LIVRE II

PROJECTIONS OBLIQUES

Chapitre premier.

Représentation et détermination du point, de la droite et du plan.

132. Considérations générales. Définitions. Si, par le point a de l'espace (**Fig. 74**), on mène une droite aa_0 parallèle à une droite d oblique à P_2, la trace a_0 de cette droite aa_0 sur un plan est la *projection oblique* du point a sur ce plan.

Le plan sur lequel on projette obliquement un point, une droite, etc. est le *plan de figure.*

Nous prenons le plan P_2 des projections diédriques pour plan de figure.

La droite aa_0 est la *projetante oblique* du point a, et la droite d à laquelle toutes les projetantes sont parallèles est la *directrice des projetantes*, ou simplement la *directrice.*

Tout plan parallèle à P_2 est un *plan de front.*

Si nous projetons le point a orthogonalement sur P_2 en a'', le segment aa'' de la projetante orthogonale et le segment aa_0 de la projetante oblique constituent respectivement l'*ordonnée orthogonale* et l'*ordonnée oblique* du point a.

Les deux ordonnées, orthogonale et oblique, forment les *coordonnées obliques* du point a, coordonnées qui se coupent sous un certain angle α, par hypothèse toujours plus petit que 90°.

Ordinale oblique. — Fuyante. Le plan des coordonnées obliques d'un point a est normal au plan de figure ; il coupe ce dernier suivant une droite $a''a_0$ parallèle à la projection orthogonale d'' de la directrice d, et à la projection orthogonale sur P_2 de l'ordonnée oblique aa_0.

Le segment $a''a_0$ sera l'*ordinale oblique* du point a (Schiefe ordinale).

Toute droite parallèle à $a''a_0$, donc à la projection orthogonale de d sur P_2 porte le nom de *fuyante.*

On donne parfois le nom de fuyante à l'ordinale oblique ellemême.

L'ordinale oblique $a''a_0$ peut être considérée comme étant la projection oblique de l'ordonnée orthogonale aa'' sur P_2, où la projection orthogonale de l'ordonnée oblique aa_0 sur ce plan.

Propriété. *Tout point a de l'espace à ses projections, oblique et orthogonale, sur un plan de figure unies par une fuyante, l'ordinale oblique de ce point.*

La propriété précédente renferme la loi des projections obliques.

133. Module. Si l'on a plusieurs points a, b, c etc. de l'espace, projetés orthogonalement en a'', b'', c'', etc. et obliquement en a_0, b_0, c_0, etc., on voit que, pour chacun de ces points, le rapport de l'ordinale oblique (la projection oblique de l'ordonnée orthogonale) à l'ordonnée orthogonale est une quantité constante.

$$\frac{a''a_0}{a''a}=\frac{b''b_0}{b''b}=\frac{c''c_0}{c''c}=\text{etc.......}=\text{M}.$$

La valeur M de ce rapport constant porte le nom de *module.*

Le module pour un système de coordonnées obliques varie avec la valeur de l'angle α de ces coordonnées.

134. Ordonnée modulée. L'ordinale oblique $a''a_0=a''a$. M.

Ce segment $a''a_0$ qui mesure, sur la fuyante, la distance entre les projections orthogonale et oblique du point sur un même plan est donc égale à l'ordonnée orthogonale du point multipliée par le module ; c'est l'*ordonnée modulée* du point a.

Propriété. L'ordonnée modulée permet de trouver facilement la projection oblique d'un point sur P_2, étant données la projection orthogonale de ce point sur ce plan ainsi que son ordonnée orthogonale.

La valeur de l'ordonnée modulée dépend de celle du module : pour le cas particulier d'un système de coordonnées obliques dont l'angle $\alpha = 45^\circ$, l'ordonnée modulée est égale à l'ordonnée orthogonale.

135. Détermination de la directrice. On détermine ordinairement la directrice d (**Fig. 75**) par l'angle β que d fait avec d'', ainsi que par l'angle γ que d'' fait avec une normale à l'axe de projection du système diédrique.

Les angles β et γ permettent de construire les projections orthogonales d' et d'' de la directrice sur les plans P_1 et P_2.

—

Représentation et détermination du point.

—

La construction de la projection oblique d'un point de l'espace varie suivant les données desquelles on part.

Cette construction est comprise dans les deux problèmes suivants :

136. Problème I. *Construire la projection oblique d'un point, étant donnés la projection orthogonale de ce point, la longueur de l'ordonnée orthogonale, le module et la direction des fuyantes.*

Solution. Par la projection orthogonale a'' de a (**Fig. 76**), on mène une fuyante sur laquelle on porte, à partir de a'', une longueur égale à l'ordonnée modulée $a''a.M$. L'extrémité a_0 de cette longueur sera la projection oblique a_0 de a.

137. Remarque. La figure 77 nous montre que par le point a passent deux droites qui font toutes les deux le même angle α avec l'ordonnée orthogonale, qui se projettent toutes les deux suivant des droites parallèles à la directrice d'', et dont l'une d'elles donne une trace a_0 au-dessus de a'' et l'autre une trace a_0 au-dessous de a'.

Pour éviter la confusion, on marque par une flèche la direction que doit prendre la fuyante, et par suite le sens dans lequel on doit porter l'ordonnée modulée sur l'ordinale oblique menée par a''.

138. Notations. Nous marquerons la projection oblique, appelée encore *clinographique* ou *clinogonale* d'un point a, b, c etc. par la lettre a, b, c etc. qui caractérise ce point, et nous ajouterons comme indice la lettre o, initiale du mot oblique.

139. Problème réciproque. *Retrouver la véritable position dans l'espace d'un point a dont on donne la projection oblique a_0, la projection orthogonale a'', ainsi que le module et la directrice.*

Solution. Au point a'' (**Ep. 76**), on élève une perpendiculaire à P_2 et l'on porte, sur cette perpendiculaire, et à partir de a'', une longueur égale à $a''a = a_0a''. \frac{1}{M} = \frac{a_0a''.}{3}4$, M étant égal à 3/4.

L'extrémité a de cette perpendiculaire sera la position qu'occupe le point a dans l'espace.

140. Problème II. *Construire la projection oblique a_0 d'un point a ; on connaît les projections orthogonales a'' et a' de ce point sur deux plans rectangulaires P_2 et P_1, ainsi que les projections orthogonales d'' et d' de la directrice d.*

Solution (Ep. 78). Par le point a, on mène une droite l parallèle à d, la trace a_0 de cette droite sur P_2 sera la projection oblique du point a sur ce plan.

Ce point a_0 est bien la projection oblique de a sur P_2, mais le point a n'est pas suffisamment déterminé par a_0, vu que a_0 est la projection oblique d'un point quelconque de l, donc de cette droite.

Pour représenter et déterminer le point a de manière à ne pouvoir le confondre avec un point quelconque de l, nous construirons la projection oblique a'_0 de la première projection orthogonale a' de a.

Ces deux projections a_0 et a'_0 *déterminent et représentent* le point a.

En effet, pour retrouver les projections orthogonales a'' et a', étant données les projections a_0 et a'_0, il suffit de mener, par a'_0, une droite parallèle à d'', une fuyante, de l'arrêter en m sur l'axe et de mener, par ce point, une perpendiculaire à cet axe. Le point de rencontre de cette normale avec la fuyante menée par a_0 donne la projection a'' du point a sur P_2.

Pour avoir a', il suffira d'abaisser de a'_0 une normale à l'axe, de mener, par son pied f, une parallèle à d' et de l'arrêter en a' sur la normale $a''a'$ pour avoir, en ce point, la projection orthogonale a' de a sur P_1.

a_0 et a'_0 constituent les *projections obliques* du point a.

141. Propriété. *Les deux projections obliques du point a sont situées sur une normale à l'axe, et leur distance $a_0a'_0$ est égale à la première ordonnée orthogonale de ce point.*

En effet, le plan projetant oblique mené par a et a' est normal à P_1 et coupe P_2 suivant une perpendiculaire à l'axe; sur cette perpendiculaire, la longueur $a_0a'_0$ est égale à aa' ordonnée orthogonale de a par rapport à P_1.

142. Corollaires. I. Le rapport $\frac{a''a_0}{a'm}=\frac{a''a_0}{aa''}$ donne la valeur du module M.

II. Si nous construisons un triangle rectangle qui a pour côtés de l'angle droit $a''a_0$ et aa'', l'angle α au sommet a (**Fig. 79**) est l'angle qui caractérise le système de projection employé.

Une longueur quelconque $a''b$, portée à partir de a'' sur $a''a$, considérée comme deuxième ordonnée orthogonale d'un point B, donnera en $a''b_0$ la valeur de l'ordonnée modulée correspondante.

Ces considérations nous permettent de construire la projection oblique d'une figure quelconque, sans devoir, pour chacun de ses sommets, passer par les opérations exposées au paragraphe **140.**

143. Problème. *Construire la projection oblique d'un triangle abc de l'espace, étant données ses projections orthogonales sur P_1 et P_2, ainsi que les deux projections orthogonales d' et d'' de la directrice.*

Solution (Ep. 80). On construit les deux projections obliques c_0 et c'_0 d'un sommet c. Par les sommets a'' et b'', on mène des fuyantes, et l'on porte, sur ces lignes et à partir de a'' et b'', les longueurs des ordonnées modulées qui correspondent à ces points.

Ces ordonnées modulées $b''b_0$, $a''a_0$ se construisent à l'aide du triangle rectangle $c_0c''c'$ (**Fig. 81**), dans lequel les deux côtés de l'angle droit $c''c_0$ et $c''c'=c'm$ sont connus; $c'm$ est la deuxième ordonnée du point c, tandisque $c''c_0$ est son ordonnée modulée construite comme au § **142**.

144. Remarque. Cet exemple nous montre les constructions à faire pour obtenir la projection oblique d'un corps quelconque, étant données ses projections orthogonales sur P_1 et P_2. Ces constructions trouveront leur application dans la représentation graphique des surfaces et des polyèdres.

—

Des différentes positions du point par rapport aux plans de projections P_1 et P_2.

—

145. Les neuf positions différentes qu'un point a peut occuper par rapport aux deux plans de projection P_1 et P_2 (projections diédriques) se trouvent représentées en projections obliques sur P_2 dans les épures **82** à **90**.

146. Propriétés. L'inspection des figures **82** à **90** nous donne les lois suivantes :

I. *Suivant qu'un point a de l'espace est au-dessus ou au-dessous de* P_1, *sa projection oblique a_0 est au-dessus ou au-dessous de a'_0, et réciproquement.*

II. *Si le point a est situé dans* P_1, *les projections a_0 et a'_0 coïncident, et réciproquement.*

III. *Tout point a situé dans* P_2 *est lui-même sa projection oblique a_0, et sa projection a'_0 est sur l'axe de projection, et réciproquement.*

147. Remarque. Les positions des projections obliques a_0 et a'_0 par rapport à l'axe de projection n'ont pas l'importance qu'on leur attribue, avec raison, dans la méthode des projections orthogonales diédriques.

Cet axe n'existe, dans la méthode des projections obliques, que pour rappeler la position de P_1 par rapport au plan de figure P_2.

—

Représentation et détermination de la droite.

148. Projection oblique de la droite. Si, par la droite, on mène un plan parallèle à la directrice, la trace de ce plan sur P_2 sera la *projection oblique* de la droite sur ce plan. Le plan parallèle à d mené par la droite sera le *plan projetant* de cette dernière.

La projection oblique de la droite est déterminée si les projections obliques de deux points de cette droite sont connues.

La construction de la projection oblique d'une droite peut donc, comme la construction de la projection oblique d'un point, se faire de deux manières différentes.

149. Problème I. *Construire la projection oblique d'une droite, étant donnés sa projection orthogonale sur* P_2, *les ordonnées orthogonales de deux de ses points, la direction des fuyantes, ainsi que le module.*

Solution (Ep. 91). On construira (**136**) les projections obliques de deux points a et b de la droite, connaissant les longueurs $a''a$ et $b''b$ des ordonnées orthogonales de ces deux points.

La droite e_0 qui unira a_0 et b_0 sera la projection oblique de la droite e de l'espace.

150. Problème réciproque. Pour retrouver la véritable position qu'occupe, dans l'espace, la droite e, dont la projection oblique est en e_0, on n'a qu'à retrouver (**139**) les positions de deux points de cette droite.

151. Problème II. *Construire la projection oblique d'une droite sur* P_2, *étant données les projections orthogonales de cette droite sur deux plans rectangulaires* P_2 *et* P_1, *ainsi que les projections orthogonales de la directrice.*

Solution (Ep. 92). Par la droite e, on fait passer un plan parallèle à d, la trace e_0 de ce plan sur le plan de figure sera la projection oblique de e sur P_2.

Cette projection e_0 représente bien la droite e, mais elle ne la détermine pas, vu que e_0 est la projection oblique de toute droite située dans le plan projetant mené par e, et qu'elle est la trace-projection de ce plan projetant.

Pour déterminer la droite e, on devra, comme pour le point, joindre à e_0 la projection oblique e'_0 de e'.

Les deux droites e_0 et e'_0 sont les *projections obliques* de la droite e.

Cette droite e est *suffisamment représentée et déterminée* par ses deux projections obliques e_0 et e'_0.

En effet, pour retrouver la droite e de l'espace, on reconstruira (**141**) la véritable position de deux points de cette droite.

152. Traces de la droite. L'épure **92** nous montre que la projection oblique de la première trace b se trouve à l'intersection des deux projections obliques e_0 et e'_0.

La projection oblique a_0 de la seconde trace a se trouve à l'intersection de la projection oblique e_0 avec la normale à l'axe de projection, élevée au point de rencontre de e'_0 avec cet axe.

Ces propriétés renferment la solution du problème suivant.

153. Problème. *Etant données les projections obliques e_0 et e'_0 d'une droite e, construire les projections obliques des traces de cette droite sur* P_2 *et* P_1.

154. Notations. Nous marquerons, comme pour le point, la projection oblique d'une droite par la lettre que porte cette droite dans l'espace, accompagnée de la lettre O placée comme indice.

Ainsi $\left\{\begin{matrix} a_0 \\ a'_0 \end{matrix}\right.$ sont les projections obliques sur P_2 de la droite a de l'espace qui, orthogonalement, se projette en a' sur P_1.

Différentes positions de la droite par rapport au plan de figure, à la directrice et au plan P_1.

Si la droite n'est pas inclinée par rapport aux deux plans de projection,

Elle peut être	parallèle	au plan de figure P_2	I.
	normale		II.
	parallèle	au plan de projection P_1	III.
	normale		IV.
	parallèle	à l'axe de projection	V.
	normale		VI.
	parallèle à la directrice		VII.
	située dans	P_1	VIII.
		P_2	IX.
	située sur l'axe de projection		X.

155. Droite parallèle au plan de figure P_2 (**Ep. 93**). *Une droite e parallèle à* P_2 *a sa projection oblique* e'_0 *parallèle à l'axe.*

En effet, les plans projetants obliques de e' et de la droite e coupent P_2 suivant e'_0 parallèle à l'axe, et e_0 parallèle à e et en même temps a e''.

Réciproquement. *Si des deux projections obliques* e_0 *et* e'_0 *d'une droite e,* e'_0 *est parallèle à l'axe, la droite e de l'espace est parallèle au plan* P_2.

En effet, le plan projetant mené suivant e'_0 rencontre P_1 suivant e' parallèle à l'axe; la droite e de l'espace, ayant sa projection orthogonale e sur P_1 parallèle à l'axe, est parallèle à P_2.

156. Droite normale au plan de figure (**Ep. 94**). *Toute droite normale au plan de figure* P_2 *a ses deux projections obliques sur ce plan parallèles à la direction de la fuyante.*

En effet, les deux plans projetants obliques de e' et de e deviennent des plans projetants orthogonaux de deux droites parallèles à la directrice.

Réciproquement. *Si les deux projections obliques* e_0 *et* e'_0 *d'une droite e sont parallèles à la fuyante, la droite e de l'espace est perpendiculaire à* P_2 (**Fig. 95**).

On démontrera (**157**) que, si les deux projections obliques e_0 et e'_0 d'une droite e sont parallèles, cette droite est parallèle à P_1, donc à sa projection orthogonale e' sur P_1. Démontrons donc que e' est perpendiculaire à l'axe et nous aurons prouvé que e est perpendiculaire à P_2.

Or, pour retrouver e', il suffit de mener, par e'_0, un plan parallèle à d et d'en déterminer la trace sur P_1. Comme ce plan contient une droite parallèle à d et une autre e'_0 parallèle à d'', il sera parallèle au plan projetant orthogonal de d sur P_2, par suite sa trace e' sera normale à l'axe.

157. Droite parallèle à P_1 (**Ep. 96**). *Une droite parallèle à* P_1 *a ses deux projections obliques parallèles.*

En effet, la droite e parallèle à P_1 est également parallèle à e'. Les projections obliques e_0 et e'_0 de ces deux droites e et e' sont donc parallèles.

Réciproquement. *Si les deux projections obliques* e_0 et e'_0 *d'une droite sont parallèles, cette droite est parallèle à* P_1.

En effet, la droite e et la projection e' sur P_1 sont situées dans un plan normal à P_1, le plan projetant de e sur P_1; ces deux droites résultent de l'intersection de deux plans projetants obliques et parallèles avec ce même plan orthogonal à P_1. Ces droites sont donc parallèles, et comme e' est dans P_1, e' sera parallèle à ce plan.

158. Droite normale au plan P_1 (Ep. 97). *Toute droite e normale à P_1 a sa projection oblique e_0 normale à l'axe et sa projection e'_0 se réduisant à un point situé sur e_0 ou sur son prolongement.*

La droite e perpendiculaire à P_1 sera parallèle à P_2, et aura, comme telle, sa projection e_0 parallèle à e'', donc normale à l'axe. La projection e'_0 ne peut être qu'un point de e_0 ou de e_0 prolongé, puisque e' n'est qu'un point situé sur e ou sur son prolongement.

La réciproque est vraie. Elle est démontré comme au § **155**.

159. Droite parallèle à l'axe de projection (Ep. 98). *Une droite parallèle à l'axe de projection a ses deux projections obliques parallèles à cet axe, et réciproquement.*

En effet, la droite e, parallèle à l'axe, est parallèle à P_1 et par suite ses deux projections obliques e_0 et e'_0 sont parallèles. Comme la droite e est également parallèle au plan de figure (**155**), e'' et e_0 seront parallèles. Donc e_0 et e'_0 sont parallèles à e'', donc à l'axe.

Pour démontrer la réciproque, voir les §§ **155** et **157**.

160. Droite normale à l'axe de projection (Ep. 99). *Une droite normale à l'axe a ses deux projections obliques qui concourent en un point de cet axe; la projection e'_0 à la direction de la fuyante, et la projection e_0 est située dans l'angle complémentaire de celui que fait e'_0 avec l'axe.*

En effet, la droite e rencontrant l'axe, aura ce point de rencontre qui appartiendra aux deux projections obliques e_0 et e'_0. Puisque e est perpendiculaire à l'axe, e' le sera également et e'_0 sera parallèle à la direction de la fuyante (**156**). D'un autre côté, la droite e, normale à l'axe et considérée dans le premier dièdre, aura pour positions limites ses projections orthogonales e'' et e'. La projection e_0 aura par conséquent pour positions extrêmes e'' et la fuyante, qui sont respectivement les projections obliques de e'' et e'.

Réciproquement. *Si les deux projections obliques d'une droite e concourent en un point de l'axe, et si la projection e'_0 a la direction de la fuyante, cette droite e sera normale à l'axe.*

En effet, puisque e'_0 est parallèle à la fuyante, e' sera perpendiculaire à l'axe (**156**). La droite e de l'espace est donc située dans un plan normal à l'axe et qui a e' pour trace-projection. D'un autre côté, toutes les projections se rencontrant sur l'axe, la droite e le coupera également et sera par conséquent normale à cette ligne.

161. Droite parallèle à la directrice. (**Ep. 100**). *Toute droite e parallèle à la directrice a pour projection oblique sur P_2 un point e_0.*

La projection e'_0 est une perpendiculaire à l'axe et passe par le point e_0.

162. Droite située dans P_1 (Ep. 101). *Une droite e située dans* P_1 *a ses deux projections obliques e_0 et e'_0 qui se confondent pour former une projection double, laquelle concourt en un point de l'axe avec la droite de l'espace.*

163. Droite située dans P_2. *Une droite située dans* P_2 *est elle-même sa projection oblique.*

164. Droite située sur l'axe. *Une droite située sur l'axe est elle-même sa projection oblique.*

—

Représentation et détermination du plan.

—

165. Problème. *Un plan étant représenté par ses deux traces* T_1 *et* T_2 *sur deux plans rectangulaires* P_1 *et* P_2, *trouver sa représentation sur un plan de figure* P_2 *à l'aide des projections obliques.*

Solution (Ep. 102). Un plan est suffisamment représenté et déterminé dans n'importe quel système de projections, si deux droites de ce plan sont représentées et déterminées dans ce système.

Comme on connaît les deux traces T_2 et T_1 du plan T, ce dernier plan sera suffisamment représenté et déterminé en projections obliques par les projections obliques de T_2 et T_1. Or T_2 est elle-même sa projection oblique et celle de T_1, sera T_{1o}, droite qui concourt avec T_2 sur l'axe de projection.

Nommons T_0 et T_{10} les *deux traces obliques* du plan. Nous voyons que :

Les deux traces obliques T_0 *et* T_{10} *d'un plan* T *concourent sur l'axe de projection au point de concours des traces* T_1 *et* T_2*, et que la trace oblique* T_0 *se confond avec la trace* T_2.

—

Des différentes positions du plan par rapport à la directrice et aux deux plans de projection P_1 et P_2.

—

Un plan qui n'est pas oblique par rapport à P_1 et P_2 peut être	parallèle à	P_1	I.
		P_2	II.
		l'axe	III.
	perpendiculaire à	P_1	IV.
		P_2	V.
		l'axe	VI.
	parallèle à la directrice	seule	VII.
		et perpendiculaire à P_2	VIII.
		et à l'axe	IX.
		et perpendiculaire à P_1	X.

166. Plan parallèle à P_1 **(Ep. 103)**. *Un plan parallèle à* P_1 *n'a qu'une trace* T_0 *parallèle à l'axe de projection, et réciproquement.*

167. Plan parallèle à P_2 **(Ep. 104)**. *Un plan parallèle à* P_2 *n'a qu'une trace oblique* T_{10} *parallèle à l'axe, et réciproquement.*

168. Plan parallèle à l'axe de projection (Ep. 105). *Tout plan parallèle à l'axe a ses deux traces obliques* T_0 *et* T_{10} *parallèles à l'axe, et réciproquement.*

Si le plan est en même temps parallèle à la directrice, les deux traces se confondent et forment une **trace-double** parallèle à l'axe.

169. Plan perpendiculaire à P_1 **(Ep. 106)**. *Un plan perpendiculaire à* P_1 *a sa trace* T_0 *normale à l'axe, et réciproquement.*

170. Plan perpendiculaire à P_2 **(Ep. 107)**. *Un plan perpendiculaire à* P_2 *a sa trace* T_{10} *parallèle à la direction des fuyantes, et réciproquement.*

171. Plan perpendiculaire à l'axe de projection (Ep. 108). *Un plan normal à l'axe de projection a sa trace* T_0 *normale à l'axe et sa trace* T_{10} *parallèle à la fuyante, et réciproquement.*

Un tel plan est, en effet, normal à la fois à P_1 et à P_2.

172. Plan parallèle à la directrice (Ep. 109). *Un plan parallèle à la directrice a ses deux traces obliques qui coïncident et qui forment la trace-projection oblique de ce plan, et réciproquement.*

Cette trace-projection est la *trace-double* du plan.

173. Plan parallèle à la directrice et normal à P_1. **(Ep. 110).** *La trace-double d'un tel plan est normale à l'axe de projection.*

La réciproque est vraie.

174. Plan parallèle à la directrice et à l'axe de projection (Ep. 111). *La trace-double d'un tel plan est parallèle à l'axe de projection, et réciproquement.*

175. Plan parallèle à la directrice et normal à P_2. **(Ep. 112).** *La trace-double de ce plan est parallèle à la direction de la fuyante, et réciproquement.*

—

Des différentes positions que deux droites peuvent avoir entre elles.

—

Deux droites peuvent	être parallèles	. . . .	I.
	se couper	à angle droit	II.
		sous un angle quelconque . .	III.
	se croiser	. . . .	IV.

—

176. Droites parallèles (Ep. 113). *Si deux droites* e *et* f *sont parallèles, les projections obliques de même nom sont parallèles, et réciproquement.*

En effet, les projections e_0 et f_0 sont l'intersection du plan P_2 avec deux plans projetants parallèles menés par f et e.

De même, les projections orthogonales e' et f' étant parallèles, les deux projections obliques e'_0 et f'_0, le sont également.

177. Droites qui se coupent (Ep. 114). *Si deux droites se cou-*

pent, les projections obliques de même nom se coupent en des points qui sont unis par une perpendiculaire à l'axe de projection, et réciproquement.

Le point de rencontre a des deux droites appartient à chacune d'elles et doit, par conséquent, se projeter obliquement sur chacune des proportions obliques de même nom des deux droites.

Remarque. La longueur $a_0\ a'_0$ qui sépare les deux projections obliques du point a est égale à la première ordonnée de ce point.

178. Droites perpendiculaires. La simple inspection des projections obliques de deux droites qui se coupent ne peut donner des caractères desquels on puisse déduire la valeur de l'angle sous lequel les deux droites se rencontrent.

179. Droites qui se croisent (Ep. 115). Si deux droites se croisent, leurs projections obliques ne possèdent aucune des propriétés qui caractérisent des droites parallèles ou des droites qui se coupent.

Par suite : Les projections de même nom de ces droites ne sont pas parallèles, et les points de rencontre de ces projections ne se trouvent pas sur une normale à l'axe de projection.

—

Des différentes positions d'une droite à l'égard d'un plan.

—

Une droite peut être	située dans	. . . .	I.
	parallèle à	un plan donné.	II.
	normale à	. . . .	III.

—

180. Droite située dans un plan (Ep. 116). *Une droite située dans un plan a les projections obliques de ses traces sur les traces obliques de même nom du plan.*

C'est ainsi que la trace a_0 de la droite sera située sur la trace T_0 du plan T, et la trace b'_0 sur la trace T_{10}.

Cas particuliers. I. Si la droite e du plan T est parallèle à P_2, sa projection e_0 sera parallèle à T_0, sa projection e'_0 sera parallèle à l'axe et passera par le point b'_0 ou e_0 coupe T_{10} (**Ep. 117**).

Ce point b'_0 sera l'unique trace oblique de cette droite (**152**).

II. Si la droite e du plan T est parallèle à P_1 (**Ep. 118**), sa projection oblique e'_0 sera parallèle à T_{10} ; la projection e_0 sera également parallèle à e'_0 donc à T_{10}, et l'unique trace oblique a_0 de cette droite sera située sur la trace T du plan.

181. Droite parallèle à un plan. La simple inspection des projections obliques de la droite et des traces obliques du plan ne suffit pas pour reconnaître le parallélisme de la droite et du plan.

182. Droite normale à un plan. L'inspection des projections obliques de la droite et des traces obliques du plan ne donne aucun caractère pour reconnaître si la droite est normale au plan donné.

—

Des différentes positions que deux plans peuvent avoir entre eux.

—

Deux plans	sont parallèles	. . . .	I
	se coupent sous un angle	quelconque. . . .	II
		droit	III

—

183. Plans parallèles (Ep. 119). *Deux plans parallèles ont les traces obliques de même nom parallèles, et réciproquement.*

En effet, les traces T_0 et S_0 des deux plans parallèles T et S sont le résultat de l'intersection de P_2 avec ces deux plans.

Les traces T_1 et S_1 sur P_1 étant parallèles, les projections obliques T_{10} et S_{10} de ces lignes le sont également.

184. Plans non parallèles. *Si deux plans se coupent, les traces de même nom, en général, se coupent.*

Cas particuliers. I. Si les traces sur P_2 des deux plans S et T sont parallèles, et que les traces S_{10} T_{10} se coupent, les deux plans se coupent suivant une droite parallèle à P_2, donc aux traces parallèles, et passant par le point de rencontre des traces S_{10} et T_{10} (**Ep. 120**).

La droite d'intersection f des deux plans passera par a_0, point de rencontre des traces S_{10} et T_{10}.

II. Si les deux traces S_{10} et T_{10} des deux plans S et T sont parallèles, et que les traces S_0 et T_0 se coupent, les deux plans se coupent suivant une droite parallèle à P_1, donc parallèle aux traces S_{10} et T_{10}, et passant par le point de rencontre des traces non parallèles (**Ep. 120**).

La droite d'intersection f des deux plans passera par le point a et sera parallèle aux deux traces S_{10} et T_{10}.

185. Plans perpendiculaires. On ne peut reconnaître, à la simple inspection des traces de deux plans, la valeur de l'angle sous lequel ces plans se coup nt. Toutefois nous distinguons les cas particuliers suivants :

I. Cas. *Si les deux plans* S *et* T *sont perpendiculaires à* P_2, l'angle des traces obliques S_0 et T_0 sera l'angle plan correspondant du dièdre de ces deux plans. Les traces S_{10} et T_{10} seront des fuyantes (**Ep. 122**).

II. Cas. Si deux plans S et T sont perpendiculaires entre eux, et *si l'un des deux, le plan* T, *est normal à* P_2, les traces S_0 et T_0 se rencontrent sous un angle droit; la trace T_{10} sera parallèle à la fuyante et la trace S_{10} est quelconque (**Ep. 123**).