reiner Cement bei den würfelförmlichen Proben und Mörtel aus 1 Cement + 3 Sand bei seinen älteren Versuchen]. Das weitere Studium dieser Frage würde, wie man sieht, von grossem Nutzen sein. (Vergl. auch 105.)

## b. Biegungsfestigkeit.

### 1. Begriffsentwickelungen.

**168.** Für das eigentliche Materialprüfungswesen werden Biegeversuche nur in beschränktem Maasse angewendet, und man sucht in diesen Fällen den Vorgang so einfach wie möglich zu gestalten. Es wird also genügen,

<sup>1)</sup> Nach dem in Absatz 162 S. 111 Gesagten müsste mit abnehmendem  $1/n$  auch  $\sigma_B$  kleiner werden.

wenn hier nur die Bedingungen für diese einfachen Fälle und die Vorgänge, die mit ihnen verknüpft sind, behandelt werden. Ausführlicheres über die Biegetheorie und die verwickelten Fälle wird man ja in den Werken über Festigkeitslehre, z. B. von Bach (*L 137*), dem ich hier im wesentlichen folgen werde, leicht finden können.

Ein prismatischer Körper (Fig. 115) von der Länge  $l$  sei an dem einen Ende  $A$  fest eingespannt und am anderen Ende  $B$  im Schwerpunkt seiner Querschnittsfläche durch eine Kraft  $P$  belastet, die in der Ebene einer der Haupttaxen des Querschnittes und der Stabmittellinie liegt.

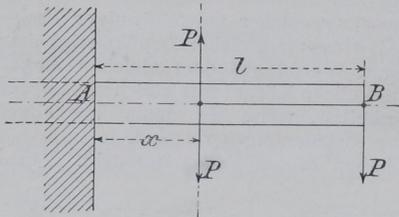


Fig. 115.

Im Querschnitt 1, in der Entfernung  $x$  von der Einspannstelle  $A$ , erzeugt die Kraft  $P$  ein Moment:

$$M = P(l - x)$$

und eine in die Querschnittsebene 1 fallende Kraft  $P$ , die in den folgenden Betrachtungen zunächst ausser

Acht gelassen werden soll, so dass sich die angreifenden äusseren Kräfte für den Querschnitt 1 durch ein Kräftepaar ersetzen lassen.

Die Kraft  $P$  des Kräftepaares strebt den Körper zu biegen; der Körper erfährt eine Krümmung.

**169.** Unter der Voraussetzung, dass die ursprünglichen, senkrecht zur Mittellinie  $AB$  gedachten Querschnittsebenen des Körpers auch nach der Krümmung eben und senkrecht zur Mittellinie bleiben, können zwei benachbarte, um  $dx$  von einander entfernte Querschnitte 1 und 2 (Fig. 116 und 117) nach eingetretener Krümmung nicht mehr parallel sein. Stellt

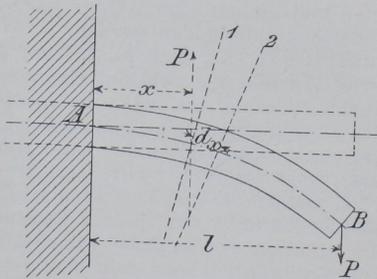


Fig. 116.

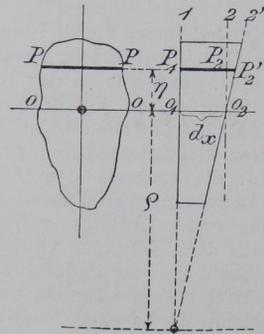


Fig. 117.

man sich den Körper aus einzelnen parallel zur Mittellinie laufenden Schichten  $PP$  bestehend vor, so wird bei der Krümmung eine dieser Faserschichten, z. B.  $OO$  ihre ursprüngliche Länge  $dx$  beibehalten können, während für die oberen Schichten, z. B.  $PP$ , eine Verlängerung, und für die unteren eine Verkürzung eintreten muss, da die Querschnitte auch nach geschehener Krümmung des Stabes eben sein sollen. Die Entfernung der Projektion der Spur von beiden Ebenen 1 und 2 von der Schicht  $OO = \rho$  (Fig. 117) ist der Krümmungshalbmesser der Stabaxe. Die Dehnung, welche die Faserschicht  $PP$  erfährt, kann man ausdrücken:

$$\varepsilon = \frac{\overline{P_1 P'_2} - \overline{P_1 P_2}}{\overline{P_1 P_2}} = \frac{P_1 P'_2}{O_1 O_2} - 1, \text{ oder da } \frac{\overline{P_1 P'_2}}{O_1 O_2} = \frac{\varrho + \eta}{\varrho},$$

wenn  $\eta$  der Abstand der Schicht  $\overline{PP}$  von der Schicht  $\overline{OO}$  ist. Es ist also:

$$\varepsilon = \frac{\varrho + \eta}{\varrho} - 1 = \frac{\eta}{\varrho}$$

an der vom Krümmungsmittelpunkt abgewendeten Stabseite und

$$- \varepsilon = - \frac{\eta}{\varrho}$$

an der entgegengesetzten Seite des Stabes.

Unter der Voraussetzung, dass die Fasern keinen Einfluss auf einander ausüben, Seitenkräfte also ausgeschlossen sind, können aus den früheren Betrachtungen (34) die bei der Längenänderung der Fasern eintretenden Spannungen berechnet werden aus:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{\alpha}, \text{ und da } \varepsilon = \frac{\eta}{\varrho}, \text{ so wird}$$

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} \frac{\eta}{\varrho} \dots \dots \dots 14.$$

**170.** Die inneren Kräfte, die Spannungen  $\sigma$ , müssen gleich Null und mit den äusseren Kräften, Moment  $M$ , im Gleichgewicht sein. Es muss also die Summe der Spannungen gleich Null und ihr Moment gleich  $M$  sein.

Wenn in Fig. 118 der Flächenstreifen  $PP$  von der Breite  $z$  und der Höhe  $d\eta$ , also  $df = z d\eta$  ist, so ist die erste Forderung, dass die Summe der Spannungen gleich Null sei, erfüllt durch:

$$\int \sigma df = 0, \text{ wenn}$$

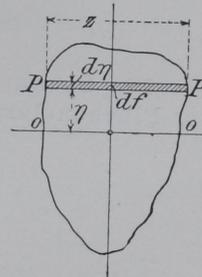


Fig. 118.

die Integration sich über den ganzen Querschnitt erstreckt.

Da  $\varrho$  für jeden Querschnitt eine Konstante und da  $\sigma = 1/\alpha \cdot \eta/\varrho$  (Gl. 14), so ergibt sich:

$$\int \frac{1}{\alpha} \eta df = 0$$

Wenn die Dehnungszahl  $\alpha$  des Materiales für Zug und Druck gleich ist, so gilt innerhalb der Proportionalitätsgrenze

$$\int \eta df = 0 \dots \dots \dots 15.$$

d. h. also, die Faserschicht, in der die Spannungen und Dehnungen Null sind, geht durch den Schwerpunkt der Fläche; diese Schicht nennt man auch wohl die neutrale Faserschicht; sie steht senkrecht zur Angriffsebene des Momentes  $M$ . Da diese Ebene, der Voraussetzung gemäss (168), die eine Hauptaxe des Querschnittes enthält, so enthält die neutrale Schicht die andere Hauptaxe.

Die zweite Gleichgewichtsbedingung lautete, dass das Moment der inneren Kräfte gleich dem Moment der äusseren Kräfte sein muss, d. h.

$$\int \sigma df \eta = M,$$

und wenn man, wie früher,  $\sigma = 1/a \cdot \eta/\rho$  setzt und  $a$  für Zug und Druck gleich annimmt, so erhält man:

$$M = \frac{1}{\alpha \rho} \int \eta^2 df,$$

und wenn man  $\int \eta^2 df$ , das Trägheitsmoment des Querschnittes in Bezug auf die neutrale Faserschicht  $\overline{OO}$ , nämlich:

$$\int \eta^2 df = \Theta \text{ setzt, so wird:}$$

$$M = \frac{\Theta}{\alpha \rho} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha M}{\Theta} \dots \dots \dots 16)$$

Aus Gleichung 14 und 16

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\eta}{\rho} \text{ und } \frac{1}{\rho} = \alpha \frac{M}{\Theta} \text{ ergibt sich:}$$

$$\sigma = \frac{M}{\Theta} \eta \dots \dots \dots 17)$$

Die Spannungen  $\sigma$  sind also proportional dem Abstände  $\eta$  der Flächenelemente von der neutralen Faserschicht; sie sind am

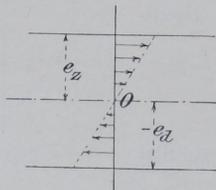


Fig. 119.

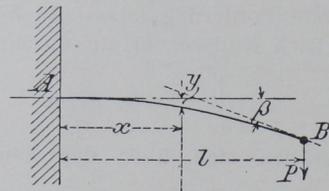


Fig. 120.

grössten in den äussersten Schichten des Querschnittes vom Abstände  $\eta = e_z$  oder  $e_a$  (Fig. 119).

Dementsprechend ist also die

$$\left. \begin{aligned} \text{grösste Zugspannung } +\sigma &= \frac{M}{\Theta} e_z \\ \text{grösste Druckspannung } -\sigma &= -\frac{M}{\Theta} e_a \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 18)$$

**171.** Mit der gleichen Annäherung, mit der man für den reciproken Werth des Krümmungsradius die zweite Ableitung von  $y$  nach  $da$  setzen darf:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ ist auch nach Gl. 16 zu setzen}$$

$$M = \pm \frac{\Theta}{\alpha} \frac{d^2 y}{dx^2}, \text{ d. h.}$$

$$P(l-x) = \frac{\Theta}{a} \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Hieraus ergibt sich aber unter der früheren Voraussetzung, dass  $a$  für Zug- und Druckbeanspruchung gleichen Werth hat und dass der Querschnitt des Stabes für die ganze Länge  $l$  der gleiche, also auch  $\Theta$  eine Konstante ist, durch Integration:

$$\frac{\Theta}{a} \frac{dy}{dx} = P \left( lx - \frac{x^2}{2} \right) + C.$$

Da die gekrümmte Stabaxe, d. i. die elastische Linie, die ursprüngliche gerade Stabaxe (Fig. 120) in der Einspannstelle berührt [eine Voraussetzung, die allerdings nur ausnahmsweise erfüllt ist], so ist:

für  $x=0$ ;  $\frac{dy}{dx} = 0$ , also auch  $C=0$  und daher

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{\Theta} P \left( l - \frac{x}{2} \right) x \dots \dots \dots a)$$

Hieraus kann man für jeden Punkt der elastischen Linie den Winkel  $\beta$  (Fig. 120) berechnen, welchen deren Tangente im betrachteten Punkte mit der ursprünglichen Stabaxe einschliesst.

Für das freie Ende  $B$  ist nach Gl.  $a$ , da  $x=l$

$$\text{tg } \beta = \frac{a}{\Theta} \cdot P \left( l - \frac{e}{2} \right) l = \frac{a}{2\Theta} Pl^2$$

und da  $\beta$  stets nur ein kleiner Winkel ist, so kann man setzen:

$$\beta = \frac{a}{2\Theta} Pl^2.$$

Aus der Gleichung  $a$  folgt, dass für

$$x=0 \text{ auch } y=0 \text{ wird.}$$

Durch Integration ergibt sich nun die Gleichung der elastischen Linie:

$$y = \frac{a}{\Theta} \frac{P}{2} \left( l - \frac{x}{3} \right) x^2.$$

Die Durchbiegung  $\delta$  am Ende  $B$  beträgt daher für  $x=l$

$$\delta = \frac{a}{\Theta} \frac{P}{2} \left( l - \frac{l}{3} \right) l^2, \text{ d. h.}$$

$$\delta = \frac{a}{\Theta} \frac{P}{3} l^3 \dots \dots \dots 19)$$

**172.** Für Biegungsversuche zur Erprobung von Materialien wird fast ausschliesslich der Probestab auf zwei Stützen aufgelegt und in der Mitte zwischen diesen durch eine Kraft  $P$  beansprucht. Man kann sich in diesem Falle den Stab als in der Mitte eingespannt vorstellen und am Ende mit  $P/2$  in umgekehrter Richtung beansprucht denken (Fig. 121).

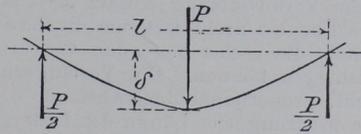


Fig. 121.

Daher kann also geschrieben werden:

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pl}{4} \text{ und nach Gl. 18}$$

$$\pm \sigma = \frac{Pl e}{4 \Theta} \dots \dots \dots 20$$

Unter den gleichen Voraussetzungen findet sich die Durchbiegung  $\delta$  in der Stabmitte, indem man in Gleichung 19 für den einseitig eingespannten Stab  $l = l/2$  und  $P = P/2$  einsetzt. Dann wird:

$$\delta = \frac{\alpha P l^3}{\Theta 2^3 2^3} \text{ oder}$$

$$\delta = \frac{a Pl^3}{48 \Theta} \dots \dots \dots 21$$

a. Obwohl diese Formeln für die Biegefestigkeit eigentlich nur für den Zustand des Materials innerhalb der Proportionalitätsgrenze, wo  $a$  konstant ist, aufgestellt sind, so werden sie dennoch der Einfachheit wegen bei den Materialprüfungen vielfach so benutzt, als ob sie bis zum eintretenden Bruch, oder bis zur übermässigen Verbiegung Gültigkeit hätten.

Bei der Ableitung der Gleichungen ist ausserdem eine ganze Reihe von Voraussetzungen gemacht, deren Zuverlässigkeit ohne weiteres angenommen wurde. Man wird sich darüber klar werden müssen, wie weit diese Voraussetzungen berechtigt sind, und in welchem Maasse das Nichtzutreffen der Annahmen das Ergebniss eines Biegeversuches beeinträchtigen kann. Ich folge hierbei den Darstellungen von Bach (L 137 § 20).

b. Die erste Voraussetzung war, dass die auf den Körper wirkenden äusseren Kräfte für jeden Querschnitt nur ein Kräftepaar ergeben, dessen Ebene den Querschnitt in einer der beiden Hauptaxen senkrecht schneidet. Die zweite Voraussetzung war, dass die Fasern, aus denen der Stab bestehend gedacht wurde, nicht aufeinander einwirken. Drittens sollten die ursprünglich ebenen und senkrecht zur Stabaxe stehenden Querschnittsflächen auch nach der Krümmung eben und senkrecht zur Axe bleiben. Viertens sollte die Dehnungszahl  $a$  für Zug und Druck gleich gross und bis zur Proportionalitätsgrenze konstant sein.

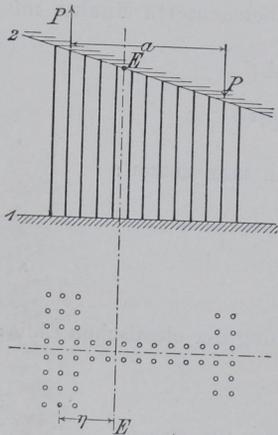


Fig. 122.

Ueber den Grad der Zulässigkeit dieser Annahmen lässt sich am besten ein Urtheil gewinnen, wenn man sich, wie Bach es thut (L 137 § 20), einen Körper so ausgeführt denkt, dass sie wirklich erfüllt sind. Demnach nimmt Bach an, der Stab bestehe aus lauter gleichlangen Spiralfedern, die unabhängig von einander, alle mit den beiden Endflächen 1 und 2 (Fig. 122) fest verbunden sind. An 2 wirkt in der Symmetrieebene [der Ebene der einen Hauptaxe des Querschnittes — siehe Voraussetzung Absatz 168] das Kräftepaar  $P$ , dessen Moment  $M = Pa$  ist. Die Ebene  $\epsilon$  dreht sich um die Axe  $EE$ . Die links liegenden Federn werden gedehnt, die rechts liegenden verkürzt; diese letzteren sollen nach der Seite nicht ausbiegen können. Die Verlängerungen und Verkürzungen  $\lambda$  müssen, wie man sieht, proportional dem Abstände  $\eta$  von der Axe  $EE$  sein. Man hat also, wenn  $l$  die ursprüngliche Länge der Feder war:

$$\epsilon = \frac{\lambda}{l}$$

Ist die Dehnung im Abstände 1 =  $\epsilon_1$ , so ist:

$$\epsilon = \epsilon_1 \eta; \text{ alsdann ist die Spannung } \sigma = \frac{\epsilon}{\alpha} = \frac{\epsilon_1}{\alpha} \eta, \text{ und dieser entspricht, wenn}$$

der Querschnitt der fraglichen Faserschicht  $f_0$  ist, eine Kraft:

$$\sigma f_0 = \frac{\epsilon_1}{a} \eta f_0.$$

Um Gleichgewicht zu erzielen, muss die Summe dieser inneren Kräfte gleich Null sein, d. h.

$$\Sigma \sigma f_0 = \Sigma \frac{\epsilon_1}{a} \eta f_0 = 0 \dots \dots \dots a)$$

und ferner muss die Summe der Momente dieser inneren Kräfte gleich dem Moment der äusseren Kräfte sein, also:

$$M = Pa, \text{ d. h.}$$

$$\Sigma \sigma f_0 \eta = \Sigma \frac{\epsilon_1}{a} \cdot f_0 \eta^2 = M \dots \dots \dots b)$$

Da hier  $a$  für Zug und Druck gleich gesetzt werden kann, folgt aus der ersten Gleichung:

$$\Sigma f_0 \eta = 0,$$

d. h. die Nullaxe  $EE$  geht durch den Schwerpunkt aller Faserquerschnitte und bildet die zweite Hauptaxe des Stabquerschnittes.

$$\text{Da } \Sigma f_0 \eta^2 = \Theta,$$

so geht die zweite Bedingungsgleichung  $b$ , unter denselben Voraussetzungen für  $a$ , über in:

$$M = \frac{\epsilon_1}{a} \Theta.$$

Sind  $e_z$  und  $e_d$  die Werthe von  $\eta$  für die äussersten Fasern des Querschnittes, so ist deren Spannung:

$$+ \sigma = \frac{\epsilon_1}{a} e_z \text{ oder } - \sigma = - \frac{\epsilon_1}{a} e_d \text{ daher}$$

$$\frac{\epsilon_1}{a} = + \frac{\sigma}{e_z} \text{ oder } \frac{\epsilon_1}{a} = - \frac{\sigma}{e_d}$$

Eine Krümmung des Stabes durch das Kräftepaar  $PP$  findet nicht statt, der Stab bleibt gerade. Die Querschnittsebene hört auf senkrecht zur Stabaxe zu stehen. Alle Querschnitte schneiden sich vielmehr in der Linie, deren Projektion  $M$  im Abstände  $\rho$  (Fig. 123) von der neutralen Faserschicht  $EE$  liegt. Danach ist also  $\rho$  nicht mehr der Krümmungshalbmesser,  $M$  nicht mehr Krümmungsmittelpunkt, denn da der Stab gerade bleibt, ist der Krümmungshalbmesser gleich  $\infty$ .

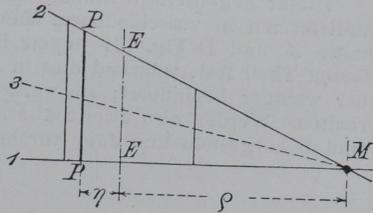


Fig. 123.

Die Beziehungen:

$$\epsilon = \frac{\rho + \eta}{\rho} - 1 = \frac{\eta}{\rho},$$

die für den gebogenen Stab unter der Voraussetzung abgeleitet wurden, dass die Querschnitte senkrecht zur Stabaxe bleiben, gelten eben auch dann, wenn die Axe gerade bleibt und diese Bedingung nicht erfüllt ist.

Da  $\rho$  nicht mehr die Bedeutung des Krümmungshalbmessers hat, darf man

$$\frac{1}{\rho} \text{ nicht mehr durch } + \frac{d^2 \eta}{dx^2}$$

ersetzen.

c. Die erste Voraussetzung, dass auf den Stab nur ein Kräftepaar als äussere Kraft wirke, ist in der Regel nicht erfüllt; die Erzeugung des biegenden Momentes erfordert fast immer Nebenkräfte. Meistens ist immer noch eine Schubkraft vorhanden, deren Einfluss allerdings in vielen Fällen unbedeutend ist. Oertliche Anstrengungen des Materials in Folge der Auflagerungen und der Ein-

wirkung der Angriffsvorkehrungen sind fast immer vorhanden (*L 120*) und können ähnliche Wirkungen, wie die Einspannvorrichtungen bei Zug- und Druckversuchen haben. Bei starken Biegungen des Probestückes hat z. B. die Reibung zwischen Probestück und Auflager einen erheblichen Einfluss, namentlich wenn starke Belastungen erforderlich sind. Unter diesen Umständen wirkt dann auch die in der Regel nicht gut zu vermeidende Aenderung der Stützweite  $l$  beeinflussend auf das Ergebniss des Biegeversuches.

d. Die zweite Voraussetzung, dass die Fasern keinen Einfluss auf einander ausüben, ist für den aus einem Ganzen bestehenden Stab durchaus nicht erfüllt, denn, wie in Abschnitt 43 und 59 bereits dargelegt, ist mit den Längenänderungen der Fasern immer eine Querschnittsänderung verbunden; je grösser die Längenänderungen, desto grösser sind die Querschnittsänderungen; sie sind also am grössten in den äussersten Schichten und gleich Null in der neutralen Faserschicht. Die Fasern müssen, wegen der Querschnittsänderungen, während der Krümmung ihre Lage gegen die neutrale Schicht verändern und sich hierdurch gegenseitig beeinflussen. Jeder Zwang aber, der der Querschnittsänderung entgegen wirkt, erhöht die Zug- und Druckfestigkeit (*103*), daher ist auch die Beziehung:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{\alpha}$$

nicht mehr streng anwendbar.

Ausser durch die Querschnittsänderungen beeinflussen sich die Fasern auch durch die verschiedene Längenänderung, die sie je nach dem Abstände  $\eta$  von

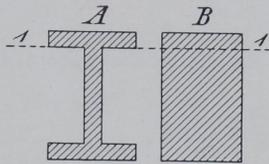


Fig. 124.

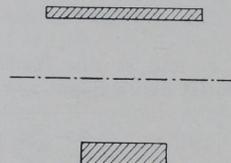


Fig. 125.

der neutralen Faserschicht erfahren und die ein Gleitbestreben zwischen den benachbarten Fasern erzeugen.

Dieser gegenseitige Einfluss der Fasern macht sich bei verschiedenen Querschnittsformen in verschiedenem Maasse geltend. Im Schnitt 1 der beiden Querschnitte A und B Fig. 124 liegen in A die Fasern nach der einen Seite zum grössten Theil frei, während dies in B nicht der Fall ist. In A sind diese Fasern daher weniger beeinflusst; sie werden sich daher mehr der Theorie entsprechend verhalten. Werden also zwei Stäbe aus gleichem Material nach den Querschnitten A und B hergestellt und dann für beide auf Grund der Gleichung:

$$M = \sigma \frac{\Theta}{e_z}$$

aus den Versuchsergebnissen die Bruchspannungen berechnet, so muss sich für B eine etwas grössere Biegefestigkeit ergeben als bei A.

Je mehr der Stabquerschnitt sich in zwei schmale, der [idealen] neutralen Faserschicht parallele Streifen (Fig. 125) auflöst, um so vollkommener ist die Voraussetzung wegen der gegenseitigen Einflusslosigkeit der Fasern erfüllt.

e. Die dritte Voraussetzung, dass die Querschnitte eben bleiben, trifft ebenfalls nicht genau zu, denn die meistens gleichzeitig mit den biegenden Momenten auftretende Schubkraft wirkt auf Krümmung der Querschnitte hin. Unter anderen haben aber Bauschinger, Bach u. A. durch Versuche erwiesen, dass bei Schmiedeeisen im rechteckigen Querschnitt die Querschnittsflächen eben und senkrecht zur Stabaxe bleiben, selbst wenn die Durchbiegung erheblich über die Elasticitätsgrenze hinausgetrieben wird. Die oben gemachte Annahme ist daher für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stäbe als zutreffend anzuerkennen.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Vergl. indessen, was in Abs. 382 zu Fig. 261 gesagt wird.

f. Dass die vierte Voraussetzung, die Dehnungszahl  $a$  sei für Zug und Druck gleich und die Proportionalitätsgrenze nicht überschritten, nur für einige Materialien zutreffend ist, z. B. für Schmiedeeisen oder Stahl, wurde in Abschnitt 37, S. 20 bereits besprochen.

**173.** Weil man nach Voraufgehendem nicht erwarten darf, dass die Ergebnisse der Biegeversuche mit den Ergebnissen der Theorie übereinstimmen, die auf Grund einer Anzahl von vereinfachenden Annahmen aufgestellt worden ist, darf man auch nicht erwarten, dass die aus den Ergebnissen des Biegeversuches berechneten Bruchspannungen für Zug und Druck mit den aus den Ergebnissen der Zug- und Druckversuche abgeleiteten übereinstimmen (*L 105*, S. 41, No. 26 und S. 97 u. f.). Am wenigsten stimmen sie bei denjenigen Materialien überein, bei denen die Proportionalitätsgrenze überhaupt nicht besteht und bei denen die Dehnungszahl  $a$  nicht gleich der Verkürzungszahl ist. (Vergl. aber auch *L 112*.)

Aus diesen Gründen würde es am zweckmässigsten sein, die für die Konstruktion zulässigen Biegebeanspruchungen bei den vorgenannten Materialien nicht aus Zug- und Druckversuchen, sondern unmittelbar aus Biegeversuchen abzuleiten oder wenigstens auf dem Versuchswege die gesetzmässigen Beeinflussungen festzustellen (*L 138*). Dabei würde dann, wie aus dem Voraufgehenden einleuchtet, das Ergebniss mehr oder minder von der Querschnittsform abhängig sein.

**174.** Nun würde es aber auf der einen Seite erhebliche Kosten und Umstände verursachen, wollte man die Biegefestigkeit der Materialien auch für alle möglichen Querschnittsformen und Belastungsformen ermitteln, und auf der andern Seite würde man bei Berücksichtigung aller Nebenumstände bei Aufstellung der Theorie auf solche Weitläufigkeiten stossen, dass man einstweilen für das Materialprüfungswesen sicher bei den in Abschn. 168—171 benutzten Annahmen stehen bleiben wird. Die einfache Theorie wird man wohl nur in besonderen Fällen durch genaue Rechnung ergänzen, wenn die Verhältnisse so liegen, dass man ihre Wirkungen klar übersehen kann. Für gewöhnlich wird man darauf zu achten haben, dass die Biegeversuche unter solchen Umständen ausgeführt werden, dass möglichst ungetrübte Biegebeanspruchungen auftreten.

Man ist also auch bei den Biegeversuchen darauf angewiesen, die Bedingungen für eine möglichst gute Art der Inanspruchnahme der Stäbe aufzusuchen und die Formen thunlichst so zu wählen, dass man an allen Orten zu unmittelbar vergleichbaren Ergebnissen kommt.

## 2. Der Biegeversuch.

**175.** Bei der praktischen Ausführung des Biegeversuches pflegt man dem Probekörper eine der einfachen Querschnittsformen zu geben, von denen man die Trägheitsmomente  $\Theta$  in den Tabellen der Handbücher für den Konstrukteur entweder zahlenmässig berechnet vorfindet, oder von denen man sie nach einfachen, dort ebenfalls angegebenen Formeln berechnen kann. Kommen complicirte Querschnitte vor, so sind die Trägheitsmomente durch Annäherungsrechnungen oder mit Hilfe eines Momentenplanimeters zu bestimmen.

Ich will auf diese Dinge hier nicht näher eingehen, behalte mir vielmehr vor, hierauf am Schluss des Buches noch zurückzukommen.